УДК 519.218

Н. Загородна, Б. Млинко, М. Фриз
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

УМОВНІ ЛІНІЙНІ ВИПАДКОВІ ПРОЦЕСИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ БІОСИГНАЛІВ

Метою доповіді є аналіз властивостей умовних лінійних випадкових процесів та їх застосування для обґрунтування математичної моделі світлового біосигналу (фотоплетизмосигналу), що характеризує динаміку змін світлопроникності органів або частин тіла, обумовлених змінами величини їх кровонаповнення.

Термін умовний (умовно) лінійний випадковий процес, очевидно, був введений Percy A. Pierre [1]. В [1] лінійний випадковий процес (ЛВП) розглядається як сума нескінченного числа незалежних випадкових відгуків фільтра на вхідний потік послідовності імпульсів, що виникають у пуассонівські моменти часу. Якщо ж моменти появи вхідних імпульсів не є пуассонівськими або відгуки фільтра є залежними, то відповідний процес в [1] називається умовно лінійним випадковим процесом.

Ми використовуємо термін умовний лінійний випадковий процес (УЛВП) для побудови узагальнення ЛВП [2], ядро інтегрального зображення якого стає при цьому випадковою функцією. Таким чином, процес $\xi(t), t\in(-\infty,\infty)$ називається УЛВП, якщо його можна зобразити у вигляді $\xi(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t)d\eta(\tau), t\in(-\infty,\infty)$, де $\varphi(\tau,t), \tau,t\in(-\infty,\infty)$ - *випадкова* функція, а $\eta(\tau), \tau\in(-\infty,\infty)$ - стохастично неперервний випадковий процес з незалежними приростами, що задовольняє умові $\mathbf{P}(\eta(0)=0)=1$.

Наведений вище інтеграл розглядається як стохастичний інтеграл від випадкової функції за процесом з незалежними приростами (або за напівмартингалом). Умови існування таких інтегралів всебічно проаналізовані, наприклад, в [3], [4]. Якщо, зокрема, $\eta(\tau), \tau\in(-\infty,\infty)$ - процес Леві зі скінченною дисперсією, то випадкове ядро $\varphi(\tau,t)$ повинне задовольняти такі умови: $\int_{-\infty}^{\infty}\mathbf{M}|\varphi(\tau,t)|^p d\tau<\infty, \forall t,\ p=1,2.$

Умовна відносно $\varphi(\tau,t)$ характеристична функція УЛВП має безмежно подільне зображення. Тому розподіл УЛВП являє собою суміш безмежно подільних розподілів.

Конструктивна форма УЛВП дозволяє використати його властивості для обґрунтування математичної моделі світлового біосигналу з врахуванням фізичної природи його породження та циклічності [5].

Література

1. Pierre P. A. Central Limit Theorems for Conditionally Linear Random Processes // SIAM J. of Applied Math. – 1971. - Vol. 20, no. 3. - P. 449 – 461.
2. Марченко Б. Г. Метод стохастических интегральных представлений и его приложения в радиотехнике. - К.: Наукова думка, 1973. - 191 с.
3. Пугачев В. С., Синицин И. Н. Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация. – М.: Наука, 1990. – 630 с.
4. Shiryaev A. N. Essentials of Stochastic Finance: Facts, Models, Theory. - Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1999. – 834 c.
5. Fryz M., Mlynko B., Mul O., Zagorodna N. Conditional Linear Periodical Random Process as a Mathematical Model of Photoplethysmographic Signal // Scientific J. of Riga Technical University. – 2010. - Vol. 45. - P. 82 - 86.