

УДК 621.88

Ів. Гевко, канд. техн. наук

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

## МОДЕЛЮВАННЯ ХАРАКТЕРУ НАВАНТАЖЕННЯ НА ГВИНТОВІ РОБОЧІ ОРГАНИ

**Резюме.** Розроблено методику встановлення характеру навантаження на шнек по його довжині у гвинтовому транспортері. Виведено аналітичну залежність визначення реального значення величини крутного моменту на шнеку з урахуванням особливостей вантажу, неточності виготовлення гвинтової транспортно-технологічної системи й тертя в опорах. Визначено і побудовано ряд залежностей величини крутного моменту на шнеку при встановленому русі вантажу від різноманітних параметрів.

**Ключові слова:** шнек, гвинтові транспортно-технологічні системи, навантаження, величина крутного моменту, частинка.

Iv. Gevko

## A DESIGN OF CHARACTER OF LOADING IS ON SCREW WORKINGS ORGANS

**The summary.** The method of establishment of character of loading is developed on screw on his length in a spiral conveyer. Analytical dependence of determination of the real value of size of circulating moment is shown out on screw taking into account the features of load, inaccuracy of making of screw, to transport technological systems and frictions in supports. Certainly and the row of dependences of size of circulating moment is built on screw at the set motion of load from various parameters.

**Key words:** screw, screw transport are the technological systems, loadings, size of circulating moment, particle.

### Умовні позначення

$x_A, y_A, z_A$  – координати частинки, м;

$u$  – радіальний параметр частинки, м;

$\theta$  – кутовий параметр частинки, рад.;

$T$  – крок розміщення витків шнека, м;

$\omega$  – кутова швидкість обертання шнека, рад/с;

$N_{1x}, N_{1y}, N_{1z}$  – проекції нормальної реакції від поверхні шнека відповідно на осі  $x, y, z$ , Н;

$N_{2x}, N_{2y}, N_{2z}$  – проекції нормальної реакції від поверхні труби відповідно на осі  $x, y, z$ , Н;

$F_{1x}, F_{1y}, F_{1z}$  – проекції сили тертя між частинкою та поверхнею шнека відповідно на осі  $x, y, z$ , Н;

$F_{2x}, F_{2y}, F_{2z}$  – проекції сили тертя між частинкою та поверхнею труби відповідно на осі  $x, y, z$ , Н;

$m$  – маса частинки, кг;

$G_x, G_y, G_z$  – проекції сили ваги відповідно на осі  $x, y, z$ , Н;

$N_1, N_2$  – нормальні реакції відповідно від поверхні шнека та поверхні труби, Н;

$\vec{n}$  – вектор нормалі;

$F_1, F_2$  – сили тертя, що виникають між частинкою відповідно з поверхнею шнека та поверхнею труби, Н;

$\mu_1$  – коефіцієнт тертя між частинкою і поверхнею шнека;

$\mu_2$  – коефіцієнт тертя між частинкою і поверхнею труби;

$\dot{s}_1$  – модуль швидкості руху частинки по шнеку, м/с;

$\dot{s}_2$  – модуль швидкості руху частинки по трубі, м/с;

$\dot{x}_2, \dot{y}_2, \dot{z}_2$  – відносна швидкість руху частинки відносно осей  $x, y, z$ , м/с;

$\mu_{01}, \mu_{02}$  – початкове значення коефіцієнтів тертя відповідно на шнеку і на трубі;

$k$  – коефіцієнт, що враховує величину зміни коефіцієнта тертя залежно від швидкості руху частинки;

$\dot{x}_A, \dot{y}_A, \dot{z}_A$  – проекції швидкості руху частинки на осі координат, м/с;

$\dot{x}_{1u}, \dot{y}_{1u}, \dot{z}_{1u}$  – проекції швидкості руху шнека на осі координат, м/с;

$\alpha$  – кут нахилу витків шнека, град.;

$\gamma$  – кут нахилу осі шнека, град.;

$\rho$  – густина потоку вантажу, кг/м<sup>3</sup>;

$B$  – ширина проміжку між сусідніми витками, м;

$h$  – висота потоку у витку, м;

$r_i$  – радіус інерції потоку, м;

$D$  – діаметр труби, м;

$\varphi$  – коефіцієнт заповнення труби;

$n$  – кількість робочих витків на шнеку, шт.;

$k_n$  – коефіцієнт, що враховує витрати на перемішування, дроблення, защемлення й залипання вантажу;

$k_n$  – коефіцієнт, що враховує неточність виготовлення шнека;

$k_T$  – коефіцієнт, що враховує тертя в опорах шнека.

**Постановка проблеми.** Однією із передумов подолання кризової ситуації у національній економіці є подальший розвиток машинобудування, що сприятиме зростанню продуктивності праці, підвищенню ефективності виробництва, покращенню якості продукції та вимагає принципово нових підходів до створення й використання високоефективних механізмів машин.

Незважаючи на значну кількість наукових праць, які присвячені дослідженню гвинтових транспортерів, рівень їх проектування та виготовлення залишається недостатнім, а наукова база для їх створення не завжди відповідає сучасним вимогам за матеріало- та енергомісткістю.

Серед зазначених проблем важливе місце посідає дослідження навантажень на шнеки – робочі органи гвинтових транспортно-технологічних систем, які набули широкого застосування у транспортерах, змішувачах, подрібнювачах, машинах для борботатії вільних абразивів, у кондитерській і фармацевтичній промисловостях для збивання в'язких мас тощо. Підвищені вимоги до конструктивних і технологічних параметрів, якості, надійності та довговічності, розширення функціональних можливостей гвинтових транспортно-технологічних систем потребують глибокого аналізу існуючих конструкцій і технологій їх виготовлення та розроблення на цій основі науково обґрунтованих теоретичних та експериментальних напрацювань, їх успішного впровадження у виробництво.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питанням дослідження навантаження на гвинтових робочих органах транспортно-технологічних механізмів присвячені наукові праці Григор'єва А.В. [1], Германа Х. [2], Гевка Б.М., Рогатинського Р.М. [3] та інших [4, 5]. У практичній царині для збільшення надійності гвинтових робочих органів було розроблено ряд оригінальних конструкцій шнеків [6–8]. Проте цілий ряд питань, пов'язаних з особливостями визначення навантажень на шнек з метою ефективного проектування його профілю, потребують подальшого вирішення.

**Метою даної роботи** є розроблення методики встановлення характеру навантаження на шнек по всій його довжині й виведення аналітичної залежності визначення величини крутного моменту на шнеку з урахуванням особливостей вантажу, неточності виготовлення елементів гвинтового механізму й тертя в опорах.

Роботу виконано згідно з постановою Кабінету Міністрів України «Високоефективні технології у машинобудуванні, енергетиці та агропромисловому комплексі на 2010...2015 рр.».

**Постановка завдання.** Дослідження спрямовано на розроблення з метою практичної реалізації методики встановлення характеру навантаження на шнек по всій його довжині і виведення аналітичної залежності визначення величини крутного моменту на шнеку з урахуванням особливостей вантажу, неточності виготовлення елементів гвинтового механізму й тертя в опорах.

**Результати дослідження.** Для встановлення характеру навантаження на шнек по всій його довжині у транспортно-технологічній системі розглянемо рух частинки вантажу в координатах  $xuz$  (рис. 1). Після встановлення характеру цього руху і силових факторів визначимо характер навантажень на шнек під час переміщення вантажу.

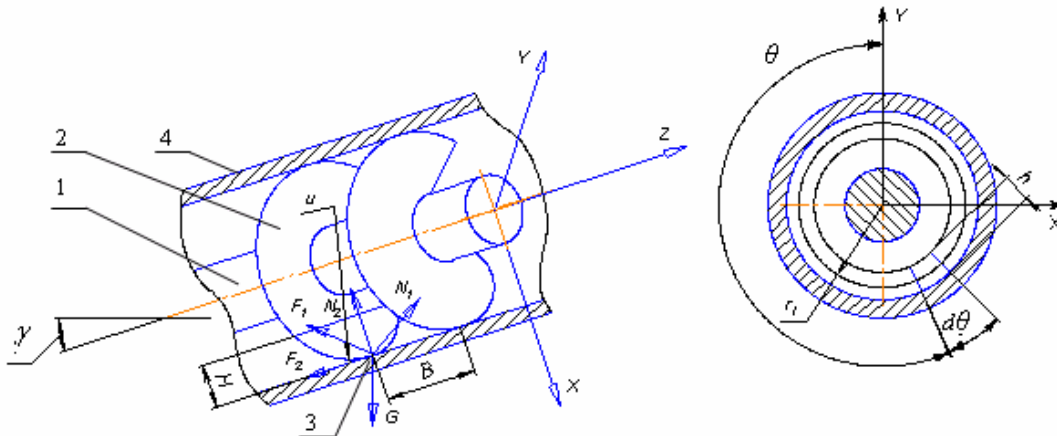


Рисунок 1. Розрахункова схема переміщення частинки вантажу по нахиленому шнеку:  
1 – привідний вал; 2 – шнек; 3 – частинка вантажу; 4 – труба

Розглянемо режим роботи шнека, в якому вантаж буде переміщуватися по гвинтовій траєкторії. Із умови контакту частинки вантажу А з гвинтовою поверхнею шнека, її розміщення визначається радіальним параметром  $u$  і кутовим параметром  $\theta$ . Відповідно координати частинки А визначаються в параметричному вигляді такими залежностями:

$$\left. \begin{aligned} x_A &= u \cdot \cos \theta; \\ y_A &= u \cdot \sin \theta; \\ z_A &= \frac{T \cdot (\theta - \omega t)}{2\pi}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Рівняння руху частинки виводимо на основі рівняння рівноваги всіх сил, що прикладені до неї:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X &= N_{1x} + N_{2x} + F_{1x} + F_{2x} - m\ddot{x} + G_x = 0; \\ \Sigma Y &= N_{1y} + N_{2y} + F_{1y} + F_{2y} - m\ddot{y} + G_y = 0; \\ \Sigma Z &= N_{1z} + N_{2z} + F_{1z} + F_{2z} - m\ddot{z} + G_z = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Нормальна реакція  $N_1$  від поверхні шнека та поверхні труби  $N_2$  направлена по вектору нормалі  $\vec{n}$  до цих поверхонь, тобто

$$\vec{N}_1 = N_1 \vec{n}; \quad (3)$$

$$\vec{N}_2 = N_2 \vec{n}. \quad (4)$$

Сили тертя  $F_1$  та  $F_2$  від вказаних реакцій  $N_1$  та  $N_2$  направлені протилежно вектору відносної швидкості частинки, а їх проекції визначаємо залежностями

$$\left. \begin{aligned} F_{1x} &= -\mu_1 N_1 \frac{\dot{x}_1}{|\dot{s}_1|}; \\ F_{1y} &= -\mu_1 N_1 \frac{\dot{y}_1}{|\dot{s}_1|}; \\ F_{1z} &= -\mu_1 N_1 \frac{\dot{z}_1}{|\dot{s}_1|}; \\ F_{2x} &= -\mu_2 N_2 \frac{\dot{x}_2}{|\dot{s}_2|}; \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$F_{2y} = -\mu_2 N_2 \frac{\dot{y}_2}{|\dot{s}_2|}; \quad (6)$$

$$F_{2z} = -\mu_2 N_2 \frac{\dot{z}_2}{|\dot{s}_2|}.$$

У загальному вигляді коефіцієнт тертя залежить від швидкості руху частинки, його визначаємо за формулою

$$\mu_1 = \mu_{01} + k|\dot{s}_1|; \quad (7)$$

$$\mu_2 = \mu_{02} + k|\dot{s}_2|. \quad (8)$$

Оскільки швидкість обертання шнека змінюється не в значних інтервалах, коефіцієнт тертя приймемо постійною величиною.

Відносна швидкість руху частинки визначаємо за формулами

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= \dot{x}_A - \dot{x}_{1u}; \\ \dot{y}_1 &= \dot{y}_A - \dot{y}_{1u}; \\ \dot{z}_1 &= \dot{z}_A - \dot{z}_{1u}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Оскільки труба нерухома, то відносні швидкості руху частинки відносно її поверхні дорівнюють

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_2 &= \dot{x}_A; \\ \dot{y}_2 &= \dot{y}_A; \\ \dot{z}_2 &= \dot{z}_A. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Проекції швидкості руху частинки знаходимо за формулами

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_A &= \frac{du}{dt} \cos \theta - u \cdot \sin \theta \cdot \frac{d\theta}{dt}; \\ \dot{y}_A &= \frac{du}{dt} \sin \theta + u \cdot \cos \theta \cdot \frac{d\theta}{dt}; \\ \dot{z}_A &= \frac{T}{2\pi} \left( \frac{d\theta}{dt} - \omega \right). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Оскільки рух частинки здійснюється одночасно по двох поверхнях, причому внутрішня форма труби є циліндричною, то зміна радіуса переміщення труби відсутня. Виходячи з цього, маємо проекції швидкості руху частинки

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_A &= -u \cdot \sin \theta \cdot \frac{d\theta}{dt}; \\ \dot{y}_A &= u \cdot \cos \theta \cdot \frac{d\theta}{dt}; \\ \dot{z}_A &= \frac{T}{2\pi} \left( \frac{d\theta}{dt} - \omega \right). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Швидкість руху шнека визначаємо за залежностями

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_{1u} &= u \cdot \omega \sin \theta; \\ \dot{y}_{1u} &= u \cdot \omega \cos \theta; \\ \dot{z}_{1u} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Згідно з формулою (9), враховуючи залежності (12) і (13), знаходимо

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1 &= -u \cdot \sin \theta \cdot \left( \frac{d\theta}{dt} - \omega \right); \\ \dot{y}_1 &= u \cdot \cos \theta \cdot \left( \frac{d\theta}{dt} - \omega \right); \\ \dot{z}_1 &= \frac{T}{2\pi} \left( \frac{d\theta}{dt} - \omega \right). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Модулі швидкості руху частинки визначаємо за формулами

$$|\dot{s}_1| = \sqrt{\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 + \dot{z}_1^2}; \quad (15)$$

$$|\dot{s}_2| = \sqrt{\dot{x}_A^2 + \dot{y}_A^2 + \dot{z}_A^2}. \quad (16)$$

Підставляючи рівняння (14) у формули (15) і (16) після скорочень, отримаємо

$$|\dot{s}_1| = \sqrt{\left( u^2 + \frac{T^2}{4\pi^2} \right) \cdot \left( \frac{d\theta}{dt} - \omega \right)^2}; \quad (17)$$

$$|\dot{s}_2| = \sqrt{u^2 \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \frac{T^2}{4\pi^2} \cdot \left( \frac{d\theta}{dt} - \omega \right)^2}. \quad (18)$$

Проекції нормальної реакції на осі координат знаходимо за формулами

$$\left. \begin{aligned} N_{1x} &= N_1 \cdot \sin \alpha \cos \theta; \\ N_{1y} &= N_1 \cdot \sin \alpha \sin \theta; \\ N_{1z} &= N_1 \cdot \cos \alpha; \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{aligned} N_{2x} &= N_2 \cdot \cos \theta; \\ N_{2y} &= N_2 \cdot \sin \theta; \\ N_{2z} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Прискорення частинки визначаємо за рівняннями

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= -u \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \left( \frac{d\theta}{dt} - \omega \right) - u \sin \theta \frac{d^2\theta}{dt^2}; \\ \ddot{y} &= -u \sin \theta \frac{d\theta}{dt} \left( \frac{d\theta}{dt} - \omega \right) + u \cos \theta \frac{d^2\theta}{dt^2}; \\ \ddot{z} &= \frac{T}{2\pi} \frac{d^2\theta}{dt^2}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Проекції сили ваги на осі координат знаходимо за формулами

$$\left. \begin{aligned} G_x &= mg \cdot \cos \gamma \cos \theta; \\ G_y &= mg \cdot \cos \gamma \sin \theta; \\ G_z &= -mg \cdot \sin \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Враховуючи рівняння (5) і (6), рівняння (2) набудуть вигляду

$$\begin{aligned} \Sigma X &= N_1 \left( \sin \alpha \cos \theta - \mu_1 \frac{\dot{x}_1}{|\dot{s}_1|} \right) + N_2 \left( \cos \theta - \mu_2 \frac{\dot{x}_2}{|\dot{s}_2|} \right) - m\ddot{x} + G_x = 0; \\ \Sigma Y &= N_1 \left( \sin \alpha \sin \theta - \mu_1 \frac{\dot{y}_1}{|\dot{s}_1|} \right) + N_2 \left( \sin \theta - \mu_2 \frac{\dot{y}_2}{|\dot{s}_2|} \right) - m\ddot{y} + G_y = 0; \\ \Sigma Z &= N_1 \left( \cos \alpha - \mu_1 \frac{\dot{z}_1}{|\dot{s}_1|} \right) + N_2 \cdot \left( -\mu_2 \frac{\dot{z}_2}{|\dot{s}_2|} \right) - m\ddot{z} + G_z = 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (23), знаходимо нормальні реакції від поверхонь шнека і труби. Із першого і третього рівнянь отримаємо

$$N_2 = \frac{-(m\ddot{x} - mg \cdot \cos \gamma \cos \theta) \frac{\left( \cos \alpha - \mu_1 \frac{\dot{z}_1}{|\dot{s}_1|} \right)}{\left( \sin \alpha \cos \theta - \mu_1 \frac{\dot{x}_1}{|\dot{s}_1|} \right)} - m\ddot{z} - mg \cdot \sin \gamma}{-\frac{\left( \cos \theta - \mu_2 \frac{\dot{x}_2}{|\dot{s}_2|} \right)}{\left( \sin \alpha \cos \theta - \mu_1 \frac{\dot{x}_1}{|\dot{s}_1|} \right)} \left( \cos \alpha - \mu_1 \frac{\dot{z}_1}{|\dot{s}_1|} \right) - \mu_2 \frac{\dot{z}_2}{|\dot{s}_2|}}. \quad (24)$$

Із першого рівняння отримаємо

$$N_1 = \frac{-N_2 \left( \cos \theta - \mu_2 \frac{\dot{x}_2}{|\dot{s}_2|} \right) + m\ddot{x} + mg \cdot \cos \gamma \cos \theta}{\left( \sin \alpha \cos \theta - \mu_1 \frac{\dot{x}_1}{|\dot{s}_1|} \right)}. \quad (25)$$

Якщо розглядати рух потоку вантажу, то на нього діють ті ж сили, що і на матеріальну частинку. Виділимо елементарну масу потоку вантажу  $dm$ , яку визначаємо із формули

$$dm = \rho B h r_i d\theta. \quad (26)$$

Радіус інерції потоку визначаємо за формулою [1]

$$r_i = \frac{D}{4} (1 + \sqrt{1 - \varphi}). \quad (27)$$

Елементарну осьову силу на шнеку визначаємо із формули

$$dP_z = dN_{1z} + dF_{2z}. \quad (28)$$

Аналогічно визначаємо крутний момент на шнеку

$$dM_z = (dF_1 + dF_2) \cdot r_i. \quad (29)$$

Тоді осьову силу на шнеку і крутний момент визначаємо за формулами

$$P_z = \int_0^{\theta} N_{1z} d\theta + \int_0^{\theta} F_{2z} d\theta; \quad (30)$$

$$M_z = \int_0^{\theta} (dF_1 + dF_2) \cdot r_i d\theta. \quad (31)$$

Розв'язок інтегралів (30) і (31) із урахуванням формул (23-27) доцільно провести чисельним методом.

Кут  $\theta$  визначаємо за формулою

$$\theta = 2\pi n. \quad (32)$$

Побудуємо залежності навантаження на шнек при встановленому русі вантажу, коли  $\frac{d^2\theta}{dt^2} = 0$ ,  $\frac{d\theta}{dt} = \omega_1 = const$  (рис. 2-4).

$M_z$ , Н·м

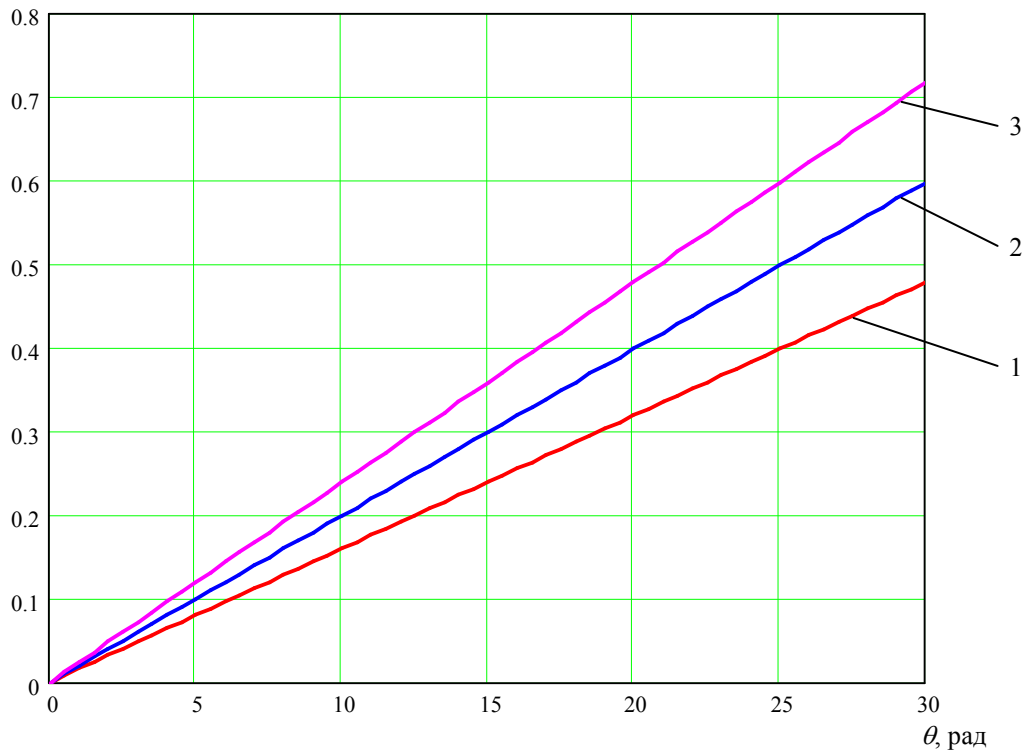


Рисунок 2. Залежності величини крутного моменту на шнеку від кутового параметра  $\theta$ :

1 –  $h = 0,02$  м; 2 –  $h = 0,025$  м; 3 –  $h = 0,03$  м

Графіки на рисунку 2 показують, що зростання кутового параметра  $\theta$  та кількості витків шнека призводять до зростання величини крутного моменту  $M_z$  на шнеку. При цьому зі збільшенням коефіцієнта завантаження, висоти шару вантажу та коефіцієнта тертя між шнеком і вантажем зростає величина крутного моменту на шнеку.

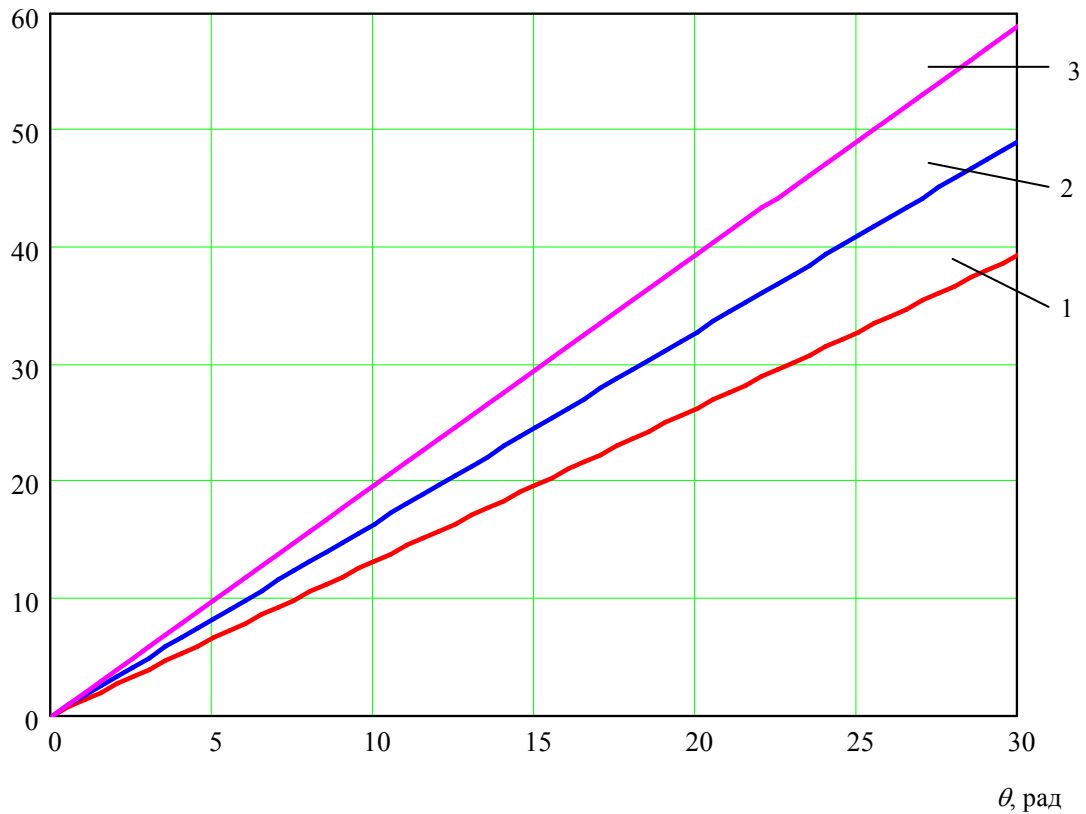


Рисунок 3. Залежності осьового навантаження на шнек від кутового параметра  $\theta$ :

1 –  $h = 0,02\text{м}$ ; 2 –  $h = 0,025\text{м}$ ; 3 –  $h = 0,03\text{м}$

Із графіків, зображених на рисунку 3, робимо висновок, що чим більше витків у шнеку, а відповідно чим більший кутовий параметр  $\theta$ , тим більше осьове навантаження створюється на шнек. Зі збільшенням коефіцієнта завантаження шнека, відстані між витками та висоти шару вантажу осьове зусилля зростає.



$Mz$ , Н·м

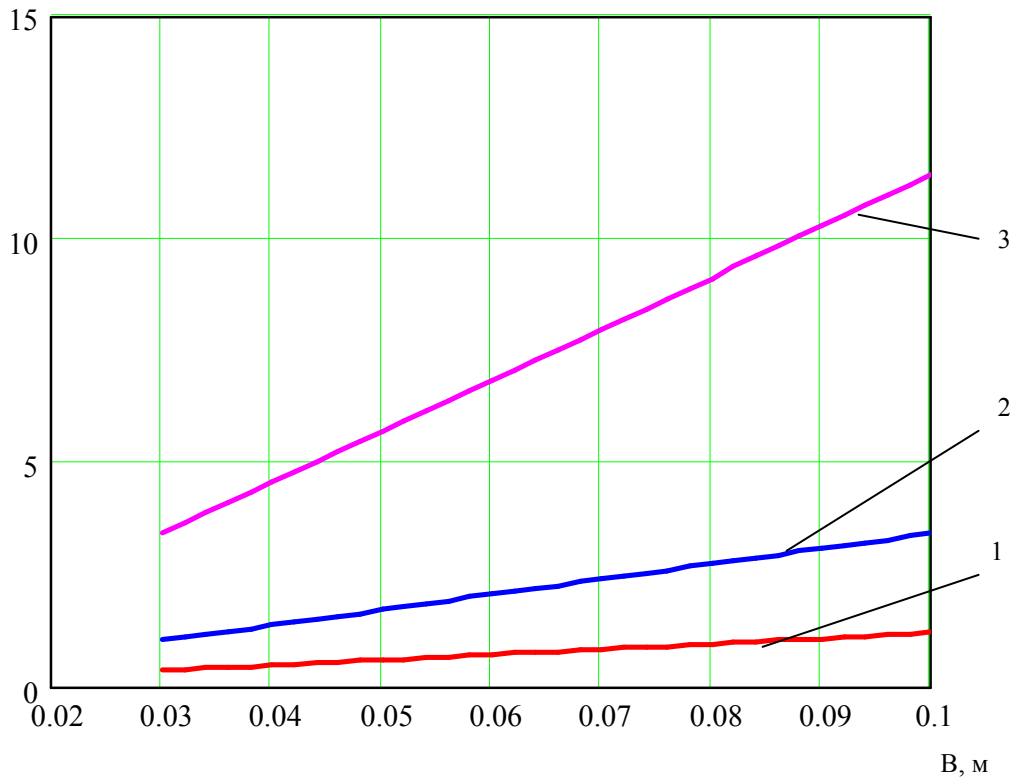


Рисунок 4. Залежності величини крутного моменту на шнеку від величини проміжку між витками B:

1 – D = 0,07 м; 2 – D = 0,09 м; 3 – D = 0,140 м

Із графіків, побудованих на рисунку 4, бачимо, що зі збільшенням величини проміжку між витками, а, отже, і кроку витків та діаметра труби шнека, зростає величина крутного моменту на приводі.

Реальне значення величини крутного моменту є більшим унаслідок особливостей вантажу, що переміщується, неточності виготовлення гвинтової транспортно-технологічної системи, тертя в опорах і визначаємо за формулою

$$Mz_{\partial} = k_n \cdot k_H \cdot k_T \cdot Mz . \quad (33)$$

**Висновки.** Розроблено методику встановлення характеру навантаження на шнек по всій його довжині і виведено аналітичну залежність визначення величини крутного моменту на шнеку з урахуванням особливостей вантажу, неточності виготовлення елементів гвинтового механізму й тертя в опорах, що можна широко використовувати при проектуванні гвинтових транспортно-технологічних систем.

#### Література

1. Григорьев А.М. Винтовые конвейеры / А.М. Григорьев. – М.: Машиностроение, 1972. – 184 с.
2. Герман Х. Шнековые механизмы в технологии ФРГ; Х. Герман. [перев. с нем.]. – Л.: Химия, 1975. – 230 с.
3. Гевко Б.М. Винтовые подающие механизмы сельскохозяйственных машин / Б.М. Гевко, Р.М. Рогатинський. – Львов: Выща школа, Изд-во при Львов. ун-те, 1989. – 256 с.
4. Рогатинський Р.М. Механіко-технологічні основи взаємодії шнекових робочих органів із сировиною сільськогосподарського виробництва: дис. ... доктора техн. наук: 05.20.01, 05.05.05 / Рогатинський Роман Михайлович – К., 1997. – 502 с.

5. Гевко І.Б. Гвинтові транспортно-технологічні механізми: розрахунок і конструювання / І.Б. Гевко. – Тернопіль: ТДТУ імені Івана Пулюя, 2008. – 307 с.
6. Пат. 7757. Україна, МПК<sup>7</sup> B21D11/06. Робочий орган гнучкого секційного гвинтового конвеєра / Гевко І.Б., Рогатинська О.Р.; заявник і власник патенту Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя. – №20041008386; заявл.15.10.2004р.; опубл.15.07.2005р., Бюл.№7.
7. Пат. №7812. Україна, МПК<sup>7</sup> B65G33/26. Гнучкий гвинтовий робочий орган соковитискача / Гевко Ів.Б., Комар Р.В., Лещук Р.Я., Новосад І.Я., Гевко Іг.Б.; заявник і власник патенту Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя. – №20041109453; заявл.18.11.2004р.; опубл.15.07.2005р., Бюл.№7.
8. Пат. №14359. Україна, МПК<sup>7</sup> B65 G33/16. Гвинтовий робочий орган змішувача / Гевко І.Б., Левенець В.Б., Дудін О.В.; заявник і власник патенту Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя. – №u200510601; заявл.09.11.2005р.; опубл.15.05.2006р., Бюл.№5.

*Отримано 22.12.2010*