

Секція:

Математика

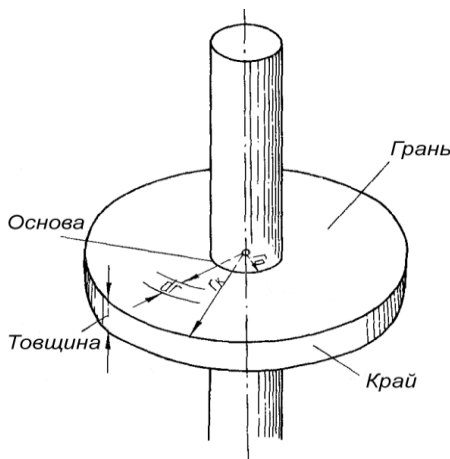
УДК 539.3

Шуст І. – ст. гр. ХС-11

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

РОЗПОДІЛ ТЕМПЕРАТУРИ В КІЛЬЦЕВОМУ РЕБРІ ПРЯМОКУТНОГО ПРОФІЛЮ

Науковий керівник Габрусєва І. Ю.



Розглянемо кільцеве ребро прямокутного поперечного перерізу, яке приварено до циліндричного теплообмінника. Початок радіус-вектора \vec{r} знаходиться на його осі з додатнім напрямом від центру. Визначимо закон розподілу температури у ребрі.

Площа краю елементарного кільця із шириною dr буде рівною $2\pi r\delta$, де δ – товщина ребра. Вважаючи dr достатньо малим матимемо, що площа зовнішньої грані цього кільця $dS = 2 \cdot 2\pi r dr = 4\pi r dr$. Кількість теплоти, що поступає до кільця, згідно із законом Фур'є буде рівною:

$$q = k2\pi r\delta \frac{dT}{dr},$$

де T – температура кільця, k – коефіцієнт теплопровідності. Тому різниця між теплою, що поступає у елементарне кільце при r і теплою, що виходить з нього при $r + dr$

$$\square q = \frac{dq}{dr} dr = \frac{d}{dr} \left(2\pi r\delta k \frac{dT}{dr} \right) dr. \quad (1)$$

Для температури навколишнього середовища T_s матимемо: $\theta = T - T_s$ і $d\theta = dT$.

Припускаємо, що ребро тепліше від навколишнього середовища.

Загальний тепловий баланс вимагає, щоб теплота, яка протікає через кільце dr , дорівнювала теплоті, що віддається шляхом конвекції двома гранями ребра, тобто:

$$q_{\text{конв}} = h\theta dS = 4\pi hr\theta dr. \quad (2)$$

Із рівнянь (1) та (2), отримаємо:

$$\left(2\pi\delta k r \frac{d^2T}{dr^2} + 2\pi\delta k \frac{dT}{dr} \right) dr - 4\pi hr\theta dr = 0,$$

або

$$r^2 \frac{d^2\theta}{dr^2} + r \frac{d\theta}{dr} - m^2 r^2 \theta = 0.$$

Це модифіковане рівняння Бесселя нульового порядку з параметром $m = \sqrt{\frac{2h}{k\delta}}$. Отже,

його загальний розв'язок може бути записаний у вигляді:

$$\theta = C_1 I_0 mr + C_2 K_0 mr.$$

Сталі інтегрування C_1 і C_2 визначаються за даними початковими умовами.