

УДК 519.24

С. Марценко<sup>1</sup>, Н. Загородна<sup>1</sup>, канд. техн. наук; М. Фриз<sup>1</sup>, канд. техн. наук; Л. Щербак<sup>2</sup>, докт. техн. наук

<sup>1</sup>Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

<sup>2</sup>Національний авіаційний університет

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОНАВАНТАЖЕННЯ ОРГАНІЗАЦІЇ

*Резюме.* Обґрунтовано науково-технічні задачі математичного моделювання даних вимірювань у задачах статистичного моніторингу процесу електронавантаження організації. Запропоновано нову математичну модель процесу електронавантаження у вигляді кусково-однорідного періодичного процесу білого шуму і визначено її основні характеристики в задачах поточного і довготермінового моніторингу електронавантаження.

*Ключові слова:* моделювання, електронавантаження, моніторинг.

S. Marcenko, N. Zagorodna, M. Fryz, L. Scherbak

## MATHEMATICAL MODEL OF ELECTRICITY LOADING PROCESS IN AN ORGANIZATION

*The summary.* Study of scientific and technical problems of mathematical modeling of measurement data in the problems of statistical monitoring of an electricity loading process in an organization is substantiated in the article. A new mathematical model of an electricity loading process as a piece-homogeneous periodic process of white noise is proposed and its principal characteristics in the problems of current and long-term monitoring of electricity loading are defined.

*Key words:* modeling, electricity loading, monitoring.

**Постановка проблеми.** Електроенергетика відіграє важливу роль у діяльності організацій і підприємств. Проблематиці електроенергетики присвячено багато наукових праць. Але у відомих публікаціях не відображена специфіка процесу електронавантаження для окремих організацій і підприємств. Зокрема, не враховано неоднорідність електронавантаження робочих днів і вихідних. Проте саме на підприємствах і в організаціях вирішують такі задачі:

- ефективного впровадження енергозберігаючих технологій;
- забезпечення функціонування складних енергоємних і дорогих у фінансовому відношенні апаратно-програмних комплексів;
- ефективного управління інтенсивністю електроспоживання й адаптація споживання електричної енергії до сучасних умов тарифікації енергії;
- проведення енергетичного аудиту для розроблення енергетичного паспорта організації.

Наведена проблематика пов'язана з виконанням законів України, постанов Кабінету Міністрів та Національної комісії регулювання електроенергетики. Таким чином, математичне моделювання процесу електронавантаження в задачах моніторингу електронавантаження організації є важливою науково-технічною проблемою.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Вагомий внесок у розроблення методів математичного моделювання та статистичного опрацювання даних вимірювань у електроенергетиці внесли вчені Баранов Г.Л., Марченко Б.Г., Приймак М.В. та ін. [1–4].

У цих роботах для математичного моделювання електронавантажень використано теорії періодично-корельованих випадкових процесів (ПКВП) і лінійних періодичних випадкових процесів (ЛПВП).

Проте обидві моделі не дозволяють враховувати різні режими роботи організації. Зокрема, використання цих процесів передбачає незмінність ймовірнісних характеристик процесу через період часу  $T$ . Дослідження показали, що, для прикладу, статистичні характеристики процесу електронавантажень організації з різними режимами роботи значно відрізняються (наприклад, вихідні й робочі дні). Статистичний аналіз даних з допомогою відомих методів обробки періодичних процесів без урахування цих особливостей призводить до недостовірних результатів. Наведені вище проблеми зумовлюють певні труднощі в застосуванні моделей ПКВП та ЛПВП для опису процесу електронавантаження загалом.

У роботі Щербак Т.Л. [7] запропоновано загальну модель, котра враховує неоднорідність статистичних характеристик випадкових періодичних процесів. Цю модель можна віднести до класу випадкових процесів, які було запропоновано в роботах А.М. Ширяєва [6]. Загальна модель [7] по суті не враховує специфіки конкретної організації і потребує подальших досліджень для її адаптації до конкретної організації.

**Метою роботи** є розроблення нової математичної моделі електронавантаження організації, яка дозволить враховувати специфіку її роботи у різних режимах.

**Постановка завдання.** Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання:

1. Обґрунтувати математичну модель електронавантаження організації, що буде враховувати специфіку її роботи при різних режимах.
2. Навести характеристики запропонованої моделі.

**Результати дослідження.** При дослідженні багатьох процесів та явищ дійсності використовують два підходи:

- детермінований;
- стохастичний.

Для опису процесу електронавантаження детермінований підхід не може бути застосований, оскільки сам процес має яскраво виражену випадкову природу і результати таких досліджень не будуть достовірними. При описі процесів, у яких спостерігається випадковість, доцільно використовувати стохастичний підхід. Також слід відзначити, що процес електронавантаження має циклічний характер, зумовлений добовим обертанням Землі навколо своєї осі і пов'язаним з цим характером роботи й життя людей. У літературі для опису таких процесів запропоновано використовувати різні моделі періодичних випадкових процесів.

Серед періодичних випадкових процесів важливе значення мають ті, що вивчаються у вузькому (строгому) сенсі, тобто розглядається послідовність скінченновимірних законів розподілу, моментні функції вищих порядків. До таких процесів відносять процеси з незалежними періодичними приростами і безмежно подільними законами розподілу, періодичні процеси за Слуцьким, лінійні періодичні процеси.

З іншого боку, періодичні випадкові процеси можна вивчати також лише у рамках кореляційної теорії (або у широкому сенсі). До таких моделей відносять процеси з некорельованими періодичними приростами, періодично-корельовані процеси.

До основних базових моделей, що використовуються при описі стохастично-періодичних процесів, можна віднести адитивну та мультиплікативну.

Адитивна модель має вигляд

$$\xi(t) = f(t) + \xi_1(t), \quad t \in \mathbf{R}, \quad (1)$$

де  $\xi_1(t)$ ,  $t \in \mathbf{R}$  – стаціонарний у широкому розумінні випадковий процес;  $f(t)$  – детермінована періодична функція.

Така модель не дозволяє повною мірою описати процес електронавантаження, оскільки враховує періодичність лише математичного сподівання – початкового моменту першого порядку.

З тих самих причин нераціонально використовувати й мультиплікативну модель, яка має вигляд

$$\xi(t) = f(t) \cdot \xi_1(t), \quad (2)$$

де  $\xi_1(t)$ ,  $t \in \mathbf{R}$  та  $f(t)$  мають таке ж трактування, як і в (1).

Періодично-корельовані випадкові процеси означають як процеси, у яких математичне сподівання  $m_\xi(t) = \mathbf{M}\xi(t)$  та кореляційна функція

$$R_\xi(t_1, t_2) = \mathbf{M}[(\xi(t_1) - \mathbf{M}\xi(t_1))(\xi(t_2) - \mathbf{M}\xi(t_2))] \text{ є періодичними з періодом } T > 0, \text{ тобто}$$

$$m_\xi(t) = m_\xi(t + T), \quad (3)$$

$$R_\xi(t_1, t_2) = R_\xi(t_1 + T, t_2 + T). \quad (4)$$

При цьому  $T$  називають періодом кореляції.

Лінійним у вузькому розумінні називають випадковий процес  $\xi(t)$ ,  $t \in \mathbf{R}$ , який записують як

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau, t) d\eta(\tau), \quad t \in \mathbf{R}, \quad (5)$$

де  $\varphi(\tau, t)$  – не випадкова функція, яку називають ядром інтегрального зображення (5), а  $\eta(\tau)$ ,  $\mathbf{P}\{\eta(0) = 0\} = 1$ ,  $\tau \in (-\infty, \infty)$  – дійсний стохастично неперервний випадковий процес із незалежними приростами, який називають породжуючим. Якщо ядро процесу (5) задовольняє умову  $\varphi(\tau, t) = \varphi(\tau + T, t + T)$ , а породжуючий процес  $\eta(\tau)$  є процесом з  $T$ -періодичними приростами, то процес (5) є лінійним періодичним випадковим процесом,  $n$ -вимірною функцією розподілу якого є  $T$ -періодичною за сукупністю своїх часових аргументів, тобто

$$F_\xi(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = F_\xi(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1 + T, t_2 + T, \dots, t_n + T). \quad (6)$$

Без сумніву розглянуті моделі ПКВП та ЛПВП адекватно описують процес електронавантаження організації в якому-небудь одному режимі роботи. Модель [7] включає процеси з властивостями (3), (4), (6) як свої однорідні компоненти. Враховуючи властивості ймовірнісних розподілів цих компонент, модель [7] можна конкретизувати так, щоб вона адекватно описувала процес електронавантаження конкретної організації.

На рисунку 1 наведено приклад реалізації електронавантаження корпусу №1 Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, де має місце два режими роботи – робочі дні та вихідні. При побудові моделі потрібно врахувати, що вона обґрунтовується з метою використання в комп'ютеризованому апаратно-програмному комплексі моніторингу та управління процесом електронавантаження організації. Тому доцільно записати її у вигляді випадкового процесу з дискретним часом. У більшості випадків при аналізі процесу електронавантаження використовують крок дискретизації 1 година (60 хв) [4]. Але погодинна дискретизація не відображає динаміки зміни характеристик електронавантаження на коротших інтервалах часу і є прийнятною для великих енергосистем. У межах організації доцільно використовувати менший інтервал дискретизації. Сучасні електролічильники як основні підсистеми формування даних

дають можливість це реалізувати. У наших дослідженнях ми використовуємо крок дискретизації процесу електронавантаження  $\Delta t = 15xв.$

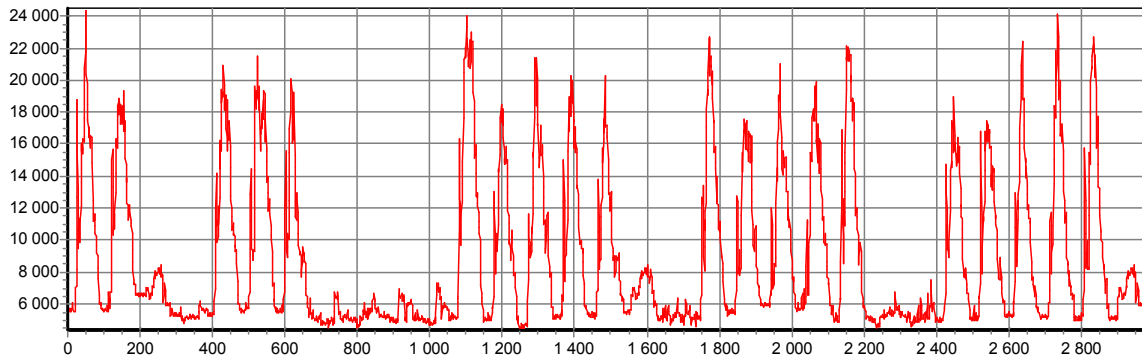


Рисунок 1. Місячне електронавантаження корпусу №1 ТНТУ ім. Івана Пулюя

Таким чином, як модель електронавантаження запропоновано випадкову послідовність виду

$$\xi_t = \sum_{k=1}^m \zeta_{kt} I_t(T_k), \quad t \in \mathbf{Z}, \quad (7)$$

де  $T_k \neq \emptyset$ ,  $k = \overline{1, m}$ ,  $T_i \cap T_j = \emptyset$ ,  $i \neq j$ ,  $i, j = \overline{1, m}$ ,  $\bigcup_{k=1}^m T_k = \mathbf{Z}$ ;

$\zeta_{kt}$  –  $k$ -та компонента зображення (7), що є періодичним білим шумом у широкому розумінні (тобто процесом з некорельованими значеннями),  $k = \overline{1, m}$ ; компоненти моделі (7) утворюють векторний періодичний білий шум виду  $(\zeta_{1t}, \zeta_{2t}, \dots, \zeta_{mt})$ ;

$$I_t(A) = \begin{cases} 1, & t \in A \\ 0 & \text{в інших випадках} \end{cases}, \quad A \subseteq \mathbf{Z} \text{ – індикаторна функція.}$$

Модель (7) будемо називати кусково-однорідним білим шумом.

Наведемо характеристики моделі (7):

- кількість компонент процесу;
- послідовність часових моментів зміни однорідності статистичних характеристик компонент процесу – білих шумів
- послідовність часових областей;
- вектор математичних сподівань компонент процесу

$$\mathbf{M}(\zeta_{1t}, \zeta_{2t}, \dots, \zeta_{mt}) = (a_{1t}, a_{2t}, \dots, a_{mt});$$

- вектор дисперсій компонент процесу

$$\mathbf{D}(\zeta_{1t}, \zeta_{2t}, \dots, \zeta_{mt}) = (\sigma_{1t}^2, \sigma_{2t}^2, \dots, \sigma_{mt}^2);$$

- вектор одновимірних функцій розподілу компонент процесу

$$(F_1(x, t), F_2(x, t), \dots, F_m(x, t)).$$

Оскільки компоненти моделі (7) є періодичними білими шумами, то періодичними є їх ймовірнісні характеристики, а саме:

$$a_{k,t} = a_{k,t+L}, \quad \sigma_{k,t} = \sigma_{k,t+L}, \quad F_k(x, t) = F_k(x, t+L), \quad k = \overline{1, m},$$

$$\text{де } L = \frac{T}{\Delta t} = \frac{24 \text{ год.}}{0,25 \text{ год.}} = \frac{1440 \text{ хв.}}{15 \text{ хв.}} = 96.$$

Очевидно, що компоненти моделі (7) мають згадані вище властивості (3), (4), (6). Для підтвердження некорельованості відліків електронавантаження було здійснено наступне:

- отримано оцінку нормованої кореляційної функції  $r_{t,s}$  досліджуваної послідовності в режимі роботи організації “робочі дні” (оскільки в межах одного режиму роботи організації електронавантаження є періодичним процесом (див. (7)), то оцінювання нормованої кореляційної функції здійснено з використанням методу  $\varphi$ -серій [4]);
- перевірку гіпотези про некорельованість відліків електронавантаження ( $r_{t,s} = 0, t \neq s$ ) здійснено з використанням  $Z$ -перетворення Фішера [5] нормованої кореляційної функції  $r_{t,s}$ . При цьому гіпотеза про некорельованість відліків  $\xi_t$  і  $\xi_s$  приймається, якщо

$$|\hat{r}_{t,s}| < \frac{e^a - 1}{e^a + 1}, \quad a = \frac{2\gamma_{1-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n-3}}, \quad (8)$$

де  $\hat{r}_{t,s}$  – оцінка нормованої кореляційної функції;  $\gamma_{1-\frac{\alpha}{2}}$  – квантиль стандартного

розподілу Гаусса дорівнює  $1 - \frac{\alpha}{2}$  (при  $\alpha = 0,05, \gamma_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96$ ),  $n$  - обсяг вибірки

( $n = 20$ ). За розрахунками  $\frac{e^a - 1}{e^a + 1} = 0,442$ .

У результаті проведених досліджень отримано підтвердження наведеної вище гіпотези. Наприклад, на рисунку 2 наведено реалізацію оцінки нормованої кореляційної функції  $\hat{r}_{t,t+1}$  та показано порогові значення за яких приймається гіпотеза про некорельованість. Бачимо, що нерівність (8) виконується у більшості випадків.

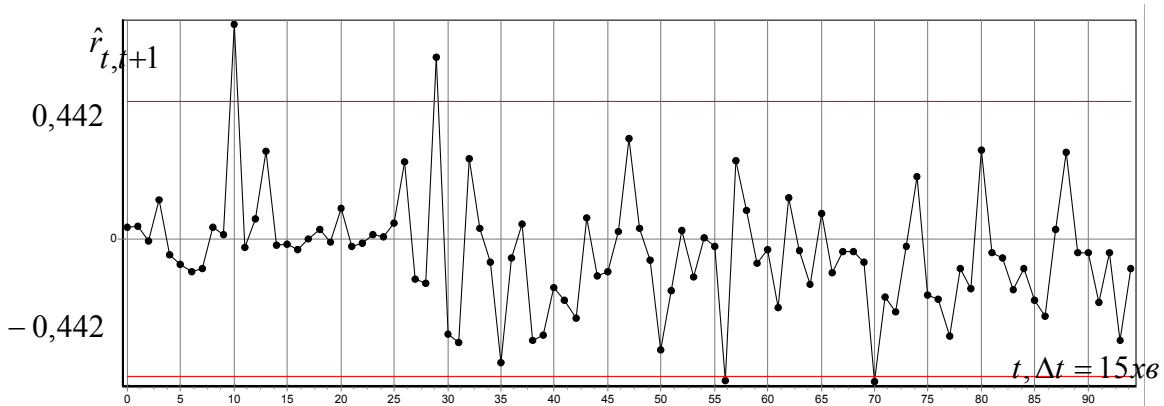


Рисунок 2. Оцінка нормованої кореляційної функції електронавантаження

**Висновки.** Проаналізовано відомі моделі електронавантажень, що дало змогу обґрунтувати актуальну науково-технічну задачу математичного моделювання та статистичного опрацювання даних вимірювань в задачах моніторингу електронавантаження організації. Запропоновано математичну модель електронавантаження організацій у вигляді кусково-однорідного періодичного випадкового процесу з некорельованими значеннями. Запропонована модель дозволяє врахувати специфіку діяльності організації з різними режимами роботи та циклічність електронавантаження в рамках одного режиму роботи. Гіпотезу про некорельованість

значень електронавантаження підтверджено з використанням результатів експериментальних досліджень. Модель процесу у вигляді послідовності з некорельованими значеннями (білий шум) дозволяє спростити методи статистичного опрацювання та імітаційного моделювання електронавантажень.

#### **Література**

1. Баранов Г.Л. Модель стохастически периодических электроэнергетических нагрузок и анализ графиков энергосистем/ Г.Л. Баранов, Б.Г. Марченко, Н.В. Приймак // Проблемы энергосбережения. – 1990. – Вып. 3. – С. 60–65.
2. Баранов Г.Л. Построение модели и анализ стохастически периодических нагрузок энергосистем / Г.Л. Баранов, Б.Г. Марченко, Н.В. Приймак // Известия Академии наук СССР. Энергетика и транспорт. – 1991. – № 2. – С. 12–21.
3. Марченко Б.Г. Побудова моделі та аналіз стохастично періодичних навантажень енергосистем / Б.Г.Марченко, М.В. Приймак // Праці Ін-ту електродинаміки. – К.: ІЕД НАН України, 1999. – Вип.1. – С. 129–153.
4. Приймак М.В. Основи теорії моделювання, аналізу і прогнозу в автоматизованих системах управління ритмічними процесами: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: спец. 05.13.06 “Автоматизовані системи управління та прогресивні інформаційні технології” / Приймак Микола Володимирович; Національний авіаційний університет. – К., 2000. – 27с.
5. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов. – М.: Статистическая радиотехника, 1982. – 624 с.
6. Ширяев А.Н. Некоторые точные формулы в задаче о „разладке” / А.Н. Ширяев // Теория вероятностей и ее применение. – 1965. – Вып. 2. – С. 380–385.
7. Щербак Т.Л. Інформаційна технологія діагностики динаміки процесів електроспоживання організацій у штатному та нештатному режимах.: автореф. дис. ... на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.13.06 “Інформаційні технології” / Щербак Тетяна Леонідівна; Національний авіаційний університет. – К., 2010. – 20 с.

*Отримано 31.01.2011*