

УДК 517.217.1

**М. Приймак, Л. Дмитроца**

(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

## ЗМІННІ ПЕРІОДИ ФУНКЦІЇ ІЗ ЗМІННИМ ПЕРІОДОМ ТА ЇХ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК

Нагадаємо, що функція  $f(t)$ ,  $t \in I$ , називається періодичною із змінним періодом, якщо існує така неперервна функція  $T(t) > 0$ ,  $T'(t) > -1$ , що для всіх  $t$  і  $t+T(t)$  із області визначення  $I$  значення функції  $f(t)$  в цих точках повторюються, тобто

$$f(t) = f(t+T(t)). \quad (1a)$$

Відомо, що для періодичної функції  $g(t)$ ,  $t \in I$ , з постійним періодом  $T$  виконується рівність  $g(t) = g(t+T) = g(t-T)$ . Нескладні міркування показують, що для функції  $f(t)$  із змінним періодом  $T(t)$  аналогічна рівність  $f(t) = f(t+T(t)) = f(t-T(t))$  в загальному не виконується. Тому для знаходження точки, розміщеної через період зліва відносно  $t$ , в якій значення функції повторюється, необхідно розглянути змінний період  $T^-(t)$ , такий що

$$f(t) = f(t-T^-(t)). \quad (1b)$$

Аналіз виразів (1a) і (1b) та нескладні міркування переконують, що між змінними періодами  $T(t)$  і  $T^-(t)$  існує функціональний взаємозв'язок:

$$T(t) = T^-(t+T(t)), \quad (2a)$$

$$T^-(t) = T(t-T^-(t)). \quad (2b)$$

Перевіримо це твердження для змінних періодів тригонометричних функцій  $\sin t^\alpha$  та  $\cos t^\alpha$ ,  $t \geq 0$ ,  $\alpha > 0$ . Як показано в [1], для цих функцій їх змінні періоди

$$T_\alpha(t) = -t + t^\alpha + 2\pi^{1/\alpha}, \quad t \geq 0, \quad (3a)$$

$$T_\alpha^-(t) = t - t^\alpha - 2\pi^{1/\alpha}, \quad t \geq 2\pi^{1/\alpha}. \quad (3b)$$

Наявність індексу  $\alpha$  у виразах для змінних періодів  $T_\alpha(t)$  та  $T_\alpha^-(t)$  вказує на їх залежність від  $\alpha$ , і коли не виникає непорозуміння, індекс можна опускати.

Перевіримо рівність (2a). Підставивши у вираз  $T^-(t+T(t))$  змінний період (3a)

$T(t) = -t + (t^\alpha + 2\pi)^{1/\alpha}$ , маємо

$$\begin{aligned} T^-(t+T(t)) &= T^-\left[t - t + (t^\alpha + 2\pi)^{1/\alpha}\right] = T^-\left[(t^\alpha + 2\pi)^{1/\alpha}\right] = \\ &= (t^\alpha + 2\pi)^{1/\alpha} - \left\{ \left[ (t^\alpha + 2\pi)^{1/\alpha} \right]^\alpha - 2\pi \right\}^{1/\alpha} = (t^\alpha + 2\pi)^{1/\alpha} - (t^\alpha + 2\pi - 2\pi)^{1/\alpha} = \\ &= -t + (t^\alpha + 2\pi)^{1/\alpha} = T(t). \end{aligned}$$

Рівність (2b) перевіряється аналогічним чином.

### Перелік посилань

1. Приймак М.В. Змінні періоди деяких періодичних функцій із змінним періодом // Матеріали одинадцяті наукової конференції Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя. Тернопіль, вид. ТДТУ, 2007. – С. 71.