

УДК 517.52/524:517.58/589

**Б. Шелестовський**

(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

## РОЗВ'ЯЗОК СЕПАРАТНОЇ СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ МОДИФІКОВАНИХ ФУНКЦІЙ

Побудуємо обмежений на множині

$$I_2 = \{r : r \in (R_0, R_1) \cup (R_1, R_2) \cup (R_2, R_3); R_0 \geq 0, R_3 < \infty\}$$

розв'язок сепаратної системи звичайних диференціальних рівнянь 2-го порядку Фур'є, Бесселя і Лежандра для модифікованих функцій

$$\left( \frac{d^2}{dr^2} - q_1^2 \right) u_1(r) = -g_1(r), \quad r \in (R_0, R_1), \quad (1)$$

$$(B_\alpha - q_2^2) u_2(r) = -g_2(r), \quad r \in (R_1, R_2), \quad (2)$$

$$(\Lambda_\mu - q_3^2) u_3(r) = -g_3(r), \quad r \in (R_2, R_3) \quad (3)$$

за умовами спряження

$$\left[ \left( \alpha_{j1}^k \frac{d}{dr} + \beta_{ji}^k \right) u_k(r) - \left( \alpha_{j2}^k \frac{d}{dr} + \beta_{j2}^k \right) u_{k+1}(r) \right]_{r=R_k} = \omega_{jk}; \quad j, k = 1, 2 \quad (4)$$

і крайовими умовами

$$\left( \alpha_{11}^0 \frac{d}{dr} + \beta_{11}^0 \right) u_1(r) \Big|_{r=R_0} = g_0, \quad \left( \alpha_{22}^3 \frac{d}{dr} + \beta_{22}^3 \right) u_3(r) \Big|_{r=R_3} = g_R. \quad (5)$$

У системі (1)-(3) беруть участь диференціальні оператори Лежандра

$$\Lambda_\mu = \frac{d^2}{dr^2} + cthr \frac{d}{dr} + \frac{1}{4} - \frac{\mu^2}{sh^2 r} \text{ та Бесселя}$$

$$B_\alpha = r^2 \frac{d^2}{dr^2} + (2\alpha + 1)r \frac{d}{dr} + \alpha^2 - \lambda^2 r^2; \quad \mu \geq 0, \quad \alpha \geq -\frac{1}{2}, \quad \lambda \in (0, \infty).$$

Фундаментальну систему розв'язків рівняння (1) утворюють функції  $chq_1 r$  та  $shq_2 r$ ; (2)- модифіковані функції Бесселя  $I_{q_2, \alpha}(\lambda r)$  і  $K_{q_2, \alpha}(\lambda r)$ ; (3)- приєднані функції Лежандра  $P_{-\frac{1}{2}+q_3}^\mu(chr)$  і  $L_{-\frac{1}{2}+q_3}^\mu(chr)$ .

Розв'язок крайової задачі (1)- (5) побудовано методом функцій Коші

$$u_1(r) = A_1 chq_1 r + B_1 shq_1 r + \int_{R_0}^{R_1} E_1(r, \rho) g_1(\rho) d\rho,$$

$$u_2(r) = A_2 I_{q_2, \alpha}(\lambda r) + B_2 K_{q_2, \alpha}(\lambda r) + \int_{R_1}^{R_2} E_2(r, \rho) g_2(\rho) \rho^{2\alpha-1} d\rho, \quad (6)$$

$$u_3(r) = A_3 P_{v_3}^\mu(chr) + B_3 L_{v_3}^\mu(chr) + \int_{R_2}^{R_3} E_3(r, \rho) g_3(\rho) sh\rho d\rho, \quad v_3 = -\frac{1}{2} + q_3.$$

У рівностях (6)  $E_j(r, \rho)$ - функції Коші:  $E_j(r, \rho) \Big|_{r=\rho+0} - E_j(r, \rho) \Big|_{r=\rho-0} = 0$ .