Секція: **МАТЕМАТИКА**
Керівник: **доц. Б.Шелестовський**
Секретар: Г. Габрусєв

УДК 517.9

Г. Габрусєв, І. Габрусєва
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

МЕТОДИКА НАБЛИЖЕНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ ФРЕДГОЛЬМА ПЕРШОГО РОДУ

Безпосереднє використання класичних методів регуляризації рівнянь

$$\int_a^b y(t)K(t,r)\,dt = f(r), \qquad a \le r \le b, \tag{1}$$

у прикладних задачах механіки деформівного твердого тіла утруднюється необхідністю відшукання параметра регуляризації. В багатьох випадках, зокрема при розв'язанні контактних задач теорії пружності, доцільніше звести інтегральне рівняння (1) до нескінченої системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Для цього представимо шукану функцію у вигляді:

$$y(t) = \sqrt{t}\sum_{n=1}^{\infty} a_n L_n(t,\gamma_n), \tag{2}$$

де $L_n(t,\gamma_n) = N_0(\gamma_n)\,J_0\left(\dfrac{t}{a}\gamma_n\right) - J_0(\gamma_n)\,N_0\left(\dfrac{t}{a}\gamma_n\right)$, $J_0(t)$ та $N_0(t)$ – циліндричні функції, γ_n – додатні корені рівняння $N_0(x)\,J_0\left(\dfrac{b}{a}x\right) - J_0(x)\,N_0\left(\dfrac{b}{a}x\right) = 0$, a_n – невідомі коефіцієнти. Враховуючи вираз (2), інтегральне рівняння (1) набуде вигляду:

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n K_n(r) = f(r),\ a \le r \le b, \text{ де } K_n(r) = \int_a^b \sqrt{t}L(t,\gamma_n)\,K(t,r)\,dt. \tag{3}$$

Оскільки в прикладних задачах, як правило, функції $K_n(r)$ та $f(r)$ перетворюються в нуль при $r = a$ та $r = b$ і є кусково неперервними на відрізку $[a;b]$, то кожну з них можна подати у вигляді узагальненого ряду Фур'є:

$$K_n(r) = \sqrt{r}\sum_{j=1}^{\infty} c_j^n L(r,\gamma_j), \qquad f(r) = \sqrt{r}\sum_{j=1}^{\infty} b_j L(r,\gamma_j). \tag{4}$$

Вирази для коефіцієнтів c_q^n та b_q можна легко отримати помноживши на $\sqrt{r}\,L(r,\gamma_q)$ ліву і праву частину рівностей (4) та проінтегрувавши отримані вирази по r від a до b. Врахувавши представлення (4) отримаємо систему, рівносильну (3):

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(\sum_{j=1}^{\infty} c_j^n L_n(r,\gamma_j)\right) = \sum_{j=1}^{\infty} b_j L_n(r,\gamma_j). \tag{5}$$

Помноживши ліву і праву частину співвідношення (4) на $\sqrt{r}L_n(r,\gamma_q)$ та проінтегрувавши по r на відрізку $[a,b]$, одержимо рівність

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n c_q^n = b_q, \tag{6}$$

що є нескінченою системою лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих a_n. N – кількість доданків частинної суми ряду (2) можна вибирати довільно. Чим більшим є це число, тим ближчою до точного розв'язку (1) є побудована функція (2).