УДК 536.24

В. Михайлишин, Г. Семенишин
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ В ПОРОЖНИННИХ ЦИЛІНДРАХ, ЩО ВИНИКАЮТЬ В ПРОЦЕСАХ НАПЛАВЛЕННЯ ЇХ ЗОВНІШНЬОЇ ПОВЕРХНІ

Задачі математичного моделювання процесів, які протікають при наплавленні робочої поверхні порожнинних циліндрів з метою відновлювання експлуатаційних властивостей (наприклад роликів МБЛЗ) є надзвичайно складні. В зв'язку з цим бажано розробити інженерні методики, які б з достатньою для практики точністю дозволяли моделювати теплові процеси при таких технологічних операціях.

Розглядається задача теплопровідності для порожнинного циліндра довжиною $2l$ і внутрішнім та зовнішнім радіусами R_1 і R_2.

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a^2\left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial t}{\partial r} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}\right) + \frac{W(r, z, \tau)}{\lambda}, \quad \frac{\partial t}{\partial z} \pm h^{\pm}(t - t_c) = 0 \text{ при } z = \pm l. \tag{1}$$

$$\frac{\partial t}{\partial r} - k_1(t - t_{1r}) = 0 \quad \text{при} \quad r = R_1, \quad \frac{\partial t}{\partial r} + k_2(t - t_{2r}) = 0 \quad \text{при} \quad r = R_2. \tag{2}$$

$t = t_c$ при $\tau = 0$

Розв'язок задачі шукається у вигляді розкладу за власними функціями задачі по z у вигляді

$$T(r, z, \tau) = \sum_{k=1}^{\infty} \theta_k(r, \tau)(\cos \nu_k z + \beta_k \sin \nu_k z), \tag{3}$$

де ν_k - додатні корені рівняння $tg 2\nu_k l = \dfrac{\nu_k(h^- + h^+)}{\nu_k^2 - h^- h^+}$, $k = 1, 2, \ldots$.

Для знаходження функції $\theta_k(r, \tau)$ отримана крайова задача

$$\frac{\partial \theta_k}{\partial \tau} = a^2\left(\frac{\partial^2 \theta_k}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \theta_k}{\partial r} - \nu_k^2 \theta_k\right) + \frac{w_k(r, \tau)}{\lambda}, \quad \theta_k(r, \tau) = 0 \quad \text{при} \quad \tau = 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \theta_k}{\partial r} - k_1(\theta_k - t_{1k}) = 0 \text{ при } r = R_1, \ \frac{\partial \theta_k}{\partial r} + k_2(\theta_k - t_{2k}) = 0 \text{ при } r = R_2, k = 1, 2, \ldots. \tag{5}$$

де $w_k(r, \tau) = \dfrac{2\nu_k}{2\nu_k l(1 + \beta_k^2) + (1 - \beta_k^2)\sin 2\nu_k l} \cdot \displaystyle\int_{-l}^{l} W(r, z, \tau) Z_k(z)\, dz$,

$W(r, z, \tau)$ - інтенсивність розподілених джерел тепла; $\beta_k = \dfrac{\nu_k \sin \nu_k l - h^+ \cos \nu_k l}{\nu_k \cos \nu_k l + h^+ \sin \nu_k l}$

Отримана крайова задача розв'язується числовим способом, запропонованим в роботі [1].

Перелік посилань

1. Михайлишин М. С. Про один числовий метод розв'язування осесиметричних задач теплопровідності тонких оболонок обертання /Михайло Михайлишин // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 1999. – Том 4. – № 1. –С.10-15.