

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ КОНСОЛІДАЦІЇ В БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ НЕОДНОРІДНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ СЕРЕДОВИЩАХ ВОЛОГОМІСТКИХ ПОРИСТИХ ЧАСТИНОК

При фільтраційному відтиску виникають внутрішні і зовнішні градієнти тисків відповідно в частинках і міжчастинковому просторі, які спричинюють відтоки рідини із пласту та частинок. При цьому внутрішні потоки рідини спрямовані від середини мікропор вологомістких частинок до їх поверхонь. Нами виконано узагальнення вказаних підходів на неоднорідну багатоскладову циліндричну область фільтраційної консолідації. Фільтрувальне середовище поступає вздовж вісі  $z$  на вхід робочої області (межа  $z=l_0$ ), де через фільтрувальну мембрану (положення  $r=R$ ) відбувається розділення твердої і рідинної фази, рідинна фаза проходить крізь пори фільтрувальної перепони, а непроникна тверда фаза здійснює рух вздовж вісі  $z$  в напрямі виходу із циліндричного робочого каналу (межа  $z=l$ ).

Математична постановка задачі з урахуванням неоднорідностей властивостей консолідації осаду вздовж напрямку руху фільтрувального середовища шляхом апроксимації неоднорідної області  $l_0, l$  кусково-однорідною: побудувати обмежений в області

$D = \left\{ t, r, z : t > 0, r \in (R_0, R); z \in \bigcup_{k=1}^{n+1} l_{k-1}, l_k, 0 \leq l_0 < l_{n+1} < \infty \right\}$  розв'язок системи рівнянь:

$$\frac{1}{v_1} \left( \frac{\partial^2 P_k(t, r, z)}{\partial t^2} \right) + (1 + \delta_1) \frac{\partial P_k}{\partial t} = \left( \frac{1}{v_1} \frac{\partial}{\partial t} + 1 \right) b_{r_0}^2 \left[ \frac{\partial^2 P_k}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P_k}{\partial r} \right] + \left( \frac{1}{v_1} \frac{\partial}{\partial t} + 1 \right) b_k^2 \frac{\partial^2 P_k}{\partial z^2} + f(t, r),$$

$$f_k(t, r) = \frac{1}{v_1} \frac{\partial^2 P_0(t, r)}{\partial t^2} + (1 + \delta_i) \frac{\partial P_0}{\partial t}, \quad k = \overline{1, n+1} \quad (1)$$

$$\text{з початковими умовами } P_k(t, r, z)|_{r=0} = g_{1k}(r, z); \quad \frac{\partial P_k}{\partial r} \Big|_{r=0} = g_{2k}(r, z), \quad (2)$$

$$\text{крайовими умовами по змінній } r \quad \frac{\partial P_k}{\partial r} \Big|_{r=R_0} = 0; \quad P_k(t, r, z)|_{r=R} = g_k(t, z), \quad (3)$$

крайовими та інтерфейсними умовами по змінній  $z$

$$P_1(t, r, z) \Big|_{z=l_0} = P_0(t, r); \quad P_{n+1}(t, r, z) \Big|_{z=l_{n+1}} = P_l(t, r);$$

$$P_k(t, r, z) - P_{k+1}(t, r, z) \Big|_{z=l_k} = 0, \quad \left[ \frac{\partial P_k}{\partial z} - \frac{\zeta_{k+1}}{\zeta_k} \frac{\partial P_{k+1}}{\partial z} \right] \Big|_{z=l_k} = 0, \quad k = \overline{1, n} \quad (4)$$

Тут  $P_k(t, r, z)$ ,  $k = \overline{1, n+1}$  – функції просторово-часових розподілів тисків у рідкій фазі неоднорідного фільтрувального середовища;  $l_{k-1}, l_k$ ,  $k = \overline{1, n+1}$   $k$ -ий пласт (сегмент) середовища вздовж вісі  $Z$ ;  $b_k^2$  – складова коефіцієнта консолідації твердої фази вздовж осевого напрямку переносу (вісі  $Z$ ) в  $k$ -му пласті неоднорідного фільтрувального середовища;  $b_{r_0}^2$  – радіальна складова коефіцієнта консолідації твердої фази (вздовж вісі  $r$ );  $\mu$ ,  $r_k$  – коефіцієнти динамічної в'язкості рідини і опору  $k$ -го пласта середовища.

1. Дейнека В.С. Функциональная идентификация коэффициентов внутричастичной диффузии в неоднородном слое нанопористых частиц / Дейнека В.С., Петрик М.Р., Михалик Д.М. // Проблемы управления и информатики. – 2012. – № 1. – С. 10–31.