УДК 519.218

Б. Млинко, М. Фриз, В. Яскілка
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

УМОВНІ ЛІНІЙНІ ПРОЦЕСИ В ЗАДАЧАХ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРІОДИЧНИХ ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ

Умовний лінійний випадковий процес (УЛВП) $\xi(t), t \in (-\infty, \infty)$ зображається у вигляді стохастичного інтеграла виду:

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau, t) d\eta(\tau),$$

де $\varphi(\tau, t), \tau, t \in (-\infty, \infty)$ − дійсна *випадкова* функція; $\eta(\tau), \tau \in (-\infty, \infty)$, $\mathbf{P}(\eta(0) = 0) = 1$ − дійсний гільбертовий стохастично неперервний випадковий процес із незалежними приростами; $\mathbf{M}\eta(\tau) = a(\tau) < \infty$ і $\mathbf{D}\eta(\tau) = b(\tau) < \infty$, $\forall \tau$; випадкові функції $\varphi(\tau, t)$ (ядро УЛВП) і $\eta(\tau)$ (породжуючий процес) є стохастично незалежними.

Наведений вище стохастичний інтеграл існує в розумінні збіжності в середньоквадратичному послідовності відповідних інтегральних сум тоді й тільки тоді, коли $\mathbf{M}\{\xi(t)\}^2 = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{M}\{\varphi(\tau_1, t)\varphi(\tau_2, t)\} da(\tau_1) da(\tau_2) + \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{M}\varphi^2(\tau, t) db(\tau) < \infty$.

Для багатьох стохастичних сигналів, математична модель яких може бути зображена у вигляді умовного лінійного процесу, характерною є також властивість ритмічності, яка може бути викликана різними факторами, наприклад, добовою, тижневою чи сезонною циклічністю (економічні процеси, процеси ресурсоспоживання, навантаження комп'ютерних мереж), циклічністю серцевих скорочень (біологічні сигнали) та ін. Найбільш загальною моделлю ритмічних сигналів є періодичний (циклостаціонарний) випадковий процес, скінченновимірні функції розподілу якого є періодичними за сукупністю своїх часових аргументів.

Конструктивні властивості УЛВП дозволяють врахувати у відповідних моделях причини ритмічних властивостей досліджуваних сигналів. У доповіді розглядається зв'язок УЛВП з періодично корельованими випадковими процесами, де враховується періодичність лише перших двох моментих функцій.

Введемо наступні позначення: $\phi(\tau, t) = \mathbf{M}\varphi(\tau, t)$ − математичне сподівання ядра УЛВП, $R_\varphi(\tau_1, \tau_2; t_1, t_2) = \mathbf{M}\{\varphi_0(\tau_1, t_1)\varphi_0(\tau_2, t_2)\}$ − кореляційна функція ядра УЛВП, де $\varphi_0(\tau, t) = \varphi(\tau, t) - \mathbf{M}\varphi(\tau, t)$ − центроване ядро УЛВП.

Нехай існує дійсне число (період) $T > 0$ таке, що для характеристик породжуючого процесу $\eta(\tau)$ та ядра $\varphi(\tau, t)$ виконуються умови:

1) $da(\tau) = da(\tau + \alpha T)$ і $db(\tau) = db(\tau + \alpha T)$;
2) $\phi(\tau, t) = \phi(\tau + \alpha T, t + T)$;
3) $R_\varphi(\tau_1, \tau_2; t_1, t_2) = R_\varphi(\tau_1 + \alpha T, \tau_2 + \alpha T; t_1 + T, t_2 + T)$, $\alpha \in \mathbf{R}$.

У доповіді обґрунтовано, що за виконання наведених вище умов, УЛВП $\xi(t), t \in (-\infty, \infty)$ є періодично корельованим випадковим процесом, тобто його математичне сподівання та кореляційна функція є періодичними за сукупністю аргументів: $\mathbf{M}\xi(t) = \mathbf{M}\xi(t + T)$ і $R_\xi(t_1, t_2) = R_\xi(t_1 + T, t_2 + T)$.

Отримані результати дозволяють обґрунтовано використовувати УЛВП у задачах математичного моделювання стохастично періодичних сигналів.