УДК 004.415.5

**Д. Боднар, М. Бубняк, О. Ковальчук**
(Тернопільський національний економічний університет)

# УМОВИ ЗБІЖНОСТІ 1-ПЕРІОДИЧНОГО ГІЛЛЯСТОГО ЛАНЦЮГОВОГО ДРОБУ СПЕЦІАЛЬНОГО ВИГЛЯДУ

Розглянемо 1-періодичний гіллястий ланцюговий дріб вигляду

$$\left(1+\underset{k=1}{\overset{\infty}{D}}\sum_{i_k=1}^{i_{k-1}}\frac{c_{i_k}}{1}\right)^{-1}, \tag{1}$$

де $c_j \in C$ ( $j=\overline{1,N}$ ), $N$ – фіксоване натуральне число.

Вираз $F_n=\left(1+\underset{k=1}{\overset{n}{D}}\sum_{i_k=1}^{i_{k-1}}\frac{c_{i_k}}{1}\right)^{-1}$ - $n$-ий підхідний дріб (1) ( $n\ge 0$ , $F_0=1$ ) , $R_n^{(q)}=1+\underset{k=1}{\overset{n}{D}}\sum_{j_k=1}^{j_{k-1}}\frac{c_{i_k}}{1}$ - $n$-ий залишок $q$-го порядку ( $q=\overline{1,N}$ ; $n\ge 1$; $j_0=q$ ; $R_0^{(q)}=1$ ; $R_n^{(0)}=1$ )

Для підхідних дробів (1) встановлено оцінку при $n>m\ge 0$

$$\left|F_n-F_m\right|\le\frac{1}{\left|R_n^{(N)}\right|\cdot\left|R_m^{(N)}\right|}\sum_{i_1+i_2+\ldots+i_N=m+1}\frac{\left|c_1\right|^{k_1}\left|c_2\right|^{k_2}\ldots\left|c_N\right|^{k_N}}{\prod_{j=1}^{N}\prod_{r=1}^{k_j}\left(\left|R^{(j)}_{n-s_j-r}\right|\cdot\left|\hat{R}^{(j)}_{m-s_j-r}\right|\cdot\right)}, \tag{2}$$

де залишок $\hat{R}_k^{(j)}$ рівний 1, якщо $k=-1$ і $R_k^{(j)}$, якщо $k\ge 0$ ( $j=\overline{1,N}$ ), $s_j=\sum_{l=j+1}^{N}k_l$ .

**Теорема**. Нехай елементи дробу (1) задовольняють умови: $c_j\in P_j$ ( $j=\overline{1,N}$ ), де

$$P_j=\left\{z\in C:|z|-\operatorname{Re}z\le 2l_j\right\},\ l_j=\tfrac{1}{2N}\left(1-\tfrac{j}{2N}\right).$$

Тоді
1) дріб (1) збігається;
2) областю значень його є круг: $K=\left\{z\in C:|z-1|\le 1\right\}$ ;
3) якщо $\left|c_j\right|<\frac{1}{2}\left(1-\frac{j}{2N}\right)\left(1-\frac{j-1}{2N}\right)$ , то справджується оцінка швидкості збіжності

$$\left|F_n-F_m\right|\le L\sum_{k_1+k_2+\cdots+k_N=m+1}p_1^{k_1}p_2^{k_2}\ldots p_N^{k_N},$$

де $p_1=\left|\frac{1-\sqrt{1+4c_1}}{1+\sqrt{1+4c_1}}\right|$, $p_j=\frac{\left|c_j\right|}{\left(1-j/2N\right)\left(1-(j-1)/2N\right)-\left|c_j\right|}$ ( $j=\overline{2,N}$ ), стала $L=4\prod_{j=1}^{N}M_j$ , $M_1=\frac{\left|1+\sqrt{1+4c_1}\right|\left(1+p_1\right)}{2\left(1-p_1\right)^2}$, $M_j=\frac{2N+1-j}{2(2N-j)p_j}$ .