

УДК 537.8

Д.Б. Куриляк, О.М. Шарабура

Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України,
 м. Львів, Україна

ВПЛИВ КРАЇВ ДІАФРАГМИ НА БЛИЖНЄ ПОЛЕ КОНІЧНОГО ЗОНДА ЗА ОСЕСИМЕТРИЧНОГО ЗБУДЖЕННЯ

Для вдосконалення засобів дослідження нанорозмірних об'єктів використовують мікроскопію, що базується на аналізі ближнього електромагнітного поля оптичного діапазону в діафрагмі малого розміру. Тоді роздільна здатність діагностичної системи визначається її розміром і дозволяє ідентифікувати об'єкти суттєво менші за довжину зондувальної хвилі [1,2].

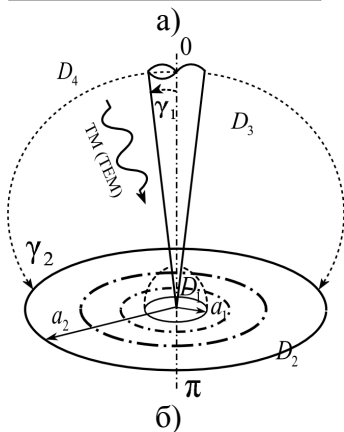
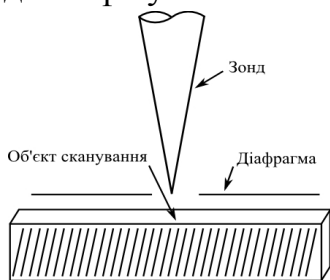


Рисунок 1 -

Геометрична схема: а) сканування, б) математичної моделі.

Для моделювання впливу розміру апертури та зонда на поведінку ближнього поля, запропоновано використати біконічну структуру одне плече якої – безмежний конус, а друге – скінченний конус із зрізаною вершиною і кутом розхилу 90° (рис. 1).

Відповідна електродинамічна задача розв'язана методом частинних областей із застосуванням процедури аналітичної регуляризації [3,4], що дозволяє знаходити поле у довільній точці простору з заданою точністю. Залежність поля від часу приймаємо у вигляді $e^{-i\omega t}$.

Нехай у сферичній системі координат (r, θ, φ) задано ідеально провідний біконус $Q=Q_1 \cup Q_2$, де

$$Q_1 : \{r \in (0, \infty), \theta = \gamma_1, \varphi \in [0, 2\pi)\}, \quad Q_2 : \{r \in (a_1, a_2), \theta = \gamma_2; \varphi \in [0, 2\pi)\}.$$

Біконус Q збуджується осесиметрично власною модою. Відповідне електромагнітне поле має відмінні від нуля компоненти $(E_r, E_\theta, H_\varphi)$. Магнітну компоненту падаючого поля подамо так

$$H_\varphi^i(r, \theta) = \frac{i\omega \varepsilon \Psi_{\nu_p-1/2}(\cos\theta) \Psi_{\nu_p-1/2}(\cos\theta_0)}{\sqrt{sr_0}} \begin{cases} K_{\nu_p}(sr) I_{\nu_p}(sr_0), & r \geq r_0 \\ I_{\nu_p}(sr) K_{\nu_p}(sr_0), & r \leq r_0 \end{cases} \quad (1)$$

Тут r_0, θ_0 – координати джерела, $r_0 \in (a_1, a_2)$, $\theta_0 \in (\gamma_1, \gamma_2)$; $\Psi_{\nu_p-1/2}(\cos\theta) = 1/\sin\theta$, коли $p=1$ та $\Psi_{\nu_p-1/2}(\cos\theta) = \partial/\partial\theta[R_{\nu_p-1/2}(\cos\theta)]$, коли $p > 1$;

$$R_{\nu_p-1/2}(\cos\theta) = P_{\nu_p-1/2}(\cos\theta)P_{\nu_p-1/2}(-\cos\gamma_1) - P_{\nu_p-1/2}(-\cos\theta)P_{\nu_p-1/2}(\cos\gamma_1),$$

$P_{\nu_p-1/2}(\cos\theta)$ – функція Лежандра, $I_\nu(sr)$, $K_\nu(sr)$ відповідно модифікована функція Бесселя та функція Макдональда, $s = -ik$ ($k = k' + ik'' = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$, $k', k'' > 0$); ν_p – дійсний додатній корінь рівняння $R_{\nu_p-1/2}(\cos\gamma_2) = 0$, $\nu_1 = 1/2$ ($\nu_p \neq p+1/2$, $p=1, 2, 3, \dots$).

Електромагнітне поле, збуджуване (1), виражаємо через скалярний потенціал Дебая у вигляді:

$$E_r = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta}), E_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (rU), H_\varphi = i\omega \varepsilon \frac{\partial U}{\partial \theta}. \quad (2)$$

З урахуванням співвідношень (2) відповідна електродинамічна задача зводиться до розв’язання крайової задачі для рівняння Гельмгольца

$$\Delta U + k^2 U = 0, \quad (3)$$

з граничною умовою на \mathbf{Q} , умовою випромінювання, та умовою обмеження енергії електромагнітного поля у будь якому скінченному об’ємі. Тут $U(r, \theta)$ – невідомий потенціал дифрагованого поля. Для рішення задачі виділимо підобласті:

$$D_1 : \{r \in [0, a_1), \theta \in (\gamma_1, \pi]; \varphi \in [0, 2\pi)\}, \quad D_2 : \{r \in (a_1, a_2), \theta \in (\gamma_2, \pi]; \varphi \in [0, 2\pi)\}, \quad (4)$$

$$D_3 : \{r \in (a_1, a_2), \theta \in (\gamma_1, \gamma_2); \varphi \in [0, 2\pi)\}, \quad D_4 : \{r \in (a_2, \infty), \theta \in (\gamma_1, \pi]; \varphi \in [0, 2\pi)\}.$$

У кожній з областей (4) магнітну компоненту дифрагованого поля подамо рядами у вигляді [5]:

$$H_\varphi(r, \theta) = \begin{cases} \frac{i\omega \varepsilon}{\sqrt{sr}} \sum_{n=1}^{\infty} x_n^{(1;1)} \frac{\partial}{\partial \theta} P_{z_n-1/2}(-\cos \theta) \frac{I_{z_n}(sr)}{I_{z_n}(sa_1)}, & (r, \theta) \in D_1 \\ \frac{i\omega \varepsilon}{\sqrt{sr}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial}{\partial \theta} P_{\mu_n-1/2}(-\cos \theta) \left[x_n^{(2;1)} \frac{K_{\mu_n}(sr)}{K_{\mu_n}(sa_1)} + x_n^{(2;2)} \frac{I_{\mu_n}(sr)}{I_{\mu_n}(sa_2)} \right], & (r, \theta) \in D_2 \\ H_\varphi^i(r, \theta) + \frac{i\omega \varepsilon}{\sqrt{sr}} \sum_{n=1}^{\infty} \Psi_{v_n-1/2}(\cos \theta) \left[x_n^{(3;1)} \frac{K_{v_n}(sr)}{K_{v_n}(sa_1)} + x_n^{(3;2)} \frac{I_{v_n}(sr)}{I_{v_n}(sa_2)} \right], & (r, \theta) \in D_3 \\ \frac{i\omega \varepsilon}{\sqrt{sr}} \sum_{n=1}^{\infty} x_n^{(4;1)} \frac{\partial}{\partial \theta} P_{z_n-1/2}(-\cos \theta) \frac{K_{z_n}(sr)}{K_{z_n}(sa_2)}. & (r, \theta) \in D_4 \end{cases} \quad (5)$$

Тут $x_n^{(1;1)}, x_n^{(2;1)}, x_n^{(2;2)}, x_n^{(3;1)}, x_n^{(3;2)}, x_n^{(4;1)}$ – невідомі коефіцієнти розкладу; $\{z_n\}_{n=1}^{\infty}, \{\mu_n\}_{n=1}^{\infty}, \{v_n\}_{n=1}^{\infty}$ – зростаючі послідовності додатних коренів рівнянь $P_{z_n-1/2}(-\cos \gamma_1) = 0, P_{\mu_n-1/2}(-\cos \gamma_2) = 0, R_{v_n-1/2}(\cos \gamma_2) = 0$.

Використовуючи методи спряження полів та аналітичної регуляризації, задачу зводимо до розв’язання нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (НСЛАР) другого роду, яку записуємо так

$$\begin{cases} X - A^{-1}(A - A_{11})X + A^{-1}A_{12}Y = A^{-1}F_1, \\ Y - A^{-1}(A - A_{22})Y + A^{-1}A_{21}X = A^{-1}F_2. \end{cases} \quad (6)$$

Тут $X = \{x_n\}_{n=1}^{\infty}, Y = \{y_n\}_{n=1}^{\infty}$ – невідомі вектори, $x_n = q(z_n, \gamma_2)x_n^{(1;1)}, y_n = q(z_n, \gamma_2)x_n^{(4;1)}, q(z_n, \gamma_2) = (z_n^2 - 0.25)P_{z_n-1.2}(-\cos \gamma_2), A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}$ – нескінченні матриці з елементами

$$a_{jn}^{(11)} = \frac{sa_1 W[K_{\xi_j} I_{z_n}]_{sa_1}}{\Delta_{jn} I_{z_n}(sa_1) K_{\xi_j}(sa_1)}, \quad a_{jn}^{(12)} = \frac{sa_2 W[K_{z_n} K_{\xi_j}]_{sa_2}}{\Delta_{jn} K_{z_n}(sa_2) K_{\xi_j}(sa_1)},$$

$$a_{jn}^{(21)} = \frac{sa_1 W[I_{\xi_j} I_{z_n}]_{sa_1}}{\Delta_{jn} I_{\xi_j}(sa_2) I_{z_n}(sa_1)}, \quad a_{jn}^{(22)} = \frac{sa_2 W[K_{z_n} I_{\xi_j}]_{sa_2}}{\Delta_{jn} I_{\xi_j}(sa_2) K_{z_n}(sa_2)},$$
(7)

$F_1 = \{f_j^{(1)}\}_{j=1}^\infty$, $F_2 = \{f_j^{(2)}\}_{j=1}^\infty$ – відомі вектори; $\Delta_{jn} = \xi_j^2 - z_n^2$, $\{\xi_n\}_{n=1}^\infty = \{\nu_n\}_{n=1}^\infty \cup \{\mu_n\}_{n=1}^\infty$ – зростаюча послідовність. Матричні елементи регуляризуючих операторів A , A^{-1} задаються формулами [4].

Розв’язок НСЛАР (6) можна отримати з заданою точністю для довільних геометричних розмірів системи та частотного параметра у класі послідовностей $x_n, y_n = O(n^{-1/2})$, коли $n \rightarrow \infty$, що забезпечує виконання усіх необхідних умов, включаючи умови Мейкснера на краях розсіювача.

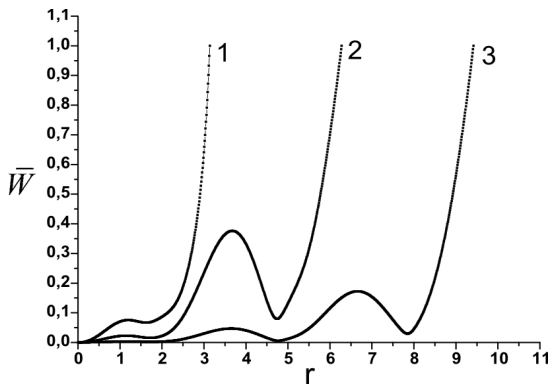


Рисунок 2 - Розподіл поля в діафрагмі,
 $\theta = \pi/2$; $a_1 = 316 \text{ nm}$ (1),
 $a_1 = 632 \text{ nm}$ (2), $a_1 = 949 \text{ nm}$ (3)

Систему рівнянь (6) використали для дослідження особливостей формування ближнього поля у діафрагмі з отвором за наявності зонда (див. рис. 1). Наведені тут характеристики поля обчислювались за таких значень параметрів біконуса: $\gamma_1 = 5^\circ$, $\gamma_2 = 89.99^\circ$, $a_1 = 316; 632; 949 \text{ nm}$, $a_2 = 1511 \text{ nm}$. Біконус опромінювався електромагнітною хвилею, що відповідає довжині хвилі гелій-неонового лазера $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. Дослідили ефект проникнення поля в малий отвір на диску за збудження ТЕМ-

модю ($\nu_1 = 0.5$). На рис. 2 показані нормовані залежності $\bar{W} = (E_r^2 + E_\theta^2)r^2 \sin \theta$ як функції радіальної координати r , при $\theta = \pi/2$ і різних значеннях радіусу діафрагми a_1 .

1. E.A.Ash, G. Nichols, Nature **237**, 510 (1972).
2. E. Betzig, A. Lewis, A. Harootunian, M. Isaacson, E. Kratschmer, Biophys. J. **49**, 269 (1986).
3. D.B. Kuryliak, Z.T. Nazarchuk, Radio science **43**, RS4S03 (2008).
4. Д.Б. Куриляк, З.Т. Назарчук, “Аналітико-числові методи в теорії дифракції хвиль на кінцевих і клиноподібних поверхнях” (Наук. думка, Київ, 2006).
5. D.B. Kuryliak, O.M. Sharabura, Proc. International Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Kharkiv, Ukraine, 2012) 427.