УДК 536.2

В. Михайлишин, Г. Семенишин
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ В ТОНКИХ ПЛАСТИНКАХ

Розглядається нелінійна задача теплопровідності для тонкої пластинки [1], коефіцієнт теплопровідності якої і об'ємна теплоємність є функціями температури $\lambda_t(t)=\lambda_t^{(0)}\lambda_t^*(t),\ c_v(t)=c_v^{(0)}c_v^*(t).$ В багатьох випадках характер зміни $\lambda_t^*(t)$ і $c_v^*(t)$ однаковий і можна вважати коефіцієнт температуропровідності $a=\lambda_t(t)/c_v(t)$ постійним. Тоді задачу можна лінеаризувати шляхом введення змінної Кірхгофа і привести до вигляду

$$div\ grad\theta=\frac{1}{a}\frac{\partial\theta}{\partial\tau}-\frac{W}{t_0\lambda_t^{(0)}},\ \ \theta=\int_0^T\lambda_t^*(T)dT,\ \lambda_t^{(0)}\frac{\partial\theta}{\partial z}\pm\alpha^{\pm}\left[T(\theta)-T_c^{\pm}\right]=0\quad z=\pm\delta,$$

$$\lambda_t^{(0)}\frac{\partial\theta}{\partial n}+\alpha_s\left[T(\theta)-T_{\ s}\right]=0\quad \text{í à}\, S,\ \ \theta(\tau=0)=\theta_0,\ \ \theta_0=\int_0^{T_0}\lambda_t^*(T)dT.$$

Для тонких пластин приймається лінійний закон зміни змінної Кірхгофа θ за товщиною пластинки. Тоді відомим способом отримуються рівняння і граничні умови для інтегральних характеристик змінної Кірхгофа. Якщо задача теплопровідності симетрична відносно серединної площини пластинки, то отримаємо таку крайову задачу

$$\Delta\theta-\chi_0^2\left[T(\theta)-T_c\right]=\frac{1}{a}\frac{\partial\theta}{\partial\tau}-\frac{w}{2\delta\lambda_t^{(0)}t_0},\ \ \chi_0^2=\frac{\alpha}{\delta\lambda_t^{(0)}},$$

$$\lambda_t^{(0)}\frac{\partial\theta}{\partial n}+\alpha_s\left[T(\theta)-\theta_s\right]=0\ \ \text{í à}\, S,\ \ \theta(\tau=0)=\theta_0,\ \Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Для випадку, коли коефіцієнт теплопровідності є лінійною функцією температури $\lambda_t(T)=\lambda_t^{(0)}\left(1+kT\right)$, можемо знайти таку залежність температури від змінної Кірхгофа $T=\frac{1}{k}\left(\sqrt{1+2k\theta}-1\right),$ підстановка якої в приведені вище рівняння приводить до нелінійної відносно θ задачі. Для розв'язування цієї задачі пропонується використати лінеаризацію Ньютона-Канторовича

$$T(\theta^{(n+1)})=\frac{1}{\sqrt{1+2k\theta^{(n)}}}\left(\frac{1}{k}+\theta^{(n)}+\theta^{(n+1)}\right)-\frac{1}{k}.$$

Тоді для знаходження θ отримаємо наступний ітераційний процес

$$\Delta\theta^{(n+1)}-\chi_0^2\left[\frac{1}{\sqrt{1+2k\theta^{(n)}}}\left(\frac{1}{k}+\theta^{(n)}+\theta^{(n+1)}\right)-\frac{1}{k}-T_s\right]=\frac{1}{a}\frac{\partial\theta}{\partial\tau}-\frac{w}{2\delta\lambda_t^{(0)}t_0},$$

$$\lambda_t^{(0)}\frac{\partial\theta^{(n+1)}}{\partial n}+\alpha_s\left[\frac{1}{\sqrt{1+2k\theta^{(n)}}}\left(\frac{1}{k}+\theta^{(n)}+\theta^{(n+1)}\right)-\frac{1}{k}-\theta_s\right]=0\ \ \text{í à}\, S,\ \ \theta(\tau=0)=\theta_0.$$

В якості нульового наближення можна прийняти $\theta^{(0)}=0.$ Для розв'язування отриманої задачі в кожному наближенні можна використати числовий метод [2].

1. В.С.Попович Моделирование теплових полей в тонких термочувствительных пластинах. Моделирование и оптимизация сложных сложных механических систем. Киев, 1990.-С 70-75.
2. Михайлишин М. Про один числовий метод розв'язування задач теплопровідності тонких оболонок обертання. Вісник Тернопільського державного технічного університету, Тернопіль:1999.-том4.-Число1.-С 10-15.