

СЕКЦІЯ 1. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

УДК 519.6

І. Баран, О. Дуда

(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ЦИЛІНДРИЧНОГО ПІДЗЕМНОГО СХОВИЩА

Одним із можливих шляхів вирішення проблеми захоронення сильнотоксичних відходів є складування спеціальних контейнерів з відходами на великій глибині. При цьому упродовж кількох перших десятків років їх зберігання завдяки хімічним реакціям їх вмісту відбувається розігрів контейнерів і оточуючого середовища. Це породжує температурні деформації оточуючого масиву, що супроводжується появою тріщин у контейнерах, і, як наслідок, забрудненням водоносних горизонтів.

Враховуючи складність об'єктів та режимів зовнішнього впливу, якісне дослідження можливе лише за допомогою засобів сучасного математичного моделювання.

Підземне сховище можна представити у вигляді складеної конструкції, виготовленої з двох циліндрів, з'єднаних між собою тонким включенням. На границі конструкції із зовнішнім середовищем задаються різні варіанти крайових умов першого, другого та третього роду. На тонкому включенні для врахування впливу його фізичних характеристик на модельоване температурне поле складеного циліндричного тіла, записані неоднорідні умови спряження неідеального теплового контакту.

Таким чином, визначено еліптичне рівняння в полярній системі координат. Формулюється крайова задача, що зводиться до деякої варіаційної задачі. Для розв'язування задачі у варіаційній постановці використовується обчислювальний підхід – дискретизація області на основі методу скінчених елементів (МСЕ) [1]. Варто зазначити, що у побудованій функціонал входять параметри крайових умов другого, третього роду та умов спряження. Умови мінімуму функціоналу ведуть до системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) з симетричною розрідженою додатно визначеною матрицею МСЕ. Врахування умов спряження полягає у подвійній нумерації точок, які належать включенню, тобто по різні сторони від включення точки з однаковими координатами мають різні номери. Врахування неоднорідних крайових умов першого роду відбувається програмно на етапі формування матриці МСЕ, шляхом її переформування. Зменшення ширини стрічки ненульових елементів матриці забезпечується її впорядкуванням – перенумерацією вузлів профільним методом (алгоритм Катхілла-Маккі). СЛАР розв'язується за допомогою модифікованого методу квадратних коренів (методу Холецкого).

З використанням класів кусково-поліноміальних розривних функцій МСЕ побудовані високоточні алгоритми дискретизації розглядуваних задач.

Із використанням розробленого програмного забезпечення в середовищі С++ Builder 6, в основі якого лежать отримані алгоритми, розв'язано модельні приклади. Використання для апроксимації кусково-лінійних та кусково-квадратичних функцій МСЕ для однакової кількості вузлів розбиття дає розв'язки однакового порядку точності. Отримані результати дають змогу відобразити температурне поле у кожній вузловій точці розглядуваного об'єкту.

1. В.С. Дейнека. Модели и методы решения задач в неоднородных средах / В.С. Дейнека, И.В. Сергиенко. – Киев: Наукова думка, 2001. – 606 с. – ISBN 966-00-0701-9