УДК 519.6

В. Дейнека[1], М. Петрик[2]

[1] *(Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України)*

[2] *(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)*

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ІДЕНТИФІКАЦІЇ КІНЕТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕНОСУ В БАГАТОШАРОВИХ ПЛІВКАХ

З метою отримання регуляризаційних виразів для визначення компонентів кінетичних параметрів масопереносу на основі теорії оптимального керування станом багатокомпонентних розподілених систем, розглянемо пряму крайову задачу ідентифікації коефіцієнтів дифузії в параметричній та функціональній постановках.

а) Параметрична ідентифікація. На областях Ω_{k_T} концентрації $U_{1_k}(t,z)$, $U_{2_k}(t,z)$, задовольняють системі рівнянь в частинних похідних з відповідними початковими та крайовими умовами та інтерфейсними умови між тонкими шарами по z:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(D_{\mathrm{k}} \begin{bmatrix} U_{1_k}(t,z) \\ U_{2_k}(t,z) \end{bmatrix} - D_{\mathrm{k+1}} \begin{bmatrix} U_{1_{k+1}}(t,z) \\ U_{2_{k+1}}(t,z) \end{bmatrix} \right)\Bigg|_{z=l_k} = 0 \ , \ k=\overline{1,n}, \ t\in(0,T). \tag{1}$$

б) Функціональна ідентифікація. З урахуванням того, що розв'язок прямої задачі необхідно мати у формі, зручній для реалізації процедури функціональної ідентифікації та при умові, що відомі сліди розв'язку для кожного досить тонкого k-го сегмента, можна переформатувати пряму крайову задачу в систему – однорідних крайових задач для послідовних тонких дифузійних наношарів та крайовими умовами першого роду

$$\begin{aligned} &U_{s_k}(t,z)\Big|_{z=l_{k-1}} = U_{sl_{k-1}}; \\ &U_{s_k}(t,z)\Big|_{z=l_k} = U_{sl_k}, \ s=\overline{1,2} \end{aligned}. \tag{2}$$

Для вибору функціоналу-нев'язки припускаємо, що коефіцієнти дифузії D_{sp}, $s,p=\overline{1,2}$ вихідної крайової задачі є невідомими і на поверхнях областей $\gamma_k \subset \Omega_k$, $k=\overline{1,n+1}$, неоднорідного середовища відомі сліди розв'язків (концентрацій):

$$U_{s_k}(t,z)\Big|_{\gamma_k} = f_{s_k}(t,z)\Big|_{\gamma_k}. \tag{3}$$

Функціонал-нев'язку, що визначає величину відхилення шуканого розв'язку від слідів розв'язку, отриманого емпіричним шляхом на поверхнях γ_k, для задачі параметричної ідентифікації запишемо у вигляд:

$$J_s(D_{sp}(t)) = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n+1}\int_{l_{k-1}}^{l_k}\left(\left\| U_{s_k}(\tau,z,D_{\mathrm{sp_k}}) - f_{s_k} \right\|^2_{L_2(\gamma_k)} \right)\sigma_k dz, \tag{4}$$

де $\|\varphi\|^2_{L_2(\gamma_m)} = \int_{\gamma_m} \varphi^2 d\gamma_m$ – квадрат норми.

Для випадку функціональної ідентифікації, відхилення шуканого розв'язку від його слідів на поверхнях спостереження $\gamma \in \Omega_m$ для кожної точки z для кожного m-го сегмента запишеться у вигляді:

$$J_s(D_{sp}) = \frac{1}{2}\int_0^T\left(\left\| U_{s_k}(t,l_k,D_{\mathrm{sp_k}}) - f_{s_k} \right\|^2_{L_2(\gamma_k)} \right)dt. \tag{5}$$