УДК 621.3.095

М. Базар

(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЛОСКИХ ЕЛЕКТРОМОГНІТНИХ ХВИЛЬ

Для нагрівання теплоносія до необхідної температури потрібно створити в технологічному індукторі відповідне електромагнітне поле, для якого мають місце основні поняття та відповідні фізичні закони, що описують ці процеси.

Електромагнітне поле характеризується чотирма векторними величинами: $\vec{\mathrm{E}}$ – напруженість електричного поля, $\vec{\mathrm{D}}$ – електрична індукція, $\vec{\mathrm{H}}$ – напруженість магнітного поля та $\vec{\mathrm{B}}$ - магнітна індукція, які зв'язані рівняннями Максвела:

$$\mathrm{rot}\vec{\mathrm{H}} = \vec{\delta} + \frac{\partial \vec{\mathrm{D}}}{\partial \mathrm{t}} \quad (1)$$

$$\mathrm{rot}\vec{\mathrm{E}} = -\frac{\partial \vec{\mathrm{B}}}{\partial \mathrm{t}} \quad (2)$$

де магнітна та електрична індукція зв'язані з напруженістю магнітного та електричного полів наступними фізичними залежностями $\vec{\mathrm{B}} = \mu_0 \cdot \mu \cdot \vec{\mathrm{H}}$, $\vec{\mathrm{D}} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon \cdot \vec{\mathrm{E}}$.

Рівняння (1) та (2) виражають в диференціальній формі закони повного струму і електричної індукції. Другий доданок в правій частинні рівняння (1) являє собою густину струму зміщення, яким у провіднику практично можна знехтувати.

Оскільки технологічний індуктор виконаний циліндричної форми, а індуктор виконаний у вигляді соленоїда, і вони розміщені концентрично, тому можна вважати, що електромагнітна хвиля, яку генерує індуктор направлена перпендикулярною до поверхні технологічного індуктора і приблизно вважати плоскою хвилею, яка утворюється векторами $\vec{\mathrm{E}}$ і $\vec{\mathrm{H}}$, що мають лише по одній складовій $\vec{\mathrm{E}}_y$ і $\vec{\mathrm{H}}_z$

Тоді, враховуючи вище сказане, рівняння (1) та (2) спростяться і матимуть вигляд:

$$-\frac{\partial \mathrm{H_z}}{\partial x} = \delta_y = \frac{\mathrm{E}_y}{\rho} = \gamma \cdot \vec{\mathrm{E}} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathrm{E_y}}{\partial x} = \frac{\partial \mathrm{B_z}}{\partial x} = -\mu_0 \cdot \mu \cdot \frac{\partial \mathrm{H_z}}{\partial t} \quad (4)$$

Якщо вектори $\vec{\mathrm{E}}$ і $\vec{\mathrm{H}}$ синусоїдальні функції часу, то

$$\dot{\mathrm{H}} = \mathrm{H_m} \cdot \mathrm{e}^{i\cdot(\omega\cdot t+\theta_{\mathrm{H}})} = \mathrm{H_m} \cdot \mathrm{e}^{i\cdot\theta_{\mathrm{H}}} \cdot \mathrm{e}^{i\cdot\omega\cdot t} = \dot{\mathrm{H}}_\mathrm{m} \cdot \mathrm{e}^{i\cdot\omega\cdot t} \quad (5)$$

$$\dot{\mathrm{E}} = \mathrm{E_m} \cdot \mathrm{e}^{i\cdot(\omega\cdot t+\theta_{\mathrm{E}})} = \mathrm{E_m} \cdot \mathrm{e}^{i\cdot\theta_{\mathrm{E}}} \cdot \mathrm{e}^{i\cdot\omega\cdot t} = \dot{\mathrm{E}}_\mathrm{m} \cdot \mathrm{e}^{i\cdot\omega\cdot t} \quad (6)$$

Підставляючи вирази (5), (6) в рівняння (3), (4) і скоротивши їх на , одержимо рівняння, що мають вигляд:

$$-\frac{\mathrm{d}\dot{\mathrm{H}}_\mathrm{m}}{\mathrm{d}x} = \dot{\delta}_\mathrm{m} = \gamma \cdot \dot{\mathrm{E}}_\mathrm{m} \quad (7)$$

$$\frac{\mathrm{d}\dot{\mathrm{E}}_\mathrm{m}}{\mathrm{d}x} = -i \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot \mu \cdot \dot{\mathrm{H}}_\mathrm{m} \quad (8)$$

Розв'язком цих рівнянь є функції напруженостей електричного та магнітного полів $\vec{\mathrm{E}}$, $\vec{\mathrm{H}}$ в довільний момент часу *t*, та в будь якій точці теплообмінника, яка визначається координатою *x*. Вони мають вигляд:

$$\dot{\mathrm{E}} = \rho \cdot \mathrm{k} \cdot \sqrt{2} \cdot \mathrm{H_{me}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{k}\cdot(x_0-x)} \cdot \mathrm{e}^{i\cdot(k\cdot(x_0-x)+\omega t+\frac{\pi}{4})} \quad (9)$$

$$\dot{\mathrm{H}} = \mathrm{H_{me}} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{k}\cdot(x_0-x)} \cdot \mathrm{e}^{i\cdot(k\cdot(x_0-x)+\omega t+\frac{\pi}{4})} \quad (10)$$

Отримано математичні моделі електромагнітного поля в кожній зоні технологічного індуктора, у вигляді системи із двох функцій для напруженостей електричного та магнітного полів.