УДК 536.2

М. Михайлишин, Б. Головатий

(Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ В ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦІЙ

Моделювання температурних полів в тонкостінних елементах конструкцій в основному здійснюють в припущенні про лінійний розподіл температури за товщиною. Однак процеси зварювання характеризується значними градієнтами температури і така модель буде давати значні похибки.

Шукаємо розв'язок рівняння теплопровідності у вигляді ряду по степенях координати вздовж товщини оболонки:

$$t(\alpha,\beta,\gamma,\tau)=\sum_{l=0}^{m}T_l(\alpha,\beta,\tau)\gamma^e \qquad (1)$$

Введемо інтегральні характеристики температури та інтенсивності теплових джерел за формулами $\theta_p=\int_{-h/2}^{h/2}t\gamma^p d\gamma$, $w_p=\int_{-h/2}^{h/2}W_0\gamma^p d\gamma$. Вважаючи, що на поверхнях $\gamma=\pm h/2$ відбувається конвективний теплообмін із зовнішнім середовищем для випадку $h=const$ отримаємо таку систему рівнянь для знаходження θ_p:

$$\begin{aligned}&\Delta\theta_p-k^2\theta_p+p(p-1)\theta_{p-2}-\left(\frac{h}{2}\right)^{p-1}\left\{\frac{h}{2\lambda}\Big[\alpha_2\left(t^+-\theta_{2c}\right)+\right.\\&\left.+(-1)^p\alpha_1\left(t^--\theta_{1c}\right)\Big]+p\left[t^++(-1)^p t^-\right]\right\}-\frac{1}{a}\frac{\partial\theta_p}{\partial\tau}=-\frac{w_p}{\lambda},\end{aligned} \qquad (2)$$

де t^+ і t^- – значення температури на поверхнях $\gamma=\pm h/2$. Виключаючи ці величини з рівнянь (2) для випадку кубічного розподілу температури за товщиною і при симетричних умовах на лицьових поверхнях отримаємо таку систему рівнянь для знаходження інтегральних характеристик температури

$$\begin{aligned}&\Delta\theta_p-k^2\theta_p+p(p-1)\theta_{p-2}-\frac{1}{a}\frac{\partial\theta_p}{\partial\tau}-\left(\frac{h}{2}\right)^{p-1}\cdot\left\langle\frac{1}{4}\left[\left(\frac{h}{2}\right)^{-1}p+\frac{\alpha}{\lambda}\right]\left\{3\left(1+(-1)^p\right)\left[5\theta_2\left(\frac{h}{2}\right)^{-2}-\theta_0\right]+\right.\right.\\&\left.\left.+5\left(\frac{h}{2}\right)^{-1}\left(1-(-1)^p\right)\left[7\theta_3\left(\frac{h}{2}\right)^{-2}-3\theta_1\right]\right\}-\frac{\alpha}{\lambda}\frac{h}{2}\theta_c\left(1+(-1)^p\right)\right\rangle=-\frac{w_p}{\lambda},\qquad p=0,1,2,3\end{aligned}$$

Для знаходження однозначного розв’язку цієї системи необхідно добавити граничні умови на контурі оболонки.

Температура в будь-якій точці оболонки обчислюється за формулою

$$\begin{aligned}t(\alpha,\beta,\gamma,\tau)=&\frac{15}{8}\left(\frac{h}{2}\right)^{-1}\left\{\theta_0\left(\frac{3}{5}-\left(\frac{h}{2}\right)^{-2}\gamma^2\right)+\theta_1\left(\frac{h}{2}\right)^{-2}\gamma\left(5-7\left(\frac{h}{2}\right)^{-1}\gamma^2\right)-\right.\\&\left.-\theta_2\left(\frac{h}{2}\right)^{-2}\left(1-3\left(\frac{h}{2}\right)^{-2}\gamma^2\right)-7\theta_3\left(\frac{h}{2}\right)^{-4}\gamma\left(1-\frac{5}{3}\left(\frac{h}{2}\right)^{-2}\gamma^2\right)\right\}\end{aligned} \qquad (4)$$