СЕКЦІЯ 1. **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ**

УДК 539.37

О. Шаблій, М. Михайлишин, В. Михайлишин
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ДОДАТКОВИХ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ В ТОНКИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНКАХ ІЗ ЗАДАНИМИ ПОЛЯМИ ЗАЛИШКОВИХ ДЕФОРМАЦІЙ

Розглядається тонка циліндрична оболонка із залишковими напруженнями, деформаціями і переміщеннями, які виникли внаслідок деякої технологічної операції. Будемо надалі позначати ці поля рискою зверху. Ставиться задача знайти таке поле додаткових пластичних деформацій як можна меншої інтенсивності, накладання якого на існуюче поле приведе до результуючого поля залишкових напружень мінімальної інтенсивності.

Функціонал якості приймаємо у вигляді

$$I=\int_0^L [\,\alpha N_2^2+\beta(E_1^{p^2}+E_2^{p2})+\gamma(K_1^{p2}+K_2^{p^2})]\,dX\,,$$

де α,β,γ - вагові коефіцієнти, N_2 - кільцеве зусилля, $E_i^p=\int_{-h/2}^{h/2}\left(\bar{\varepsilon}_{ii}^p+\tilde{\varepsilon}_{ii}^p\right)dz=\bar{E}_i^p+\tilde{E}_i^p$, $K_i^p=\int_{-h/2}^{h/2}\left(\bar{\varepsilon}_{ii}^p+\tilde{\varepsilon}_{ii}^p\right)z\,dz=\bar{K}_i^p+\tilde{K}_i^p$ - узагальнені пластичні деформації. Хвилькою зверху позначені додаткові пластичні деформації. З умови стаціонарності розширеного функціоналу задачі отримано повну систему рівнянь прямої і спряженої задачі і відповідні граничні умови

$$\frac{dN_1}{dX}=0,\ \frac{dM_1}{dX}=Q_1,\ \frac{dQ_1}{dX}=\frac{N_2}{R}-q_n,\ \frac{dW_1}{dX}=\theta_1,\ \frac{d\theta_1}{dX}=-\chi_1,\ \frac{dU}{dX}=\varepsilon_{10},$$

$$\frac{d\lambda_1}{dX}=2\alpha\nu[\,\nu N_1+E_0(\frac{hW}{R}-E_2^p\,)]-\frac{\lambda_3\nu}{R}-\frac{\lambda_6(1-\nu^2\,)}{E_0h},\ \frac{d\lambda_2}{dX}=\frac{12(1-\nu^2\,)}{E_0h}\lambda_5,\ \frac{d\lambda_3}{dX}=-\lambda_2,$$

$$\frac{d\lambda_4}{dX}=2\alpha E_0(\frac{hW}{R}-E_2^p\,)\frac{E_0h}{R}-\frac{\lambda_3}{R^2}E_0h+\frac{\lambda_6\nu}{R},\ \frac{d\lambda_5}{dX}=-\lambda_4,\ \frac{d\lambda_6}{dX}=0,$$

$$N_2=\nu N_1+E_0(\frac{hW}{R}-E_2^p\,),\ \varepsilon_{10}=\frac{(1-\nu^2\,)}{E_0h}N_1-\nu\frac{W}{R}+\frac{1}{h}(\,E_1^p+\nu E_2^p\,),$$

$$\chi_1=\frac{12(1-\nu^2\,)}{E_0h}M_1+\frac{12}{h^3}(\,K_1^p+\nu K_2^p\,),\ K_1^p=-\lambda_5\frac{6}{\gamma h^3},\ K_2^p=-\lambda_5\frac{6\nu}{\gamma h^3},$$

$$E_1^p=\frac{\lambda_6}{2\beta h},\ E_2^p=\frac{1}{2(\alpha E_0^2+\beta)}\{2\alpha E_0(\nu N_1+E_0\frac{hW}{R})-\frac{\lambda_3E_0}{R}+\frac{\lambda_6\nu}{h}\}.$$

$$U=0,\ Q_1=0,\ \theta_1=0,\ \lambda_1=0,\ \lambda_2=0,\ \lambda_4=0\ \ при\ X=0$$

$$W=0,\ M_1=0,\ U=0,\ \lambda_1=0,\ \lambda_3=0,\ \lambda_5=0\ \ при\ X=L$$

Граничні умови записані для випадку, коли оболонка закріплена в осьовому напрямку на краю $X=L$. Отримана крайова задача розв'язана чисельно з використанням методу дискретної ортогоналізації Годунова.