УДК 517.9

Л. Фурсевич, канд. фіз.-мат. наук, доцент
Тернопільський національний технічний університет імені Івана. Пулюя

ТЕПЛООБМІН ПРИ ЗАДАНІЙ ТЕМПЕРАТУРІ СЕРЕДОВИЩА

L. Fursevych

HEAT EXCHANGE AT GIVEN ENVIRONMENT TEMPERATURE

1. Температура поверхні, як задана функція часу.

У цьому випадку розглядаються перша крайова задача теплопровідності

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial u}{\partial\rho}\right)+\frac{\partial u}{\partial\tau}=0 \quad \left(1<\rho<+\infty,\ \tau>0\right); \tag{1}$$

$$u\left(1,\tau\right)=\varphi_1\left(\tau\right); \tag{2}$$

$$u\left(\rho,0\right)=\varphi_0\left(\rho\right),\quad \left|u\left(\rho,\tau\right)\right|<+\infty; \tag{3}$$

за умов $$\left[\frac{\partial u}{\partial\rho}\right]_{\rho=1}-hu=\varphi_3\left(\tau\right),\qquad u\left(\rho,0\right)=\varphi_0\left(\rho\right). \tag{4}$$

Застосування модифікованого перетворення Вебера [1] при $\nu=0,\ a=1,\ \xi=\rho$ та врахування співвідношення

$$\omega_\nu\left[\frac{1}{\xi}\frac{d}{d\xi}\left(\xi\frac{df}{d\xi}\right)-\frac{\nu^2}{\xi^2}f\right]=-\beta^2F_\nu\left(\beta\right)-a\psi K_\nu\left(a,\beta\right), \tag{5}$$

де ν і β - сталі, приводить до задачі

$$\frac{du}{d\tau}+\beta^2\overset{\vee}{u}=\varphi_3\left(\tau\right)K\left(1,\beta\right)\ \ \left(\tau>0\right);\ \overset{\vee}{u}\left(0,\beta\right)=\overset{\vee}{\varphi}_0\left(\beta\right), \tag{6}$$

розв'язок якої, не викликає особливих труднощів, тому відразу записується кінцевий вигляд формального розв'язку вихідної задачі

$$u\left(\rho,\tau\right)=\int\limits_0^\infty\left[\overset{\vee}{\varphi}_0\left(\beta\right)+K\left(1,\beta\right)\int\limits_0^\tau e^{\beta^2\tau'}\varphi_3\left(\tau'\right)d\tau'\right]e^{-\beta^2\tau}\beta K\left(\rho,\beta\right)d\beta, \tag{7}$$

де $$\overset{\vee}{\varphi}_0\left(\beta\right)=\int\limits_1^\infty\rho\varphi_0\left(\rho\right)K\left(\rho,\beta\right)d\rho;\ K\left(\rho,\beta\right)=\frac{J_0\left(\beta,\rho\right)\omega^{(2)}\left(\beta\right)-V_0\left(\beta\rho\right)\omega^{(1)}\left(\beta\right)}{\sqrt{\left[\omega^{(1)}\left(\beta\right)\right]^2+\left[\omega^{(2)}\left(\beta\right)\right]^2}};$$

$$\omega^{(1)}\left(\beta\right)=\beta J_1\left(\beta\right)+hJ_0\left(\beta\right);\ \omega^{(2)}\left(\beta\right)=\beta Y_1\left(\beta\right)+hY_0\left(\beta\right) \tag{8}$$

При $\varphi_0\left(\tau\right)=0$ та $\varphi_3=V=const$ розв'зок задачі (7) набуває вигляду

$$u\left(\rho,\tau\right)=-\frac{2hV}{\pi}\int\limits_1^\infty e^{-\beta^2\tau}\frac{J_0\left(\beta\rho\right)\left[\beta J\cdot\left(\beta\right)+hJ_0\left(\beta\right)\right]-Y_0\left(\beta\rho\right)\left[\beta Y_1\left(\beta\right)+hY_0\left(\beta\right)\right]}{\left[\beta Y_1\left(\beta\right)+hY_0\left(\beta\right)\right]^2+\left[\beta J_1\left(\beta\right)+hJ_0\left(\beta\right)\right]^2}\cdot\frac{d\beta}{\beta} \tag{9}$$

та співпадає з розв'язком одержаним в [2] за методом перетворення Лапласа.

Література

1.Галицын А. С., Жуковский А. Н. Интегральные преобразования и специальные функции в задачах теплопроводности. – Киев : Наук. думка, 1976.-.286 с.
2. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел .- М. : Наука, 1964. – 488 с.