Секція: МАТЕМАТИКА
Керівники: **к.ф.-м.н., доц. Б Шелестовський**
Вчений секретар: **ас. І. Габрусєва**

УДК 517.9

Габрусєва, Г. Габрусєв, канд. фіз.-мат. наук, доц.
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

МЕТОДИКА ОБЧИСЛЕННЯ НЕВЛАСНИХ ІНТЕГРАЛІВ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ КОНТАКТНИХ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

I.Habrusieva, H.Habrusiev

METHOD OF CALCULATION IMPROPER INTEGRALS IN SOLVING CONTACT PROBLEMS OF FRACTURE MECHANICS

Механіка контактної взаємодії деформівного твердого тіла – важливий розділ механіки суцільних середовищ, що активно розвивається і постійно знаходиться у центрі уваги дослідників. Це пояснюється тим, що всі механізми та конструкції складаються із взаємодіючих деталей, а розподіл контактних зусиль між цими деталями заздалегідь невідомий і може бути знайдений лише в результаті розв'язання контактних задач.

Часто при розв'язанні контактних задач теорії пружності постає необхідність наближеного обчислення невласних інтегралів із нескінченною верхньою межею виду:

$$\int_0^\infty F(\alpha) J_0(\alpha r) d\alpha, \ a \le r \le b. \tag{1}$$

Звичайні чисельні методи наближеного інтегрування (методи прямокутників, трапецій, парабол тощо) при заміні верхньої межі натуральним числом не завжди дають можливість добитись необхідної точності. У цьому випадку можна поступити наступним чином.

Виберемо довільне натуральне число m та запишемо інтеграл (1) у вигляді суми

$$\int_0^\infty F(\alpha) J_0(\alpha r) d\alpha = \int_0^m F(\alpha) J_0(\alpha r) d\alpha + \int_m^\infty F(\alpha) J_0(\alpha r) d\alpha. \tag{2}$$

Перший інтеграл (2) легко можна обчислити за допомогою класичних чисельних методів. Для обчислення другого, зробимо заміну $\alpha = \dfrac{m}{1-t}$.

У результаті будемо мати:

$$\int_m^\infty F(\alpha) J_0(\alpha r) d\alpha = \int_0^1 \frac{m}{(1-t)^2} F\left(\frac{m}{1-t}\right) J_0\left(\frac{m}{1-t} r\right) dt. \tag{3}$$

Тобто, в наслідок даної заміни одержується інтеграл по скінченому відрізку $[0;1]$.
Підставивши співвідношення (3) у (2), матимемо:

$$\int_0^\infty F(\alpha) J_0(\alpha r) d\alpha = \int_0^m F(\alpha) J_0(\alpha r) d\alpha + \int_0^1 \frac{m}{(1-\alpha)^2} F\left(\frac{m}{1-\alpha}\right) J_0\left(\frac{m}{1-\alpha} r\right) d\alpha.$$

Обидва інтеграли, що стоять у правій частині рівності (3), можна обчислювати за допомогою класичних чисельних методів. Значення довільно вибраного параметра m слід підбирати у кожному частковому випадку окремо, в залежності від властивостей функції $F(\alpha)$.

Література

1. Численные методы решения некорректных задач / [Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г.]. – Москва : Наука, 1990. – 231 с.