УДК 517.954; 51-74; 519.63

О. Муль
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

АНАЛІЗ МОЖЛИВИХ АВТОКОЛИВАНЬ В ДЕЯКИХ СИСТЕМАХ ГЛИБОКОВОДНИХ ТРАНСПОРТНИХ ТРУБОПРОВОДІВ

O.Mul

АНАЛІЗ МОЖЛИВИХ АВТОКОЛИВАНЬ В ДЕЯКИХ СИСТЕМАХ ГЛИБОКОВОДНИХ ТРАНСПОРТНИХ ТРУБОПРОВОДІВ

Досліджено неперервно-дискретну систему транспортного трубопроводу, призначеного для піднімання корисних копалин з великих глибин. Така глибоководна технологічна установка складається з трубного ставу великої довжини L, що є закріпленим з використанням пружно-в'язкого демпферу на одному кінці та зв'язаним з платформою значної маси M на іншому. Під дією хвиль та нелінійних гідродинамічних сил у системі можливі інтенсивні динамічні процеси різної фізичної природи, у тому числі шкідливі автоколивання.

Розроблено математичну модель цієї системи у вигляді дисипативного хвильового рівняння (1) та складних граничних умов (2) – (3):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(u + \beta \frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0, \tag{1}$$

$$x = 0: \quad ES\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(u(0,t) + \beta \frac{\partial u(0,t)}{\partial t}\right)\right) = ku(0,t) + \delta \frac{\partial u(0,t)}{\partial t}, \tag{2}$$

$$x = L: \quad M \frac{\partial^2 u(L,t)}{\partial t^2} + ES \frac{\partial}{\partial x}\left(u(L,t) + \beta \frac{\partial u(L,t)}{\partial t}\right) = \alpha_1 \frac{\partial u(L,t)}{\partial t}, \tag{3}$$

де $u(x,t)$ – поздовжнє зміщення точок стержня; S – площа його поперечного перерізу; β – коефіцієнт, що враховує внутрішнє тертя в матеріалі конструкції; E – модуль пружності матеріалу конструкції; ρ - його густина; k – поздовжня жорсткість пружної підвіски; δ – параметр, що характеризує розсіювання демпфером енергії; $a^2 = E/\rho$; α_1 – коефіцієнт, який характеризують середовище, що чинить опір.

Аналітичне визначення власних значень задачі ускладнюється через нестандартність граничних умов, тому для аналізу автоколивань використовуємо чисельний метод нормальних фундаментальних систем розв'язків. Здійснюємо перехід до безрозмірних змінних $\bar{x} = x/L$, $\bar{u} = u/L$, $\tau = ta/L$ та параметрів $\varepsilon_1 = a\beta/L$, $\varepsilon_2 = \alpha_1 L/Ma$, $\varepsilon_3 = \delta a/ES$, $\mu = \rho SL/M$, $r = kL/ES$. Власні значення неконсервативної граничної задачі можуть бути комплексними числами, а отже розв'язок шукаємо у виді

$$\bar{u}(\bar{x},\tau) = [\bar{u}_1(\bar{x}) + i\bar{u}_2(\bar{x})] e^{(q+i\omega)\tau}, \tag{4}$$

де ω – уявна частина власного значення крайової задачі; q – його дійсна частина.

Введення нових функцій $\bar{u}_1 = \gamma_1$, $\bar{u}_2 = \gamma_2$, $\bar{u}_1' = \gamma_3$, $\bar{u}_2' = \gamma_4$ зводить задачу до системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку у нормальній формі з лінійними граничними умовами. Її розв'язки шукаємо у виді лінійної комбінації розв'язків задач Коші для цієї системи з початковими умовами, рівними 1 та 0, що утворюють нормальну фундаментальну систему розв'язків. Такий підхід дозволяє визначити комплексні власні значення граничної задачі та частоти можливих автоколивань, а також проаналізувати вплив різних параметрів системи на ці частоти та запропонувати варіанти оптимізації системи.