НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА ЛІТЕРАТУРА

Міністерство освіти та науки України
Тернопільський державний технічний
університет імені Івана Пулюя

Кафедра
матеріалознавства

КУРС ЛЕКЦІЙ

"Механіка руйнування зварних конструкцій"

для студентів спеціальності 7.092301
всіх форм навчання

Тернопіль
2006 р.

Міністерство освіти та науки України
Тернопільський державний технічний університет
імені Івана Пулюя

Кафедра
матеріалознавства

КУРС ЛЕКЦІЙ

"Механіка руйнування зварних конструкцій"

для студентів спеціальності 7.092301
всіх форм навчання

2006

Курс лекцій "Механіка руйнування зварних конструкцій" для студентів спеціальності 7.092301 всіх форм навчання.

Укладач: д.т.н., проф. Ясній П.В.

Відповідальний за випуск: д.т.н., проф.Ясній П.В.

Методичний посібник розглянутий і затверджений на засіданні кафедри матеріалознавства
Протокол № ____ від _______________ 200__ р.

Схвалено і рекомендовано до друку методичною Радою ЕМФ Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя.
Протокол № _____ від 22 _______________ 200__ р.

Методичний посібник складено з врахуванням матеріалів літературних джерел, наведених у списку.

ЛЕКЦІЯ 1

ВСТУП. ЗМІСТ КУРСУ, ЙОГО МЕТА В ПІДГОТОВЦІ СПЕЦІАЛІСТА. КОРОТКИЙ АНАЛІЗ СТАНУ ДОСЛІДЖЕНЬ З МЕХАНІКИ РУЙНУВАННЯ

1.1. Мета і завдання курсу, його місце в учбовому процесі.
1.2. Оцінка міцності ідеальних і реальних матеріалів. Класичні і некласичні підходи
1.3. Руйнування матеріалів і елементів конструкцій.

1.1. Мета і завдання курсу, його місце в учбовому процесі

Мета викладання курсу. Курс "Механіка руйнування зварних конструкцій" належить до спеціальних дисциплін спеціальності "Обладнання і технологія зварювального виробництва" 7.092301. Мета курсу полягає в тому, щоб дати студентам знання про основні положення механіки руйнування, застосування їх для розрахунку міцності і довговічності зварних конструкцій, в яких присутні тріщинуваті дефекти.

Завдання курсу. Завдання курсу полягає у:

а) вивченні основних методів розрахунку напружень і деформації в околі вістря тріщини в пружній і пружно-пластичній постановці;

б) вивченні енергетичних, деформаційних і силових критеріїв руйнування;

в) освоєнні методів оцінки тріщинотривкості матеріалів і зварних з’єднань при статичному, циклічному і динамічному навантаженні;

г) вивченні методів розрахунку стримувальної здатності і довговічності елементів зварних конструкцій з тріщинами.

Згідно з учбовим планом для спеціалістів із спеціальності "Обладнання і технологія зварювального виробництва" курс "Механіка руйнування зварних конструкцій" читається у дев’ятому семестрі. Навчальним планом передбачено залік. Обов’язковою формою учбових занять, згідно навчального плану, є лекції та практичні заняття.

Курс тісно пов’язаний з іншими дисциплінами і є одним з базових для переддипломної підготовки спеціалістів. Знання методів оцінки тріщинотривкості матеріалів і стримувальної здатності елементів конструкцій і зварних з’єднань дозволяють студентам розробляти найбільш оптимальні зварні конструкції і технології їх зварювання з точки зору забезпечення необхідної стримувальної здатності і довговічності за критеріями механіки руйнування.

1.2. Оцінка міцності ідеальних і реальних матеріалів. Класичні і некласичні підходи

Оцінка міцності ідеальних і реальних матеріалів. Одним із поштовхів до розвитку механіки руйнування було виявлення істотної різниці між теоретичною і технічною міцністю матеріалів. Теоретична міцність матеріалів $\sigma_{теор}$, обчислена в рамках теорії розрахунку міцності ідеальних кристалів М.Борна, складає $\sigma_{теор}=(0,1...0,01)\ E$, де E – модуль пружності І-го роду. Вперше міцність, близьку до теоретичної, отримав А.Ф.Йоффе із працівниками, досліджуючи вплив розчинення водою поверхні на міцність монокристалів кухонної солі. Було зроблено також фундаментальний висновок про те, що процес руйнування ніколи не відбувається зразу через весь переріз, а починається з маленької тріщини, яка поглиблюючись розділяє кристал на дві частини.

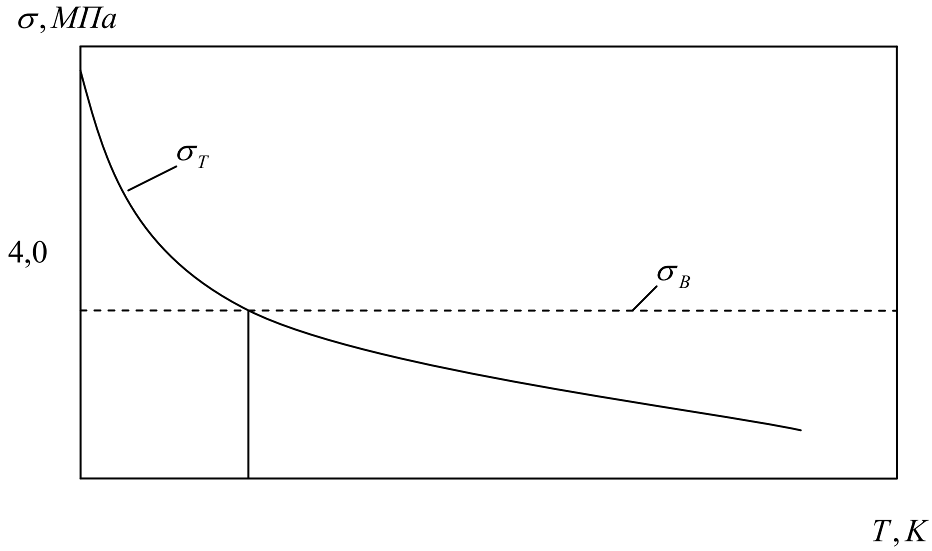


Рис.1.1. Схема переходу кам’яної солі з крихкого стану в пластичний (О.Йоффе).

Було виявлено, що межа міцності кристалів кам’яної солі не залежить від температури випробувань в межах 180...600°С, проте межа текучості зменшується із зниженням температури. Схема (рис.1.1) запропонована О.Йоффе дозволяє визначити температуру в’язко-крихкого переходу матеріалу T_k: за $T < T_K$ $\sigma_в < \sigma_T$ маємо крихке руйнування, а за $T > T_K$ $\sigma_в > \sigma_T$ - в’язке руйнування (тут $\sigma_T, \sigma_в$ - відповідно межа текучості і міцності матеріалу).

В дослідженнях закордонних вчених А.Гріффітса, А.Надаї, О.Орована, Н.Петча, О.Тейлора вказана проблема отримала подальший розвиток.

Комплексні дослідження впливу швидкості деформування і низьких температур на характер руйнування металів були виконані в першій половині ХХ ст. під керівництвом М.Давиденкова. Зокрема, на основі схеми О.Йоффе ним побудовані аналогічні залежності для сталей (рис.1.2,а) з метою визначення температури крихкості T_K (холодноламкості) (рис.1.2,б); вдосконалена методологія серійних випробувань на згин зразків з гострим концентратором за різних температур для встановлення критичної температури крихкості T_K металу, як міри його схильності до холодноламкості. Ударна в’язкість KC характеризує опір металу руйнуванню за ударного навантаження і оцінюється роботою, витраченою на деформацію і руйнування зразка згином, віднесеною до початкової площі поперечного перерізу в місці концентратора.

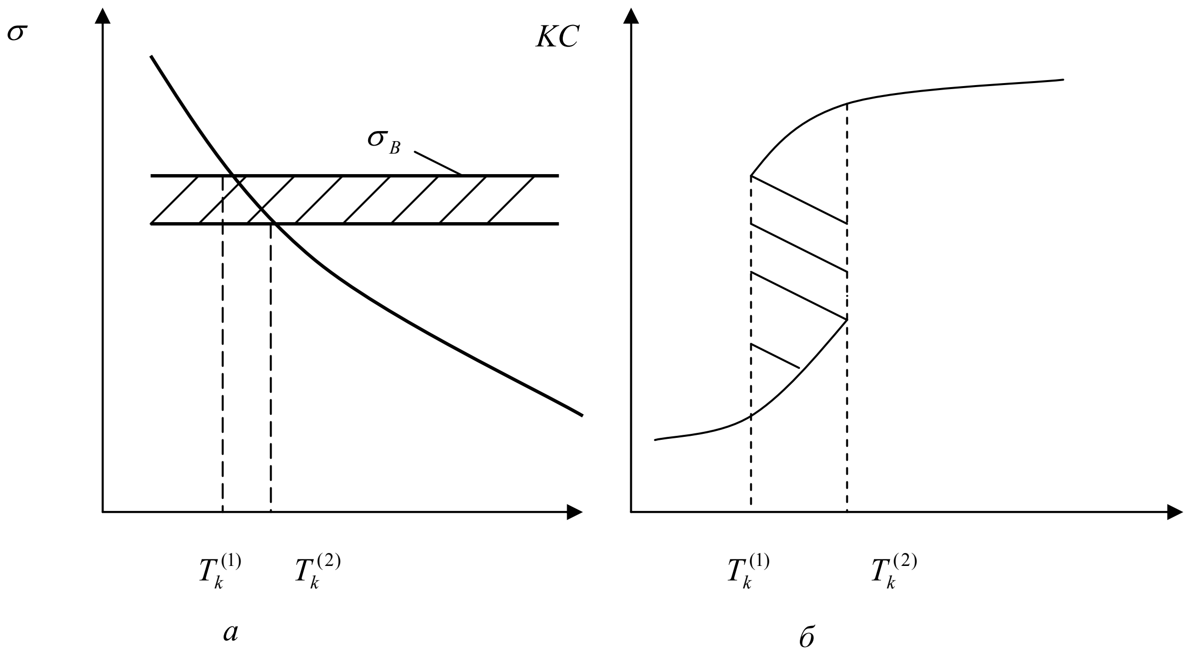


Рис. 1.2. Залежність σ_T, σ_B - а і KC - б металів від температури випробувань

Класичні і некласичні підходи. Класичний підхід до руйнування ґрунтується на представленні елементу об'єму здеформованого матеріалу у двох станах: суцільному *(С)* і зруйнованому *(З)*. Перехід із стану *С* до стану З відбувається миттєво, якщо параметр, що характеризує напружено-деформований стан досягає критичного значення. В протилежному випадку руйнування не відбудеться. Кількісні характеристики опору руйнуванню визначають за різними видами випробувань: межа текучості σ_T; межа міцності σ_B; відносне видовження зразка після руйнування δ; відносне звуження зразка після руйнування ψ; межа витривалості σ_r.

Некласичний підхід (підхід сучасної механіки руйнування) полягає в тому, що перехід матеріалу із стану *С* в стан *З* супроводжується деяким проміжним станом *П (ділянка передруйнування)*, який враховується при визначенні міцності матеріалу, коли в ньому є тріщинуваті дефекти. Цей об'єм матеріалу здеформований за межу пружності і в ньому найбільш інтенсивно протікає пластичне деформування, дифузійні процеси, взаємодія з середовищем.

1.3. Руйнування матеріалів і елементів конструкцій

1.3.1. Причини руйнування зварних з'єднань. Під час лабораторних і натурних випробовувань зварних швів, зварних з'єднань і конструкцій спостерігається як в'язке, так і крихке руйнування. Крихкі руйнування з незначними пластичними деформаціями в багатьох випадках відбуваються при номінальних напруженнях, що набагато менші границі текучості матеріалу або номінальних розрахункових напружень у конструкції. Такі руйнування часто є катастрофічними тому, що вони приносять значний матеріальний збиток і викликають людські жертви .

Отже, питання крихкого руйнування є особливо важливим для інженерів та інженерно-технічних працівників.

У маловуглецевих сталях крихкі руйнування звичайно бувають (відривного) типу з поверхнею зламу зернистої або кристалічної будови, і, як правило, ця поверхня має вигляд шеврона. Початок шеврона вказує на зону виникнення тріщини і показує напрямок, у якому тріщина поширювалася. Іншою характеристикою цих руйнувань є швидкість поширення тріщини. У літературі приводяться значення цих швидкостей до 1830 м/с. Це відповідає граничній швидкості поширення тріщини, передбаченої Уелсом у 1959 р.

Крихкі руйнування за низьких напружень відбуваються за присутності: а) тріщиноподібного дефекту; б) високих залишкових розтягувальних напружень у зоні дефекту; в) температури експлуатації нижче температури переходу від в’язкого руйнування до крихкого. У зварних конструкціях руйнування звичайно виникають у зонах високої концентрації напруг (тріщини, зварювальні дефекти, раковини при плавці) або на ділянках сильного стиснення деформацій.

Про крихкі руйнування при низьких напруженнях написано багато праць, з яких слідує, що ці руйнування в значній мірі зв’язані з застосуванням зварювання.

Зварювання є одним з основних методів виготовлення багатьох конструкцій, у яких виникають крихкі тріщини, наприклад такі, як судна, мости, посудини тиску, резервуари для збереження води і нафти, енергетичні установки, напірні трубопроводи, газопроводи, землерийне устаткування і корпуси ракетних двигунів для космічних кораблів. Очевидно, що для інженерів і вчених проблема крихкого руйнування має велике значення і відноситься вона не тільки до низьковуглецевої сталі, але і до надміцної сталі, а також до деяких кольорових металів.

1.3.2. Руйнування під час експлуатації. У літературі приводяться численні випадки крихких руйнувань зварних конструкцій. Однак, хоча руйнування в цих конструкціях і мають крихкий характер, у багатьох з них руйнування під час експлуатації не виникають. Очевидно, що не у всіх конструкціях можуть виникнути такі руйнування. Одним з основних типів зварних конструкцій, схильних до крихкого руйнування, як правило, є корпуси великих морських суден. Без зварювання за короткий термін неможливо було б побудувати величезні флотилії кораблів, що застосовувалися в другій світовій війні. Однак із застосуванням зварювання в суднобудуванні виникла проблема крихкого руйнування. Спочатку руйнування суден відносили за рахунок таких факторів, як різні дефекти, залишкові напруження або зміни в структурі металу, викликані зварюванням. Незабаром руйнування суден стали зв’язувати і з іншими факторами, але виникнення кожної тріщини в цих конструкціях відносили за рахунок зварювання.

Тріщини ніколи не виникали в зварних з'єднаннях гарної якості, але було зауважено, що тріщини, які утворилися у зварних швах розповсюджувались в основний метал, де опір поширенню тріщин, очевидно не такий великий, як у металі шва. В деяких випадках спостерігалося поширення цих тріщин на велику відстань, що іноді викликало повне руйнування корпусу корабля (рис. 1).

14 березня 1938 р., за кілька років до перших аварій кораблів в період другої світової війни, відбулося крихке руйнування моста через канал Альберта в Хессеті, Бельгія (Шенк). 10 липня 1962 р. зруйнувався зварний міст над Кінгстріт у Мельбурні, Австралія. При обстеженні знайшли, що на різних ділянках моста були крихкі тріщини, що, вірогідно і викликали його аварію. Таким чином, зварні мости, як і кораблі, схильні до крихких руйнувань.

Відомі руйнування посудин тиску, виготовлених з товсто - і тонколистової сталі, у тому числі з низьковуглецевих і високоміцних сталей. В одному випадку під час аварії посудини тиску був відкинутий осколок масою в 2 т на відстань 46 м (рис.1.3).

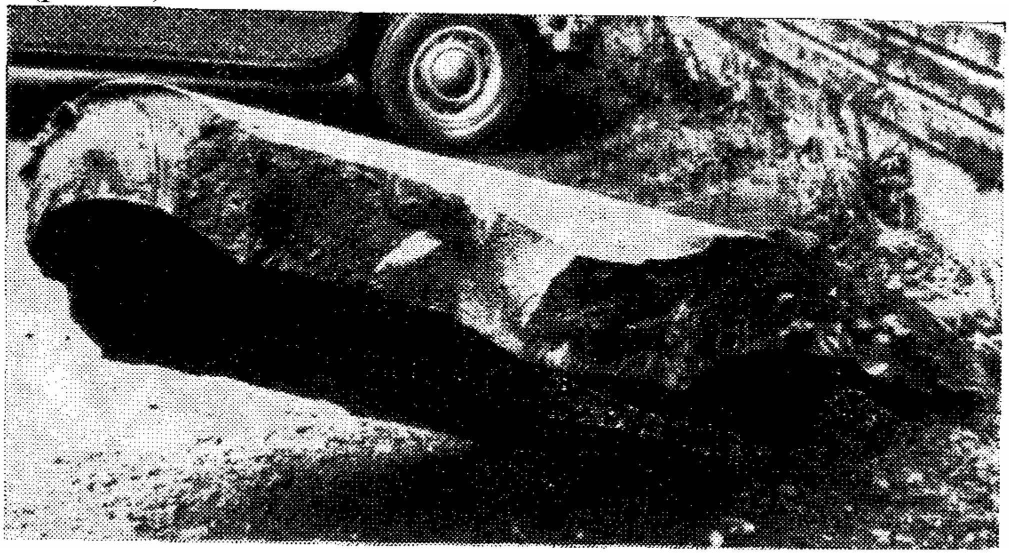


Рис. 1.3. Двохтонний осколок товстостінної посудини тиску, відкинутий на 46 м (Британська асоціація з дослідження зварювання).

Це вказує на те, що такі руйнування супроводжуються вивільненням великої кількості енергії. Очевидно, у цьому випадку причиною аварії з'явилися невеликі дефекти в зоні термічного впливу зварного шва. Тріщина на початковій стадії, очевидно, поширювалась у шві, а потім - в основному металі. Треба зазначити, що аварія трапилась за тиску, що складав 70% від тиску гідростатичних випробовувань, зазначеному в технічній документації на посудину. Це типовий приклад крихкого руйнування за низького напруження.

В іншому випадку при гідростатичному випробуванні тріснув корпус двигуна ракети діаметром 6,5 м з мартенситностаріючої сталі С 18 ($\sigma_{0,2}$ = 175 кгс/мм^2) товщиною 18 мм. Руйнування цієї конструкції зв'язували зі швом, виконаним газовим зварюванням під час ремонту (Бейкер та інші, 1965). Таким чином, зварні конструкції з деяких нових марок надміцних сталей також були піддані крихкому руйнуванню.

Хоча вище описані руйнування під час експлуатації зварних конструкцій, про крихкі руйнування повідомлялося ще в 1879 р., задовго до того, як для виготовлення конструкцій стали застосовувати зварювання. Відомі випадки, коли крихкому руйнуванню піддавалися клепані судна так само, як і болтові конструкції. Однак із застосуванням зварювання і появою нових марок сталей істотно зросла важливість проблеми.

1.3.3. Крихке руйнування (руйнування за низьких напружень). Катастрофічні руйнування зварних конструкцій при експлуатації роблять проблему крихкого руйнування найбільш важливою.

При низьких напруженнях відбувалися руйнування корпусів двигунів ракет, виготовлених з надміцних сталей. У дослідній моделі діаметром 3,9 м, виготовленій з термообробленої сталі Н-11, відбулося крихке руйнування при напруженнях близько 54 кгс/мм^2 (Кайз та інші, 1965). У цьому випадку напруження при руйнуванні складали менше 40 % від границі текучості матеріалу, і причиною руйнування були тріщини глибиною 3,3 мм і довжиною 12,5 мм. Товщина матеріалу цього елемента складала 9,5 мм. Таким чином, руйнування при низьких напругах можуть відбуватися як у тонких зварних з’єднаннях з надміцних сталей, так і у великих зварних з’єднаннях з низьковуглецевих сталей, що значно ускладнює проблему.

1.3.4. Виникнення, поширення і зупинка тріщини. Крихке руйнування часто розглядається як процес виникнення, поширення і зупинки тріщини. У зварних з’єднаннях виникнення тріщини завжди викликане дефектами зварювання або раковинами, крихке руйнування ніколи не починається в якісному шві. Однак наявності тільки дефекту зварювання недостатньо для ініціювання тріщини в низьковуглецевих сталях (Карпентер і Лінзепмейер, 1958).

Іншим важливим фактором у процесі утворення тріщини є напруження при руйнуванні. Теоретичними і експериментальними дослідженнями встановлено, що критичне напруження утворення тріщини для низьковуглецевих м’яких сталей дорівнює приблизно 140 кгс/мм^2. Однак у зв’язку з тим, що крихкі руйнування виникають також за низьких номінальних напружень порядку 7 кгс/мм^2, для пояснення таких високих значень напружень необхідно врахувати й інші фактори.

Швидкості поширення тріщин, як відзначено вище, може доходити до 1830 м/с. Однак у металі шва вона, звичайно, значно менша, ніж в основному металі конструкційних сталей.

Фактором, що помітно впливає на швидкість поширення тріщини, є залишкові напруження в елементі конструкції. Високі залишкові розтягувальні напруження, зазвичай збільшують швидкість поширення тріщини, а залишкові і стискувальні напруження сповільнюють. Отже, швидкість тріщини, що поширюється перпендикулярно шву, звичайно збільшується, якщо шов не знаходиться в пластичному стані. Коли тріщина доходить до ділянки стискувального залишкового напруження, її поширення сповільнюється (аж до зупинки), якщо є достатній стиск.

Третя стадія процесу руйнування, що часто досліджується, - це зупинка тріщини. Зупинки тріщини можна досягти шляхом зміни температури випробувань і в'язкості матеріалу або застосуванням додаткового пристрою, що поглинає енергію.

Іншим способом зупинки крихкої тріщини є перекриття шляху тріщини, що розвивається, ділянкою в'язкого матеріалу або в'язким зварним швом великої міцності. На рис.1.4 показана зміна характеру зламу в міру просування тріщини через зварний шов. Злам з крихкого перетворився в в'язкий, а потім тріщина була зупинена в в'язкому шві.

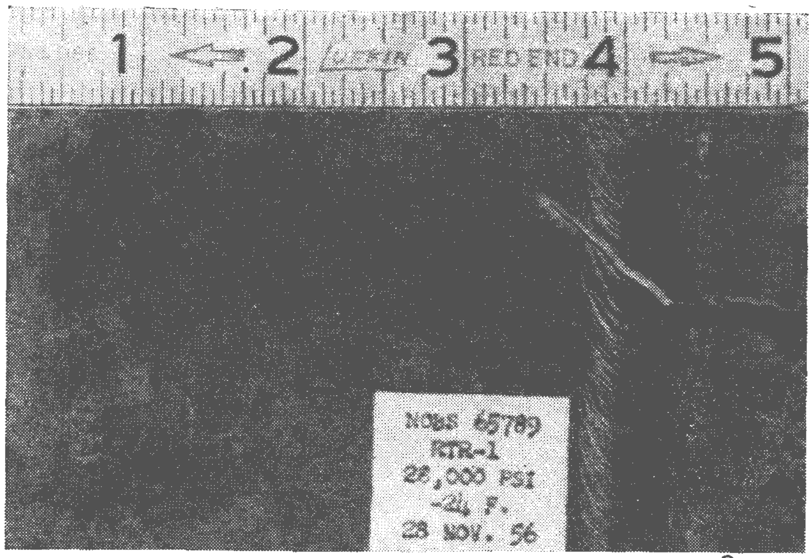


Рис.1.5. Вид зламу при зупинці тріщини довжиною 969 мм на ділянці в'язкого металу шириною 324 мм (Мосборг та інші, 1957)

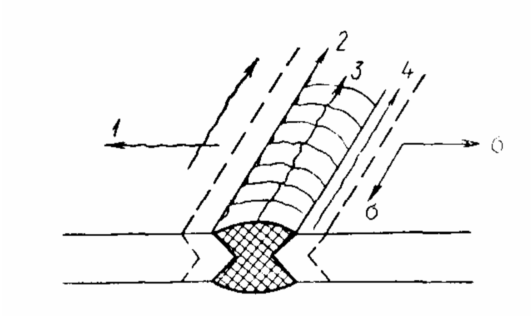


Рис.1.6. Можливі напрямки руйнування зварних з'єднань (Пеліні 1956 р.): 1 - пластина; 2 - лінія сплавлення; 3 - зварний шов; 4 - зона термічного впливу

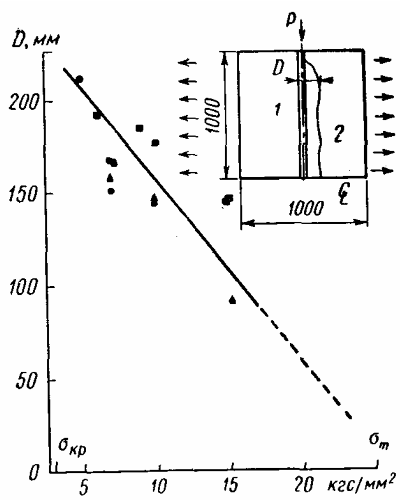


Рис.1.7. Залежність між напруження руйнування і відхиленням лінії розвитку тріщини від осі надрізу

1.3.5. Роль зварювання. Фактори, зв'язані з впливом зварювання на крихке руйнування, можна розділити на три категорії: 1) металургійні; 2) геометричні; 3) напруженого стану. Імовірність крихкого руйнування якісно виконаного зварного шва відносно низька. У той же час дефекти зварних швів, металургійні і геометричні фактори сприяють і активно беруть участь у процесі крихкого руйнування. Таким чином, роль зварювання в крихкому руйнуванні надзвичайно велика.

Металургійні фактори включають такі параметри, як зміна структури основного металу, зміцнення, деформаційне старіння і ріст зерна. Дослідження Розенштейна і Любана показали, що за низьких напружень у зварному з'єднанні ушкодження металу під час зварювання завжди відіграє негативну роль у процесі руйнування.

Для визначення схильності матеріалу до крихкого руйнування часто використовують в'язкість в надрізі при ударних випробуваннях зразків Шарпі і в'язкість руйнування за даними випробування зразків з надрізом розтягуванням або згинанням. Основний метал, метал шва, зона сплавлення, зона термічного впливу, зона теплового впливу в зварних з'єднаннях оцінюються на основі даних одного з цих випробувань.

Основний метал. У конструкційних сталях в'язкість у надрізі, оцінювана енергією руйнування, змінюється в широких межах.

Вплив легуючих елементів на криву перехідних температур при роботі руйнування 2,2 кгсм можна врахувати за допомогою наступної залежності (Боулгер і Хансон,1962)

$$T_{к\,2,2}\ (°C) = 78 + 183C - 36{,}2Mn - 148Si + 116Si^2 + 65SiMn - 284A1 + 1580A1^2 + $$
$$+ 204AlSi — 18{,}1\ x\ d_f,$$

де d_f - розмір феритного зерна.

Метал шва. Метал шва — це наступна зона зварного з'єднання, яку необхідно розглянути. Як правило, дефекти, що зменшують площу поперечного перерізу в низьковуглецевих сталях до 5-7%, не знижують статичну міцність з'єднання (Бредлі і Маккоулса, 1965). В'язкість руйнування на відміну від статичних властивостей є функцією не тільки металургійних властивостей, хімічного складу, але і геометричної форми.

Вплив цих ефектів можна проілюструвати за допомогою залежності, установленої на основі ряду досліджень багатошарового металу шва (Масубучі й ін., 1966):

$$T_{к\,2,2}\ (°F) = 224C - 30Mn + 78Si + 158P + 454S - 34Cu - 16Ni + 7Cr + 13Mo + 198V - 63A1 + 632N + 205\,O + 0{,}6\ (d \times 10^4) - 113 \pm 22.$$

Таким чином, азот, сірка, вуглець, кисень, ванадій і фосфор є основними елементами, від яких залежить в'язкість матеріалу. Крім того, вони збільшують критичні температури зварного шва.

З появою нових надміцних сталей виникло багато нових проблем їхнього зварювання. Незважаючи на існуючу концепцію про можливості зварювання цих матеріалів, важко домогтися високих значень в’язкості в надрізі для зварних з’єднань. Процес і технологія зварювання значно впливають на цю характеристику матеріалу. У деяких випадках для зварювання сталей високої міцності виявилося можливим використовувати електроди з покриттям. Однак тип покриття може впливати на запас енергії в зварних швах.

Зона термічного впливу. У зоні термічного впливу (ЗТВ), де мікроструктура основного металу змінюється в результаті процесу зварювання, спостерігаються значні зміни в’язкості у надрізі. Це відбувається в результаті дії таких факторів як підведення тепла, довжина шва й інших особливостей зварювального процесу (Деккер).

У своєму огляді зварних з’єднань з високоміцних сталей Каммер і Мартін відзначали, що ЗТВ низьколегованих мартенситних і бейнітних сталей більш схильні до утворення тріщин, ніж середньолеговані мартенситні, мартенситностаріючі сталі, сталі з нікелем. Тому, коли необхідна висока в’язкість у надрізі, при застосуванні низьколегованих мартенситних і бейнітних сталей для поліпшення якості ЗТВ може знадобитися місцева термообробка.

Зона теплового впливу. Четвертою зоною зварного з’єднання, якою при дослідженні крихких тріщин часто нехтують, є так звана зона теплового впливу (ЗТпВ). Ця ділянка розташована відразу за зоною термічного впливу (ЗТВ) і для неї характерні помітні зміни мікроструктури. У деяких м’яких низьковуглецевих сталях спостерігається помітний зсув вправо кривих перехідних температур (зменшення в’язкості руйнування). Для сталі (0,23%C - 0,48%Mn) перехідна температура в ЗТпВ на 10°С вище, ніж температура основного металу. Для більшості інших низьковуглецевих сталей також характерне зменшення в’язкості руйнування, але меншою мірою. У зварних з’єднаннях з корозійностійких (нержавких) сталей найнижчою в’язкістю руйнування володіє метал шва (Мішлер і Ніколе, 1961).

Таким чином, досліджуючи крихке руйнування зварних з’єднань, необхідно приймати до уваги не тільки метал шва, але також і зони термічного і теплового впливу. Для найбільш ефективного використання зварних з’єднань необхідно застосовувати відповідну технологію зварювання, яка б забезпечила бездефектні шви і в’язкість руйнування ЗТП, ЗТпВ і металу шва, близьку до значення для основного металу, що особливо важливо для надміцних сталей.

1.3.6. Окрихчування зварних з’єднань. Результати дослідження причин катастрофічних руйнувань зварних конструкцій, а також численні експериментальні дані руйнування зварних з’єднань за низьких напружень підтверджують, що окрихчення відбувається в результаті зварювання. Тому багато дослідників вивчали фактори, зв’язані з цим явищем. Вони досліджували такі фактори, як циклічна зміна температури і деформацій, деформаційне старіння, вичерпання пластичності в результаті деформування і радіаційне опромінення.

Циклічна зміна температури і деформації. Опір крихкому руйнуванню зварних з'єднань варто оцінювати з урахуванням можливого попереднього циклічного навантаження матеріалу і зварних швів. Ряд дослідників показав, що в результаті термічного циклічного навантаження в зоні дефектів відбувається місцеве окрихчення, яке може мати вирішальне значення для ініціювання крихких руйнувань зварних з'єднань за низьких температур (Кіфнер і Мюнзе, Бардекин). Таким чином, у зварному з'єднанні можлива не тільки поява дефекту в області високих залишкових напружень, але також і зниження в'язкості матеріалу за циклічної зміни температури і деформацій.

Оскільки зона окрихчення розташована в області зварного шва, що викликає її появу, то відповідною місцевою термообробкою можна відновити в'язкість і пластичність матеріалу в зазначеній зоні. Однак таку термообробку варто проводити з обережністю, щоб не окрихчити суміжний матеріал. Так, наприклад, термообробка може поліпшити властивості зварного шва і металу поблизу його, але одночасно може викликати ріст зерна в інших зонах матеріалу, у результаті чого знижується в'язкість.

Деформаційне старіння. Наступним фактором, що може впливати на пластичність і в'язкість зварного з'єднання, є деформаційне старіння. Деформаційне старіння впливає не тільки на границю текучості матеріалу, але також і на критичну температуру, теплостійкість, циклічну міцність і на електричні і магнітні властивості. Це особливо помітно, якщо в сталі є вуглець або азот, атоми яких можуть переміщатися до дислокацій (Бейрд). Отже, хімічний склад сталей, що визначає розвиток процесів старіння, має дуже важливе значення.

Вичерпання пластичності. Майлонас описав статичні руйнування конструкційних сталей за напружень нижче границі текучості на 12%. Руйнування відбувались після розвитку значних деформацій стиску в результаті вичерпання пластичності матеріалу. За температур попереднього вигину від 260 до 320°С навіть відносно мала попередня деформація стиску може викликати значну втрату пластичності. Згідно цими даними ідентичні поведінку мають й інші сталі (від киплячих сталей середньої міцності до загартованих і відпущених сталей із границею текучості 70 кгс/мм^2). Старіння при 150°С упродовж 1,5 год викликає подальшу втрату пластичності сталі.

Це більш помітно виявляється в низьковуглецевих сталях, ніж у загартованих і відпущених. За даними Арменкас і Майлонас, пластичність елементів із мартенситностаріючої сталі і титанових сплавів, підданих попередній деформації стиску за підвищених температур, можна цілком відновити нагріванням до 570°С, а частково - нагріванням до 380°С. Для відновлення пластичності холоднодеформовані елементи конструкції треба нагрівати до більш високих температур (Майлонас і Білизні).

Радіаційне опромінення. Радіаційне опромінення викликає істотну втрату пластичності сталей. Ступінь утрати пластичності залежить не тільки від типу сталі, але також від температури й інтегрального нейтронного потоку. На рис.1.8 показаний зсув кривої перехідної температури в результаті дії радіації на основний метал і метал шва для ряду сталей. Це обставина дуже важлива для зварних з’єднань в енергетичних ядерних установках.

Незважаючи на те, що радіаційне опромінення викликає втрату пластичності сталі, при збільшенні температури її властивості трохи відновлюються.

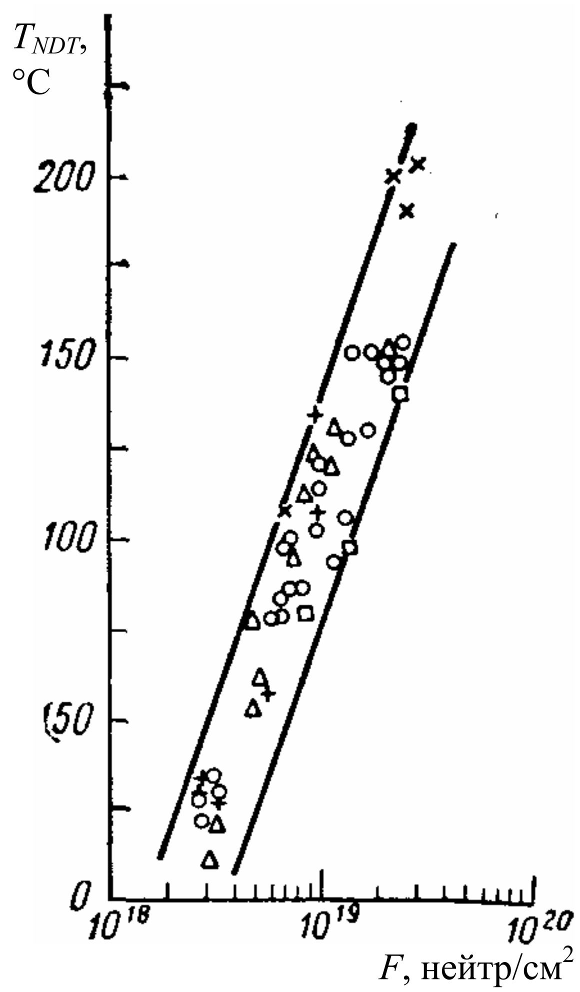


Рис.1.8. Збільшення температури нульової пластичності (NDT) у результаті радіаційного опромінення при T<230°C (Пеліні й ін., 1962): ○ - А212-У, А201; △ - А302-В, SA336; □ - HY-80, T-1; ×- SA350-LF-1, SA350-LF-3 + - метал шва.

Напружений стан. У процесі лабораторних випробувань за номінальних напружень на рівні границі текучості матеріалу в елементах конструкцій розвиваються пластичні деформації, що залежать від їх геометрії і напруженого стану. У випадку плоского напруженого стану збільшується границя текучості й утворюються крихкі тріщини. Об’ємний напружений стан підсилює цей ефект. Дослідження, проведене Кенноном і Мюнзе на зварних пластинах з надрізом, показало, що коефіцієнт концентрації у вершині тріщини може скласти 13-14 (1966). Звідси випливає, що такі фактори, як геометрична форма, напружений стан і дуже висока концентрація напружень створюють в окрихчених зонах умови для досягнення критичних руйнівних напружень за рахунок накладення залишкових і досить малих діючих напружень.

Умови експлуатації. Зварні конструкції під час експлуатації повинні витримувати навантаження різних видів . Запаси міцності повинні забезпечувати, з одного боку, безпеку роботи, а з іншого боку — належний рівень тримкої здатності. Крім того, ці конструкції повинні витримувати навантаження за різних температур, а іноді й у різних навколишніх середовищах. У деяких випадках треба також, щоб вони витримували динамічні навантаження. Таким чином, для зварних конструкцій існують особливі умови експлуатації, що в багатьох випадках дає реальну можливість для виникнення крихких руйнувань.

З метою вивчення цієї проблеми проводять лабораторні випробовування зразків і зварних з'єднань різних типів. Однак при таких іспитах важко цілком моделювати навантаження й умови середовища, що мають місце при експлуатації. Незважаючи на це, результати численних лабораторних досліджень надали велику допомогу і послужили основою для розробки методів розрахунку, що враховують крихке руйнування.

Література

1. Механика разрушения и прочность материалов. Справочное пособие в 4 т. / Под общей редакцией Панасюка В.В.- Киев: Наук. Думка.-1988.
2. П.В.Ясній. Пластично деформовані матеріали: втома і тріщинотривкість. -Львів:Світ,1998. -224 с.
3. В.В.Панасюк. Механика квазихрупкого разрушения материалов. К.: Наукова думка, 1991.-411 с.
4. В.Т.Трощенко и др. Сопротивление материалов деформированию и разрушению. Т. 1. Киев: "Наукова думка", 1994.-288 с.
5. В.Т.Трощенко и др. Сопротивление материалов деформированию и разрушению. Т.2. Киев: "Наукова думка", 1994.-276 с.
6. Карзов Г.П., Леонов В.П., Тимофеев Б.Т. Сварные сосуды высокого давления. -Л.: Машиностроение,1982. -287 с.
7. Механика квазихрупкого разрушеня материалов / Панасюк В.В.; Отв. Редактор А.Е.Андрейкив; АН УССР. Физико-механический институт.-Киев: Наук.думка, 1991.-416 с.

ЛЕКЦІЯ 2

ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

2.1. Основні гіпотези і принципи механіки суцільного середовища і лінійної теорії пружності

Основною передумовою в теорії пружності, є гіпотеза про суцільність будови пружного тіла. За цією гіпотезою тіло *неперервне до деформації, залишається неперервним і після деформації.* У зв'язку з цим *деформації і переміщення точок тіла вважаються неперервними функціями координат.*

В теорії пружності і загалом в механіці суцільного середовища задачі дослідження деформацій розв'язуються за допомогою феноменологічних понять і законів, тобто осереднених за досить великим об'ємом динамічних і кінематичних параметрів і зв'язків між ними, що підтверджуються макроекспериментом.

Передбачається, що навіть для досить малих частин деформівного тіла справедливі поняття середніх величин густини, переміщення, поверхневих і об'ємних сил, внутрішньої енергії, швидкості, прискорення тощо.

Ідеалізація фізичного тіла полягає в тому, що всі розглянуті середні величини приймають, як істинні.

Друга гіпотеза про природний ***ненапружений стан тіл***. Припускають, що існуючі до прикладення зовнішніх зусиль *початкові напруження в тілі,* до*рівнюють нулеві.* Тобто напруження, які обчислюються є лише приростами напружень у розглянутих точках над початковими (невідомими) напруженнями в них.

В класичній лінійній теорії пружності приймають також гіпотези про ***ідеальну пружність, однорідність і кульову ізотропію матеріалу, існування лінійної залежності між напруженнями і деформаціями.***

Зауважимо, що пропорційність між компонентами напруження і компонентами деформації в кожній точці тіла (узагальнений закон Гука) не завжди означає існування прямопропорційної залежності між зовнішніми зусиллями і переміщеннями, а отже, і принципу незалежності дії сил. Зокрема, у контактних задачах, лінійний зв'язок між компонентами напруження і компонентами деформацій приводить до нелінійної залежності між зусиллями (наприклад, навантаження на кулю) і переміщеннями (зминання кулі і т.п.).

Таким чином, лінійному законові деформації у *малому* (тобто в точці тіла) не завжди відповідає лінійний закон деформації у *великому* (тобто для тіла в цілому).

Кульова ізотропія матеріалу передбачає, що його фізико-механічні властивості однакові в усіх напрямках, проведених з даної точки: будь-яку площину, що проходить через частинку, можна розглядати як площину симетрії для неї. Наділяючи цією властивістю й у тих же числових виразах усі частки матеріалу, отримуємо поняття однорідного ізотропного тіла.

Тому можна вважати, що *усі величини, що характеризують напруження і деформації в теорії пружності, є статистично усередненими для полікристалічних матеріалів*.

Принцип Сен-Венана. *Якщо на якій-небудь малій ділянці тіла прикладена урівноважена система сил, то вона створює в тілі напруження, що дуже швидко згасають з віддаленням від цієї ділянки*. Або напруження в точках досить віддалених від місця прикладання зусиль не залежать від способу їх прикладання.

У класичній теорії пружності також приймається, що:

а) переміщення тіла малі в порівнянні з лінійними розмірами тіла;

б) відносні подовження, а також і відносні зсуви в матеріалі, малі в порівнянні з одиницею;

в) кути повороту (тобто девіації) малі в порівнянні з одиницею, а квадрати кутів повороту малі в порівнянні з відносними подовженнями і зсувами.

2.2. Позначення основних величин

На рис.2.1 схематично представлено точки тіла в декартовій, циліндричній і сферичній системі координат.

x, y, z - декартові координати точки тіла у недеформованому стані (рис.2.1,а),

$r, \theta,$ z - циліндричні координати точки тіла x=r cosθ, y=r sin θ,. (рис.2.1,б);

u, v, w - сферичні координати $x = r\ sin\ \alpha\ cos\ \theta$; $y=r\ sin\ \alpha\ sin\ \theta$; $z==rcos\ \alpha$ (рис.2.1,в);

u, v, w - проекції на нерухомі координатні осі *{x, y, z}* дійсного зміщення розглянутої точки тіла (рис.2.1,а); у випадку циліндричних координат відповідно: u - проекція на радіус, v - *проекція* на тангенціальний напрямок і w - *проекція* на вісь r тіла обертання (рис.2.1, б);

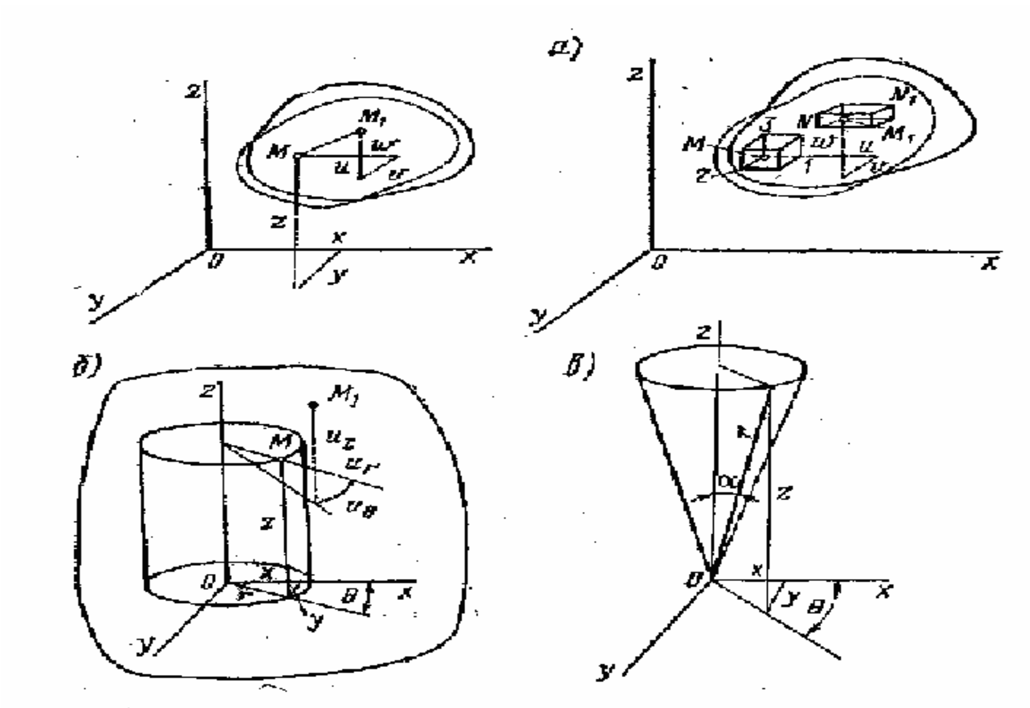


Рис.2.1. Позначення точок тіла в декартових – а, циліндричних – б і сферичних координатах – в

u_r, u_θ, υ_z - позначення в циліндричних координатах проекцій дійсного зсуву точки (рис.2.1,в);

p_v - повне напруження в точці тіла (усередині або на поверхні) на площадці, що має зовнішню нормаль v (рис.2.2, а);

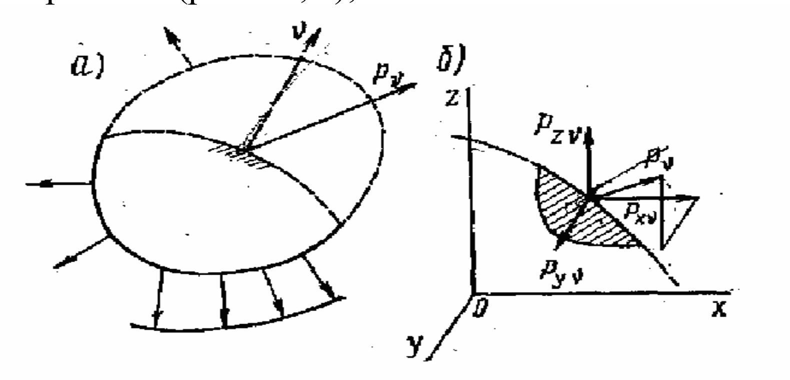


Рис.2.2. Схематичне представлення повного напруження в декартовій системі координат

P_{xv}, p_{yv}, p_{zy} — проекції повного напруження p_v на координатні осі *(x, y, z):*
$p_v^2 = p_{xv}^2 + p_{yv}^2 + p_{zv}^2$ (рис.2.2,б);

σ_x, σ_y, σ_z – нормальні напруження, рівнобіжні координатним осям *x, y, z,* на трьох взаємно перпендикулярних площадках, проведених через дану точку, для яких зовнішні нормалі відповідно рівнобіжні осям *x, y, z;*

τ_{xy}, τ_{xz} - дотичні напруження, рівнобіжні осі *x,* на площадках з нормалями, відповідно рівнобіжними осям у і z;

τ_{yx}, τ_{yz} – дотичні напруження, рівнобіжні осі *y,* на площадках з нормалями, відповідно рівнобіжними осям *x* і z;

τ_{zx}, τ_{zy} - дотичні напруження, рівнобіжні осі *z*, на площадках з нормалями відповідно рівнобіжними осям *x* і *y;*

$T_H = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}$ - тензор напруження для даної точки, тобто сукупність компонентів напружень на трьох взаємно перпендикулярних площадках у випадку однорідного напруженого стану (рис.2.3);

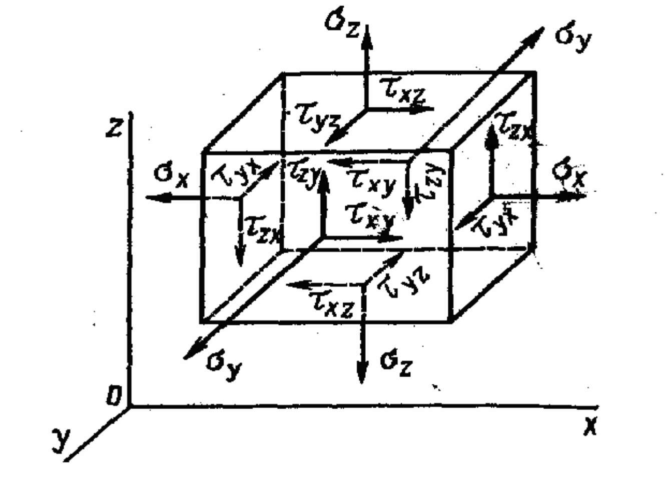


Рис.2.3. Схематичне представлення напружень в нескінченно малому об’ємі тіла у формі паралелепіпеда

σ_1, σ_2, σ_3 - головні напруження для даної точки, тобто нормальні напруження на головних площадках (на яких відсутні дотичні напруження);

$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ (рис.2.4, а);

$\tau_3 = \pm\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$ - головні дотичні напруження, тобто напруження на площадках з відносними максимумами дотичних напружень, бісекторних до напрямків σ_1 і σ_2 (Рис.2.4, в);

$\tau_1 = \pm\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$ - головні дотичні напруження, на площадках, бісекторних до напрямків σ_2 і σ_3;

$\tau_2 = \pm\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}$- головні дотичні напруження, на площадках, бісекторних до напрямків σ_3 і σ_1.

$\sigma_{ср} = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$ - середнє напруження, або нормальне напруження на октаедричних площадках, тобто на площадках, рівнонахилених до головних площадок), що проходять через дану точку (Рис.2.4, *б);*

$\tau_{окт} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$ - дотичне напруження на октаедричних площадках;

$\sigma_i = \frac{3}{\sqrt{2}}\tau_{окт}$ - інтенсивність напруження (приведене, розрахункове напруження);

$\sigma^I, \sigma^{II}, \sigma^{III}$ - інваріанти (перший, другий, третій) тензора напруження, тобто не залежать від вибору системи координат;

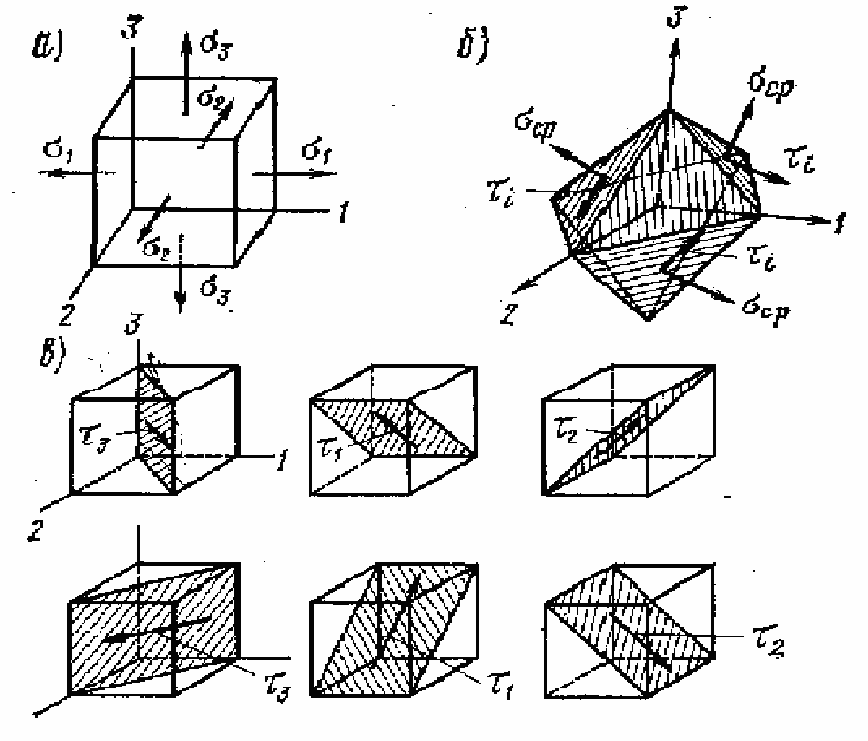


Рис.2.4. Схематичне представлення площадок тіла з діючими на них напруженнями: головним - а); середніми і октаедричними - б); головним дотичним - в)

ε_x, ε_y, ε_z - відносні подовження (декартові координати) вздовж осей *x, y, z* (рис.2.5, а);

γ_{xy}, γ_{yz}, γ_{zx}—відносні зсуви (декартові координатах); індекси вказують координатні площини, на які проектуються відповідні зсуви (рис.2.5, б, в);

$2\varepsilon_{xy}$, $2\varepsilon_{yz}$, $2\varepsilon_{zx}$ - інші позначення відносних зсувів;

$$T_{деф} = \begin{pmatrix} \varepsilon_ч & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \varepsilon_z \end{pmatrix}$$ - тензор деформації, тобто сукупність компонентів деформації нескінченно малого об’єму (у формі паралелепіпеда) в околі заданої точки;

ε_1, ε_2, ε_3 - головні деформації для даної точки;

$\gamma_{max} = \varepsilon_1 - \varepsilon_3$ – найбільший зсув для даної точки;

$\varepsilon_{cp} = \frac{1}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)$ - середня деформація (октаедрична), тобто деформація в напрямках, нормальних до октаедричних площадок;

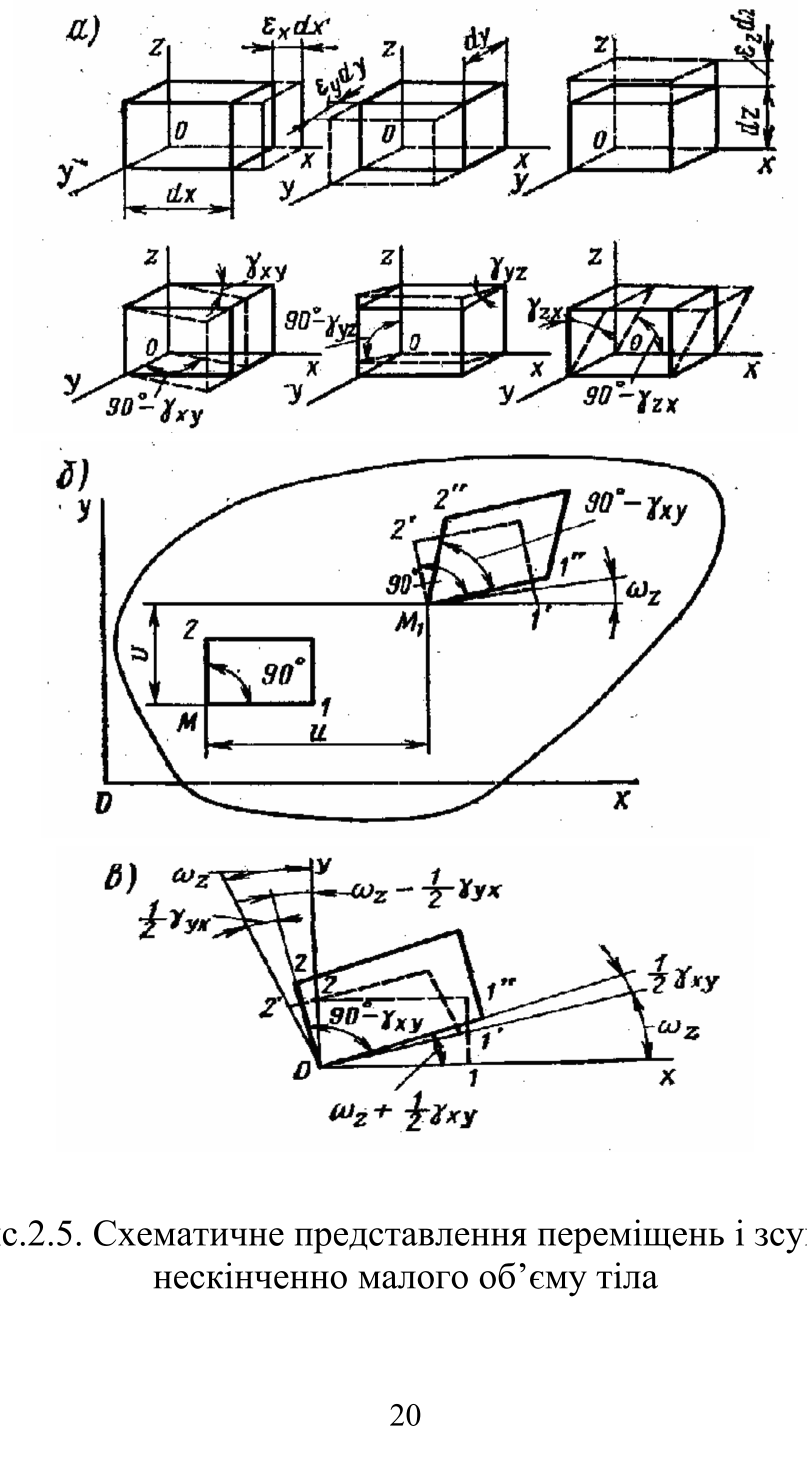


Рис.2.5. Схематичне представлення переміщень і зсувів нескінченно малого об’єму тіла

$\gamma_{окт} = \frac{2}{3}\sqrt{(\varepsilon_1-\varepsilon_2)^2+(\varepsilon_2-\varepsilon_3)^2+(\varepsilon_3-\varepsilon_1)^2}$ - октаедричний зсув, тобто зміна у процесі деформації прямого двогранного кута між площадками, на яких діють напруження $\tau_{окт}$,

$\theta=3\varepsilon_{ср}$ - відносна об'ємна деформація;

$\varepsilon_i = \frac{1}{\sqrt{2}}\gamma_{окт}$ - інтенсивність деформації;

ε^{I}, ε^{II}, ε^{III} - інваріанти (перший, другий, третій) тензора деформації - характеристики деформованого стану, що не залежать від вибору координатної системи координат;

E, G- модулі пружності: першого роду (модуль Юнга) і другого роду (модуль зсуву);

μ - коефіцієнт Пуассона;

$\lambda = \frac{2\mu G}{1-2\mu}$ - стала Ламе;

$$\left.\begin{array}{l} l=\cos(x,\nu) \\ m=\cos(y,\nu) \\ n=\cos(z,\nu) \end{array}\right\}$$ - напрямні косинуси одиничної нормалі до зовнішньої площадки;

$\nabla^2(...) = \frac{\partial^2(...)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2(...)}{\partial y^2}+\frac{\partial^2(...)}{\partial z^2}$ - оператор Лапласа.

2.3. Інші позначення компонентів зсуву, напруження, деформацій. Додаткові позначення

Зазначені в 2.2 позначення компонентів напруження широко застосовуються в опорі матеріалів і будівельній механіці. Поряд з ними застосовують й інші позначення, які наведені в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1. Позначення компонентів напруження

I	II	III	IV	I	II	III	IV
σ_x	X_x	σ_{xx}	σ_{11}	τ_{xy}	X_y	σ_{xy}	σ_{12}
σ_y	Y_y	σ_{yy}	σ_{22}	τ_{yz}	Y_z	σ_{yz}	σ_{23}
σ_z	Z_z	σ_{zz}	σ_{33}	τ_{zx}	Z_x	σ_{zx}	σ_{31}

Позначення, приведені в колонці II, широко використовуються в фундаментальних працях з теорії пружності. Позначення в колонці IV, відповідають позначенням координатних осей не через *x, y, z,* а 1, 2, 3. Кожна із систем позначень має переваги і недоліки.

При рішенні складних задач теорій пружності, особливо у випадку анізотропних середовищ, більш зручною є нумерована система координатних осей (рис.2.4). Компоненти зсуву позначають u_1 , u_2 і u_3 замість u, v і w.

При більш строгому рішенні задач теорії пружності, особливо у випадках, коли напруження у визначеній області тіла розподіляються вкрай нерівномірно, тобто є значний градієнт напруження, треба враховувати, що вектор напруження на будь-якій площадці має деякий ексцентриситет щодо центра розглянутої площадки (рис.2.6, а).

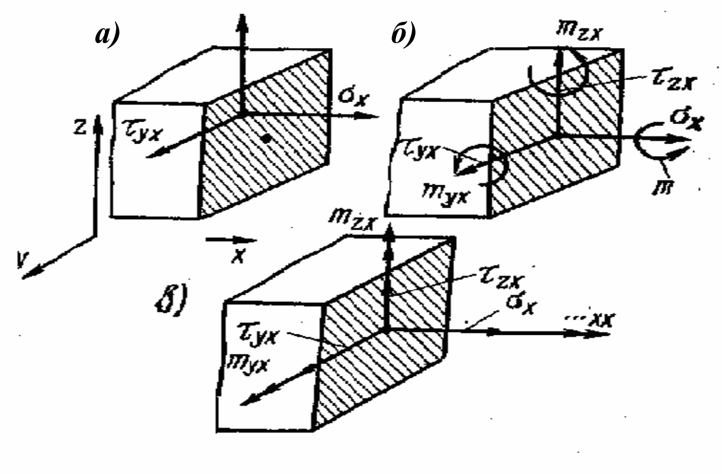


Рис.2.6. Схематичне представлення моментних напружень

Перенісши компоненти напруження у центр грані елементарного паралелепіпеда (рис.2.6, б), отримаємо три моменти стосовно до однієї з граней (нормаль до грані рівнобіжна осі x). Інтенсивності зазначених моментів (їх називають моментними напруженнями) позначають буквою m із двома індексами: перший відповідає позначенню осі, щодо якої підраховується момент, другий вказує “адресу” моменту, тобто приналежність його до тієї або іншої грані. Моментні напруження зручно зображувати векторами з двома стрілками (рис.2.6, в).

Таким чином, більш строга постановка задачі допускає, що напружений стан елементарного паралелепіпеда буде цілком визначено, якщо задано не тільки тензор-матрицю основних напруження, але і тензор-матрицю моментних напружень. Ці дві матриці такі:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x, & \tau_{xy}, & \tau_{xz} \\ \tau_{yx}, & \sigma_y, & \tau_{yz} \\ \tau_{zx}, & \tau_{zy}, & \sigma_z \end{pmatrix}; \qquad \begin{pmatrix} m_{xx}, & m_{xy}, & m_{xz} \\ m_{yx}, & m_{yy}, & m_{yz} \\ m_{zx}, & m_{zy}, & m_{zz} \end{pmatrix}.$$

Треба зазначити, що за формою запису матриця моментних напружень аналогічна матриці основних напружень, якщо в останньої для нормальних напружень прийняти позначення

$$\sigma_x = \tau_{xx}; \ \sigma_y = \tau_{yy}, \ \sigma_z = \tau_{zz}.$$

При обчисленні моментних напружень картина деформації елементарного об’єму повинна бути доповнена картиною скривлення граней.

2.4. Дослідження напруженого стану в точці при заданому тензорі напруження

Вирізаємо усередині напруженого суцільного тіла уявно елементарний об'єм у вигляді тетраедра нескінченно малих розмірів (Рис.2.7), три взаємно перпендикулярні грані якого рівнобіжні координатним площинам, а четверта-похила ("коса") площадка характеризується відомими компонентами одиничної нормалі *l*, *m, n* стосовно координатних осей. Припустимо, що для взаємно перпендикулярних граней тетраедра відомий тензор напруження (рис.2.7, а), тоді єдиним невідомим буде вектор напруження на похилій площадці.

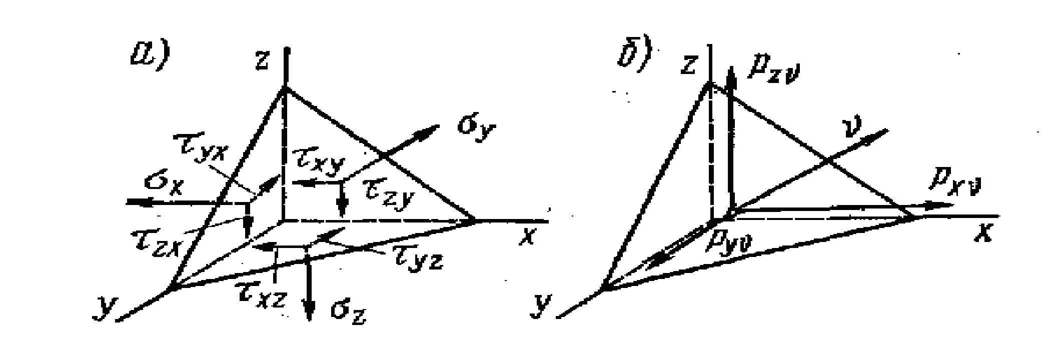


Рис.2.7. Схематичне представлення компонентів напруженого стану елементарного тетраедра на взаємно перпендикулярних – а) і похиленій – б) площадках

Застосувавши три рівняння рівноваги ($\sum X=0$, $\sum Y=0$, $\sum Z=0$), для проекцій вектора p_v (рис.2. 7,б) на координатні осі одержимо наступні вирази:

$$\left.\begin{aligned} p_{x\nu} &= \sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n; \\ p_{y\nu} &= \tau_{yx} l + \sigma_y m + \tau_{yz} n; \\ p_{z\nu} &= \tau_{zx} l + \tau_{zy} m + \sigma_z n, \end{aligned}\right\} \qquad (2.1)$$

Повний вектор напруження

$$p_\nu^2 = p_{x\nu}^2 + p_{y\nu}^2 + p_{z\nu}^2.$$

Обчислимо нормальні і дотичні напруження на розглянутій похилій площадці, для чого вектор повного напруження p_v розкладемо на складові нормальні до площадки і дотичні до неї. Проектуючи компоненти p_{xv} p_{yv}, p_{zv} на нормаль v, одержимо нормальне напруження на похилій площадці:

$$\sigma_\nu = p_{x\nu}\cos(x,\ \nu) + p_{y\nu}\cos(y,\ \nu) + p_{z\nu}\cos(z,\ \nu)$$

Або, використовуючи (2.1), знаходимо:

$$\sigma_\nu = \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 + 2\tau_{xy} lm + 2\tau_{yz} mn + 2\tau_{zx} nl, \qquad (2.2)$$

Дотичне напруження на тій же площадці визначиться зі співвідношення

$$\sigma_\nu^2 + \tau_\nu^2 = p_\nu^2. \qquad (2.3)$$

На границі тіла маємо обернену задачу: як правило, бувають задані компоненти p_{xv} p_{yv}, p_{zv} і, виходячи з них, шукають компоненти напруження усередині тіла. Позначимо проекції інтенсивності зовнішнього навантаження і напруження на границі тіла, значком *, тоді вирази (2.1) приймуть вид:

$$\left.\begin{aligned} \overset{*}{p}_{xv} &= \overset{*}{\sigma}_x l^* + \overset{*}{\tau}_{xy} m^* + \overset{*}{\tau}_{xz} n^*; \\ \overset{*}{p}_{yv} &= \overset{*}{\tau}_{yx} l^* + \overset{*}{\sigma}_y m^* + \overset{*}{\tau}_{yz} n^*; \\ \overset{*}{p}_{zv} &= \overset{*}{\tau}_{zx} l^* + \overset{*}{\tau}_{zy} m^* + \overset{*}{\sigma}_z n^*, \end{aligned}\right\} \qquad (2.4)$$

де *l*, m*, n*- направляючі* косинуси для нормалі в точці зовнішньої поверхні тіла, до якої прикладено зовнішнє навантаження.

Рівняння (2.4) називають статичними граничними умовами. Дослідження напруженого стану в даній точці можна продовжити. З безлічі похилих площадок, побудованих в обстежуваній точці, можна виділити ті, які називають головними площадками для даної точки, на яких відсутні дотичні напруження, і тому $\sigma_v = p_v$, тобто *повне напруження для головної площадки збігається за величиною і напрямком з нормальним напруженням.*

Називаючи такі напруження головними, при дослідженні згаданого питання приходимо до наступного кубічного рівняння:

$$\sigma^3 - \sigma^2\sigma^{I} + \sigma\sigma^{II} - \sigma^{III} = 0, \qquad (2.5)$$

де коефіцієнти цього рівняння, які називаються інваріантами тензора напруження, обчислюють через звичайні компоненти тензора напруження:

$$\begin{aligned} \sigma^{I} &= \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z; \\ \sigma^{II} &= \sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2; \\ \sigma^{III} &= \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2. \end{aligned} \qquad (2.6)$$

Головні напруження, визначені з рівняння (2.5) позначають σ_1 , σ_2 ,σ_3, причому для зручності вважають $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

Контролем правильності розв'язку кубічного рівняння служать співвідношення, що випливають з інваріантості коефіцієнтів рівняння (2.3).

$$\sigma^{I} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3; \quad \sigma^{II} = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1; \quad \sigma^{III} = \sigma_1\sigma_2\sigma_3.$$

Напруження на площадках, рівнонахилених до головних (октаедричні площадки):

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{окт}} &= \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3); \\ \tau_{\text{окт}} &= \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}; \end{aligned} \qquad (2.7)$$

виразимо їх через компоненти тензора напружень:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{окт}} &= \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z); \\ \tau_{\text{окт}} &= \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}. \end{aligned} \qquad (2.8)$$

Дотичні октаедричні напруження визначаються через відносні максимуми дотичних напружень:

$$\tau_{окт} = \frac{2}{3}\sqrt{\tau_1^2 + \tau_2^2 + \tau_3^2} \qquad (2.9)$$

Найбільше і найменше дотичні напруження для даної точки

$$\tau_{\substack{max \\ min}} = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \qquad (2.10)$$

2.5. Напруження в околі точки. Диференціальні рівняння рівноваги

Компоненти напружень, показані на рис.2.3, строго кажучи, характеризують однорідний напружений стан.

У дійсності за неоднорідного напруженого стану, наскільки близько б не були грані елементарного об’єму, напруження збільшується із збільшенням віддалі між гранями і градієнту напруження.

На рис.2.8 зображена уточнена схема напруженого стану в околі розглядуваної точки. На рис.2.8,*а* показані нормальні напруження, на рис.2.8,б-дотичні. Застосуємо до зазначеного паралелепіпеда рівняння рівноваги (або руху, якщо розглянуте тіло знаходиться в русі):

$$\sum X = 0; \sum Y = 0; \sum Z = 0; \sum M_x = 0; \sum M_y = 0; \sum M_z = 0, \qquad (2.11)$$

після розкриття перших трьох рівнянь приходимо до наступних умов, які називаються диференціальними рівняннями рівноваги (або руху):

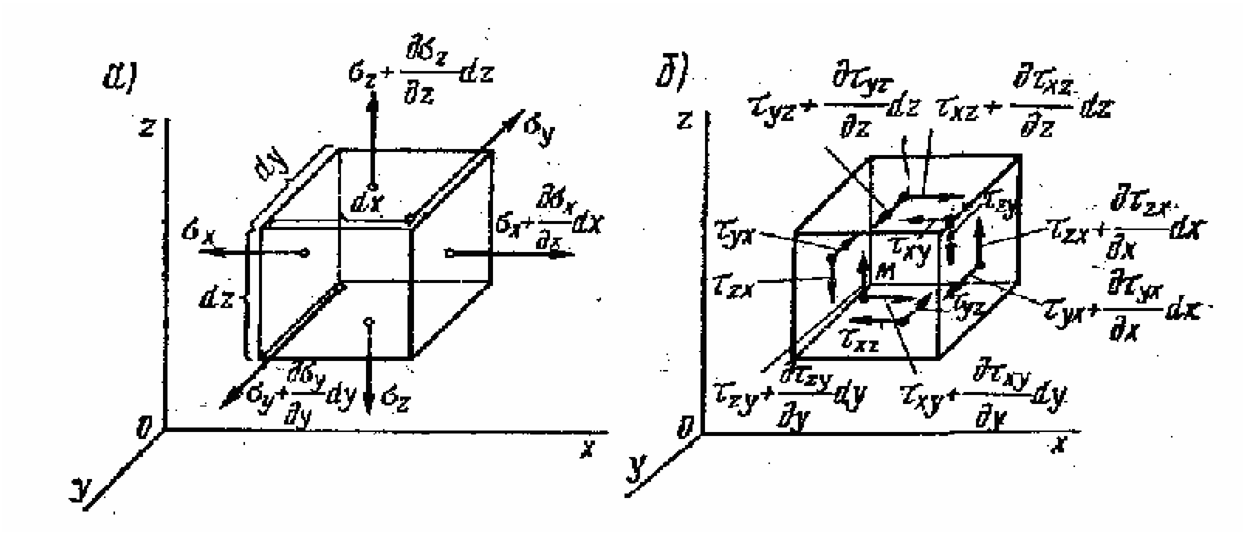


Рис.2.8. Схематичне представлення нормальних – а) і дотичних – б) напружень за неоднорідного напруженого стану

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial\sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z}+X\rho=0\ \left(\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right);\\
&\frac{\partial\tau_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial\tau_{yz}}{\partial z}+Y\rho=0\ \left(\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\right);\\
&\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial\tau_{zy}}{\partial y}+\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}+Z\rho=0\ \left(\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\right);
\end{aligned}\right\} \qquad (2.12)$$

де *X, Y, Z* - компоненти об'ємної сили; ρ - густина; *t* - час. Рівняння (2.12) після переносу членів з об'ємними силами у праву частину можна для зручності представити у виді таблиці 2.2.

Таблиця 2.2. Представлення рівняння (2.12)

Рівняння	Ліва частина рівняння з операціями			Права частина рівняння	
	$\partial/\partial x$	$\partial/\partial y$	$\partial/\partial z$	без операції	з операцією $\partial^2/\partial t^2$
$\sum X=0$	σ_x	τ_{xy}	τ_{xz}	X	u
$\sum Y=0$	τ_{yx}	σ_y	τ_{yz}	Y	υ
$\sum Z=0$	τ_{zx}	τ_{zy}	σ_z	Z	ω
Множники				$-\rho$	ρ

Розкриття останніх трьох рівнянь (сума моментів) приводить до відомого з опору матеріалів закону взаємності дотичних напружень:

$$\tau_{xy}=\tau_{yx};\quad \tau_{yz}=\tau_{zy};\quad \tau_{zx}=\tau_{xz}, \qquad (2.13)$$

На кожних двох взаємно перпендикулярних площинах компоненти дотичних напружень, перпендикулярні до лінії перетинання цих площин, рівні між собою і при цьому обоє спрямовані або до лінії перетинання, або від неї.

Примітка 1. У ряді задач теорії пружності і теорії пластичності масові сили впливають неістотно, і тому при розрахунках ними нехтують. У такому випадку з рівнянь (2.12) виключають члени, що містять *X, Y, Z.* Якщо до того ж розглянути випадок спокою (статична теорія пружності), то *рівняння рівноваги* (2.12) виявляться однорідними диференціальними рівняннями. Якщо в цих рівняннях застосувати нумеровані позначення напруження і координатних осей, то такі однорідні статичні рівняння приймуть наступний винятково короткий вид:

$$\sum_{i=1}^{i=3}\frac{\partial}{\partial x_i}\sigma_{ki}=0 \quad (k=1,\ 2,\ 3).$$

У випадку використання іншої (не декартової) системи координат рівняння рівноваги мають вигляд, відмінний від рівнянь (2.12).

Примітка 2. При виведенні рівнянь (2.12) не зроблено відмінностей між величиною і положенням до і після деформації тих площадок, на яких розглядаються напруження. У випадку великих деформацій (коло задач геометрично нелінійної теорії пружності) необхідно враховувати розходження між первісною і деформованою формами паралелепіпеда. Зазначимо, що за зовнішнім виглядом рівняння (2.12) зберігаються й у випадку, якщо під координатами *x, y, z,* за якими виконується диференціювання рівняння (2.12), розуміти координати точок не до, а після деформації.

2.6. Зміна компонентів тензора деформації при повороті координатних осей

Подібно тому, як змінюються напруження усередині тіла, навіть в окремо узятій точці, якщо змінити положення розглянутої площадки, що проходить через цю точку, так і компоненти деформації в розглянутій точці залежать від напрямку площини, що проходить через ту ж точку.

Треба зазначити, що між теорією напруження і теорією деформацій є повна аналогія. Усі необхідні формули в теорії деформацій можна виражати аналогічно відповідним формулам у теорії напружень. Зокрема, для відносного подовження ε якого-небудь відрізка, що проходить через дану точку, напрямок якого (до деформації) складав з координатними осями кути, косинуси яких рівні *l, m, n,* за аналогією з виразом (2.2) одержимо:

$$\varepsilon = \varepsilon_x l^2 + \varepsilon_y m^2 + \varepsilon_z n^2 + \gamma_{xy} lm + \gamma_{yz} mn + \gamma_{zx} nl. \qquad (2.14)$$

Таким чином, *подовження якого-небудь відрізка, що проходить через дану точку, можна виразити через шість компонентів тензора деформації тієї ж точки.*

Можна стверджувати, що в кожній точці тіла існують три взаємно перпендикулярних напрямки, що називаються головними осями деформації, і володіють тією властивістю, що волокна, спрямовані вздовж них, мають тільки зміни довжин, тобто зсуви вздовж головних осей деформації дорівнюють нулеві.

Кубічне рівняння для визначення головних деформацій аналогічно рівнянню (2.5) із заміною компонентів тензора напруження на компоненти тензора деформації, тобто σ_x на ε_x і т.д. У результаті одержимо рівняння

$$\varepsilon^3 - \varepsilon^2 \varepsilon^{I} + \varepsilon \varepsilon^{II} - \varepsilon^{III} = 0, \qquad (2.15)$$

де інваріанти тензора деформації мають вигляд:

$$\left.\begin{aligned} &\varepsilon^{I} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \text{const}; \\ &\varepsilon^{II} = \varepsilon_x\varepsilon_y + \varepsilon_y\varepsilon_z + \varepsilon_z\varepsilon_x - \frac{1}{4}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) = \text{const}; \\ &\varepsilon^{III} = \varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z + \frac{1}{4}\gamma_{xy}\gamma_{yz}\gamma_{zx} - \\ &\quad - \frac{1}{4}(\varepsilon_x\gamma_{yz}^2 + \varepsilon_y\gamma_{zx}^2 + \varepsilon_z\gamma_{xy}^2) = \text{const}. \end{aligned}\right\} \qquad (2.16)$$

Аналогічно головним напруженням, значення головних подовжень буде:

$$\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3.$$

Очевидно, в ізотропному матеріалі, напрямки головних напружень і головних деформацій повинні збігатися. Справді, немає ніяких причин для того, щоб симетрична система тільки нормальних напружень викликала несиметричну деформацію.

Отже, *який би не був в даній точці деформований стан, завжди можна знайти три взаємно перпендикулярні прямі, що проходять через цю точку, які були взаємно перпендикулярними також і до деформації.* Ці прямі є напрямками, для яких деформації мають характерні стаціонарні значення (максимум, мінімум або мінімакс).

Продовжуючи аналогію, деформація в напрямку, нормальному до октаедричних площадок:

$$\varepsilon_{окт} = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3). \tag{2.17}$$

Деформація в октаедричних площинах за аналогією з виразом (2.7)

$$\gamma_{окт} = \frac{2}{3}\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \tag{2.18}$$

або

$$\gamma_{окт} = \frac{2}{3}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)} \tag{2.19}$$

Для найбільшого зсуву за аналогією з виразом (2.10)

$$\gamma_{max} = \varepsilon_1 - \varepsilon_3. \tag{2.20}$$

У теорії пластичності часто застосовується величина, яка пропорційна октаедричному зсуву:

$$\varepsilon_i = \frac{3}{2\sqrt{2}(1+\mu)}\gamma_{окт}, \tag{2.21}$$

і називається інтенсивністю деформації (або узагальненою деформацією). Отже, під інтенсивністю деформації розуміємо вираз

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{2(1+\mu)}\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}, \tag{2.22}$$

У межах пружних деформацій (п. 2.8) між узагальненими напруженням і деформацією існує проста залежність:

$$\sigma_i = E\varepsilon_i, \tag{2.23}$$

2.7. Геометричні рівняння механіки лінійного суцільного деформованого середовища

Компоненти тензора деформації зв'язані не тільки один з одним стосовно розглядуваної точки, але й в околиці її з деформацією сусідніх точок. Ця важлива обставина обумовлена тим, що згадані компоненти залежать від закону зміни компонент зсуву (від градієнтів зсувів) в околі розглядуваної точки. Про це свідчать геометричні рівняння деформації суцільного середовища, (рівняння Коші)

$$\varepsilon_x = \partial u/\partial x; \quad \varepsilon_y = \partial v/\partial y; \quad \varepsilon_z = \partial w/\partial z;$$
$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}; \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \qquad (2.24)$$

Якщо застосувати нумеровані позначення координатних осей і відповідні їм позначення компонент тензора деформації, то рівняння (2.24) приймуть вид:

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_1}\right); \quad \varepsilon_{22} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right); \quad \varepsilon_{33} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}\right);$$
$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right); \quad \varepsilon_{23} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right); \quad \varepsilon_{31} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3}\right). \qquad (2.25)$$

Або в скороченому записі

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right) \quad (i = 1,\ 2,\ 3;\ k = 1,\ 2,\ 3). \qquad (2.26)$$

З рівнянь (2.2.4) або (2.2.6) слідує, що компоненти тензора малої деформації в околі будь-якої точки в межах кожного малого об'єму й у межах усього об'єму самого середовища (незалежно пружна вона або непружна, лінійна або нелінійна) повинні задовольняти наступній умові:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x\, \partial y};\\
&\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y\, \partial z};\\
&\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z\, \partial x};\\
&\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z}\right) = 2\frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x\, \partial y};\\
&\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x}\right) = 2\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y\, \partial z};\\
&\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y}\right) = 2\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z\, \partial x}.
\end{aligned}\right\} \qquad (2.27)$$

Рівняння (2.27), які були виведені Сен-Венаном, називають рівняннями (умовами) спільності, або нерозривності, деформації.

Фізичний зміст цих рівнянь такий. Якщо розбити тіло на паралелепіпеди, то при деформації тіла деформуються всі паралелепіпеди. Якщо скласти ці деформовані паралелепіпеди, то при дотриманні рівнянь Сен-Венана вони і *після деформації утворять суцільне і безперервне тіло.*

Якщо за даним навантаженням можна точно визначити переміщення точок тіла *(u, v, w)* то знайшовши їхні значення, деформації обчислюють за формулами (2.24); у цьому випадку умови нерозривності будуть задоволені, тому що вони виведені з рівнянь (2.24).

Якщо за заданими навантаженнями визначити напруження і потім деформації, то необхідно, одночасно задовольнити і рівнянням нерозривності (2.27). У протилежному випадку деформації несумісні і неможливо визначити переміщення з рівнянь (2.24) через їхню суперечливість.

Енергетичний зміст рівнянь (2.27) полягає в тому, що здійсненню зазначеного принципу нерозривності деформацій пружному тілі відповідає мінімальне значення потенціальної енергії деформації, що накопичується тілом.

Таким чином, для пружного тіла принцип найменшої роботи деформації і рівняння спільності деформацій тотожні (хоча в теорії і розрахунках вони не можуть цілком заміняти один одного).

У трохи іншій формі зазначений принцип мінімуму потенціальної енергії і його тотожність рівнянням нерозривності деформацій зберігається й у випадку пластичних деформацій.

Рівняння (2.27) установлені для тривимірної задачі, в інших випадках кількість незалежних рівнянь нерозривності буде іншою.

Досить наочна умова сумісності деформацій на прикладі ферми, стрижні якої після подовження (або укорочення), викликаного дією навантаження, утворять замкнуту фігуру виду, подібного до первісного виду ферми.

Припущення про те, що порушення умов нерозривності (наприклад, утворення тріщин у суцільному тілі, руйнування стрижня у фермі й ін.) повинне збільшити роботу зовнішніх сил (сума, складена з добутків зовнішніх сил на відповідні їм переміщення), мабуть пов’язане з тим, що це супроводжується ростом переміщень тіла (прогини ферм і т.п.) у порівнянні з тим, коли дотримуються умови нерозривності.

В.3.Уласов установив, що в загальному випадку евклідового простору, що має n вимірів, число незалежних рівнянь нерозривності визначається формулою

$$i = n^2(n^2 - 1)/12$$

При $n = 2$ (плоский напружений стан) $i=1$; при $n=1$ (одновісний напружений стан) $i=0$; при $n = 4$ (наприклад, четвертий вимір — час) $i=20$.

2.8. Закон Гука для лінійного ізотропного пружного середовища

Відомі з курсу опору матеріалів співвідношення, що зв’язують компоненти деформації в точці суцільного середовища з компонентами напруження у тій же точці, залишаються без зміни й у класичній теорії пружності, оскільки передумови для цих співвідношень, тобто так званий закон Гука, є загальними (деформації мізерно малі у порівнянні з розмірами досліджуваного тіла, можливість використовувати принцип незалежності дії сил і т. д.).

У звичайних позначеннях цей закон пружності виражається так:

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_x&=\frac{1}{E}[\sigma_x-\mu(\sigma_y+\sigma_z)];\ \gamma_{xy}=\tau_{xy}/G;\\ \varepsilon_y&=\frac{1}{E}[\sigma_y-\mu(\sigma_z+\sigma_x)];\ \gamma_{yz}=\tau_{yz}/G;\\ \varepsilon_z&=\frac{1}{E}[\sigma_z-\mu(\sigma_x+\sigma_y)];\ \gamma_{zx}=\tau_{zx}/G,\end{aligned}\right\}\tag{2.28}$$

де $$G=E/2(1+\mu)\tag{2.29}$$

Закон (2.28) можна сформулювати так: *компоненти тензора деформації в даній точці тіла знаходяться в лінійній* залежності від *компонентів тензора напруження тієї ж точки.*

Часто буває необхідно мати зворотні залежності, тобто напруження, виражені через деформації. Для цього, розв'язуючи формули (2.28) відносно напруження, одержимо:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x&=2G\left[\varepsilon_x+\frac{3\mu}{1-2\mu}\varepsilon_{cp}\right];\ \tau_{xy}=G\gamma_{xy};\\ \sigma_y&=2G\left[\varepsilon_y+\frac{3\mu}{1-2\mu}\varepsilon_{cp}\right];\ \tau_{yz}=G\gamma_{yz};\\ \sigma_z&=2G\left[\varepsilon_z+\frac{3\mu}{1-2\mu}\varepsilon_{cp}\right];\ \tau_{zx}=G\gamma_{zx},\end{aligned}\right\}\tag{2.30}$$

де ε_{cp} - середня деформація;

$$\varepsilon_{cp}=\frac{1}{3}(\varepsilon_x+\varepsilon_y+\varepsilon_z).$$

Рівняння (2.30) для нормальних напружень можна представити й у такому виді:

$$\sigma_x=2G\varepsilon_x+\lambda\Theta,\sigma_y=2G\varepsilon_y+\lambda\Theta,\sigma_z=2G\varepsilon_z+\lambda\Theta\tag{2.31}$$

З рівнянь (2.31) випливають наступні залежності:

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x-\sigma_y&=2G(\varepsilon_x-\varepsilon_y);\\ \sigma_y-\sigma_z&=2G(\varepsilon_y-\varepsilon_z);\\ \sigma_z-\sigma_x&=2G(\varepsilon_z-\varepsilon_x).\end{aligned}\right\}\tag{2.32}$$

Шляхом елементарних операцій з формулами (2.28) можливо одержати й інші за зовнішньою формою запису того ж фізичного закону Гука. Приведемо деякі з них, що є в ряді задач більш зручними ніж записи (2.28) або (2.30). Так, наприклад,

$$\sigma_{cp}=\frac{E}{1-2\mu}\varepsilon_{cp}.\tag{2.33}$$

Вираз (2.33) також можна представити через об'ємну деформацію

$$\sigma_{cp}=\frac{E}{3(1-2\mu)}\theta,\tag{2.34}$$

таким чином, середнє напруження в точці пропорційне об'ємній деформації в тій же точці.

Вирази (2.33) і (3.34) називають законом пружної зміни об'єму. Цей закон справедливий і для значень середніх напружень, які набагато перевищують звичайну межу пружності матеріалу.

У зв'язку з цим об'ємна деформація, що обчислюється за формулою

$$\theta = \frac{3(1-2\mu)}{E}\sigma_{ср}, \qquad (2.35)$$

практично завжди зникає після усунення причин, що її викликали. Можливий і такий запис закону Гука:

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_x - \sigma_{ср} &= 2G(\varepsilon_x - \varepsilon_{ср});\\
\sigma_y - \sigma_{ср} &= 2G(\varepsilon_y - \varepsilon_{ср});\\
\sigma_z - \sigma_{ср} &= 2G(\varepsilon_z - \varepsilon_{ср});\\
\tau_{xy} &= 2G\frac{1}{2}\gamma_{xy};\\
\tau_{yz} &= 2G\frac{1}{2}\gamma_{yz};\\
\tau_{zx} &= 2G\frac{1}{2}\gamma_{zx}.
\end{aligned}\right\} \qquad (2.36)$$

Якщо систему напружень $(\sigma_x—\sigma_{ср})$, $(\sigma_y—\sigma_{ср})$, $(\sigma_z—\sigma_{ср})$, τ_{xy}, τ_{yz}, τ_{zx} назвати компонентами напружень, що відповідають зміні форми, а систему деформацій $(\varepsilon_x—\varepsilon_{ср})$, $(\varepsilon_y—\varepsilon_{ср})$, $(\varepsilon_z—\varepsilon_{ср})$, $1/2\gamma_{xy}$, $1/2\gamma_{yz}$, $1/2\gamma_{zx}$ — компонентами деформації, що відповідають зміні форми, то узагальнений закон пружності (2.36) (що є законом зміни форми) можна сформулювати так: *компоненти напруження і деформації, які відповідають зміні форми, пропорційні один одному.*

Також

$$\tau_{окт} = G\gamma_{окт} \qquad (2.37)$$

Можливий такий запис, що слідує з об'єднання фізичного закону (2.28) і зв'язку між пружними модулями (2.29)

$$\sigma_i = E\varepsilon_i$$

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_x)^2+6(\tau_{xy}^2+\tau_{yz}^2+\tau_{zx}^2)}; \qquad (2.38)$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{2(1+\mu)}\sqrt{(\varepsilon_x-\varepsilon_y)^2+(\varepsilon_y-\varepsilon_z)^2+(\varepsilon_z-\varepsilon_x)^2+\frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2+\gamma_{yz}^2+\gamma_{zx}^2)}; \qquad (2.39)$$

2.9. Питома потенціальна енергія

Під дією зовнішніх сил пружне тіло піддається деформації, при якій сили виконують роботу. Ця робота перетворюється в потенціальну енергію й у наступному при видаленні зовнішніх сил витрачається на відновлення первісної (тобто недеформованої) форми тіла.

Енергію, що накопичується при деформації в одиничному об'ємі матеріалу, виділеному біля даної точки, називають *питомою потенціальною енергією,* або *пружним потенціалом в околі розглянутої точки.*

Для підрахунку пружного потенціалу необхідно скласти суму добутків з компонентів напруження (компонентів тензора напруження) на відповідні їм компоненти деформації (компоненти тензора деформації). Половинне значення такої суми і складе шукану питому енергію.

Половинне значення береться тому, що напруження виникають не раптово, а ростуть у міру збільшення деформації внаслідок залежності від неї, що характерно для статичного процесу.

Символічно це можна виразити так:

$$П = T_н T_{деф} / 2. \tag{2.40}$$

У результаті перемножування тензорів одержуємо для питомої енергії вираз: через компоненти напруження

$$П = \frac{1}{2E}\left[\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\mu(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x) + 2(1+\mu)(\tau_{xy}^2\tau_{yz}^2\tau_{zx}^2)\right], \tag{2.41}$$

через компоненти деформації

$$П = G\left[\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + \frac{\mu}{1-2\mu}\Theta^2 + \frac{1}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)\right]. \tag{2.42}$$

Звичайно зазначену енергію буває зручно представити у виді суми двох частин: енергії, що витрачається на зміну об’єму, і енергії, що витрачається на зміну форми, тобто

$$П = П_0 + П_ф \tag{2.43}$$

$$П_0 = \frac{3}{2}\cdot\frac{1-2\mu}{E}\sigma_{окт}^2 \tag{2.44}$$

$$П_ф = \frac{3(1+\mu)}{2E}\tau_{окт}^2 \tag{2.45}$$

2.10. Про повний комплект основних рівнянь класичної (лінійної) теорії пружності

Шуканими в задачах теорії пружності (це відноситься і до інших галузей механіки деформівного тіла - теорії пластичності, теорії повзучості) є компоненти зміщення і компоненти напруження для будь-якої точки заданого тіла, тобто

$$\begin{aligned} &u = f_1(x,\ y,\ z),\\ &\dots\dots\dots\\ &\sigma_x = f_4(x,\ y,\ z),\\ &\dots\dots\dots\\ &\tau_{xy} = f_7(x,\ y,\ z).\\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

Іноді шуканими можуть бути компоненти деформації;

$$\begin{aligned} &\varepsilon_x = f_{10}(x,\ y,\ z),\\ &\dots\dots\dots\\ &\dots\dots\dots\\ &\gamma_{zx} = f_{15}(x,\ y,\ z). \end{aligned}$$

Таким чином, нас можуть цікавити у кожній точці 15 компонентів: три компоненти зміщення, шість компонентів напруження і шість компонентів деформації.

Для рішення такої загальної задачі, мабуть, потрібно мати *15 рівнянь,* які можна застосувати у *кожній точці усередині тіла й особливі рівняння (граничні умови) для будь-якої точки, розміщеної біля зовнішньої і внутрішньої поверхні тіла (граничні точки).*

Саме цей комплект рівнянь і показаний у п. 2.6, 2.7, 2.8.

В окремих випадках вихідними даними в задачі можуть бути не статичні, а кінематичні граничні умови, тобто коли заданий зсув зовнішньої поверхні тіла (відомі складові u^*, v^*, w^* на контурі тіла). У такому випадку складові поверхневих сил p_{xv}, p_{yv}, p_{zv} , що здійснюють задане зміщення граничної поверхні, є невідомими, тобто розшукуваними.

Можливі випадки, коли задаються змішані граничні умови (тобто частково поверхневі навантаження, частково переміщення граничної поверхні).

В усіх трьох приведених випадках є так звана пряма (основна) задача теорії пружності, але в різних варіантах задання граничних умов.

Оберненою постановкою задачі в теорії пружності (оберненою задачею) називають таку, коли за деякими відомими функціями (напруження, деформацій або зсувів), справедливими для всієї області тіла, знаходять те навантаження на поверхні тіла і взагалі умови на поверхні, яким відповідають задані відомі функції.

Ця обернена задача відносно проста, але так само, як і пряма задача, вона може мати кілька варіантів (вихідними можуть бути функції для напруження усередині тіла, або функції для зміщення тих же точок, або змішані умови).

Комплект рівнянь лінійної теорії пружності в тензорній формі:

Статичні (або динамічні) рівняння

$$\sum_{i=1}^{i=3}\frac{\partial}{\partial x_i}\sigma_{ki}+\rho X_k=0;\left(\rho\frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}\right)(k=1,2,3); \qquad (2.45)$$

при цьому відповідно до закону взаємності напружень

$$\sigma_{ik}=\sigma_{ki}.$$

Геометричні рівняння

$$\varepsilon_{ik}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k}+\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right)(i=1,2,3;k=1,2,3); \qquad (2.46)$$

де u_1, u_2, u_3 - *компоненти* зміщення розглянутих точок вздовж напрямку осей координат x_1, x_2, x_3;

Фізичні рівняння:

$$\sigma_{ik}-\delta\sigma_{cp}=2G(\varepsilon_{ik}-\delta\varepsilon_{cp}) \qquad (2.47)$$

$$i=1,2,3;k=1,2,3;\delta=1\ \text{при}\ i=k\ \ \text{і}\ \delta=0\ \ \text{при}\ \ i\neq k)$$

Записані в тензорній формі (2.45)-(2.47) 15 рівнянь треба узгодити із заданими статичними умовами на або заданими кінематичними умовами на границі тіла

$$P_{iv} = \sum_{k=1}^{k=3} \sigma_{ik} l_{ik} \, (i = 1,2,3). \qquad (2.48)$$

Контролем правильності розв’язку може бути наприклад, виконання умов нерозривності деформацій (2.27).

Література

1. Безухов Н.И., Лужин О.В. Приложение методов теории упругости и пластичности к решению инженерных задач. Учебное пособие для втузов. М.:Высшая школа, 1974. - 200 с.
2. Божидарник В. В., Сулим Г. Т.: Елементи теорії пластичності та міцності. –-Львів: Світ, 1999.- 320с.

Лекція 3

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПЛАСТИЧНОСТІ

Теорія пластичності - це розділ з механіки, який встановлює загальні закони пластичного деформування твердих тіл.

Більшість конструкційних матеріалів деформуються пружно лише до певного рівня напружень, перевищення якого спричиняє початок пластичного деформування.

На рис.3.1 представлено діаграму деформування матеріалу за статичного розтягу. При навантажуванні зразка від точки А до точки В зберігається пропорційна залежність між напруженням σ і деформацією ε, тобто матеріал підпорядковується закону Гука.

$$\sigma = E\varepsilon , \tag{3.1}$$

де $\sigma = P / F_0$ - умовне напруження (віднесене до початкової площі поперечного перерізу); E - модуль пружності І-го роду (або модуль Юнга).

Найбільше напруження за якого зберігається пропорційна вказана залежність називається границею пропорційності $\sigma_{пц}$. На ділянці BC залежність між напруженням σ і деформацією є нелінійною. Точка С відповідає умовній границі текучості $\sigma_{0,2}$, тобто напруженню за якого залишкова деформація дорівнює 0,2 %.

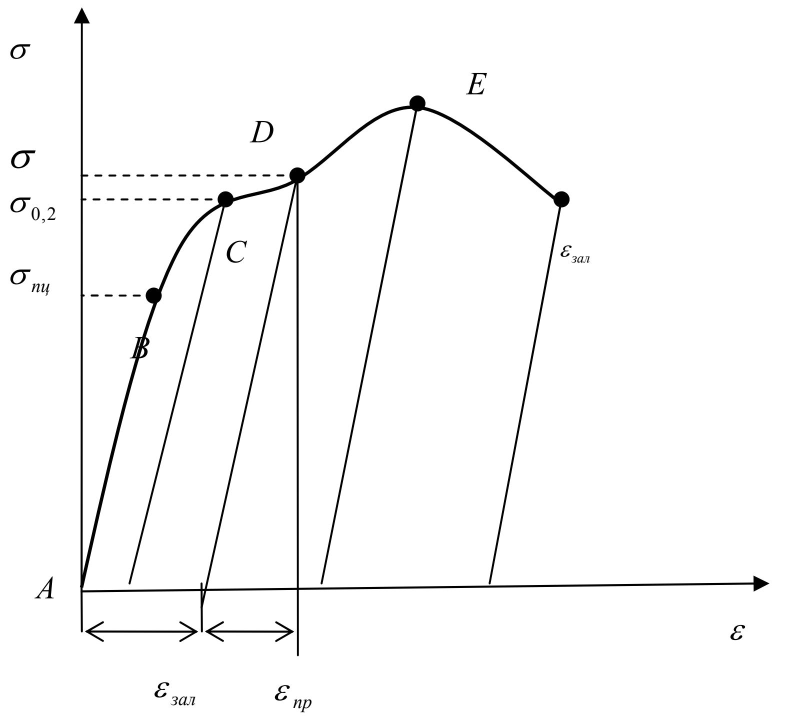


Рис. 3.1. Схематична діаграма деформування матеріалу за статичного розтягу в умовних координатах

Найбільше напруження, яке витримує зразок, називається тимчасовим опором або межею міцності σ_B. Точка E відповідає початку утворення шийки в зразку. Ордината т.E відповідає найбільшій рівномірній деформації, яку може витримати зразок. Початок шийкоутворення залежить не тільки від матеріалу і температури випробувань, але і від типу перерізу зразка. В т.F відбувається руйнування зразка. Залишкова деформація за руйнування $\varepsilon_к$ називається максимальним відносним видовженням. Напруження за руйнування називається напруженням відриву S_K.

Перші ознаки пластичного деформування спостерігаються в металах за невеликих напружень, що обумовлено наявністю дислокацій. Подальше деформування може збільшити густину дислокацій в $10^4...10^5$ разів, з $10^7...10^8$ $см^2$ до 10^{12} $см^2$. Підвищення опору матеріалів пластичному деформуванню внаслідок утруднення рухові і розмноженню дислокацій називають *деформаційним зміцненням або наклепом*.

Навантаження в довільній точці тіла є простим, якщо зусилля прикладені до твердого тіла, збільшуються пропорційно деякому параметру, наприклад часу.

В теорії пластичності поняття межі пружності, пропорційності і текучості не розрізняють. При подальшому деформуванні до т.С поріг текучості збільшується. Тепер пружність буде до т.С (зберігається закон Гука). Таким чином після повного розвантаження і повторного навантаження напруженнями того самого знаку границя пропорційності і границя текучості збільшуються внаслідок *деформаційного зміцнення*. Деформаційне зміцнення можна усунути нагріванням вище температури рекристалізації металу.

За повторного деформування але напруженнями протилежного знаку метал виявляє зменшений опір пластичному деформуванню, тобто *знеміцнюється*. Деформаційне знеміцнення тим істотніше, чим вище було напруження за початкового деформування. Зниження опору металів початковому пластичному деформуванню в разі повторного статичного деформування із зміною знаку називається *ефектом Баушингера*. Найбільше *ефект Баушингера* проявляється за незначного початкового наклепу, який відповідає деформації 0,3...0,5%. Деформаційне знеміцнення зменшує межу пропорційності сталей на 15...50%, алюмінієвих сплавів на 10...20%, магнієвих сплавів на 85...90% , міді й алюмінію майже не змінює. *Знеміцнення* можна усунути гартуванням.

За великих деформацій доцільніше використовувати так звані істинні деформації і напруження.

Істинна деформація (або логарифмічна)

$$e = \ln\frac{1}{1-\psi}, \tag{3.2}$$

де $\psi = (F_0 - F)/F_0$ - поперечне звуження, F_0, F - відповідно початкова і поточна площа поперечного перерізу.

Залежність між умовною і істинною деформаціями

$$e = \ln(1+\varepsilon). \tag{3.3}$$

Для $\varepsilon < 20\%$ різниця між дійсною і умовною деформаціями незначна і не перевищує 10%.

Істинне напруження S визначається за формулою

$$S = P/F = \sigma/(1-\psi).$$

Залежність істинного напруження від умовного

$$S = \sigma(1+\varepsilon). \tag{3.4}$$

В момент руйнування $S = S_к$ і $\psi = \psi_к$.

Істинні характеристики міцності і пластичності використовують для розрахунків граничного стану в зонах концентрації і технологічних операціях при обробці тиском.

Моделі деформування тіл. Схематизація діаграм деформування.

1. Ідеально пружне тіло. Для якого справедливий закон Гука (3.1). Справедливий для пластичних матеріалів на початковій ділянці деформування і для крихких матеріалів до руйнування (скло, камінь).

2. Ідеально пружно-пластичне тіло. Діаграма деформування якого має площадку текучості значної довжини (рис.3.2,а). Діаграму можна замінити двома прямими (рис.3.2,б). Таку діаграму запропонував австрійський учений Л. Прандтль. Таке тіло не зміцнюється, до границі текучості тіло слідує закону Гука, дальше напруження не залежить від деформації.

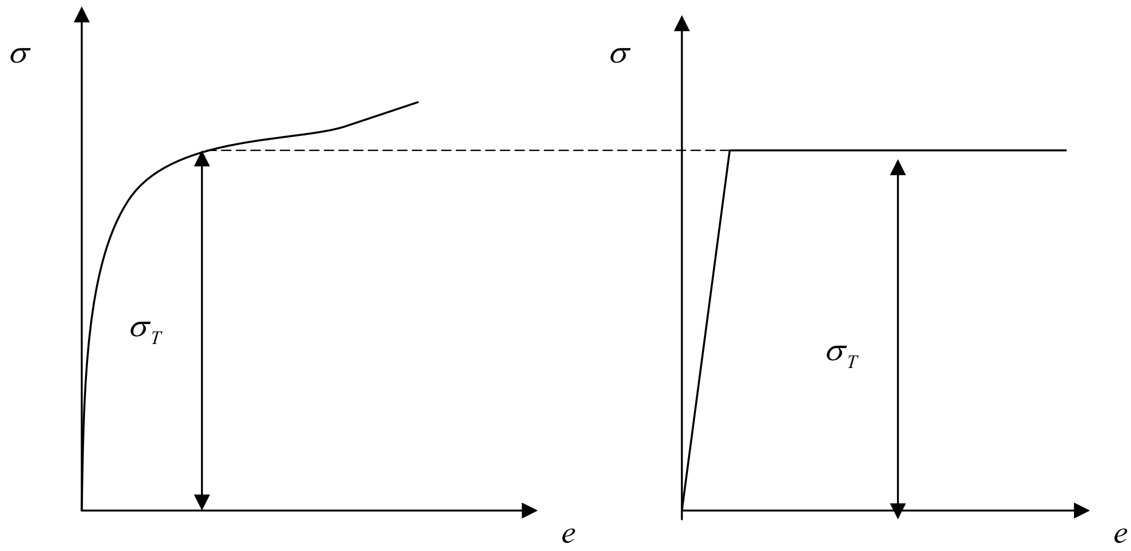


Рис.3.2. Ідеально пружно-пластичне тіло

3. Пружно-пластичне тіло з лінійним зміцненням. Залежність між напруженням σ і деформацією ε можна представити у вигляді двох прямих (Рис. 3.3). За $\varepsilon < \varepsilon_T$ маємо залежність (3.1), за $\varepsilon > \varepsilon_T$

$$\sigma - \sigma_T = E_T(\varepsilon - \varepsilon_T) \qquad (3.5)$$

де $E_T = tg\alpha_2$ - модуль зміцнення.

Для деяких сталей (9ХС, У12, 39,318) модуль зміцнення у приблизно у 12...14 разів менший за модуль пружності *E*. Цю модель використовують для багатьох металів за деформацій $\varepsilon_T < \varepsilon \le 10\varepsilon_T$.

4. Пружно-пластичне тіло зі степеневим зміцненням. Оскільки для багатьох матеріалів лінійна апроксимація не завжди придатна, деформування на ділянці $\sigma > \sigma_T$ описують степеневим рівнянням

$$\sigma = \sigma_T(\varepsilon / \varepsilon_T)^m, \qquad (3.6)$$

де m - показник деформаційного зміцнення. Рівняння (3.6) описує істинні діаграми деформування до руйнування.

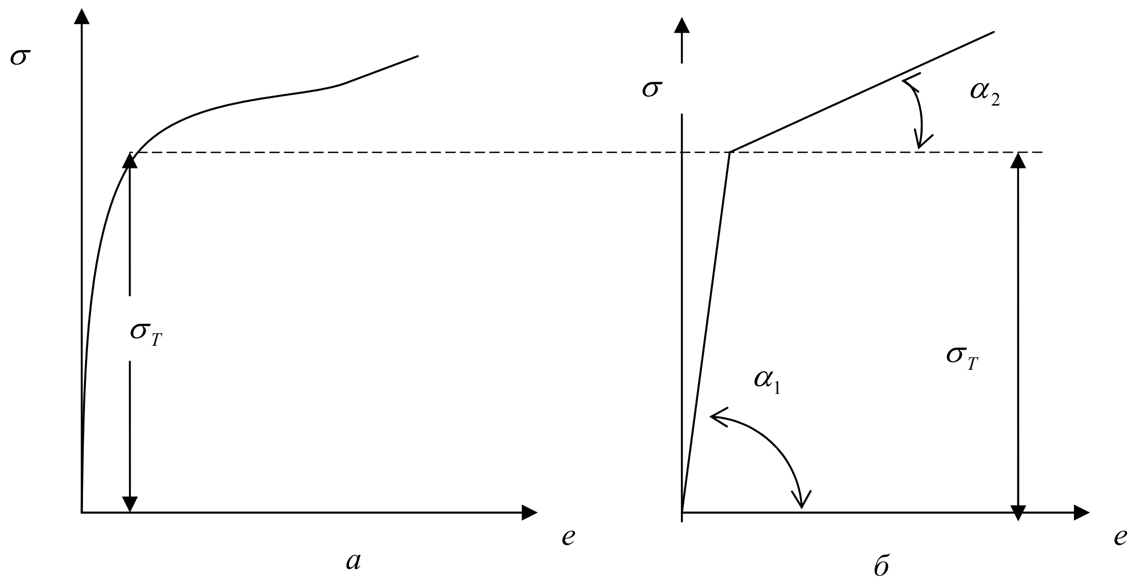


Рис.3.3. Пружно-пластичне тіло з лінійним зміцненням

Іноді для спрощення обчислення діаграму деформування в пластичній області будують у відносних координатах

$$\bar{\sigma} = \bar{\varepsilon}^{m}, \qquad (3.7)$$

де $\bar{\sigma} = \sigma / \sigma_T$, $\bar{\varepsilon} = \varepsilon / \varepsilon_T$.

Величини m, E, σ_T визначають з експериментів на розтяг зразків за статичного деформування.

5. Жорстко-пластичне тіло. Найбільш ідеалізують властивості матеріалу коли застосовують жорстко-пластичну модель (рис.3.4). Вважається, що жорстко-пластичне тіло зовсім не здатне до пружного деформування, тобто наділено лише пластичними властивостями, без зміцнення. Рівняння яке описує цю модель $\sigma = \sigma_T$.

Напруження жорстко-пластичного тіла до досягнення границі текучості залишаються невідомими. За деякої деформації, яку називають абсолютною границею тримкої здатності жорстко-пластичного тіла, необмежено зростає пластичне деформування.

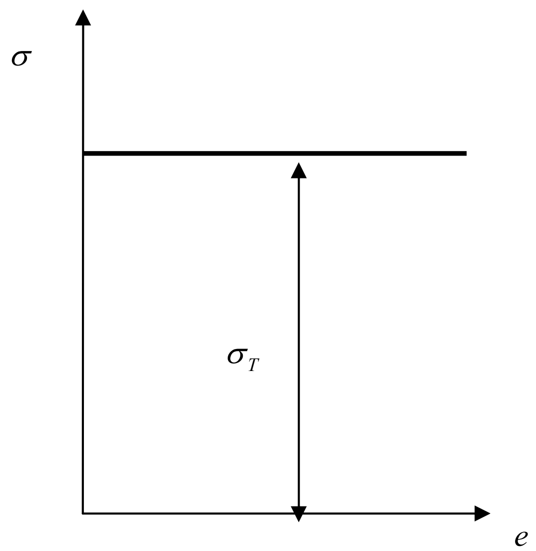


Рис.3.4. Ідеально пружно-пластичне тіло

Деформація форми і деформації об’єму

Тензор напружень визначається за формулою

$$T_\sigma = T_\sigma^0 + D_\sigma \qquad (3.8)$$

де T_σ^0 - характеризує деформацію зміни об’єму під дією гідростатичного напруження; D_σ - характеризує деформацію зміни форми під дією дотичного напруження.

За аналогією тензор деформації

$$T_\varepsilon = T_\varepsilon^0 + D_\varepsilon , \qquad (3.9)$$

Якщо тіло знаходиться в однорідному напруженому стані, який описується кульовим тензором деформації, то форма тіла не змінюється; якщо деформований стан описується девіатором деформації, то незмінним залишається об’єм.

При дослідженні властивостей пластичних металів, часто застосовують натуральні або логарифмічні деформації

Умови початку пластичності для ізотропного тіла

Критерій максимальних дотичних напружень, або критерій Треска (французький інженер, 1868 р.). Сен-Венан дав математичний опис цього критерію, тому його називають *критерій Треска - Сен-Венана*

$$\tau_{max} = \tau_T \quad \text{або} \quad \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_T \qquad (3.10)$$

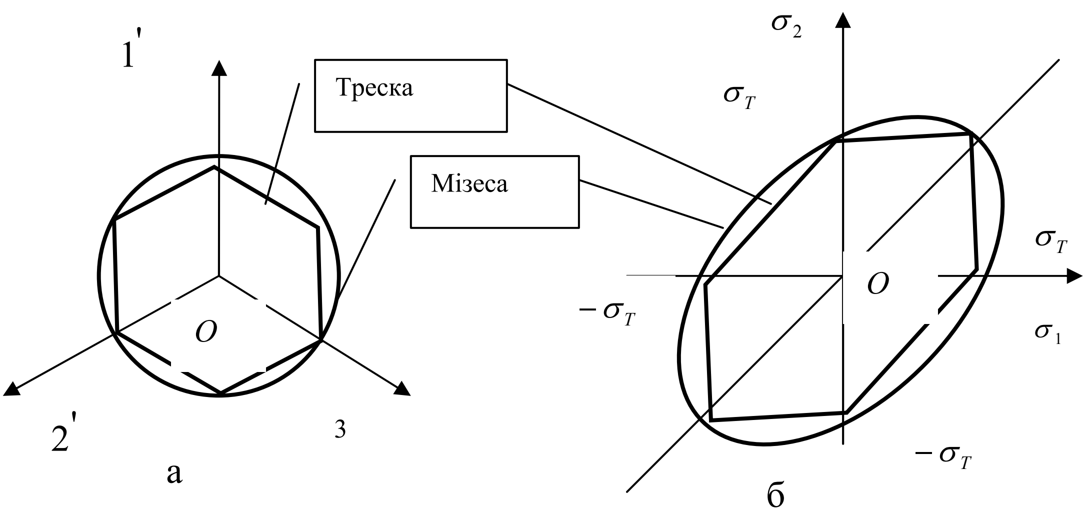


Рис.3.3. Графічне зображення критеріїв Мізеса і Треска

Критерій Треска у тривимірному просторі є шестигранною призмою з віссю $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$. Нормальний перетин цієї призми утворює правильний шестикутник (рис.3.3,а). Осі $1^{'},2^{'},3^{'}$ - проекції на перетин осей $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Для плоского напруженого стану $\sigma_3 = 0$ критерій пластичності визначається перетином призми площиною $\sigma_3 = 0$ (рис. 3.3,б)

$$\max[|\sigma_1|,|\sigma_2|,|\sigma_1 - \sigma_2|] = 2\tau_T = \sigma_T \qquad (3.11)$$

Критерій Хубера–Мізеса. Пластичні деформації виникають, коли інтенсивність напружень досягає границі текучості за розтягу

$$\sigma_i = \sigma_T \qquad (3.12)$$

Критерій Максвела–Хубера є енергетичною умовою початку пластичної деформації. Інакше критерій потенціальної енергії формозміни

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 2\sigma_T^2 \qquad (3.13)$$

Основні теорії пластичності

1. Деформаційного зміцнення або малих деформацій

Основні гіпотези.

1. Тіло ізотропне, тобто до і після переходу в пластичний стан зберігає властивості ізотропності. Упродовж пластичного деформування головні осі зберігають свій напрям. Деформації малі.
2. При пластичному деформуванні зберігається лінійна залежність між напруженнями і деформаціями. Кульовий тензор напруження прямо пропорційний кульовому тензору деформації.
3. Девіатор D_ε пропорційний і коаксіальний (співвісний) девіатору T_σ.
4. Інтенсивність напружень є повністю визначеною функцією інтенсивності деформацій, яка не залежить від напруженого стану.

2. Течіння

Якщо упродовж навантаження поверхня пластичності рівномірно (ізотропно) розширюється, зміцнення називають ізотропним. У цьому випадку ефект Баушингера не описується, оскільки при прямому (OA_1) і зворотному навантаженні пластичні деформації виникають при напружених станах однієї і тієї ж інтенсивності. Ця теорія називається теорією течіння з ізотропним зміцненням, або просто теорією течіння.

Гіпотези

1. Деформація об’єму в залежності від середнього гідростатичного напруження залишається справедливим при пластичному деформуванні середовища

$d\varepsilon = K\, d\sigma$

2. Повний приріст деформації складається із пружного і пластичного.

ЛЕКЦІЯ 4

ПОВЗУЧІСТЬ І ДОВГОТОРИВАЛА МІЦНІСТЬ МАТЕРІАЛІВ

4.1. Повзучість
4.2. Тривала статична міцність

4.1. Повзучість

Пластична деформація з плином часу змінює розміри, навантажених за високої температури деталей, що може загалом порушити працездатність конструкції чи механізму. У вуглецевих сталях і чавуні повзучість починає проявлятись при 300...400°С, в легованих сталях – вище 500°С. За порівняно невисоких температур повзуть легкі алюмінієві і магнієві сплави, яки широко застосовують в авіації. Повзучість властива також пластмасам, текстилеві, гумі, склу тощо. Для будівельників важливою проблемою є повзучість бетону, деревини, у гірничій механіці і геофізиці велике значення має повзучість гірських порід і льоду.

Повзучість також становить небезпеку для нормальної роботи важливих конструкцій. Наприклад лопатки і диски газових і парових турбін, які під час роботи зазнають дії великих відцентрових сил і високих температур, поступово деформуються у радіальному напрямку, що може привести до вичерпування зазору між лопаткою і корпусом турбіни, зруйнування лопатки і виходу з ладу турбіни.

Загальну деформацію елементів конструкцій при тривалому навантажуванні розділяють на дві складові: незалежну від часу (миттєву) і деформацію повзучості, яка зростає зі збільшенням часу.

Чотири найбільш відомі види повзучості можна відобразити на діаграмі повзучості (рис. 4.1.). Для того, щоб співставити властивості металів, які мають різні температури плавлення і модулі пружності, на діаграмі по осі абсцис відкладена гомологічна температура $T/T_{пл}$, а по осі ординат - приведені напруження $\sigma_к/G$ (тут T - температура досліджень; $T_{пл}$ - температура плавлення металу; G - модуль зсуву; $\sigma_к$ - критичне напруження зсуву). В таких координатах ділянки існування кожного з видів повзучості для різних металів приблизно співпадають.

В більш загальному випадку використовується наступна класифікація: повзучість за температури вище і нижче $0,5T_{пл}$ називають відповідно низько - і високотемпературною. При цьому вважається, що низькотемпературна повзучість пов’язана з дислокаційними механізмами, а високотемпературна, в основному, контролюється дифузією.

Для низькотемпературної повзучості за низьких рівнів напружень характерними є прояви незвичайних залежностей деформацій від часу (аномальні криві повзучості), які пояснюються чергуванням циклів зміцнення і знеміцнення матеріалу, обумовлених структурними перетвореннями типу впорядкування виділення часток дисперсної фази, які викликають зворотну повзучість, залучення нових систем площин ковзання та ін.

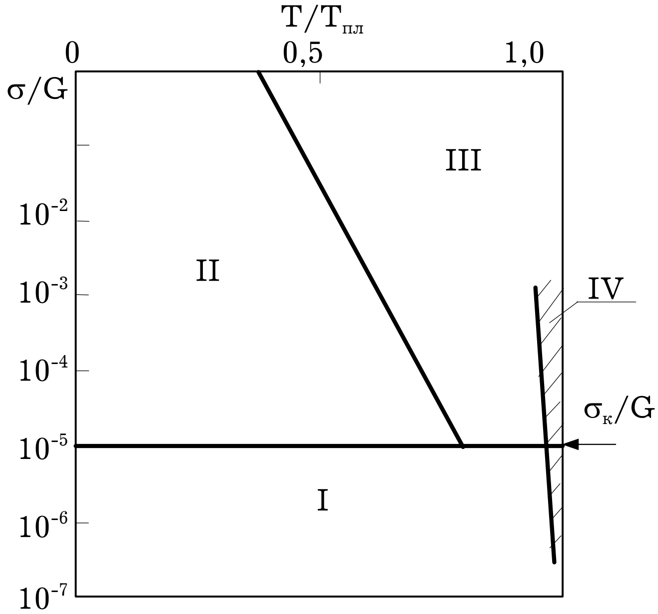


Рис. 4.1. Діаграма основних механізмів повзучості (схема):
I - непружна повзучість (зворотна);
II - низькотемпературна повзучість (логарифмічна);
III - високотемпературна повзучість (повзучість Андраде);
IV- дифузійна повзучість

Оскільки для реальних конструкцій обмежуючим чинником може бути деформація, накопичена за різні періоди часу, загальноприйнятою є наступна досить умовна класифікація: довготривала повзучість - місяці і роки; середньотривала повзучість - години і дні; короткотривала повзучість - секунди і хвилини

За простого розтягу зразка сталим навантаженням його повна деформація являє собою суму пружної і непружної складової

$$\varepsilon = \varepsilon_{пр} + \varepsilon_{пл} + \varepsilon_{повз} \qquad (4.1)$$

де $\varepsilon_{пр}$ - пружна деформація; $\varepsilon_{пл}$ - пластична деформація; $\varepsilon_{повз}$ - деформація повзучості.

Пружна деформація може бути лінійною і нелінійною і є повністю зворотною. Пластична деформація є нелінійною і незворотною. Деформація повзучості є, з одного боку, розвитком загальної пружної деформації, з другого - незворотної деформації.

За сучасними уявленнями, частина деформацій повзучості є в більшості випадків одним з видів пластичної деформації. Для металів основним механізмом повзучості є ковзання в певних площинах кристалічних ґраток внаслідок руху дислокацій. Відмінність від механізму миттєвої пластичної деформації, яка відбувається у вузьких смугах площин ковзання, лише у тому, що ковзання при повзучості відбувається на великій кількості площин.

На кривій повзучості виділяють три ділянки: *AB; BC і CD* (рис.4.1). На першій ділянці із ростом часу швидкість деформації повзучості спадає ($d^2f/dt^2<0$). Це обумовлено зміцненням матеріалу, коли певні структурні зміни призводять до утруднення повзучості.

Коли здатність матеріалу зміцнюватись вичерпується, швидкість деформації стає на деякий час сталою, на ділянці ВС, $d^2f/dt^2=0$.

Третя ділянка *CD* передує руйнуванню. На ній швидкість деформування зростає, $d^2f/dt^2>0$.

1. Для опису повзучості на першій ділянці застосовують ***гіпотезу зміцнювання.*** Згідно з цією гіпотезою, ступінь зміцнювання зростає в міру збільшення деформації повзучості. За сталої температури існує зв'язок між напруженням, деформацією повзучості і швидкістю деформації повзучості і від часу не залежить.

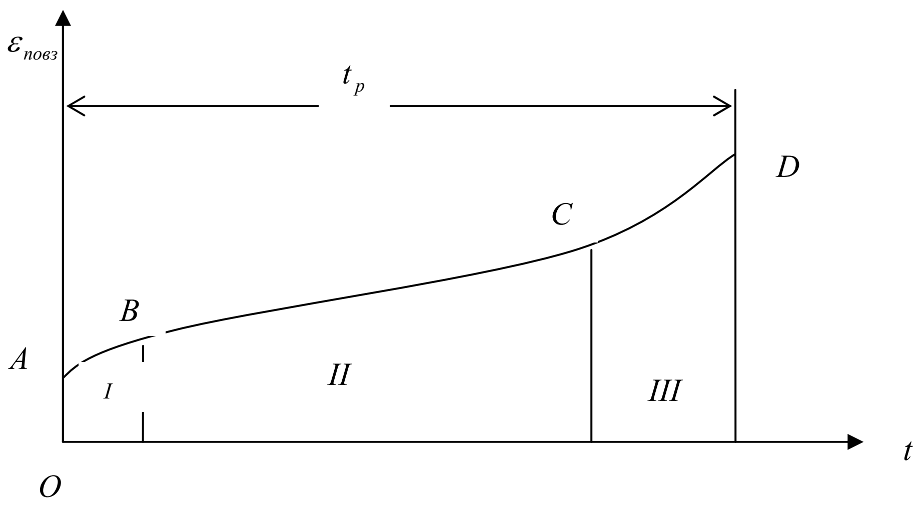


Рис.4.2. Крива повзучості

Рівняння повзучості в цьому випадку набирає вигляду

$$\dot{\varepsilon}_{повз} = B\,\varepsilon^{-\alpha}_{повз}\,\sigma^n, \qquad (4.2)$$

де B, α, n - сталі матеріалу, що залежать від температури.

Другою найпростішою теорією, що застосовується для описання деформації повзучості на першій ділянці ***є теорія старіння***. За цією теорією зв'язок між повною деформацією, температурою і часом встановлюється такими функціональними залежностями

$$\varepsilon(t) = \psi(\sigma)\,\Phi(t) \qquad (4.3)$$

$$\sigma(t) = \varphi(\varepsilon)\,\upsilon(t). \qquad (4.4)$$

Звичайно функцію $\psi(\sigma)$ записують у вигляді

$$\varepsilon(t) = \sigma^n\,\Phi(t) \qquad (4.5)$$

Підставою для застосування теорії старіння є те, що при високому рівні напружень досить часто спостерігається подібність ізохронних кривих повзучості (кривих $\varepsilon = f(\sigma)$ при сталих значення t).

Для опису другої ділянки застосовується так звана *теорія текучості*, яка ґрунтується на припущенні існування зв'язку між швидкістю деформування, напруженням і часом.

Рівняння для лінійного зв'язку між миттєвими значеннями деформацій і напружень записується у вигляді

$$\varepsilon(t) = \sigma \ /E + \varphi(t)\,\sigma^{n} \qquad (4.6)$$

Жодна з наведених вище теорій не описує зворотної частини деформації повзучості.

Для співставлення опору повзучості різних матеріалів застосовують умовну характеристику – *межа повзучості.*

Найбільше напруження, за якого швидкість деформації або деформація повзучості для даної температури за певний проміжок часу не перевищує встановленої величини називається *межею повзучості*. Це напруження для заданої деформації відповідає допускній пластичній деформації $[\varepsilon_{повз}]$, що досягається за t годин (наприклад, деформація 1% за 10 000 год.), і її можна визначити

$$\sigma_n = ([\varepsilon_{повз}]/kt)^{1/n}\,. \qquad (4.7)$$

Заданий термін часу зазвичай беруть рівним тривалості експлуатації деталі. Наприклад для сталей авіаційних газових турбін $[\varepsilon_{повз}]$=0,1% за 300...500 год., для елементів котлових установок $[\varepsilon_{повз}]$=1% за 10^5 год. роботи. Якщо наближено вважати швидкість деформування сталою, то швидкість деформації повзучості $\xi_{повз}$

$$\varepsilon_{повз} = \xi_{повз} t\,. \qquad (4.8)$$

З формули (4.8) за прийнятим значенням $\varepsilon_{повз}$ можна визначити найменшу швидкість деформації повзучості. Цю характеристику, як правило, застосовують для деталей які працюють тривалий час. Наприклад, для сталей стаціонарних парових турбін межа повзучості зазвичай - це напруження, за якого найменша швидкість деформування повзучості дорівнює 10^{-7} або 10^{-8} 1/год.

При означенні межі повзучості за величиною деформації його позначають буквою σ з трьома числовими індексами: двома нижніми і одним верхнім. Перший індекс це задане видовження (сумарне або залишкове), %; другий нижній індекс - задана тривалість випробувань, год.; верхній індекс - температура, *К* - $\sigma^{973}_{0,2/100}$.

При визначенні межі повзучості за швидкістю повзучості його позначають буквою σ з двома числовими індексами: одним верхнім і одним нижнім. Нижній відображає задану швидкість повзучості , %/год.; верхній - температуру випробувань, *K*. Одночасно необхідно вказати, час випробувань, упродовж якого була досягнута задана швидкість повзучості - $\sigma^{973}_{1\bullet 10^{-5}}$.

Допустимі швидкості повзучості для деяких елементів конструкцій наведені в табл.4.1.

Таблиця 4.1. Допустимі швидкості деформації повзучості для деяких деталей

Назва деталі	$\varepsilon_{повз}$, %/год.
Диски парових турбін	10^{-7}
Фланці на болтах (циліндри парових турбін)	10^{-6}
Прогони, зварні шви, трубки котлів	10^{-5}
Трубки пароперегрівачів	$10^{-4}...10^{-3}$

4.2. Тривала статична міцність

З підвищенням температури характеристики механічних властивостей матеріалу змінюються, тому за високих температур визначають не тільки звичні характеристики за короткотривалих випробувань, але і характеристики за тривалої роботи.

З підвищенням температури межі пропорційності, текучості і міцності, а також модуль пружності зменшуються. Тому механічні властивості за тривалої експлуатації визначають випробуванням зразка на тривалу міцність. Для цього зразок нагрівають в електричній печі, що встановлена на розривній машині, навантажують і визначають час до руйнування. Чим менше прикладене напруження, тим більше час до руйнування зразка.

Пошкодження матеріалу внаслідок повзучості матеріалу спричиняють руйнування, опір якому має назву *тривалої міцності*.

Напруження, за якого зразок руйнується через заданий проміжок часу за сталої температури, називають межею тривалої міцності σ_{TM}. Позначення $\sigma^{300^\circ}_{10^5} = 250$ МПа, вказує, що межа тривалої міцності за 300°C і тривалості випробувань 10^5 год. становить 250 МПа.

На рис.4.3 представлено залежність часу до руйнування t_p від прикладених напружень. Для побудови такої залежності, для кожного рівня напруженя визначають час до зруйнування.

Залежність між σ і t_p добре описує рівняння

$$t_p = A\sigma^{-b} \qquad (4.9)$$

де A і b сталі матеріалу які залежать від температури. У логарифмічних координатах залежність (4.9) відображається прямими лініями , це дає змогу результати σ - t_p екстраполювати на триваліший час. (Рис.4.2., крива 1). Зразки звично випробовують на базі 2000, 5000 і 10000 год. Проте для деяких сплавів з метастабільною структурою за високих температур спостерігається злам, обумовлений зміною механізму руйнування – відбувається перехід від *в'язкого внутрізеренного* до *крихкого міжзеренного*.

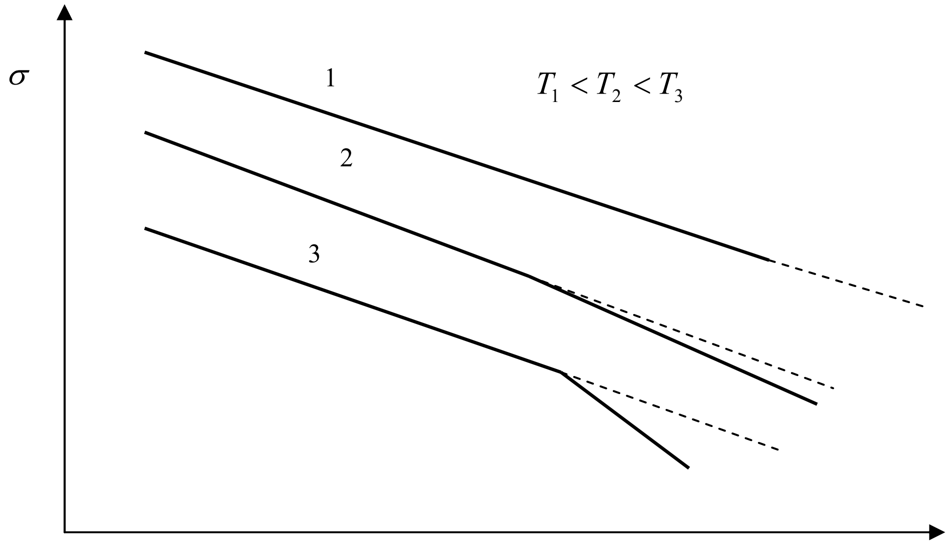


Рис.4.3. Криві тривалої міцності за різних температур

Запас довговічності за напруження σ визначають як

$n_д = t_p / t$. (4.10)

Запас міцності за напруженнями для часу t_p:

$n_в = \sigma_p / \sigma$, (4.11)

де σ_p - руйнівні напруження для часу t_p.

Допустимі напруження встановлюють за межею тривалої міцності і межею повзучості введенням необхідних запасів міцності.

ЛЕКЦІЯ 5

МЕХАНІКА ВТОМНОГО РУЙНУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ І ЗВАРНИХ З'ЄДНАНЬ. ОСНОВНІ СТАДІЇ ВТОМНОГО РУЙНУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ І ОСОБЛИВОСТІ ЗАРОДЖЕННЯ ТРІЩИН

5.1. Основні терміни та визначення
5.2. Багатоциклова втома
5.3. Малоциклова втома
5.4. Закономірності пружно-пластичного деформування

5.1. Основні терміни та визначення:

Втома - процес поступового накопичення пошкоджень, утворення та розвитку тріщин у матеріалі під дією циклічного навантажування.

Втомне пошкодження - необоротна зміна фізико-механічних властивостей матеріалу об'єкта і поява втомної тріщини від дії циклічного навантаження.

Багатоциклова втома - втома матеріалу, за якої втомне пошкоджування і руйнування відбувається без виявленого накопичення деформацій.

Малоциклова втома - втома матеріалу, за якої втомне пошкодження і руйнування відбуваються в основному під час пружнопластичного деформування.

База випробувань - попередньо задана найбільша тривалість випробовувань на втому об'єкта (зразка).

Цикл напруження (деформації) - сукупність послідовних значень напруження (деформації) протягом одного періоду їх змінення за регулярного навантажування.

Симетричний цикл напруження (деформації) - цикл, у якому максимальне і мінімальне напруження (деформації) рівні за абсолютними значеннями, але протилежні за знаком.

Асиметричний цикл напруження (деформації) - цикл, у якому максимальне і мінімальне напруження (деформації) мають різні абсолютні значення.

Віднульовий цикл напруження - знакосталий цикл напруження, що змінюється від 0 до максимуму, чи від нуля до мінімуму.

Коефіцієнт асиметрії циклу напруження - відношення мінімального напруження циклу до максимального напруження циклу.

Жорстке навантажування - циклічне навантажування, що забезпечує задану залежність змінення деформації об'єкта від часу чи іншого параметра.

М'яке навантажування- циклічне навантажування, що забезпечує задану залежність змінення номінального напруження в об'єкті від часу або іншого параметра.

Границя витривалості - максимальне за абсолютним значенням напруження циклу, за якого ще не відбувається втомне зруйнування матеріалу протягом заданої кількості циклів навантажування.

Границя обмеженої витривалості - максимальне за абсолютним значенням напруження циклу, що відповідає, згідно з кривою втоми, заданій циклічній довговічності.

Руйнування - зародження та розвиток у матеріалі дефектів і (чи) розділення об'єкта на частини.

Витривалість - здатність матеріалів і конструкцій чинити опір дії циклічного навантаження до бази випробувань без втомного зруйнування.

Навантаження - чинник або сукупність чинників, дія яких на об'єкт призводить до зміни його напружено-деформованого стану.

Навантажування - процес дії навантаження на об'єкт.

Втомне малоциклове зруйнування - зруйнування без виявленого накопичення однобічних деформацій.

Критерії малоциклового зруйнування - оцінки граничного стану матеріалу під час описування процесів малоциклового руйнування за допомогою деформаційних, енергетичних та силових підходів.

Діаграма циклічного деформування - графік, що характеризує залежність між значенням напруження і значеннями деформації за циклічного деформування.

Матеріали циклічно зміцнювальні- матеріали, в яких ширина петлі гістерезису за м'якого навантажування зменшується, а максимальне напруження циклу за жорсткого навантажування збільшується.

Матеріали циклічно знеміцнювальні - матеріали, в яких ширина петлі гістерезису за м'якого навантажування збільшується, а максимальне напруження циклу за жорсткого навантажування зменшується.

Матеріали циклічно стабільні - матеріали, в яких ширина петлі гістерезису в разі м'якого та жорсткого навантажування залишається практично незмінною.

Величина $\Delta\sigma=\sigma_{max}-\sigma_{min}$ називається розмахом напружень циклу; $\sigma_{cp}=(\sigma_{max}+\sigma_{min})/2$ − середнім напруженням циклу; $\sigma_a=\Delta\sigma/2=(\sigma_{max}-\sigma_{min})/2$ − амплітудою напружень циклу; $R=\sigma_{min}/\sigma_{max}$ − коефіцієнтом асиметрії циклу; $A=\sigma_a/\sigma_m=(1-R)/(1+R)$ − коефіцієнтом амплітуди циклу; проміжок часу між двома послідовними досягненнями максимуму (мінімуму) навантаження − періодом зміни навантаження, або часом здійснення одного циклу навантаження. Якщо $\sigma_{min}=-\sigma_{max}(R=-1)$, одержуємо симетричний цикл навантаження (симетричне навантаження). Якщо середнє напруження не дорівнює нулю, то маємо *асиметричне навантаження*. Таке навантаження можна уявити собі у вигляді накладання на стале навантаження σ_{cp} симетричного навантаження з амплітудою σ_a.

Часто мають справу з таким циклічним навантаженням, за якого одне з крайніх значень *(σ_{min} або σ_{max})* дорівнює нулю. Такий напружений стан називають *віднульовим* (*пульсівним*), зокрема *віднульовим* (*пульсівним*) *розтяганням* при $\sigma_{min}=0$ чи *віднульовим* (*пульсівним*) *стисканням* при $\sigma_{max}=0$.

Явище зменшення міцності деталей машин під дією циклічного навантаження було виявлене ще в середині XIX століття.

Це послужило підставою створення нового напрямку науки про міцність матеріалів і конструкцій - втоми матеріалів.

Загалом криву втоми, яка описує залежність між максимальними напруженнями і кількістю циклів до руйнування N_p, можна розділити на III ділянки (рис. 5.1). На ділянці *I* зруйнування відбувається внаслідок спрямованого пластичного деформування до величини граничної деформації, яка приблизно дорівнює граничній деформації при статичному навантаженні. На ділянці II зруйнування відбувається після відносно невеликої кількості циклів навантаження *($N_p \geq 2\cdot 10^4$ цикл)* і ріст втомної тріщини супроводжується суттєвими пластичними деформаціями. Такий вид зруйнування називається

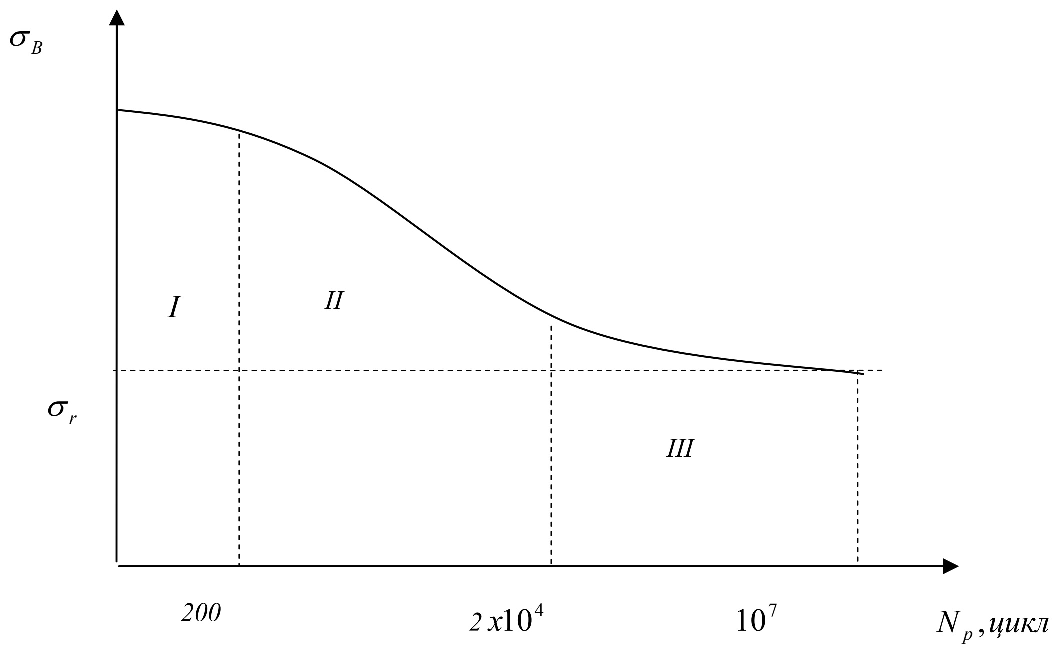


Рис.5.1. Залежність найбільших граничних напружень від кількості циклів до руйнування

малоцикловою втомою.

На ділянках II і III руйнування відбувається внаслідок зародження і розвитку втомної тріщини. На зламі, як правило, можна виділити дві ділянки: дрібноволокнистої будови, яка характерна для росту втомної тріщини і крупнозернисту ділянку остаточного руйнування.

На ділянці III деталь зразок руйнується після великої кількості циклів навантаження незначної амплітуди.

В зв’язку з цим ділянку II називають ділянкою малоциклової втоми; III − ділянкою багатоциклової втоми, або просто втоми.

При випробуванні деяких матеріалів, зокрема вуглецевих сталей за кімнатної температури, права ділянка залежності наближається до горизонтальної $(N_{ср} > 10^{7}$ цикл).

5.2. Багатоциклова втома

Втомне руйнування завжди супроводжується пластичною деформацією окремих зерен полікристалів.

Виникнення зсувів в окремих зернах при напруженнях менших за межу текучості, чи пружності, обумовлене неоднорідністю будови матеріалів. При невеликих середніх напруженнях в зразку, в окремих найбільш несприятливо орієнтованих зернах можуть виникати напруження, що перевищують границю текучості і спричиняють їх пластичне деформування.

Із збільшенням кількості циклів навантаження лінії зсуву збільшуються і поширюються на інші зерна. Втомні тріщини виникають в найбільш пластично деформованих об’ємах матеріалу.

Результати дослідження втоми матеріалів представлених у вигляді кривих втоми − залежності між максимальними або амплітудними напруженнями (деформаціями) і кількістю циклів до руйнування N_p або довжини $N_т$ (рис.5.2). Криві втоми будують за результатами випробувань партії однакових зразків при однакових режимах навантажування: асиметрії циклу. Тут σ_r- границя (межа) витривалості; $N_б$ − база випробувань, тобто кількість циклів навантаження, після якого руйнування не відбудеться, як довго ми б його не навантажували. Для вуглецевих сталей база випробувань складає 10^{7} циклів, для кольорових металів $(5...10)\cdot 10^{7}$ циклів. За високих температур та корозійних середовищ втомне руйнування може відбуватися і після більшої кількості циклів навантажування.

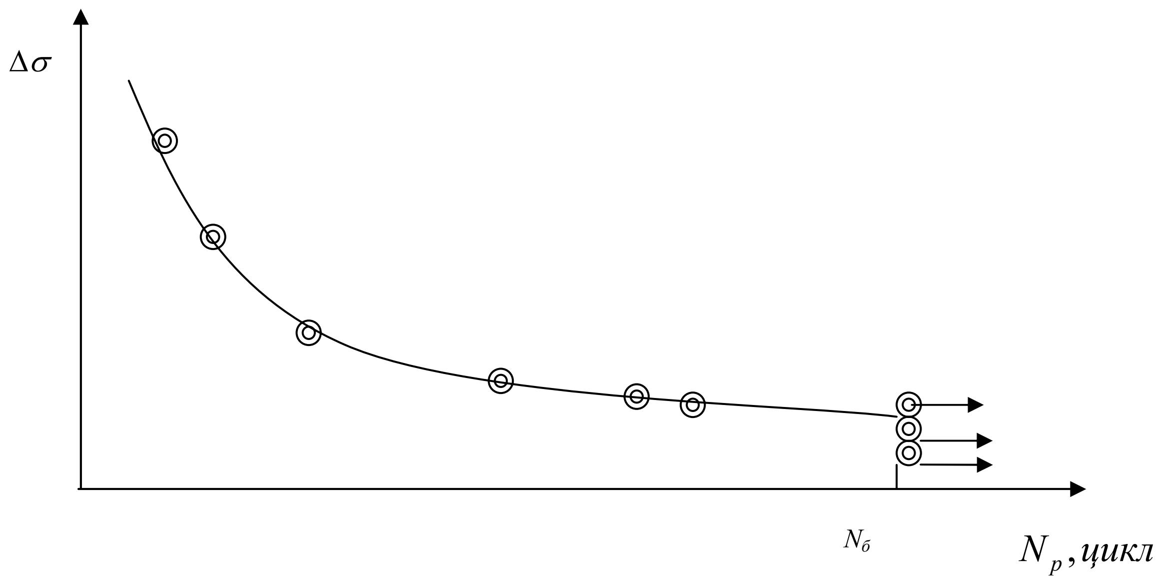


Рис.5.2. Крива втоми

Для аналітичного опису кривих втоми запропоновано багато рівнянь. Найбільш поширені з них:

$$b_1^{\sigma_a} \times N_p = C_1 \qquad (5.1)$$

$$\sigma_a \times N_p^{b_2} = C_2 \qquad (5.2)$$

$$(\sigma_a - \sigma_r) \times N_p^{b_3} = C_3 \qquad (5.3)$$

$$(\sigma_a - \sigma_r) \times (N_p + B)^{b_4} = C_4 \qquad (5.4)$$

де $b_1, b_2, b_3, b_4, C_1, C_2, C_3, C_4$ - параметри рівнянь.

Ці рівняння можуть бути представлені прямою лінією у логарифмічних або напівлогарифмічних координатах.

Вплив концентрації напружень. Відомо, що в місцях зміни форми і розмірів зразків виникає концентрація напружень – значне збільшення локальних напружень $\sigma_{\max}$ порівняно з номінальними σ_{nom} (рис.5.3). Концентратор напруження змінює вид напруженого стану від лінійного (т.С, рис.3,а) до плоского (т.А) чи об'ємного (т.В) напруженого стану.

Теоретичний коефіцієнт концентрації напружень K_T характеризує відношення найбільшого локального напруження до номінального

$$K_T = \sigma_{\max} / \sigma_{nom} \qquad (5.5)$$

Теоретичний коефіцієнт концентрації напружень для циліндричних зразків з виточкою і плоских зразків з надрізом визначається за формулою

$$K_T = 1 + b\sqrt{a/\rho} \qquad (5.6)$$

де a – глибина виточки; ρ - радіус кривини у вершині концентратора; b – 0,5...1,0 - коефіцієнт, який збільшується із зменшенням a.

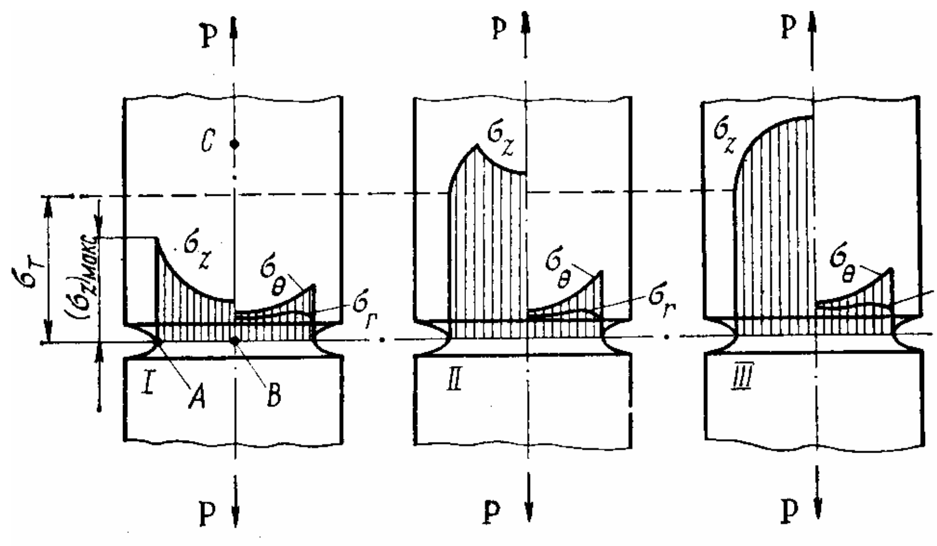


Рис.5.3. Напружений стан циліндричного зразка з виточкою

Концентрація напружень є особливо істотною для зварних з'єднань.

Ефективний коефіцієнт концентрації напружень характеризує вплив концентрації напружень на величину границі витривалості:

$$K_f = \frac{\sigma_r}{(\sigma_r)_k} \qquad (5.7)$$

Чутливість до концентрації часто характеризують коефіцієнтом:

$$q = \frac{K_f - 1}{K_T - 1} \qquad (5.8)$$

Якщо $K_f = 1, q = 0$, то матеріал не чутливий до концентрації напружень. При $K_f = K_T$ і $q = 1$ - матеріал істотно чутливий до концентрації напружень.

Коефіцієнт чутливості до концентрації напружень залежить від властивостей матеріалу, теоретичного коефіцієнта концентрації напружень, розмірів зразка і від рівня напружень при випробуваннях.

Асиметрія циклу. Вплив асиметрії циклу на границю витривалості характеризується діаграмами граничних напружень циклу $\sigma_{\max} - \sigma_{cp}$, граничних амплітуд циклу $\sigma_a - \sigma_{cp}$ (рис.5.4).

Для вивчення впливу асиметрії циклу навантаження на границю витривалості, криві втоми будуються за сталих значень середніх напружень циклу $\sigma_{cp} = const$ або сталого коефіцієнта асиметрії циклу $R = const$.

На рис.5.4,а лінія *AB* характеризує умови руйнування при $N = N_0$. Вище лінії *AB* руйнування відбувається при $N < N_0$, нижче лінії *AB* руйнування не відбувається. Промінь *OM* є геометричне місце точок з однаковим коефіцієнтом асиметрії циклу $r = const$.

$$tg\beta = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_p} = \frac{2\sigma_{\max}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}} = \frac{2}{R+1} \qquad (5.9)$$

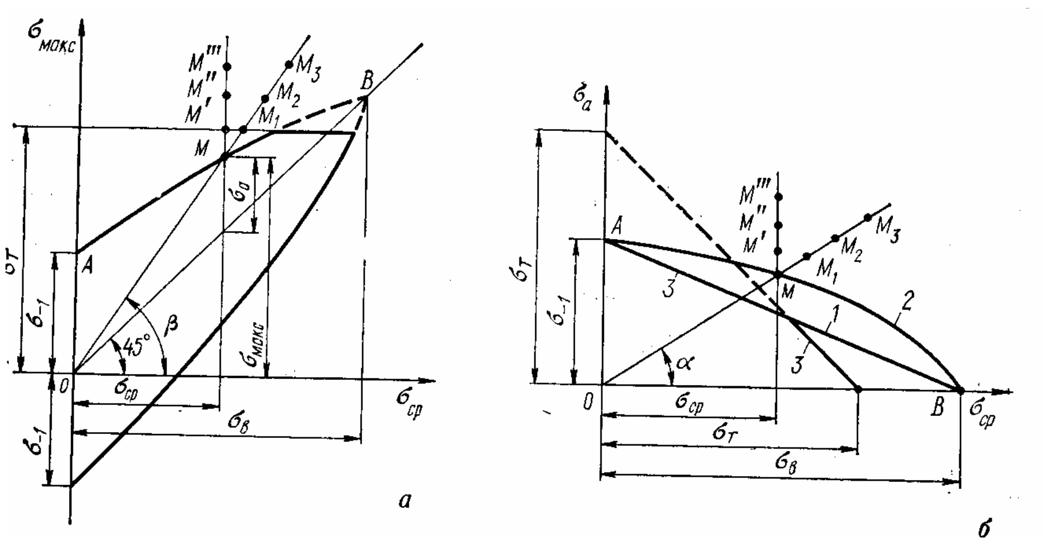


Рис.5.4. Діаграми граничних напружень − а)
і граничних амплітуд циклу навантаження - б)

Залежність між границею витривалості при симетричному і асиметричному циклах навантаження

$$\sigma_a = \sigma_1 + \xi_{ac} \times \sigma_{cp} \qquad (5.10)$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_{-1} + (1 + \xi_{ca})\sigma_{cp} \qquad (5.11)$$

σ_{-1} - границя витривалості при симетричному циклі; ξ_{ac} - коефіцієнт чутливості до асиметрії циклу.

З рис. 5.4, б

$$tg\alpha = \frac{\sigma_a}{\sigma_{cp}} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}} = \frac{1-R}{1+R} \qquad (5.12)$$

Діаграми граничних амплітуд описують рівнянням прямої

$$\sigma_a = \sigma_{-1}\left(1 - \frac{\sigma_{cp}}{\sigma_B}\right) \qquad (5.13)$$

або параболи

$$\sigma_a = \sigma_{-1}\left[1 - \left(\frac{\sigma_{cp}}{\sigma_B}\right)^2\right], \qquad (5.14)$$

де σ_B - границя текучості матеріалу.

Вплив зварювання. Основними причинами зниження втомної міцності зварних з’єднань є залишкові напруження, які виникають під час зварювання, концентрація напружень і неоднорідність властивостей. За деяких умов залишкові напруження розтягу знижують границю витривалості на 35....50 %. Зменшення залишкових напружень досягається відпалом, або поверхневим пластичним деформуванням.

Запропоновано велику кількість емпіричних залежностей границі витривалості конструкційних сплавів за згину від характеристик механічних властивостей,

зокрема для конструкційних сталей

$$\sigma_{-1} = \beta\,\sigma_B, \qquad (5.15)$$

$$\sigma_{-1} = 0{,}285(\sigma_B + \sigma_T), \qquad (5.16)$$

$$\sigma_{-1} = 0{,}25(\sigma_B + \sigma_T) + 50, \qquad (5.17)$$

для високоміцних сталей

$$\sigma_{-1} = 0{,}25(1 + 1{,}35\psi)\,\sigma_B, \qquad (5.18)$$

для кольорових сплавів

$$\sigma_{-1} = 0{,}19\,\sigma_B + 20, \qquad (5.19)$$

де β - параметр.

5.3. Малоциклова втома

В багатьох інженерних конструкціях спостерігається руйнування після відносно незначної кількості циклів навантажування, що нараховує декілька тисяч повторень. Руйнування після малої кількості циклів навантажування від так званої малоциклової втоми, як правило, відбувається за значної (близько 1%) пластичної циклічної деформації в макрооб'ємах розглядуваного елементу конструкції. Межа між мало- і багатоцикловою втомою є умовною і визначаються головним чином мірою непружності матеріалу в циклі навантажування і пластичністю матеріалу. Для високопластичних сплавів перехідна зона мало – і багато цикловою втомою зміщується в бік більших довговічностей, для крихких - у бік менших.

Розрахунки елементів конструкцій на малоциклову втому базуються на експериментальних даних вивченння закономірностей опору деформуванню і руйнуванню за циклічного пружнопластичного деформування, а також дослідженнях кінетики неоднорідного напружено-деформівного стану і накопичення пошкоджень в зонах концентрацій - місцях ймовірного руйнування.

Опір матеріалів циклічному пружно-пластичному деформуванню звичайно вивчають за однорідного напруженого стану, використовуючи два основних види навантажування. В одному випадку під час циклічного деформування сталою зберігається амплітуда напружень, у іншому - амплітуда деформації. Ці види, відповідно, називають м'яким і жорстким навантажуванням.

Опір руйнуванню за циклічного деформування матеріалу суттєво залежить від характеру навантаження (м'яке і жорстке) і циклічних деформаційних властивостей цього матеріалу.

За м'якого навантажування циклічно знеміцнювальних матеріалів накопичуються пластичні деформації, які можуть привести до двох типів руйнування - квазістатичного і втомного. Квазістатичне пов'язане зі збільшенням залишкових деформацій до рівня, який відповідає руйнуванню при одноразовому статичному навантаженні. Руйнування втомного характеру пов'язане з накопиченням пошкоджень, утворенням тріщин при суттєво меншій пластичній деформації. Можливі і проміжні форми руйнування, коли утворюються тріщини втоми на фоні помітних пластичних деформацій.

Циклічно зміцнювальні матеріали руйнуються тільки від втоми. Для них крива втоми в інтервалі довговічності $10^2 \dots 10^4$ циклів досить добре описується емпіричним рівнянням

$$\sigma_a N_p^{\ n} = C \qquad (5.20)$$

де n, C - сталі матеріалу.

Для квазістатичного руйнування за критерій переходу в граничний стан приймають величину деформації $\bar{e}_в$, накопиченої під час циклічного навантаження, що відповідає руйнуванню за одноразового статичного розтягу

При жорсткому навантажуванні немає накопичення деформацій, що виключає можливість квазістатичного руйнування. В цьому випадку всі матеріали руйнуються за механізмом втоми з утворенням тріщини.

Експерименти з різними матеріалами показали, що залежності між розмахом пластичної деформації за цикл $_{\Delta}\varepsilon_{пл}$ і числом циклів до руйнування в подвійних логарифмічних координатах близькі до лінійних. Це стало основою для такого емпіричного виразу між циклічною довговічністю N і розмахом пластичної деформації за цикл (формула Менсона-Коффіна):

$$_{\Delta}\varepsilon_{пл}N^{m}=M, \tag{5.21}$$

де m і M - сталі матеріалу.

В залежності від режиму випробування (м'який чи жорсткий) за експериментальними результатами будують криві малоциклової втоми відповідно в координатах максимальне чи амплітудне значення руйнуючих напружень чи навантажень - кількість циклів до зруйнування (рис.5.5), або в координатах максимальне чи амплітудне значення руйнуючих деформацій чи переміщень - кількість циклів до зруйнування (рис.5.6). Криві втоми можуть бути подані в цих випадках в лінійних, напівлогарифмічних або в подвійних логарифмічних координатах, як це робиться при побудові кривих багатоциклової втоми.

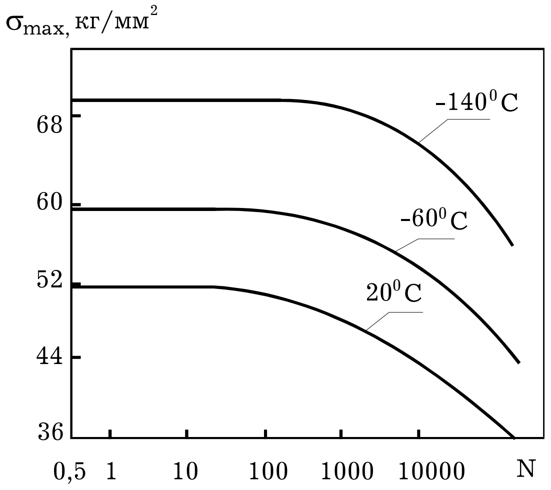


Рис. 5.5. Криві малоциклової втоми сталі 15Г2АФД при різній температурі

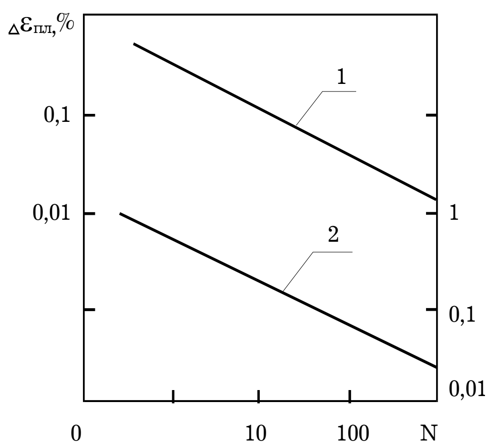


Рис. 5.6. Криві малоциклової втоми алюмінієвого сплаву (1) і вуглецевої сталі (2)

На основі узагальнення великої кількості експериментальних даних для сталей, жароміцних сплавів, алюмінієвих та титанових сплавів була запропонована залежність для кривої втоми у формі

$$_{\Delta}\varepsilon_{пл}=\frac{1}{2}\left(\ln\frac{1}{1-\Psi}\right)^{0,6}N^{-0,6}+1,75\frac{\sigma_T}{E}N^{-0,12} \qquad (5.22)$$

де ψ - відносне звуження поперечного перерізу зразка; E - модуль пружності матеріалу.

Перший доданок цього рівняння описує амплітуду граничної пластичної деформації, другий - амплітуду граничної пружної деформації.

5.4. Закономірності пружнопластичного деформування

Систематичне дослідження закономірностей циклічного деформування металів при високих рівнях напружень було розпочато Баушингером в кінці 19 століття. Ним встановлено, що при пульсуючому розтягуванні з напруженням σ_0, що перевищує межу текучості σ_T, нове значення межі текучості при подальшому навантаженні після повного розвантаження приблизно відповідає напруженню σ_0 (рис. 5.7,а).

При повторно-змінному навантаженні напруженням, що перевищує межу текучості $\sigma_т$, значення межі текучості в наступному півциклі $\sigma_т^1$ виявляється тим нижче, чим вище першочергове напруження (рис. 5.7,б). Це явище отримало в літературі назву ефекту Баушингера. Пізніше результати Баушингера були підтверджені багатьма дослідниками.

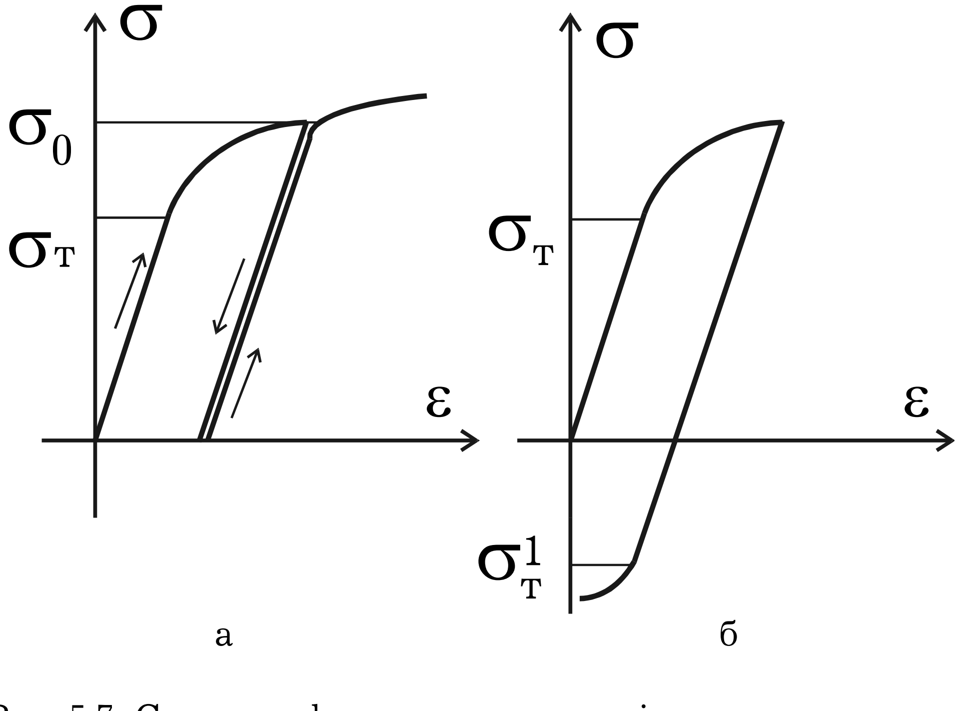


Рис. 5.7. Схеми деформування матеріалу за повторного (а) і повторно-змінного (б) навантаження

Треба зазначити, що циклічні властивості матеріалу не завжди стабільні. Розглянемо характерні особливості циклічно нестабільних го матеріалів, увівши попередньо у розгляд декілька додаткових понять. Процес навантаження зразка від початкового стану *O* до моменту *A* першого розвантаження (рис.5.8) називається *нульовим півциклом*. Далі від точки А до точки *B* йде перший півцикл і т.д. Тобто процес зміни навантаження одного знака від його початку до завершення (зміни напряму) називають *півциклом навантаження*. Позначимо номером *k* точку перетину вітки діаграми *k*-го

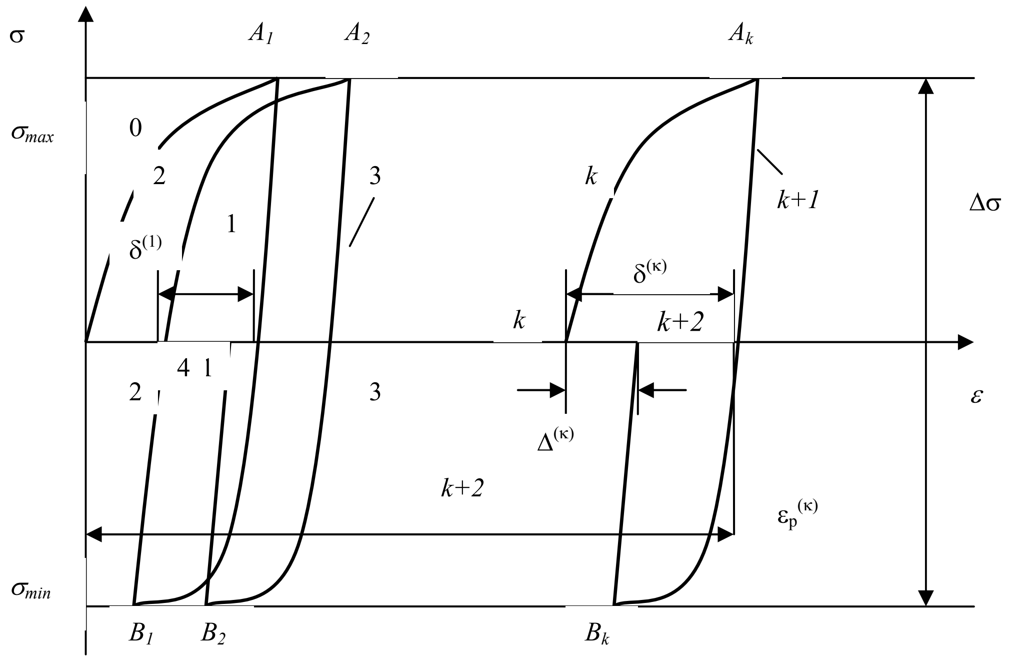


Рис. 5.8. Залежність між напруженнями і деформаціями за циклічного пружно-пластичного деформування

півциклу (A_k, B_k, якщо *k* непарне, чи $B_k A_{k+1}$, якщо *k* парне) з віссю абсцис. Оскільки процес розвантаження у півциклі *k+1* до моменту досягнення точки *k+1* лінійний, то величина $\delta^{(k)}$, що визначає відстань між точками *k* та *k+1*, визначає ширину петлі пластичного гістерезису *k-го* півциклу. Точка *k+1* визначає величину *однобічно накопиченої сумарної пластичної деформації* $\varepsilon_p^{(k)}$ після завершення *k*-півциклу. Тому величина $\Delta^{(k)} = \left|\delta^{(k)} - \delta^{(k+1)}\right|$ характеризує *приріст пластичної деформації* за *k+1*-й півцикл (*деформація циклічної анізотропії*).

За результатами експериментів будують узагальнену діаграму циклічного пружнопластичного деформування. Це графік, що характеризує залежність напруження від деформації за параметром кількості півциклів навантажування, який будується для кожного окремого півциклу навантажування з початком у точці розвантажування та дозволяє всі кінцеві та поточні точки k-того півциклу навантажування розташовувати на тій же кривій для даного півциклу навантажування.

Опір пружно-пластичному деформуванню від півциклу до півциклу може бути або більшим або меншим від опору в першому чи деякому попередньому півциклі. У першому випадку маємо *циклічне зміцнення*, в другому – *циклічне знеміцнення* матеріалу.

Загалом, для мякого режиму навантаження, у разі циклічного знеміцнення зі збільшенням кількості півциклів навантаження накопичена сумарна деформація збільшується, а в матеріалах із циклічним зміцненням пружнопластична деформація зменшується.

У випадку жорсткого навантаження накопичення пластичної деформації неможливе. Для матеріалів які циклічно зміцнюються, жорстке навантаження супроводжується збільшенням розмаху $\Delta\sigma$ напружень півциклу. Циклічне знеміцнення означає зменшення величини $\Delta\sigma$.

Циклічне зміцнення властиве передусім м'яким у первісному стані матеріалам, зокрема незагартованій та деяким аустенітним сталям, міді, α-латуні. Високоміцні у первісному стані матеріали переважно характеризуються циклічним знеміцненням. У металах, під час деформування яких розтягом утворюються лінії Чернова –Людерса та зуб текучості, як і в більшості інших матеріалів, чергуються явища циклічного зміцнення, стабілізації та знеміцнення. Наприклад, у високоміцної сталі Х15Н35В3Т приблизно перших 200 циклів відбувається знеміцнення, після чого аж до руйнування спостерігається циклічна стабілізація. М'яка сталь Х18Н9Т спочатку циклічно зміцнюється, а після періоду стабілізації переходить до циклічного знеміцнення.

Після перших 2–10 півциклів ширину петлі $\delta^{(k)}$ можна отримати з виразу

$$\delta^{(k)} = \delta^{(1)} F(k), \tag{5.23}$$

де для циклічно стабільного матеріалу

$$F(k)=1, \tag{5.24}$$

для матеріалу, що циклічно знеміцнюється

$$F(k)=exp(\beta(k-1)), \tag{5.25}$$

для матеріалу, який циклічно зміцнюється.

$$F(k)=k^{-\alpha}\,. \tag{5.26}$$

Величини α, β що визначають інтенсивність зміни ширини петлі зі зміною кількості півциклів, великою мірою залежать від величини пластичної деформації, досягнутої в нульовому півциклі.

За відсутності надійних експериментальних даних визначити тип циклічної поведінки матеріалу з досить великою вірогідністю можна за критерієм, запропонованим С.Менсоном (1963), згідно з яким у разі симетричного циклічного м'якого навантаження матеріал зміцнюється, якщо $\sigma_B/\sigma_{0,2}>1,4$ і знеміцнюється у випадку коли $\sigma_B/\sigma_{0,2}<1,2$.

Література

1. Механика разрушения и прочность материалов: Справочное пособие /Под общей ред. Панасюка В.В./ -1988. - 436.
2. Прочность металлов при переменных нагрузках. Трощенко В. Т. Киев, Наук. думка, 1978. 176 с.
3. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності. Підручник / В.Г.Піскунов, В.С.Сіпетов, В.Д.Шевченко, Ю.М.Федоренко; Вища школа, 1995. -271 с.
4. Божидарник В. В., Сулим Г. Т.: Елементи теорії пластичності та міцності. –-Львів:. Вид-во «Світ», 1999.

ЛЕКЦІЯ 6

РОЗПОДІЛ НАПРУЖЕНЬ І ДЕФОРМАЦІЙ В ОКОЛІ ВІСТРЯ ТРІЩИНИ. ВИДИ ЗМІЩЕНЬ БЕРЕГІВ ТРІЩИНИ

6.1. Види зміщень берегів тріщини

Для оцінки міцності тіл з тріщинами необхідно, в першу чергу, знати напружено-деформований стан в області вершини тріщини. При навантаженні тіла відбувається взаємне зміщення протилежних берегів тріщини. Виділяють три основних типи переміщень поверхонь тріщини: нормальний відрив, поперечний зсув та поздовжній зсув (рис.6.1). Нормальний відрив реалізується, коли переміщення протилежних берегів тріщини перпендикулярне до площини тріщини. За поперечного зсуву переміщення берегів тріщини перпендикулярне до її фронту. Якщо переміщення поверхонь тріщини паралельне фронту тріщини, то це тріщина поздовжнього зсуву (антиплоский зсув). Таким чином будь які складні деформування можна одержати поєднанням описаних трьох різновидів.

6.2. Розподіл напружень і зміщень у вершині тріщини нормального відриву

Розподіл напружень та зміщень в вершині тріщини нормального відриву (рис.6.2)

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\cdot\sin\frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1+\sin\frac{\theta}{2}\cdot\sin\frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\cdot\sin\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{3\theta}{2}$$

$$\sigma_z = \mu\left(\sigma_x+\sigma_y\right) \qquad (6.1)$$

$$\tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$$

$$U=\frac{K_I}{2G}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\cdot\cos\frac{\theta}{2}\left(k-1-2\sin^2\frac{\theta}{2}\right)$$
$$V=\frac{K_I}{2G}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\cdot\sin\frac{\theta}{2}\left(k+1-2\cos^2\frac{\theta}{2}\right)$$

де σ, τ - відповідно нормальні та дотичні напруження; r - віддаль до вершини тріщини; $G=E/[2(1+\mu)]$ - модуль зсуву; E - модуль пружності I-го роду або модуль Юнга; $\mu=-\varepsilon_x/\varepsilon_y$ - коефіцієнт Пуассона; ε_x, ε_y - відповідно поперечна і поздовжня деформація; K_I - коефіцієнт інтенсивності напружень *(КІН)* для тріщини нормального відриву; θ - кут між розглядуваною точкою та продовженням тріщини.

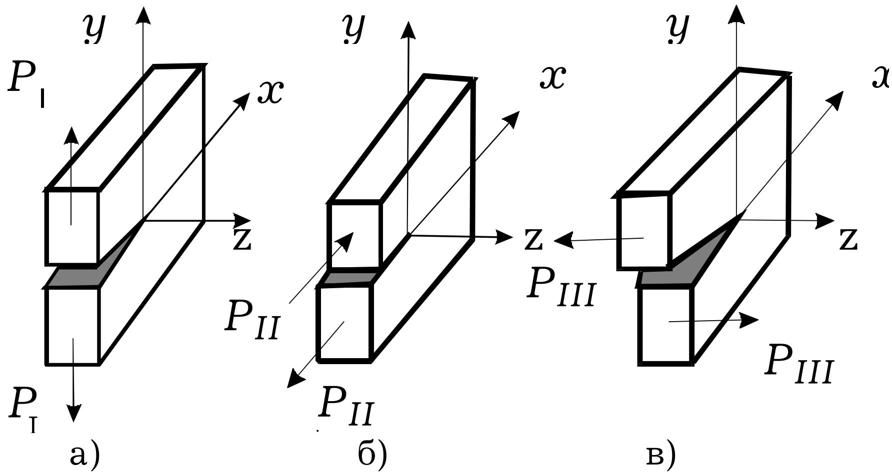


Рис.6.1. Типи зміщень: нормальний відрив - а); поперечний зсув - б); поздовжній зсув - в)

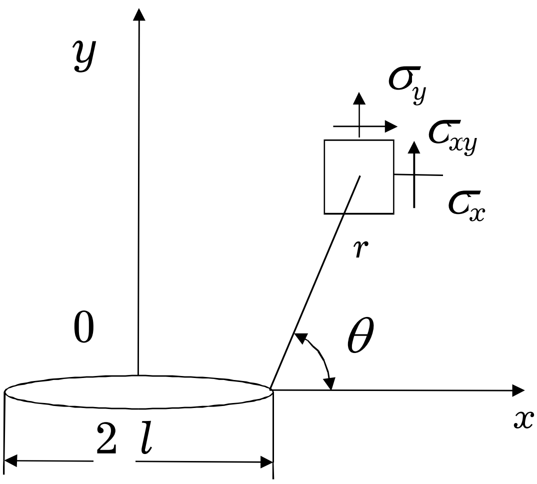


Рис. 6.2. Система локальних координат у вістрі тріщини

При σ_z=0 будемо мати плоский напружений стан, у випадку U=0 - плоску деформацію.

Для плоского напруженого стану $k=\frac{3-\mu}{1-\mu}$, для плоскої деформації $k=3-4\mu$. У випадку $\theta=0$ (на продовженні вершини тріщини) і приймаючи, що $\sigma_y=\sigma$, $r=l$ із (6.1) маємо для безконечного тіла з тріщиною *типу I* довжиною $2l$

$$K_I=\sigma\cdot\sqrt{\pi l}\ , \qquad (6.2)$$

де σ - напруження прикладені на нескінченності.

Для тіла скінчених розмірів *КІН* визначають за формулою

$$K_I = \sigma \cdot \sqrt{\pi l} \cdot Y, \qquad (6.3)$$

де Y - безрозмірна функція, яка залежить від геометрії зразка, розмірів тріщини, та схеми навантаження.

Методи і формули для визначення *КІН* тіл з тріщинами достатньо детально описані в літературі.

6.3. Розподіл напружень і зміщень у вершині тріщини поперечного зсуву

$$\sigma_x = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}\left(2+\cos\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{3\theta}{2}\right)$$

$$\sigma_y = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2}$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\cdot(1-\sin\frac{\theta}{2}\cdot\sin\frac{3\theta}{2}$$

$$\sigma_z = \mu\left(\sigma_x + \sigma_y\right) \qquad (6.4)$$

$$\tau_{zy} = -\frac{2\mu K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}$$

$$U = \frac{K_{II}}{2G}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\cdot\sin\frac{\theta}{2}\left(2-2\mu+\cos^2\frac{\theta}{2}\right)$$

$$V = \frac{K_{II}}{2G}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\cdot\cos\frac{\theta}{2}\left(2\mu-1-\sin^2\frac{\theta}{2}\right)$$

6.4. Розподіл напружень і зміщень у вершині тріщини поздовжнього зсуву

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy}$$

$$\tau_{xz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2},$$

$$\tau_{yz} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}, \qquad (6.5)$$

$$U=V=0,$$

$$W = \frac{K_{III}}{2G}\sqrt{\frac{2r}{\pi}}\cdot\sin\frac{\theta}{2}$$

6.5. Розподіл напружень і зміщень у вершині тріщини за пружно-пластичного деформування

Дослідження полів напружень і деформацій в околі вістря тріщини за пружнопластичного деформуванні є більш складною задачею. Аналітичні вирази для напружено-деформованого стану тіл з тріщинами були отримані для випадку поздовжнього зсуву (рис.6.1,в) для ідеально пластичного матеріалу і матеріалу зі зміцненням.

В плоскій постановці розподіл напружень і деформацій в околі вістря тріщини при монотонному навантаженні деформаційно зміцнюваного матеріалу було отримано майже одночасно Хатчинсоном, а також Райсом та Розенгреном на основі розгляду криволінійного інтегралу вздовз контуру, який охоплює вістря тріщини.

Згідно з цим

$$\varepsilon_{ij} = \alpha\varepsilon_T\left(\frac{EJ}{I\alpha\sigma_T^2 r}\right)^{n/(n+1)}\tilde{\varepsilon}_{ij}(\Theta,n), \quad \sigma_{ij} = \sigma_T\left(\frac{EJ}{I\alpha\sigma_T^2 r}\right)^{1/(n+1)}\tilde{\sigma}_{ij}(\Theta,n), \tag{6.6}$$

$$u_i = \frac{\alpha\sigma_T}{E}\left(\frac{EJ}{I\alpha\sigma_T^2}\right)^{n/(n+1)} r^{n/(n+1)}\tilde{U}_{ij}(\Theta,n),$$

де J - інтеграл, обчислений по контуру достатньо віддаленому від вістря тріщини; I - безрозмірна функція від показника n деформаційного зміцнення; $\tilde{\sigma}_{ij}(\Theta,n), \tilde{\varepsilon}_{ij}(\Theta,n), \tilde{U}_{ij}(\Theta,n)$ - нормовані функції від кута Θ і n .

У цьому випадку зв'язок між напруженням і пластичною деформацією за одновісного розтягу має вигляд:

$$\bar{\varepsilon}_p = \alpha\bar{\sigma}^n \ , \tag{6.7}$$

де α і n - відповідно коефіцієнт і показник деформаційного зміцнення; $\bar{\varepsilon}_p = \varepsilon_p / \varepsilon_T; \varepsilon_T = \sigma_T / E; \bar{\sigma} = \sigma / \sigma_T$, σ_T - межа текучості.

Подальші дослідження показали, що рівняння (6.6) достатньо добре узгоджується з експериментальними даними.

Однак вирази (6.1),(6.4)-(6.6) свідчать, що напруження мають сингулярність у вістрі тріщини. Для визначення деформацій безпосередньо у вістрі тріщини ефективно використовують числові та експериментальні методи.

М.Я. Леонов, В.В. Панасюк і Д.С. Дагдейл запропонували моделі, які дають змогу визначити розмір пластичної зони і розкриття вістря тріщини в умовах плоского напруженого стану. В цих роботах розглянуто випадок клинуватої зони на продовженні тріщини.

Рівняння, що пов'язують розкриття тріщини, розміри пластичної зони з розмірами тріщини і прикладеними напруженнями мають такий вигляд:

$$\delta = \frac{4\sigma_T l}{\pi E} ln\left(sec\frac{\pi\sigma}{2\sigma_T}\right); \tag{6.8}$$

$$2r_p = ln\left(sec \frac{\pi\sigma}{2\sigma_T} \right), \qquad (6.9)$$

де $2r_p$ - розмір зони пластичних деформацій поблизу вістря тріщини на її продовженні.

М.А.Махутов запропонував для опису деформацій у вістрі тріщини при пружнопластичному деформуванні користуватись коефіцієнтом інтенсивності деформацій K_{Ie}. Відповідно до його підходу відносна інтенсивність деформацій у вершині тріщини визначається формулою

$$\bar{e}_i = \frac{2(1+\nu)}{3} \frac{K_{Ie}}{2\pi r} P_{re}, \qquad (6.10)$$

де $\bar{e}_i = e_i / e_{iT}; e_{iT}$ - інтенсивність деформацій за напружень, що дорівнюють межі текучості.

Для визначення напружено-деформованого стану в околі вістря тріщини певного поширення набув так званий метод вагових функцій. Привабливість цього методу полягає в тому, що, забезпечуючи достатню точність визначення КІН, він є менш трудомістким порівняно з числовими методами (методом скінченних елементів, методом граничних інтегральних рівнянь). Метод дозволяє визначати КІН для тіл з тріщинами довільної конфігурації, для яких відомо напружено-деформований стан при відсутності тріщин.

Згідно з ним величину КІН K_n при довільному навантаженні σ_n можна знайти за розв'язком крайової задачі для тіла з тріщиною такої ж конфігурації при дії на берегах тріщини навантаження

$$K_n = \frac{H}{K_o} \int_0^l \sigma_n \frac{\partial U_0}{\partial l} dx, \qquad (6.11)$$

де U_O і K_O - нормальні зміщення і КІН при навантаженні σ_o; H - узагальнений модуль пружності для плоскої деформації

$$H = E/(1-\mu^2) \qquad (6.12)$$

для плоского напруженого стану

$$H = E \qquad (6.13)$$

Величина $\frac{H}{K_o}\frac{\partial U}{\partial l}$ має назву вагової функції. Пізніше метод вагових функцій був развинутий у працях де отримано розв'язок для тіл з тріщинами нормального відриву при довільному розподілі навантаження на контурі тріщини.

Література

1. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие В У-Т/Под общей ред. Панасюка В.В.//Т.3: Расчет коэффициентов интенсивности напряжений /Ковчик С.Е., Морозов Е.М. – 1988. -436с.
2. Сопротивление материалов деформированию и разрушению/ Ответственный редактор В.Т.Трощенко/ Справочное пособие в 2 частях. Часть 2.-Киев: Наукова Думка,1994.–700с.
3. П.В.Ясній. Пластично деформовані матеріали: Втома і тріщино тривкість.- Львів: Світ.- 1998.- 292 с.

ЛЕКЦІЯ 7

СТАТИЧНА ТРІЩИНОСТІЙКІСТЬ МЕТАЛІВ І ЗВАРНИХ З'ЄДНАНЬ

7.1. Характеристики тріщиностійкості. Силові, деформаційні та енергетичні критерії.
7.2. Змішане руйнування.
7.3. Визначення характеристик тріщиностійкості. Типи зразків і схеми навантаження. Формули для визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень.

7.1. Характеристики тріщиностійкості. Силові, деформаційні та енергетичні критерії

Отримувані при стандартних випробуваннях на гладких зразках характеристики механічних властивостей за статичного та циклічного навантаження (межа міцності, межа текучості, межа втоми тощо) є основними для розрахунків на міцність і довговічність елементів конструкцій.

Разом з тим для високонавантажених великогабаритних конструкцій практично неможливо позбутись різного роду дефектів типу тріщин, які виникають на стадії виготовлення, а також в процесі експлуатації (розшарування, непровари, пори, холодні та гарячі тріщини при зварюванні тощо). Тому, поряд із загальноприйнятою методикою оцінки міцності та довговічності елементів конструкцій, такі розрахунки необхідно проводити за критеріями механіки руйнування.

Під терміном **тріщиностійкість** розуміють характеристики матеріалу, які визначають його опір руйнуванню за наявності тріщини. Розрізняють силові, деформаційні та енергетичні критерії тріщиностійкості.

Силові критерії. Суть силового критерію Ірвіна, сформульованого без застосування енергетичних підходів, полягає в тому, що локальне руйнування тіла (поширення тріщини) в малому околі вершини тріщини почнеться тоді, коли коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) K_I для силової схеми розтягу досягне деякої сталої для даного матеріалу величини K_IC (характеристики тріщиностійкості):

$$K_I\left(p^*, l_0\right) = K_{IC}, \tag{7.1}$$

де K_I визначається із розподілу напружень (рис. 7.1) в області перед вершиною тріщини (в зоні передруйнування):

$$\sigma(x, y, 0) = \frac{K_I(p, l)}{\sqrt{2\pi s}} + O(l), \tag{7.2}$$

де p^* - граничне значення параметра p, за досягнення якого починається поширення тріщини; l_0 - розмір тріщини; s - віддаль по нормалі до контуру тріщини в площині $z = 0$; $O(l)$ - регулярна частина нормальних напружень.

Таким чином, запропонований Ірвіном критерій дозволяє спростити складні розрахунки таких характеристик, як швидкості вивільнення пружної енергії, істинної поверхневої енергії, роботи локальної пластичної деформації, які фігурують в інших підходах і критеріях. На основі отриманих залежностей Ірвін розглянув зв'язок енергетичних критеріїв руйнування з напруженим станом біля кінчика тріщини і показав еквівалентність енергетичного і силового підходів:

$$K_{IC} = \sqrt{\frac{2E\gamma}{1-\mu^2}} \,. \tag{7.3}$$

де μ - коефіцієнт Пуассона; γ_0 - густина поверхневої енергії; E - модуль пружності першого роду (модуль Юнга). Отже, в основі лінійної механіки руйнування лежить силовий критерій Ірвіна (7.1). Концепція K_{IC} - критерію застосовується для квазікрихких тіл з тріщинами при виконанні умов автомодельності, тобто коли характерний розмір зони передруйнування значно менший за характерний розмір макротріщини. Математичні співвідношення умов автомодельності для даного критерію разом із критерієм руйнування складають замкнуту розрахункову модель для визначення гранично рівноважного стану тіл з тріщинами.

Основними характеристиками тріщиностійкості є:

K_c - критичне максимальне значення КІН на стадії виникнення руйнування поблизу вершини тріщини, яке встановлюється розрахунком за критичним напруженям чи навантаженням, розмірами тріщини і поперечного перерізу зразка.

K_{IC} - критичне значення КІН, коли в вершині тріщини реалізується тривісний розтяг за плоскої деформації (максимальна стисливість пластичної деформації).

В області, де справедливі положення лінійної механіки руйнування, є практично одна характеристика тріщиностійкості – критичний КІН K_{Ic} при максимальному стисненні пластичних деформацій (що звичайно досягається створенням умов плоскої деформації шляхом збільшення товщини випробувального зразка). Величина K_{Ic} є сталою матеріалу і в межах прийнятої точності не залежить від геометрії зразка. K_c залежить від геометрії зразка і в першу чергу від його товщини. Разом з тим K_{IC} залежить від температури випробувань, швидкості навантаження, фізико-хімічної дії оточуючого середовища.

Деформаційні критерії руйнування. У випадку визначення тріщиностійкості середньо- та низькоміцних матеріалів руйнування супроводжується значними пластичними деформаціями на ділянці біля вершини тріщини, які передують її поширенню. Для такого стану, характерного для більшості металів, умови автомодельності не виконуються; неправомірним є застосування критерію Ірвіна, оскільки не враховуються фізична і геометрична нелінійність їх деформування. В таких випадках для розрахунків на міцність і довговічність конструкцій ефективно застосовують підходи, в основу яких покладено деформаційні критерії тіл з тріщинами, що базуються на локальних та глобальних деформаціях.

Розглянемо пружно-пластичне тіло, послаблене тріщиною довжини l_0 і піддане симетричному до його площини зовнішньому навантаженню σ. Ставиться задача визначення такого σ*, за досягнення якого тріщина почне поширюватися. Скористаємося класичним деформаційним критерієм міцності:

$$\varepsilon_{\max}\left(l,\sigma^*\right)=\varepsilon_c, \tag{7.4}$$

де ε_{max} - максимальна розтягувальна деформація в зоні передруйнування; ε_c - гранична деформація розтягу для матеріалу.

Для усунення труднощів, які передбачають визначення величини ε_{max} в зоні передруйнування, виберемо біля контуру тріщини елементарний об'єм висотою h, видовження якого при деформуванні матеріалу дорівнює розкриттю тріщини в її вершині (рис. 7.2):

$$\varepsilon_{max}\left(l,\sigma\right)=\delta_1\left(l,\sigma\right)/h. \tag{7.5}$$

Підставивши вираз (7.5) в співвідношення (7.4) і позначивши $\delta_{Ic}=h\varepsilon_c$, отримуємо:

$$\delta_I\left(l,\sigma^*\right)=\delta_{Ic} \tag{7.6}$$

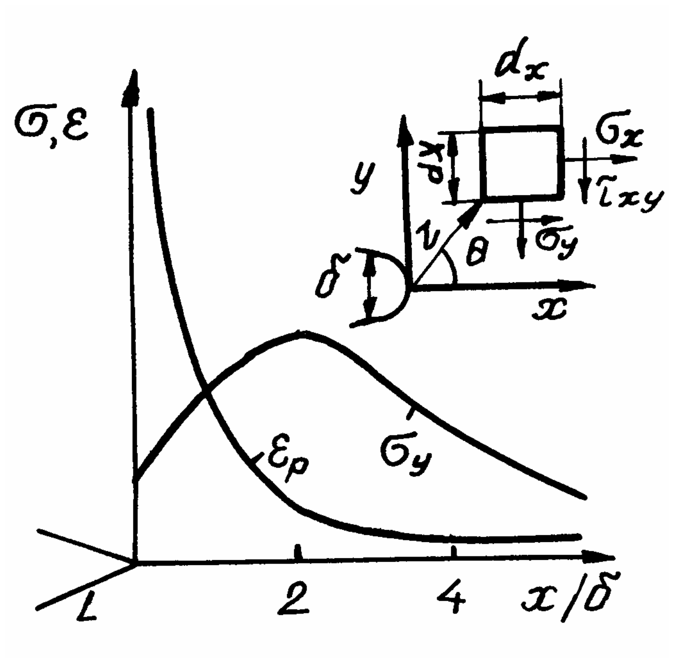


Рис. 7.1. Напружений стан зони передруйнування в околі тріщини нормального відриву

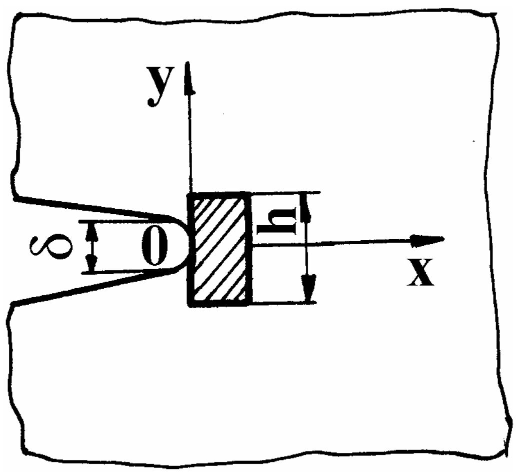


Рис. 7.2. Розрахункова схема тупикової частини тріщини

Встановлений таким чином критерій визначає гранично-рівноважний стан тіла з тріщиною як момент досягнення розкриттям вершини тріщини деякого критичного значення δ_{Ic}. Цей критерій має назву критичне розкриття вершини тріщини (КРТ) і вперше був сформульований для випадку механізму відриву (мода І).

КРТ-критерій є основою розрахункової δ_c-моделі реального ідеально пружно-пластичного тіла з тріщиною, запропонованої М.Леоновим і В.Панасюком. В δ_c-моделі тріщина розглядається як розріз в лінійно пружному тілі, протилежні береги протяжністю d якого притягуються напруженнями $\sigma_0 = const$, коли розкриття берегів є меншим за δ_c. Якщо ж розкриття берегів є більшим за δ_c, то напруження зчеплення дорівнюють нулеві. Таким чином, вводиться конкретна величина напружень, які відповідають виникненню руйнування, і приймається до уваги гранична пластичність, виражена величиною переміщення берегів розрізу δ_c.

За законом розподілу інтенсивності сил зчеплення між сусідніми атомами величини σ_0 і δ_c зв'язані залежністю:

$$\sigma_0\delta_c = 2\gamma_0, \tag{7.7}$$

де γ_0 - густина енергії руйнування матеріалу, яка витрачається на утворення одиниці нової поверхні в твердому тілі; $\sigma_0 = \sigma_{0,2}$ - для ідеально пластичного тіла.

В рамках моделі умова поширення тріщини в деформованому твердому тілі при використанні КРТ- критерію виражається відношенням:

$$2v_n\left(l_0, l, p^*, \sigma_0\right) = \delta_c, \tag{7.8}$$

де $v_n\left(l_0, l, p^*, \sigma_0\right)$ - нормальна складова вектора зміщень точок берегів тріщини; l, l_0 - характерні лінійні розміри тріщини (рис. 7.3); p^*- критичне зовнішнє навантаження; $l - l_0$ - лінійний розмір притупленої ділянки тріщини.

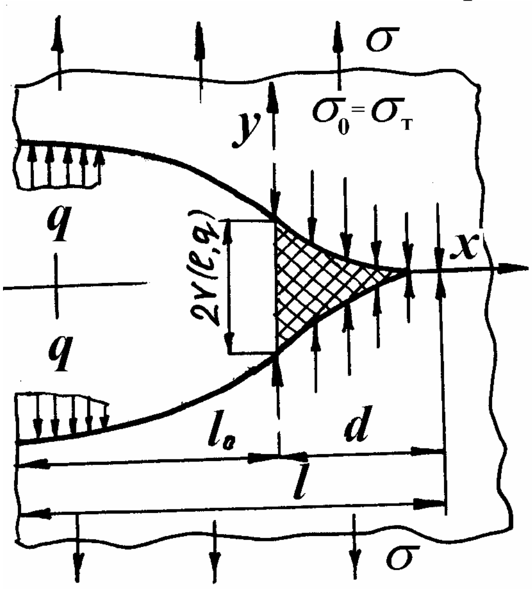


Рис. 7.3. Схематичне представлення тупикової частини тріщини для нормального відриву за δ_c - моделлю

Основним недоліком δ_c-моделі є те, що вона отримана для ідеально пластичного матеріалу і не враховує зміцнення.

Дещо пізніше модель, аналогічну до *δ_c- моделі*, запропонував Дагдейл. На основі силового підходу Ірвіна, враховуючи скінченність напружень біля вершини тріщини, і приймаючи, що напруження зчеплення в пластичній зоні дорівнюють границі текучості, Дагдейл представив довжину пластичної зони r_p в безмежній пластині з тріщиною наступним виразом:

$$r_p = l - l_0 = l_0 \left[sec\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_T} \right) - 1 \right]. \qquad (7.9)$$

Бурдекін і Стоун, використовуючи функцію напружень Вестергаарда, визначили для моделі Дагдейла розкриття тріщини в вершині (аналогічно, як це було отримано для *δ_c- моделі*) (див. рис. 7.3)

$$\delta = 2\vartheta = -\frac{8\sigma_T l_0}{\pi E} \ln\left[\sec\left(\frac{\pi\sigma}{2\sigma_T} \right) \right]. \qquad (7.10)$$

Енергетичні критерії. Розв’язок задачі про розподіл напружень біля ізольованого еліптичного отвору у безмежному тілі було отримано Інглісом в 1913 р. Вестергаард, використавши підходи Інгліса, розв’язав задачу про розподіл напружень біля гострої тріщини. Починаючи з робіт Гріффітса, в 20-х роках розвиток досліджень з теорії тріщин пішов шляхом вивчення самого процесу руйнування. При такому підході до оцінки міцності враховуються вже наявні в тілі тріщини, розвиток яких обумовлює процес руйнування і пояснює невідповідність між теоретичною і практичною міцністю. Цей підхід Гріффітса дістав назву енергетичного підходу в механіці руйнування. В основу теорії покладено наступний принцип - тріщина почне розповсюджуватися в крихкому тілі тільки тоді, коли швидкість вивільнення енергії пружної деформації в процесі її поширення перевершить приріст поверхневої енергії тріщини. Математична умова енергетичного критерію наступна:

$$\frac{\partial}{\partial l}\left[U(l_1) - W\left(p^*, l_1\right) \right] = 0\,, \qquad (7.11)$$

де $U(l_1)$ - поверхнева енергія тріщини; $W\left(p^*, l_1\right)$ - енергія пружних деформацій, зумовлена розкриттям тріщини довжиною $2l_0$ при дії на тіло зовнішніх навантажень p; p^* - граничне значення навантаження p.

Для параметра $U(l_1)$ Гріффітсом було введено нову сталу матеріалу - густину поверхневої енергії γ_0.

На підставі рівняння енергетичного балансу (7.11) для визначення зовнішнього критичного зусилля p^* при розтягуванні рівномірно розподіленими зусиллями безмежної пластини з тріщиною довжиною $2l_0$ Гріффітс отримав залежність:

$$p^* = \sqrt{\frac{2\gamma_0 E'}{\pi l_0}} \tag{7.12}$$

де $E' = E$ - для плоского напруженого стану (ПНС); $E' = E/\left(1-\mu^2\right)$ - для плоскої деформації.

Цей принцип якісно підтверджується для крихких матеріалів (скло). При квазікрихкому руйнуванні тіл, матеріал у вершині тріщини пластично деформується і робота, що затрачується для цього, може бути набагато більшою за поверхневу енергію за ідеального крихкого руйнування. Виходячи з цього Ірвін і Орован запропонували змінити підхід Гріффітса при вивченні поширення тріщин в квазікрихкому тілі, замінивши густину поверхневої енергії γ_0 питомою роботою пластичних деформацій γ_p, зосереджених на малій ділянці матеріалу біля контуру тріщини, тобто роботою, яка затрачується на утворення одиниці нової поверхні. Це дозволило узагальнити формулу Гріффітса (7.12):

$$p^* = \sqrt{\frac{2\gamma_p E'}{\pi l_0}}, \tag{7.13}$$

де γ_p - питома робота енергії пластичних деформацій в зоні передруйнування, необхідна для нестабільного росту тріщини.

Такий підхід дозволив перейти від концепції Гріффітса ідеально крихкого тіла до реальних металів і застосувати цю теорію для вирішення інженерних проблем, незважаючи на певні її недоліки. В працях Морозова Є.М. для ідеально пружно-пластичного тіла сформульовано енергетичний критерій граничної рівноваги тіл з тріщинами, який базується на законі збереження енергії за дійсного чи можливого підростання тріщини:

$$\delta W + \delta \Gamma = \delta A \tag{7.14}$$

де δA - механічна робота зовнішніх сил; δW - об’ємна потенціальна енергія пружної деформації тіла; $\delta \Gamma$ - енергія руйнування.

Загальний енергетичний підхід до опису розвитку тріщини для матеріалів з довільними реологічними властивостями запропоновано Черепановим В.Г. Його підхід побудований на енергетичній концепції і на уявленні про “тонку структуру” вершини тріщини. Умова граничної рівноваги тіла з тріщиною за цим критерієм має вигляд:

$$R\int_0^{2\pi} \left[\left(Є + K - B\right)\cos\theta - A\right] d\theta = 2\gamma, \tag{7.15}$$

де R - радіус кола з центром у вершині тріщини, величина якого мала в порівнянні з характерним лінійним розміром тіла і тріщини; $Є$, K, B, A означають: власну роботу внутрішніх сил, кінетичну енергію, роботу об’ємних сил, роботу поверхневих сил, відповідно, і розраховуються безпосередньо із сингулярного розв'язку задачі; θ – кут полярної системи координат з центром у вершині тріщини; γ – густина енергії руйнування матеріалу.

У випадку, коли в зоні передруйнування біля вершини тріщини виникають значні пластичні деформації (дорівнюють розміру тіла чи тріщини), критерій Гріффітса - Орована - некоректний. В цьому випадку для опису процесу руйнування використовують критерій *R*- кривих, який базується на балансі швидкості вивільнення енергії пружних деформацій і енергії руйнування тріщини, що поширюється. Критерій спонтанного росту тріщини має вигляд:

$$G_1 = R_c , \qquad (7.16)$$

де G_I, R_c - відповідно інтенсивність виділення пружної енергії і питомий опір матеріалу збільшенню довжини тріщини у момент спонтанного руйнування.

Недоліком методу *R*- кривих є залежність параметру R_c не тільки від приросту тріщини, а й від умов навантаження і геометрії зразка. Поряд із методом *R*- кривих для опису гранично рівноважного стану пластичних матеріалів, використовують критерій *J* - інтегралу, в основу якого покладено енергетичний підхід В.Г. Черепанова.

Відомо, що великі пластичні деформації у вершині тріщини значно впливають на інтенсивність виділення пружної енергії G_1. Для визначення впливу пластичних деформацій на G_1 потрібно знайти точний розв'язок пружно - пластичної задачі про розподіл напружень у вершині тріщини. У зв'язку з відсутністю подібного розв'язку запропоновано непрямий метод, в основі якого лежить *J*- інтеграл, який описується виразом:

$$J = \int_{\Gamma} \left(W dy - T \frac{du}{dx} ds \right), \qquad (7.17)$$

де Г - замкнутий контур, який обмежує в напруженому полі деяку область навколо тріщини;

$W = W(x, y) = W(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$ - енергія деформації одиниці об'єму;

$T = \sigma_{ij} n_j$ - вектор напружень, перпендикулярний до контуру Г і направлений назовні; *u* - переміщення в напрямку осі *Ox*; *dS* - елемент контуру *Г*.

Дещо пізніше ***Райс*** застосував критерій *J*- інтегралу до задач про тріщини і показав, що для пружного випадку виконується співвідношення:

$$J = G_1 , \qquad (7.18)$$

тобто для пружного випадку *J* інтеграл еквівалентний інтенсивності виділення енергії пружної деформації. Очевидно, що можливим є існування критичного значення J_{Ic}, що відповідає початкові росту тріщини. Звідси виходить, що:

$$J_{Ic} = G_{Ic} \qquad (7.19)$$

Розвиток глобальних енергетичних підходів, побудованих на балансі підведеної і вивільненої енергії, показано в роботах ***Лібовіца, Ешелбі.***

Гійємо і Сі запропонували локальні енергетичні критерії, які базуються на розрахунку густини енергії деформації уявного циліндричного зразка в зоні передруйнування і застосуванні коефіцієнтів інтенсивності напружень, вважаючи, що руйнування відбувається при досягненні критичної густини енергії деформації на певній критичній відстані від вершини тріщини.

Застосування енергетичних локальних та глобальних критеріїв руйнування на практиці, незважаючи на їх фізичне обгрунтування і експериментальні можливості втілення, стримується труднощами математичного характеру. В значній мірі цих ускладнень можна уникнути, використавши силовий підхід для визначення початку поширення тріщини в квазікрихких тілах, запропонований ***Ірвіном*** (7.1).

7.2. Змішане руйнування.

Якщо поширення тріщини в тілі відбувається за різними механізмами, то критерій руйнування має більш складний вид. Наприклад в термінах коефіцієнту інтенсивності напружень

$$(K_I / K_{Ic})^m + (K_{II} / K_{IIc})^n + (K_{III} / K_{IIIc})^q = 1, \qquad (7.20)$$

де m, n, q - сталі матеріалу.

В термінах розкриття тріщини

$$(\delta_I / \delta_{Ic})^p + (\delta_{II} / \delta_{IIc})^l + (\delta_{III} / \delta_{IIIc})^k = 1, \qquad (7.21)$$

де p, l, k - сталі матеріалу.

Для оцінки гранично-рівноважного стану за формулою (7.21) необхідно крім характеристик тріщиностійкості матеріалу $\delta_{Ic}, \delta_{IIc}, \delta_{IIIc}$ знати величини $\delta_I, \delta_{II}, \delta_{III}$, визначення яких пов'язано із значними труднощами у розв'язанні пружно-пластичних задач.

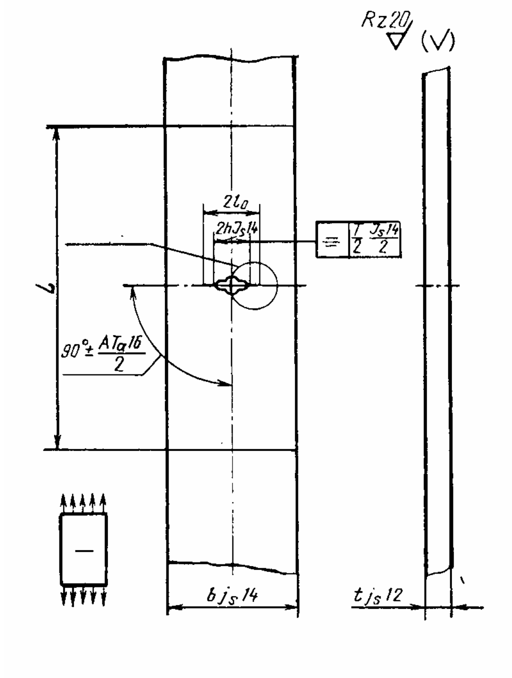
7.3. Визначення характеристик тріщиностійкості. Типи зразків і схеми навантаження. Формули для визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень

Для експериментального визначення K_{Ic} достатньо мати зразок з тріщиною і K-тарування для цього зразка.

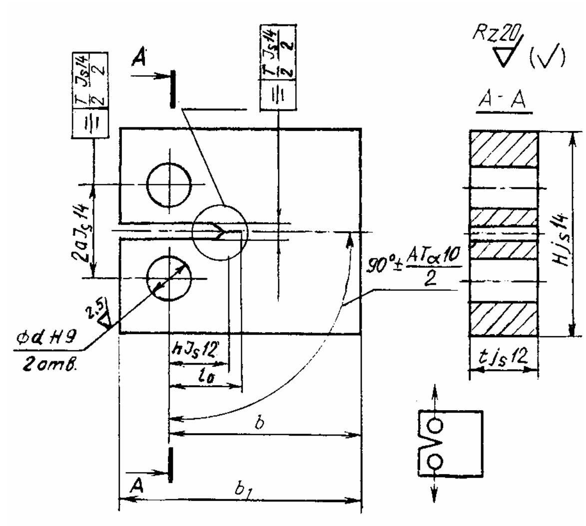
Методи проведення випробувань, а також обробки та аналізу результатів випробувань для визначення характеристик тріщиностійкості при статичному навантаженні регламентуються ГОСТ 25.506-85.

В цьому ГОСТі наведено рекомендації для конструкцій зразків, послідовності проведення випробувань, обробки експериментальних даних та експериментального обладнання.

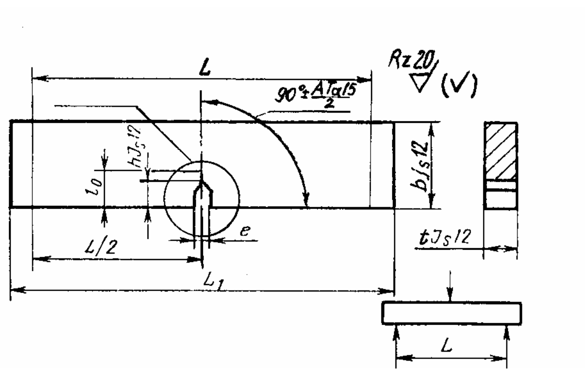
Типи зразків і схеми навантаження. Стандартизована методика для визначення критичного значення K_{Ic} , яка використовується сьогодні в Україні, рекомендує застосовувати наступні типи зразків: плоский прямокутний (смуга) з центральною тріщиною (рис.7.4,а) і циліндричний із зовнішньою кільцевою тріщиною для досліджень осьовим розтягом; прямокутний компактний з боковою тріщиною - позацентровим розтягом (рис.7.4,б); плоский прямокутний з боковою тріщиною для досліджень триточковим згином (рис.7.4,в), прямокутний з боковою тріщиною - одновісним розтягом (рис.7.4,г). Стандартом передбачено жорсткі вимоги до технології виготовлення і геометричних розмірів зразків, а також – до методики наведення втомних тріщин, відносна довжина яких не обмежується. Не регламентується також і товщина зразків.



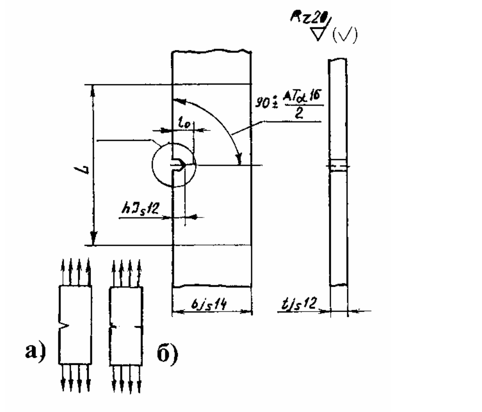
а)



б)



в)



г)

Рис. 7.4. Зразки для досліджень на тріщиностійкість: а) смуга з центральною тріщиною для випробування розтягом; б) прямокутний компактний зразок з боковою тріщиною для випробувань позацентровим розтягом; в) прямокутний зразок з крайовою тріщиною для досліджень триточковим згином; г) смуга з боковою тріщиною для випробування розтягом

Для прямокутного зразка за позацентрового розтягування (рис.7.4,а): $l=(0,45...0,55)b$; $t=0,5b$; $c=1,25b$; $d=0,25b$; $F=0,55b$; $I=(0,25...0,45)b$; $H=1,2b$.

Зазки такого типу (рис.7.4) застосовують для визначення K_{Ic} (K_c) для сталей високої, середньої та низької міцності, а також кольорових металів.

Орієнтовно товщину t зразка (крім магнієвих сплавів) встановлюють із використанням модуля пружності E і границі текучості матеріалу $\sigma_{0.2}$ (табл.7.1).

Таблиця 7.1 – Залежність товщини зразка від $\boldsymbol{\sigma_{0.2}/E}$

$\sigma_{0.2}/E$	t,*мм*
до 0,005	100
0,005-0,0057	75
0,0057-0,0062	63
0,0062-0,0065	50
0,0065-0,0071	38
0,0071-0,0080	25
0,0080-0,0095	12
понад 0,0095	6

Втомну тріщину створюють від початкового надрізу. Доцільно застосовувати надріз шевронної форми з радіусом вершини $\rho<0,25$ мм. Для товщини $t<25$ мм допускається застосовувати пряму форму надрізу з радіусом вершини $\rho<0,1$ мм.

Створення втомних тріщин в прямокутних зразках (рис.7.4,б,г) рекомендується здійснювати із застосуванням шарнірних елементів і шарових опор в системі передачі навантаження від випробувальної машини до зразка.

Нанесення початкової втомної тріщини від надрізу слід здійснювати при максимальному зусиллі змінного напруження, якому відповідає

$$K_{fmax}<0,75\ K_{Ic} \qquad (7.20)$$

Кінцева ділянка довжиною не менше 0,3 від усієї довжини втомної тріщини повинна створюватись за $K_{fmax}<0,6K_{Ic}$.

При створенні втомних тріщин коефіцієнт асиметрії циклу навантаження слід вибирати в межах 0,1...0,25. Якщо неможливо виміряти навантаження, кількість циклів навантаження при створенні втомної тріщини повинна бути не менше 50000.

У випадку, коли втомну тріщину створюють за температурі T_f, а випробування проводять при температурі T, то на кінцевій ділянці нанесення тріщини повинна виконуватись умова

$$K_{f\max} \le 0.6\left(\sigma_{0.2}^{f} / \sigma_{0.2}\right)K_{IC} ,$$

де $\sigma_{0.2}{}^{f}$, $\sigma_{0.2}$ - границі текучості матеріалу при температурах T_f і T відповідно.

Для визначення характеристик вязкості руйнування (тріщиностійкості) за статичного навантаження використовують універсальні випробувальні машини та машини для циклічних випробувань необхідної потужності, які забезпечують вимірювання і реєстрацію зусиль та переміщень.

Випробувальна машина повинна бути обладнана двохкоординатними потенціометрами, необхідними для запису діаграми "зусилля *(P)* - переміщення берегів надрізу *(δ)*.

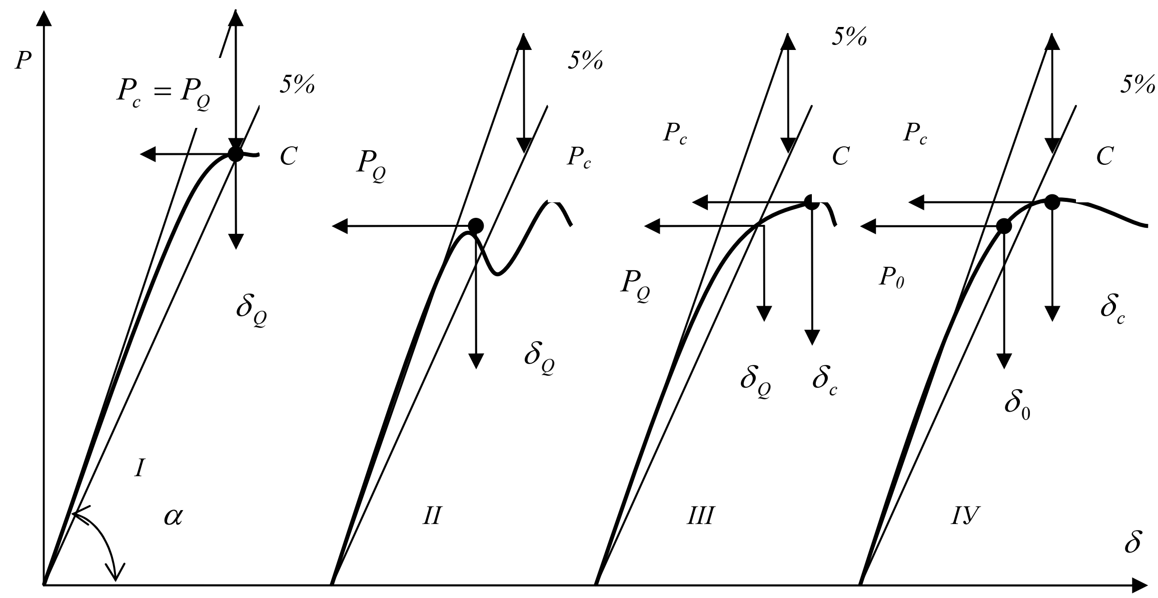


Рис.7.5. Основні типи діаграм деформування

Діаграма типу I. Зусилля *P* дорівнює максимальному (руйнуючому) навантаженню P_c, якщо діаграма закінчується всередині кута, утвореного лінією початкової пружної ділянки і лінією, тангенс якої на *5%* менше, ніж тангенс кута дотичної до початкової ділянки діаграми (*5%-січна*). Діаграма такого типу характерна для крихкого руйнування.

Діаграма типу II. Всередині вказаного кута відмічається стрибок сили (внаслідок стрибка тріщини). Зусилля при стрибку приймають рівним P_Q.

Діаграма типу III. Сила P_Q визначається за точкою перетину діаграми з *5%-ною* січною. В цьому випадку, якщо відхилення від лінійності відбувається тільки за рахунок збільшення довжини тріщини, то до точки перетину з *5%-ною* січною довжина тріщини збільшиться на *2%*.

Діаграма типу IV. Може виявитись, що нелінійність діаграми обумовлена пластичними деформаціями, а не ростом тріщини. В цьому випадку слід зафіксувати момент старту тріщини, і якщо це можливо навантаження старту тріщини P_o прийняти рівним P_Q.

Зусилля P_Q і P_c необхідні для підрахунку величини K_{Ic} і K_c. Сила P_Q дорівнює руйнуючому навантаженню, якщо діаграма P-δ закінчується всередині кута, тангенс якого на 5% менше тангенса кута дотичної до початкової частини діаграми.

Формули для визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень. Величину K_Q для зразка за позацентрового розтягу визначають таким чином

$$K_Q = \left(P_Q / t\sqrt{b}\right) \cdot Y, \tag{7.21}$$

$$Y = \sqrt{l/b}\left[29{,}6 - 185(l/b) + 655(l/b)^2 - 1017(l/b)^3 + 639(l/b)^4\right] \tag{7.22}$$

За отриманими для даної температури значеннями K_Q і σ_T визначають розрахункову товщину зразка

$$t_p = \beta\left(K_Q / \sigma_{0.2}\right)^2$$

де β - безрозмірний коефіцієнт. Коефіцієнт β=*2,5* - для маловуглецевих та низьколегованих сталей, алюмінієвих і титанових сплавів; *0,6* - для чавунів; *5,0* - для аустенітних сталей.

За розрахунковою товщиною зразка визначають відносну товщину $\bar{t} = t_p / t$.

За даними вимірювання товщини зразків до і після випробувань визначають максимальне відносне залишкове звуження φ_c в зоні руйнування

$$\varphi_c = (t - t_c)100\% / t \tag{7.23}$$

Величину K_Q приймають рівною K_{Ic}, якщо $P_c < 1{,}1P_Q$ і виконуються такі умови

$$\bar{t} \le 1, \qquad \varphi_c \le 1{,}5$$

або

$$\bar{t} \le 1, \qquad \Delta l \le 2{,}0\%$$

Якщо приведені нерівності не виконуються, то для визначення K_{Ic} при заданій температурі необхідно збільшити товщину зразка.

Література

1. ГОСТ 25.506-85. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристик вязкости разрушения (трещиностойкости при статическом нагружении.-М.: Изд-во стандартов, 1985. - 622 с.
2. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие В У-Т/Под общей ред. Панасюка В.В.//Т.3: Характеристики кратковременной трещиностойкости материалов и методы их определения/Ковчик С.Е., Морозов Е.М. - 1988. -436 с.

3. Сопротивление материалов деформированию и разрушению/ Ответственный редактор В.Т.Трощенко/ Справочное пособие в 2 частях. Часть 2.-Киев: Наукова Думка,1994.-700 с.

ЛЕКЦІЯ 8

КІНЕТИЧНІ ДІАГРАМИ ВТОМНОГО РУЙНУВАННЯ МАТЕРІАЛІВ. МЕТОДИ ВИПРОБУВАННЯ НА ЦИКЛІЧНУ ТРІЩИНОСТІЙКІСТЬ

8.1. Основні рівняння для опису швидкості росту втомних тріщин
8.2. Типи зразків для визначення швидкості росту втомної тріщини
8.3. Основні методи вимірювання довжини тріщини
8.4. Вплив технологічних і експлуатаційних чинників на швидкість росту втомної тріщини
8.4.1. Асиметрія циклу
8.4.2. Температура
8.4.3. Попереднє пластичне деформування
8.4.4. Розміри зразка
8.4.5. Частота навантажування

8.1. Основні рівняння для опису швидкості росту втомних тріщин

Для прогнозування довговічності тіл з тріщинами при циклічному навантаженні необхідно знати залежність швидкості росту втомної тріщини (РВТ) відносно параметра, який характеризує напружено-деформований стан (НДС) в околі вістря тріщини. Графічне зображення вказаної залежності називають діаграмою втомного руйнування (ДВР). В межах лінійної механіки руйнування швидкість росту втомних тріщин в координатах lgV - $lg\Delta K$ (K_{max}) являє собою S-подібну криву, що обмежена зліва максимальним пороговим коефіцієнтом інтенсивності напружень КІН K_{th} (пороговим КІН ΔK_{th}), а справа - критичним КІН K_{fc} (циклічною в'язкістю руйнування, рис.8.1). Діаграма складається з трьох ділянок: ділянка *I* приблизно відповідає швидкості $V \approx 10^{-10}...10^{-8}$ *м/цикл*, на якій швидкість РВТ істотно збільшується за незначної зміни ΔK (K_{max}), ділянка *II* має вид прямої лінії і знаходиться в межах $10^{-8}...10^{-6}$ *м/цикл*, ділянка *III* характеризується прискореним ростом тріщини і відповідає значенням $V>10^{-6}$ *м/цикл.* В літературі ділянки *I, II, III* отримали назви відповідно: низькоамплітудна, середньоамплітудна і високоамплітудна.

На ділянках *I і III* спостерігається істотний вплив мікроструктури сплавів, рівня середніх напружень, температури і корозійного середовища. Ділянка *II* менш чутлива до впливу вказаних факторів.

Методи експериментального визначення швидкості РВТ регламентуються відповідними нормативними документами. У загальному випадку всі моделі швидкості РВТ залежно від застосованих критеріїв можна поділити на силові, енергетичні і деформаційні.

В літературі описано велику кількість залежностей швидкості РВТ відносно параметрів навантаження, характеристик механічних властивостей матеріалу та розмірів тріщини.

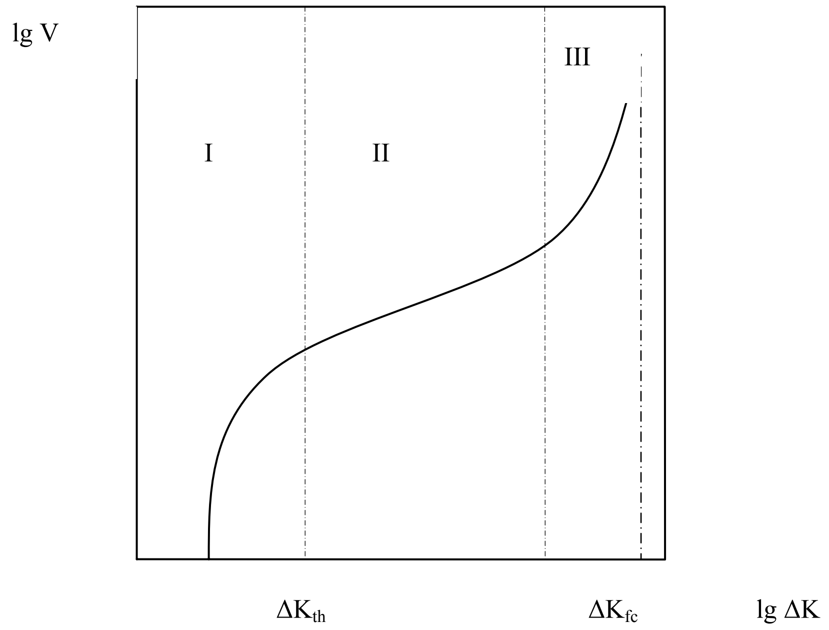


Рис.8.1. Кінетична діаграма втомного руйнування

Розглянемо найбільш поширені залежності. Основним параметром для опису швидкості РВТ в умовах плоскої деформації є КІН, який визначає НДС в околі вістря тріщини. В цьому випадку швидкість РВТ нормального відриву можна описати досить загальним співвідношенням.

$$V = dl \,/\, dN = F(K_{max}, R), \tag{8.1}$$

де $R = K_{min} / K_{max}$ - коефіцієнт асиметрії циклу навантаження. Уперше цей підхід був застосований *Перісом П. та Эрдоганом Ф., 1963*

$$V = C(\Delta K)^m, \tag{8.2}$$

де C і m - параметри матеріалу; $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ - розмах КІН; K_{max}, K_{min} - найбільший і найменший КІН.

Формула (8.2) отримала найбільше поширення для опису швидкості РВТ і справедлива в основному для другої ділянки ДВР. Коефіцієнт C і показник m для різних матеріалів можуть змінюватись в широких межах (m=2 ...10).

Для опису лінійної ділянки ДВР конструкційних матеріалів використовують також модифіковану формулу (8.2) *Яреми С.Я.,1981*

$$V = 10^{-7}\left(\frac{\Delta K}{\Delta K^*}\right)^m, \tag{8.3}$$

де ΔK^* - розмах КІН, що відповідає швидкості РВТ 10^{-7} *мм/цикл*.

Формула, запропонована *С.Я. Яремою і С.І. Микитишиним (1975)*, дає змогу описати ДВР за зміни K_{max} від максимального порогового КІН K_{th} до циклічної в'язкості руйнування K_{fc} у випадку, якщо діаграма має вигляд S-подібної кривої

$$V = V_0\left[(K_{max} - K_{th})/(K_{fc} - K_{max})\right]^{q_0}, \tag{8.4}$$

де V_0, q_0 - параметри, які визначають із експерименту.

Елбером було введено термін ефективного розмаху КІН $\Delta K_{eff} = K_{\max} - K_{op}$. Тут K_{op} - КІН, за якого відбувається відкриття берегів тріщини поблизу вістря.

З урахуванням цього, формулу (5.2) можна записати

$$V = C(U\Delta K)^m, \tag{8.5}$$

де $U = \Delta K_{eff}/\Delta K$ - так званий коефіцієнт відкриття (закриття) тріщини.

Головною перевагою формули (8.5) є те, що ДВР конструкційних сплавів, зображені в осях V-ΔK_{eff}, в окремих випадках є інваріантними відносно асиметрії циклу навантаження, товщини зразків, довжини тріщини, одноразових і циклічних перевантажень, залишкових напружень у металі.

Для опису швидкості РВТ за пружно-пластичного деформування використовують такі параметри, як розкриття тріщини δ *і* J-інтеграл.

Рівняння для опису швидкості РВТ відносно δ і J-інтеграла у більшості випадків мають структуру, аналогічну формулі (8.2).

За циклічного навантаження враховується розмах J-інтеграла ΔJ, який визначають з експериментально отриманих петель гістерезису в координатах P-v, і тоді

$$V = V_0' \, (\Delta J / \Delta J_0)^{\gamma}, \tag{8.6}$$

де V_O - відносна швидкість, $V_O = 10^{-6}$ м/цикл; ΔJ_0, $\Delta J_0, \gamma$ - параметри, які визначаються з експерименту.

Відомо, що залежності між швидкістю РВТ і параметрами механіки руйнування у формі (8.1)-(8.6), не дають змоги прогнозувати траєкторію тріщини при пружно-пластичному деформуванні, а також не враховують вплив середнього напруження циклу на швидкість РВТ. Ці обмеження усуваються використанням для аналізу РВТ коефіцієнта питомої енергії деформації ΔS_{min}

$$V = C(\Delta S_{min})^m, \quad \Delta S_{min} = S_{min}^{max} - S_{min}^{min}, \tag{8.7}$$

де S_{min}^{max}, S_{min}^{min} - мінімальний і максимальний коефіцієнти питомої енергії деформації в напрямку $\Theta = \Theta_O$, тобто

$$\Delta S_{min} = S(\Theta_o, \sigma_{max}) - S(\Theta_o, \sigma_{min}), \qquad (8.8)$$

де σ_{max}, σ_{min} - відповідно максимальне і мінімальне напруження циклу.

Формули (8.1)-(8.8) для опису швидкості РВТ потребують здійснення прямого експерименту і є, по суті, апроксимуючими. Поряд з цими формулами запропоновано моделі, які дають змогу за результатами непрямих дослідів, наприклад на статичну та циклічну міцність, прогнозувати швидкість РВТ в матеріалі.

Визначення швидкості РВТ полягає в послідовному вимірі через деякі проміжки часу (кількість циклів навантаження) характерного розміру l (довжини або глибини) тріщини у зразку та відповідної кількості циклів навантаження (ΔN).

За цими даними обчислюють швидкість РВТ як деякого усередненого приросту тріщини за один цикл:

$$V = \frac{\Delta l}{\Delta N} \qquad (8.9)$$

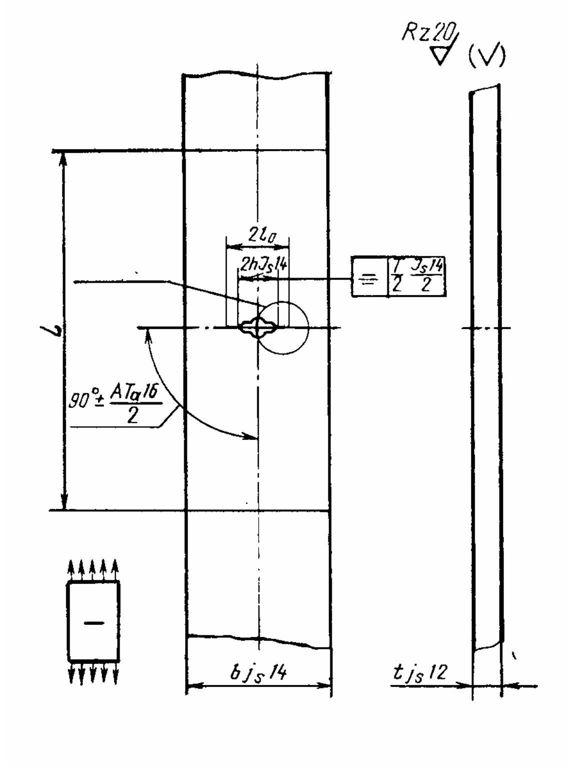
і ставлять їй у відповідність параметр руйнування - величину, що контролює стан матеріалу та руйнівний процес в області передруйнування біля фронту тріщини (рис.8.1).

ДВР використовується для визначення впливу різноманітних технологічних факторів з метою оптимізації конструкцій за критеріями механіки руйнування. На їх основі оцінюють працездатність матеріалу і конструкцій в умовах експлуатації, на етапі виготовлення. Ці характеристики дають оцінку допустимості знайдених дефектів, можливість призначення методів контролю.

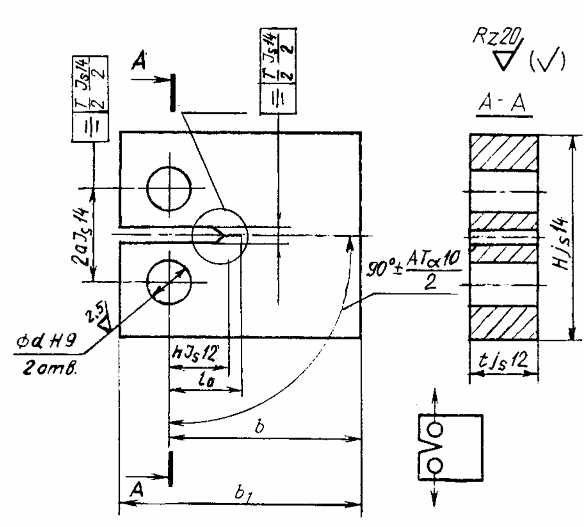
8.2. Типи зразків для визначення швидкості росту втомної тріщини

Стандартизована методика для визначення швидкості РВТ, яка використовується в Україні, рекомендує застосовувати наступні основні типи зразків: плоский прямокутний (смуга) з центральною тріщиною (рис.8.2,а) і циліндричний із зовнішньою кільцевою тріщиною для досліджень осьовим розтягом; прямокутний компактний з боковою тріщиною - позацентровим розтягом (див. рис.8.2,б); плоский прямокутний з боковою тріщиною для досліджень триточковим згином (див. рис.8.2,в), прямокутний з боковою тріщиною - одновісним розтягом (див. рис.8.2,б). Стандарт ставить більш жорсткі вимоги до технології виготовлення і геометричних розмірів зразків, а також – до методики наведення втомних тріщин, відносна довжина яких не обмежується. Не регламентується також і товщина зразків.

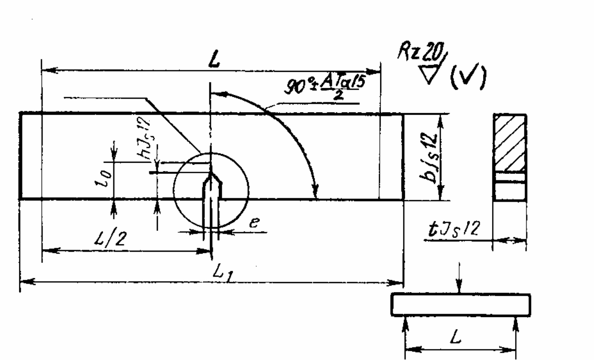
Для прямокутного зразка для випробувань позацентровим розтягом (рис 8.2,а): l=(0,45...0,55)b; t=0,5b; c=1,25b; d=0,25b; F=0,55b; I=(0,25...0,45)b; H=1,2b.



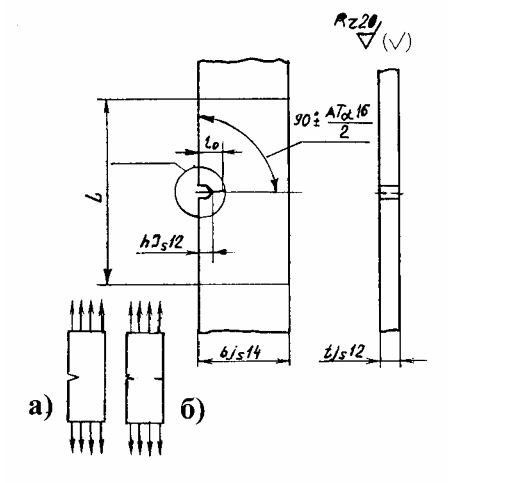
а)



б)



в)



г)

Рис. 8.2. Зразки для визначення швидкості РВТ: а) смуга з центральною тріщиною для випробування розтягом; б) прямокутний компактний зразок з крайовою тріщиною для випробувань позацентровим розтягом; в) прямокутний зразок з крайовою тріщиною для досліджень триточковим згином; г) смуга з боковою тріщиною для випробування розтягом

Для оцінки циклічної тріщиностійкості зварних з’єднань використовують аналогічні типи зразків із зварними швами. Вісь зварного шва може бути розміщена паралельно і перпендикулярно площині тріщини.

8.3. Основні методи вимірювання довжини тріщини

Візуальний метод. Полягає в періодичному замірі положення вістря тріщини при 5...50 кратному збільшенні відносно деякої базисної точки: бічної поверхні зразка, надрізу, риски тощо. Для цього використовують мікроскоп типу МБС, з сіткою нанесеною на об'єктив, який по мірі росту тріщини пересувають на ширину поля зору вздовж траєкторії росту тріщини. На шляху передбачуваного росту тріщини, перпендикулярно до її напрямку також наносять тонкі риски з певним кроком. Як правило для цього застосовують мікротвердомір, або спеціальні пристосування.

Метод пружної піддатливості. Полягає у вимірюванні піддатливості зразка λ, яка змінюється із зміною довжини тріщини. Відносну пружну піддатливість обчислюють за результатами вимірювання зміщення вздовж лінії дії сили Δv або переміщення берегів тріщини

$$\lambda = \Delta vEt / \Delta P = f(\bar{l}, b, \Delta v, \mu), \tag{8.10}$$

де E - модуль пружності першого роду; $\bar{l} = l/b$ відносна довжина тріщини; μ - коефіцієнт Пуассона.

Залежність між довжиною тріщини і і переміщенням точок прикладання зусилля може бути визначена інтегруванням рівняння

$$\frac{d\lambda}{dl} = \frac{2t}{E_1} \cdot \frac{K^2}{P^2}, \tag{8.11}$$

де $E_1 = E$ для плоского напруженого стану.

Ефективність методу буде тим більшою, чим інтенсивніше зростає КІН зразка і чим довша тріщина.

Метод давачів послідовного руйнування. На продовжені тріщини поперек її траєкторії наклеюють через тонку підкладку тонкі провідники або гребінчасті тензорезистори, які складаються з багатьох паралельних тензониток. Їх виготовляють травленням фольги безпосередньо на підкладці на зразку методом фотодруку або напилюванням металу через шаблон у вакуумі. Гребінчасті давачі з одного боку з'єднані спільним струмоводом, з другого - мають індивідуальні струмоводи. Розрив провідника сигналізує про проходження тріщини.

Переваги: автоматизація процесу вимірювання довжини тріщини;

Недоліки: провідник може руйнуватись до досягнення його тріщиною внаслідок великих пластичних деформацій або після проходження тріщини від її розкриття.

Метод різниці електричних потенціалів. Ґрунтується на вимірюванні електричного опору зразка і потенціалу електричного поля в ньому, які змінюються із зміною довжини тріщини.**Ошибка!**

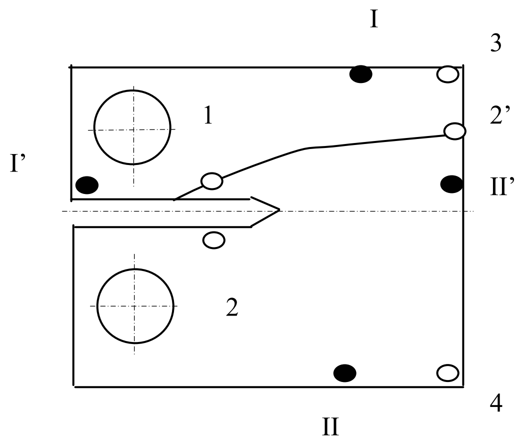


Рис.8.3. Схема розміщення точок
кріплення струмоводів (I, I′ ,II, II′) і
вимірювальних контактів (1-4, 2′) у зразку

Різниця електричних потенціалів для двох точок 1 і 2 (рис.8.3) в даному зразку $U_{1,2}$ залежить від відносної довжини тріщини $\bar{l}$, сили струму I, площі поперечного перерізу зразка F, питомого опору матеріалу ρ, а також розміщення точок кріплення струмоводів і вимірювальних (точки 1 і 2): контактів

$$U = f(\lambda, l, F, \rho, x_i, y_i) \tag{8.12}$$

Проте зручніше користуватись замість різниці потенціалів відношенням різниці потенціалів двох пар точок

$$\overline{U} = U_{1,2} / U_{3,4} = g(\bar{l}), \tag{8.13}$$

яке не залежить від матеріалу, розмірів зразка та сили струму і дозволяє використовувати єдину залежність для геометрично подібних зразків.

Чутливість схеми тим менша, чим ближче до тріщини вимірювальні контакти *1, 2*. Звично через зразок пропускають постійний струм. Проте використовують і змінний струм низької частоти. За однакової різниці потенціалів роздільна здатність схеми на змінному струмі у декілька разів більша. Залежність (8.13) визначають градуюванням для кожного типа зразків при заданому розміщенні контактів.

Ультразвуковий метод. З бічної грані зразка на тріщину спрямовують ультразвукові коливання в мегагерцовому діапазоні, які ослабляються при проходженні через тріщину, відхиляються і відбиваються від неї назад. Про довжину тріщини судять по зменшенні енергії ультразвукових коливань, які пройшли через тріщину (тіньовий спосіб) і за амплітудою відбитого променя (ехо-спосіб). Похибка вимірювання складає приблизно $\pm 0{,}25 мм$.

Випромінювачем і приймачем в ультразвуковому методі служать пластинки з п’єзоелектричних матеріалів.

Метод вихрових струмів. З допомогою котушки змінного струму в зразку, перпендикулярно до його поверхні індукується вихрові струми, які залежать від електромагнітних властивостей матеріалу, форми зразка і зазору між ним і котушкою. Тріщина створює завади струму, збільшуючи електричний опір зразка, а отже і повний електричний опір котушки, обмотку якої включають у вимірювальну мостову схему. Метод застосовують для випробувань електропровідних неферомагнітних матеріалів. Похибка вимірювання складає не більше *0,3 мм.*

Магнітний метод. Використовується зміна магнітних силових ліній в намагнічувальному зразку, які біля тріщини виходять назовні, утворюючи на поверхнею зразка сегментоподібний виступ. Ці зміни магнітного поля фіксуються магнітною стрічкою, яка щільно прилягає до поверхні зразка. Магнітні зображення проявляють магнітним порошком (суспензією) і вимірюють за допомогою інструментального мікроскопу. Метод забезпечує високу точність, проте придатний тільки для феромагнітних матеріалів. До магнітних, відноситься також метод, заснований на ефекті Баркгаузена, який полягає на вимірюванні зміни намагніченості магнітних ділянок, обумовленої швидким ростом тріщини, і виникненням імпульсів в котушці, розміщеній навколо зразка. Застосовують для вимірювання приростів тріщини в феромагнітних крихких матеріалах.

8.4. Вплив технологічних і експлуатаційних чинників на швидкість росту втомної тріщини

8.4.1. Асиметрія циклу. Асиметрія циклу, один з головних експлуатаційних чинників, що істотно впливають на швидкість РВТ. Як правило, дія цього чинника опосередкована також і іншими факторами, зокрема структурою матеріалу, дією оточуючого середовища, температурою тощо, тому результати досліджень іноді мають протирічний характер, що утруднює їх узагальнення.

У випадку подання швидкості РВТ залежно від K_{max} збільшення R від 0,1 до 0,95 (0,89) істотно зменшує швидкість РВТ в сталях і зварних швах. Для сталі 15Х2МФА(І) збільшення R від 0,1 до 0,75 в 15...20 разів зменшує швидкість РВТ. При збільшенні асиметрії циклу від R=0,1 до 0,6 швидкість РВТ в сталі 15Х2МФА(ІІІ) зменшується в 8...15 разів залежно від рівня K_{max}. Як загальну тенденцію для досліджених сталей і зварних швів слід зазначити, що зі збільшенням коефіцієнта асиметрії циклу навантаження швидкість РВТ, яка відповідає перелому ДВР (переходу від ділянки припорогового зростання тріщини до ділянки Періса), зменшується. Наприклад, для сталі 15Х2МФА(І) збільшення R від 0,1 до 0,95 знижує вказану швидкість РВТ від 5×10^{-9} до 2×10^{-10} м/цикл.

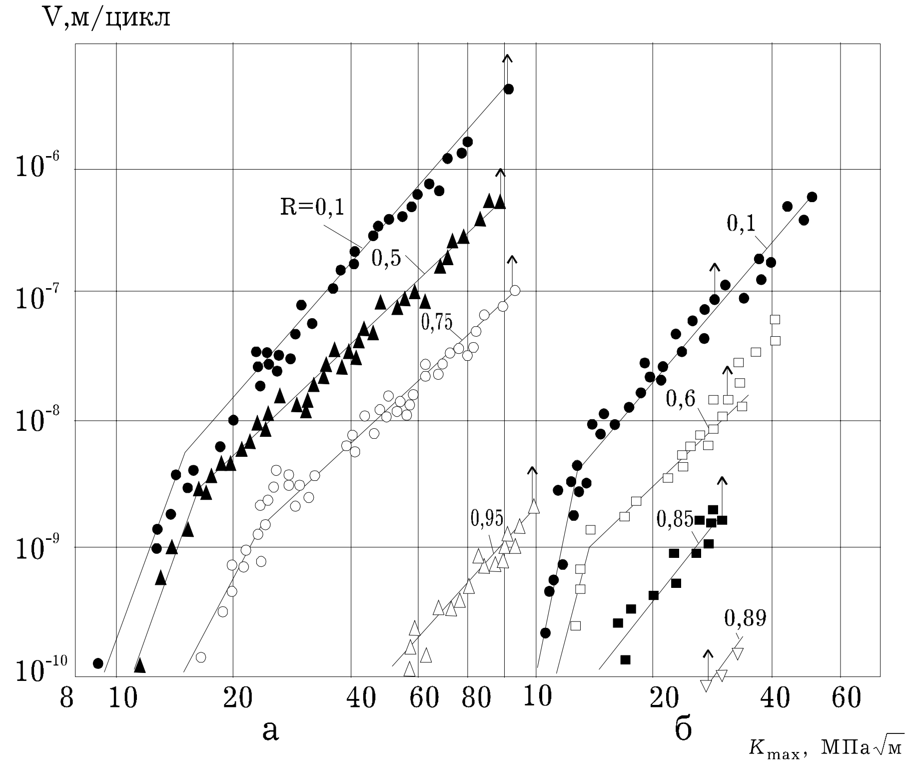


Рис. 8.4. ДВР сталі 15Х2МФА(І) (а) і 15Х2МФА(ІІІ) (б) при 293 К та різній асиметрії циклу навантаження

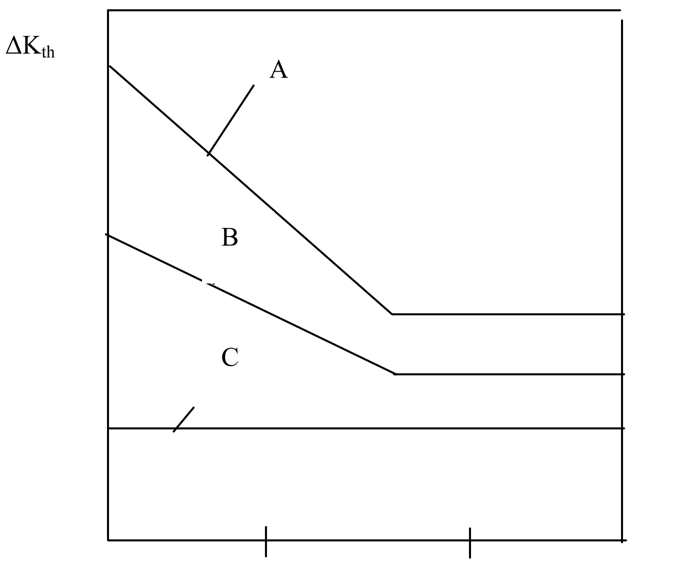


Рис. 8.5. Залежності порога втоми від *R: A*-значно залежні , *B*-середньо чутливі і С- нечутливі до асиметрії циклу

За представлення результатів випробувань в координатах $lg\,V - lg\,\Delta K$ спостерігається протилежний до розглядуваного характер впливу асиметрії циклу на швидкість РВТ. Зокрема для сталі 15Х2МФА(І) збільшення *R* від 0,1 до 0,75 в 15...20 разів зменшує швидкість РВТ. При збільшенні асиметрії циклу від *R*=0,1 до 0,6 швидкість РВТ в сталі 15Х2МФА(ІІІ) зменшується в 8...15 разів залежно від рівня K_{max} (рис.8.4).

Загалом, в залежності від структури матеріалу (рівня їх міцності) сплави можна поділити на значно чутливі, середньо чутливі і нечутливі до асиметрії циклу (рис.8.5).

Запропонована велика кількість залежностей для опису впливу асиметрії циклу на швидкість РВТ.

Зокрема У. Форменом запропоновано наступне рівняння

$$V = \frac{\Delta K^n}{(1-R)K_c - 2\Delta K}, \tag{8.14}$$

Ф. Ердоган для середньоамлітудної ділянки ДВР пропонує залежність

$$V = K_{max}^{\eta}(\Delta K^{\xi}), \tag{8.15}$$

яка враховує комплексний вплив K_{max} і ΔK. Тут n, η, ξ - сталі матеріалу.

Для опису впливу асиметрії циклу на пороговий КІН в першому наближені використовують наступну формулу

$$\Delta K_{thR} = (1-R)\Delta K_{th0}, \tag{8.16}$$

де ΔK_{thR} і ΔK_{th0} - поріг втоми відповідно за *R і R=0.*

Більш точно залежність ΔK_{th} від асиметрії циклу описує формула запропонована М.Клеснілом і П.Лукашом

$$\Delta K_{thR} = (1-R)^{\chi}\Delta K_{th0}, \tag{8.17}$$

де $\chi < 1 -$ стала матеріалу.

8.4.2. Температура. Основні типи зміщення низькотемпературних ДВР. I тип – у всьому діапазоні зміни КІН від ΔK_{th} до K_{fc} швидкість РВТ за низької

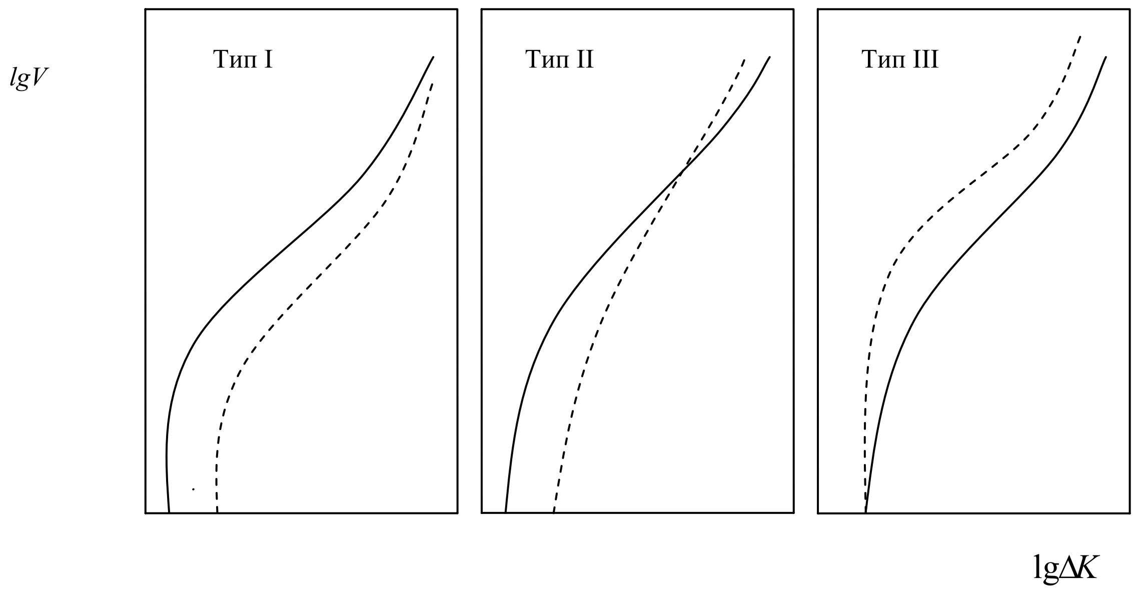


Рис.8.6. Типи низькотемпературного зміщення ДВР . Суцільна лінія - нормальна температура, штрихова – низька температура)

температури завжди менша ніж за нормальної; II тип – швидкість РВТ за низьких розмахів КІН менша, а за високих більша порівняно з нормальною температурою; III тип – швидкість РВТ за низьких температур вища порівняно з нормальною температурою у всьому діапазоні зміни розмаху КІН.

8.4.3. Попереднє пластичне деформування. Відомо, що залежно від пропорції $\sigma_B/\sigma_{0,2}$ конструкційні сплави умовно можна поділити на циклічно знеміцнювані ($\sigma_B/\sigma_{0,2} \leq 1{,}2$), циклічно зміцнювані ($\sigma_B/\sigma_{0,2} > 1{,}4$) і циклічно стабільні ($1{,}2 < \sigma_B/\sigma_{0,2} < 1{,}4$).

На рис.8.7 побудовано узагальнюючі графіки для циклічно зміцнюваних та знеміцнюваних матеріалів. Для циклічно знеміцнюваних матеріалів, в яких відношення $\sigma_B/\sigma_{0,2}$>1,5, попереднє пластичне деформування (холодне вальцювання, розтяг) приводить до збільшення швидкості РВТ (рис. 8.7,а). Для конструкційних сплавів, які мають пропорцію $\sigma_B/\sigma_{0,2}$<1,5, попереднє пластичне деформування зменшує швидкість РВТ порівняно з первісним станом (рис. 8.7, б).

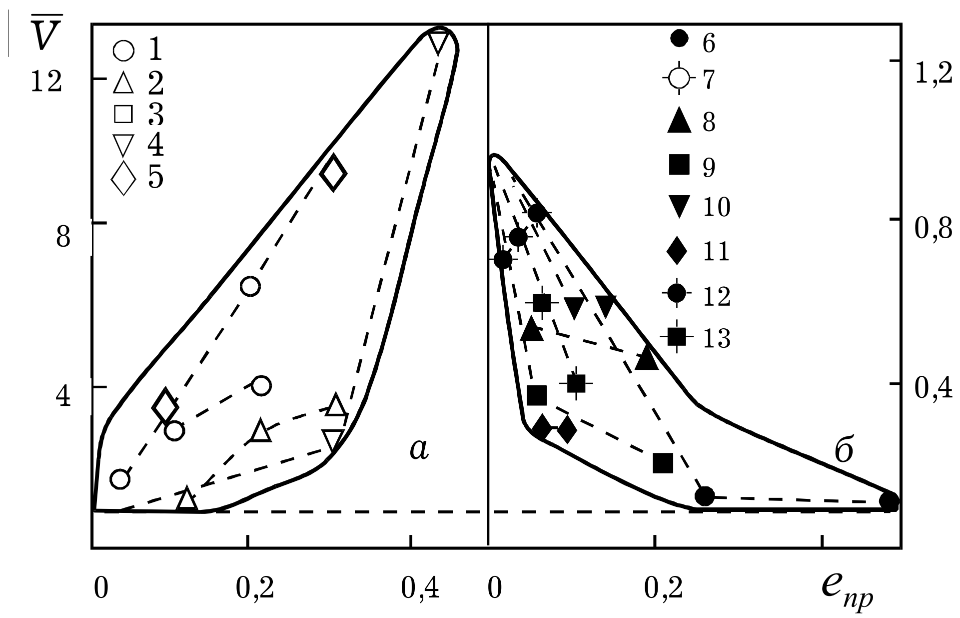


Рис. 8.7. Залежність відносної швидкості РВТ $\overline{V}$ від попередньої пластичної деформації при $\sigma_B/\sigma_{0,2}$ первісного матеріалу 1,5...3,93 (а) і 1.05...1,48 (б). Номер значка відповідає порядковому номеру матеріалу в табл. 9

8.4.4. Розміри зразка. Вплив товщини зразка на швидкість РВТ не є однозначним. В залежності від класу матеріалу, діапазону товщин, рівня міцності, середовища, умов випробування збільшення товщини збільшує, зменшує або не впливає на швидкість РВТ.

8.4.5. Вплив частоти навантажування. Найбільше частота навантажування *f* впливає на швидкість РВТ на низькоамплітудній ділянці I ДВР (рис.8.1). За частоти менше 0,1 Гц із її зменшенням швидкість РВТ зростає у високоміцних сталях і зменшується в низькоміцних сталях, що обумовлено впливом середовища. За частоти більше 5...10 Гц, швидкість РВТ зменшується із підвищенням частоти, що обумовлене інтенсифікацію оксидоутворення на берегах тріщини.

На середньоамплітудній ділянці II вплив частоти проявляється менше - як правило, збільшення частоти дещо зменшує або не впливає на швидкість РВТ. Це характерно для конструкційних сталей, алюмінієвих та титанових сплавів.

На середньоамплітудній ділянці вплив частоти навантажування на швидкість РВТ може бути описаний рівнянням

$$V = C_1 \Delta K^n f^{-\alpha}, \qquad (8.18)$$

Є дуже обмежені дані стосовно впливу частоти на швидкість РВТ на високоамплітудній ділянці ДВР. Зокрема швидкість РВТ зменшується із підвищенням частоти з 0,1 до 20 Гц в магнієвому та титановому сплавах.

Загалом вплив частоти на швидкість РВТ може бути обумовлений наступними чинниками: зміною межі текучості; процесами зміцнення (знеміцнення) у вершині тріщини; ймовірною зміною температури; дією середовища.

Література

1. Механика разрушения и прочность материалов. Справочное пособие: 4 т./ Под общей ред. Панасюка В. В. Т.4: Усталость і циклическая трещиностойкость конструкционных материалов / Романив О.Н., Ярема С.Я., Никифорчин Г.Н. и др.- К.: Наукова думка, 1990. - 680 с.
2. П.В.Ясній. Пластично деформовані матеріали: втома і тріщинотривкість. - Львів: Світ,1998. - 224 с.
3. РД-50-345-82. Методические указания. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристик трещиностойкости (вязкости разрушения) при циклическом нагружении. - М.: Изд-во стандартов, 1983. - 95 с.

ЛЕКЦІЯ №9

РОЗРАХУНОК ТРИМКОСТІ І ДОВГОВІЧНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ З ТРІЩИНАМИ

9.1. Основні нормативні підходи до визначення тримкості матеріалів корпусів реакторів за критеріями крихкого руйнування

9.2. Розрахунок довічності тіл з тріщинами за циклічного навантаження

9.1. Основні нормативні підходи до визначення тримкості матеріалів корпусів реакторів за критеріями крихкого руйнування.

У відповідності з першою редакцією “Норм розрахунку на міцність…” термін експлуатації корпуса реактора визначався через зсув температури в’язко - крихкого переходу під впливом експлуатаційних чинників за результатами випробувань на ударну в’язкість і визначення частки в’язкої складової в зламі зразка.

емпература крихкості визначається за формулою

$$T_k = T_{k0} + \Delta T_k ,$$
$$\Delta T_k = \Delta T_{ag} + \Delta T_N + \Delta T_F + \Delta T \qquad (9.1)$$

де ΔT_{ko} - температура в’язко - крихкого переходу для первісного матеріалу; ΔT_{ag} - зсув температури внаслідок старіння матеріалу; ΔT_N - зсув, обумовлений циклічним навантажуванням; ΔT_F - радіаційним опроміненням; ΔT - запас по температурі крихкості.

Крихка міцність корпуса контролювалась перехідною температурою і напруженнями за експлуатації і гідровипробувань. Температура корпуса упродовж експлуатації T_{op} повинна бути більшою за температуру крихкості T_k

$$T_{op} > T_k \qquad (9.2)$$

Допустимі напруження визначаються таким чином.

$$\sigma = \sigma_{0,2} / n \qquad (9.3)$$

де *n* – коефіцієнт запасу міцності*, n= 2* - для корпусів, які підлягали інспекції упродовж експлуатації у відповідності з; *n = 4* - якщо не проводилась інспекція корпусу.

Якщо $T_{op} < T_k$, то повинні прийматись міри для забезпечення довговічності за критерієм крихкої міцності.

У відповідності з нормами розрахунку

$$K_1 < [K]_i, \tag{9.4}$$

де $[K]_i$ - допустима величина КІН: i =1 - для штатних режимів експлуатації; i = 2 - для гідравлічних випробувань; i = 3 для аварійної ситуації.

Норми дають три залежності $[K]_i = f(T - T_k)$:

- для сталі 15Х2МФА, з якої виготовляють корпус ВВЕР-440;
- для сталі 15Х2НМФА, з якої виготовляють корпус ВВЕР-1000;
- для їх зварних швів.

Пізніше було отримано багато експериментальних даних в'язкості руйнування матеріалів корпусів атомних реакторів, а також була відкоректована температурна залежність в'язкості руйнування, що знайшло своє відображення в нових документах.

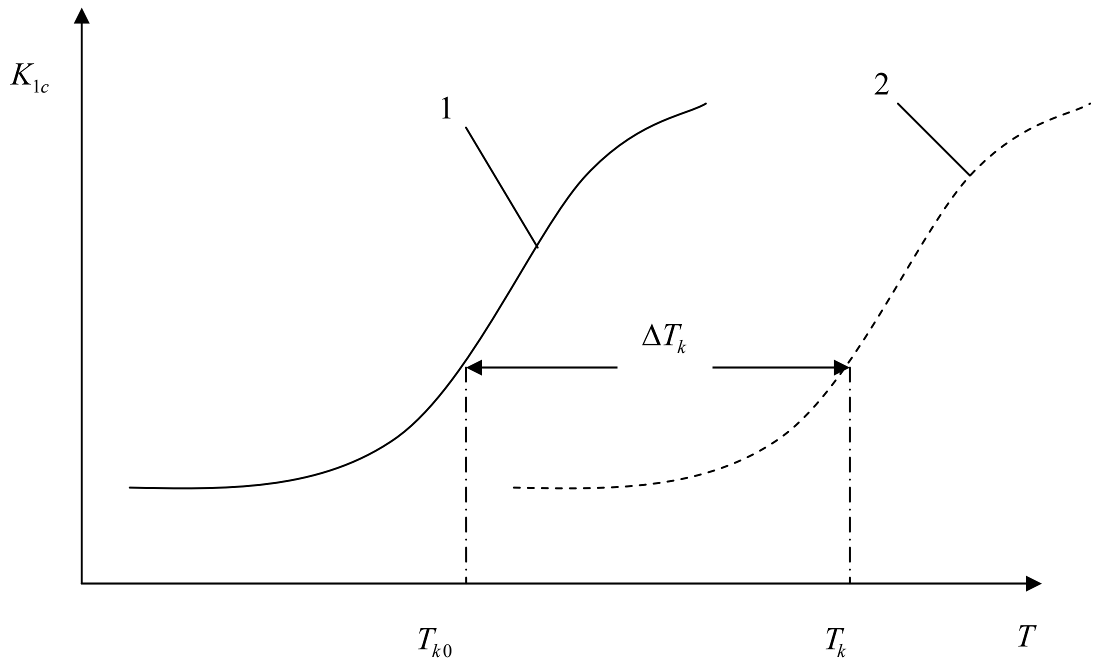


Рис. 9.1. Схематична залежність в'язкості руйнування K_{1c} від температури. 1- первинний стан матеріалу; 2- з урахуванням експлуатаційних факторів

Ґрунтуючись на результатах досліджень виконаних за останні 25 років для сталі 15Х2МФА, сталі 15Х2МФАА та їх зварних швів запропоновано для оцінки опору крихкому руйнуванню корпусів атомних реакторів ВВЕР-440 та іншого обладнання, що виготовлюється із сталі подібної композиції температурну залежність

$$K_{1c} = 27 + 38\exp[0{,}02(T - T_k)] \tag{9.5}$$

де K_{1c} - в'язкість руйнування матеріалу в умовах плоскої деформації.

Ґрунтуючись на результатах експериментальних досліджень сталей і їх зварних швів за останні 18 років, запропоновано залежності опору крихкому руйнуванню матеріалів корпусів атомних реакторів ВВЕР -1000, що виготовляються із сталі 15Х2НМФА

$$K_{1c} = 38 + 17\exp[0{,}028(T - T_k)] \qquad (9.6)$$

і для сталі 15Х2НМФАА[4]

$$K_{1c} = 65 + 15\exp[0{,}028(T - T_k)] \qquad (9.7)$$

9.2. Розрахунок довговічності тіл з тріщинами за циклічного навантаження

Методика визначення проектного та залишкового ресурсу ролика машини безперервної розливки сталі (МБЛЗ) з урахуванням режимів навантажування.

Розрахунково-теоретичне обґрунтування живучості ролика МБЛЗ ґрунтується на розрахунку тривалості росту втомної тріщини (РВТ) на основі кінетичної діаграми втомного руйнування (КДВР) від початкового технологічного, чи експлуатаційного дефекту, що утворився в ролику під час його виготовлення, або виник упродовж експлуатації.

В даному випадку найбільш небезпечною орієнтацією дископодібного дефекту є його розміщення у площині, перпендикулярній поздовжній осі валка (рис.9.2).

Алгоритм розрахунку довговічності представлено на рис .9.3.

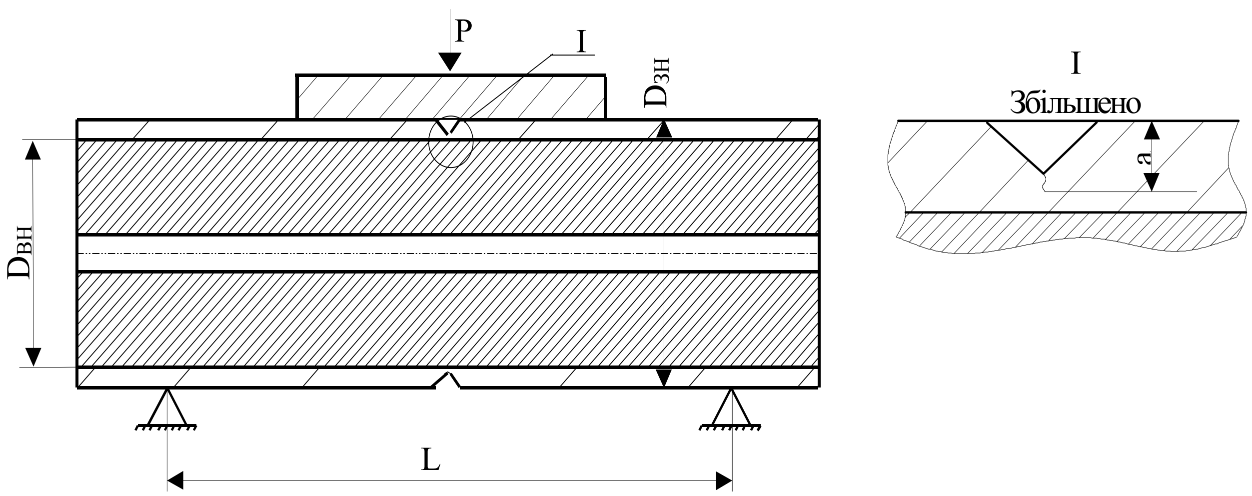


Рис. 9.2. Схема навантажування (трьохточковий згин) ролика із осьовим отвором та поверхневою кільцевою тріщиною

Рис. 9.3. Алгоритм визначення залишкового ресурсу ролика МБЛЗ

Загальні напруження у бочці ролика за принципом незалежності діючих сил визначаються впливом технологічних параметрів-феростатичного тиску, зусиль обтискання, які виникають при похибках налагодження технологічної відстані між роликами, та циклічного температурного впливу.

В рамках підходів лінійної механіки руйнування матеріалів, дослідження напружено-деформованого стану ролика МБЛЗ з тріщиною зводиться до визначення його КІН.

На середній ділянці КДВР швидкість РВТ може бути описана рівнянням Періса, Ердогана

$$V = C(\Delta K)^m \tag{9.8}$$

Довговічність ролика із тріщиною можна записати у наступному вигляді:

$$N_{ЗАЛ} = \int_{a_0}^{a_K} \frac{da}{C\left(\Delta K_{bi}{}^{m}\right)} \tag{9.9}$$

де a_0 та a_K - відповідно початкова та кінцева довжина тріщини.

Ролик МБЛЗ можна представити як круговий циліндр, довжиною *L*, ослаблений у центральному перерізі кільцевою тріщиною, діаметри внутрішнього та зовнішнього контурів якої відповідно $D_{ЗН}$ та $D_{ВН}$. Циліндр навантажується зусиллям Р за схемою наведеною на рис 9.2.

Коефіцієнт інтенсивності напружень для такої схеми

$$K_I = \frac{0{,}7976\sigma \cdot W\sqrt{1-\varepsilon}\left(1+\frac{1}{\varepsilon}\right)^2}{\left[D_{ЗН}{}^2\sqrt{D_{ЗН}\left(\frac{1}{\varepsilon}-0{,}8012\right)}\right]}, \ \varepsilon = \frac{D_{ЗН} - 2\cdot a}{D_{ЗН}}, \qquad (9.10)$$

де σ - нормальні напруження у поперечному перерізі ролика; W - момент опору перерізу ролика;

Критичну довжину тріщини приймали $a_к$ =15 мм, з умови нерозповсюдження тріщини через поверхню розділу біматеріалу, величину зусилля P=700 кН, з умови забезпечення еквівалентної величини згинального моменту, що діє у перерізі зразка.

Для прогнозування довговічності ролика з тріщиною необхідно мати КДВР сталі 15Х13МФл/25Х1М1Ф$_л$ за температури експлуатації (рис.9.4).

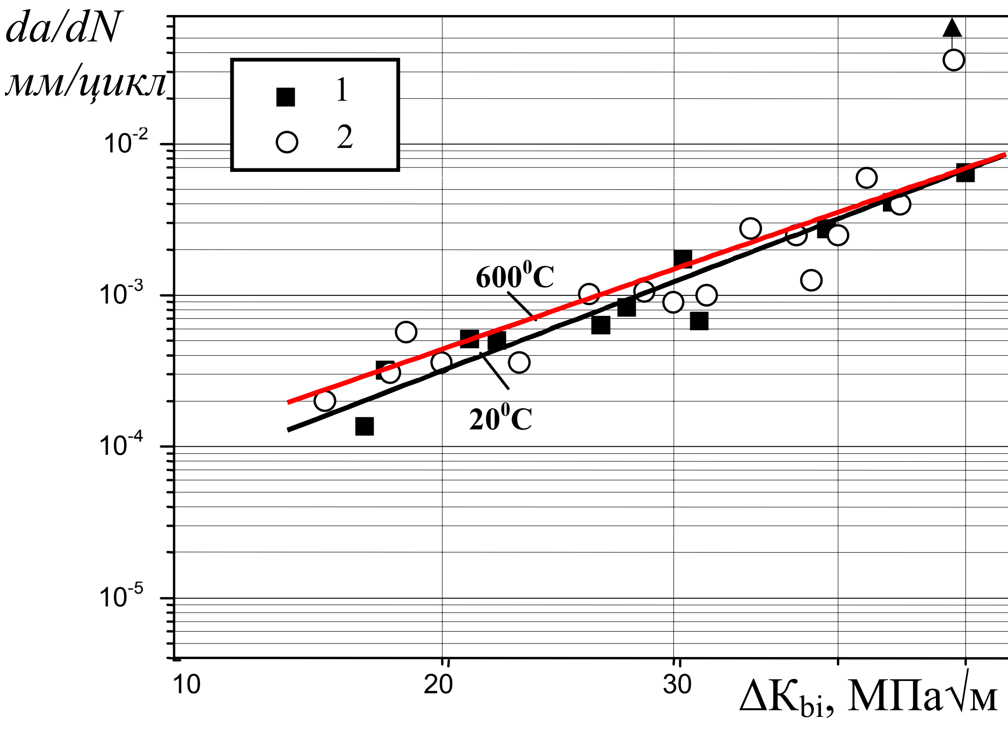


Рис. 9.4. Залежність швидкості росту втомної тріщини у біметалевому зразку 15Х13МФ$_л$/25Х1М1Ф$_л$ при температурах +20^{0}С (1) та +600 ^{0}С (2) від максимального КІН за частоти 0,01 Гц.

Характеристики механічних властивостей матеріалів ролика МБЛЗ представлені у таблиці 9.1.

Таблиця 9.1 - Характеристики механічних властивостей матеріалів ролика МБЛЗ

Сталь	T, ^0C	$\sigma_{0,2}$, МПа	$\sigma_в$, МПа	δ, %	ψ, %	E, МПа
15Х13МФл	20	338	456	6,0	4,80	$1,81\ 10^{5}$
	375	467	262	12,7	15,5	$1,62\ 10^{5}$
	600	242	334	24,2	56,6	$1,31\ 10^{5}$
25Х1М1$Ф_л$	20	509	718	21,7	47,6	$2,06\ 10^{5}$
	375	431	582	21,5	48,5	$1,71\ 10^{5}$
	600	321	369	21,0	64,5	$1,42\ 10^{5}$

Значення сталих, використаних у формулах (9.8-9.9) для опису швидкості росту втомної тріщини у першому шарі біматеріалу і 15Х13М$Ф_л$/25Х1М1$Ф_л$, представлені в таблиці 9.2.

Таблиця 9.2 - Значення сталих для опису швидкості росту втомної тріщини у першому шарі біматеріалу і 15Х13М$Ф_л$/25Х1М1$Ф_л$

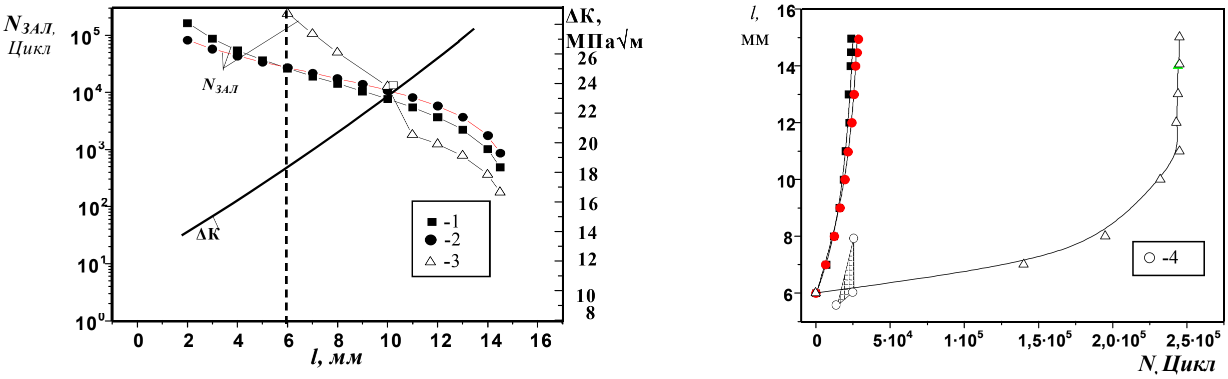
Температура, ^0C	C, $\frac{мм/цикл}{\left(МПа\sqrt{м}\right)^m}$	m
20	$2,67\cdot10^{-8}$	3,16
600	$8,97\cdot10^{-8}$	2,84

Розраховували живучість біметалевого ролика МБЛЗ, з наступними геометричними параметрами: $D_{зн}=0,3$ *м;* $L=1,9$ *м;* $d_0=0,08$ *м;* $D_{вн}=0,026$ *м;*

Розрахунок оснований на таких припущеннях

1. Напружений стан ролика з тріщиною описували на основі підходів лінійної механіки руйнування;
2. Залишковими технологічними напруженнями в біметалевих роликах нехтували;
3. Довговічність ролика визначали для найбільшої температури +600^{0}C, хоча температура поверхні в різних частинах ролика коливається від +300^{0}C до +600^{0}C;
4. Загальні напруження у ролику, визначали підсумовуванням напружень, які обумовлені механічною та термічною складовими;
5. Перепадом термонапружень на границі розділу біметалу нехтували;
6. Тріщина поширюється тільки на розтягуючій ділянці циклу навантаження ролика;

Треба зазначити, тут наведений інженерний (наближений) розрахунок ролика за умов циклічного навантажування. Дуже важко змоделювати усі фактори, що можуть впливати на швидкість РВТ. Зокрема, аналіз РВТ у реальному ролику дещо складніший, ніж за одновісного розтягу, внаслідок перевантаження поверхневих шарів.



а) б)

Рис. 9.5. Довговічність ролика МБЛЗ із тріщиною за частоти навантажування 0,1Гц - (1); 0,05 Гц - (2); 0,01 Гц - (3); виробничі дані - (4).
а) крива залишкового ресурсу; б) проектна довговічність

До того ж різноманітність умов навантажування, під час реальної плавки, приводить до виникнення складного спектру напружень у локальних точках конструкції.

Література

1. РД 50-260-81. Методические указания. Расчеты и испытания на прочность в машиностроении. Методы механических испытаний металлов. Определение характеристик вязкости разрушения (трещиностойкости) при статическом нагружении.-М: Изд-во стандартов, 1982.-56 с.
2. ГОСТ 25.506-85. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний металлов.Определение хаактеристик трещиностойкости (вязкости разрушения) при статическом нагружении. -М.:Изд-во стандартов,1985.-62с.
3. ПН АЭ Г-7-008-89. Правила устройства и безопасной эксплуатации оборудования и трубопроводов атомных энергетических установок М: Энергоатомиздат,1990.- 169 с.
4. ПНАЭ-7-002-86. Нормы расчета на прочность оборудования атомных электростанций и трубопроводов.М.: Энергоатомиздат,1989.- 525 с.

ЗМІСТ