УДК 621.383.8: 612.16:616.13

Лілія Хвостівська
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПУЛЬСОВОГО СИГНАЛУ

Liliya Hvostivska

ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELS PULSE SIGNAL

Для запобігання смертностей від судинних захворювань у сучасній медицині застосовують процедуру контролю і своєчасної діагностики стану судин людини за пульсовим сигналом (ПС).

Належне опрацювання ПС за допомогою діагностичних систем (ЭЛДАР (Росія), Endo-Pat2000, (Ізраїль), PulseTrace PCA2 (США), Senzio (Голандія), оптоелектронний діагностичний комплекс (патент України № 6871) та інші) дає змогу виявити функціональні зміни у функціонуванні судин та вибрати методику проведення профілактичних заходів, а у випадку виявлення патологічних порушень, запобігти розвитку хвороби відповідним лікуванням. Ефективне опрацювання ПС залежить від наявності адекватної його математичної моделі.

Аналіз відомих математичних моделей ПС показав, що вони побудовані на базі детермінованого та стохастичного підходах, зокрема:

- детерміновані моделі:
  - лінеаризовані рівняння Нав'є-Стокса в циліндричних координатах (пов'язує швидкість поширення плоских хвиль тиску, параметри рідини та тонкостінної оболонки у незбуреному стані в межах одного періоду) [Благітко Б., Заячук І., Пирогов О.]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu\left\{\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial x^2}\right\}, \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left\{\frac{\partial^2 v_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_x}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}\right\} \end{aligned} \tag{1}$$

де ρ – густина рідини; ν – кінематична в'язкість; p – тиск, v_r і v_x – радіальна і осьова компоненти вектора швидкості, r, x – радіальна й осьова координати, t – час;

  - синусоїда з експоненційним затуханням (відображає форму пульсової сигналу, величини швидкостей потоків крові в межах одного періоду) [Акулов В.А.]:

$$V = B\exp(-\alpha t)\sin(\omega t), \tag{2}$$

де V – швидкість крові; t – час; ω - кругова частота; α – коефіцієнт загасання хвилі; B – максимальна амплітуда ПС;

  - гармонічна трифазна модель (відображає генезис пульсацій в кровоносній системі в межах одного періоду) [В.В.Гніліцький, Н.В. Мужицька]:

$$p = p_a + p_0\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + 1{,}5p_0\left|\sin\frac{\omega}{2}\left(t - \frac{x}{v} + \tau'\right)\right| + 1{,}5p_0\left|\sin\frac{\omega}{2}\left(t - \frac{x}{v} - \tau''\right)\right|, \tag{3}$$

де p_0 – амплітуда пульсової хвилі у плечовій артерії; ω – кругова частота коливань; t – час; v – швидкість пульсової хвилі; x – відстань від деякої точки судинного русла до серця; τ' – різниця в часі між появою систолічної і дикротичної компоненти; τ'' – різниця в часі між появою систолічної і пресистолічної компонент;

- гармонічний осцилятор (враховує періодичність ПС) [Михайлов Н.Ю., Толмачев Г.Н.]:

$$x(t)=\sum_{i=0}^{N-1}\frac{A_i}{k_2}\begin{bmatrix}\Phi(t-\tau_i)-g_2(t-\tau_i)-\\ \Phi(t-\tau_i-T_i)+\\ g_2(t-\tau_i-T_i)\end{bmatrix}+g_3(t)+g_4(t), \qquad (4)$$

де $\Phi(t)$ – асиметрична одинична функція; A_i - амплітуда i-ої асиметричної одиничної функції; T_i - час дії вимушеної сили; N – кількість кардіоциклів; τ_i - момент часу, в який починається i-та асиметрична одинична функція;

- стохастичні моделі:
  - стаціонарний випадковий процес (враховує випадковість ПС) [Баєвский Р.М., Кирилов О.И., Клецкін С.З.]:

$$\xi(t), t\in \mathrm{R}, \qquad (5)$$

де $m_\xi(t)=const$ - матсподівання ПС; $R_\xi(t,s)=R_\xi(t-s)$ - кореляційна функція ПС;

- адитивна суміш детермінованої і випадкової складових (враховує випадковість ПС) [Самков С.В., Черненко А.И.]:

$$\xi(t)=s(t)+n(t), \qquad (6)$$

де $s(t)$ - детермінована складова ПС; $n(t)$ – випадкова складова ПС;

- лінійний випадковий процес (враховує випадковість ПС) [Марченко Б.Г., Млинко Б.Б., Фриз М.Є.]:

$$\xi(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t)d\pi(\tau), \qquad (7)$$

де $\varphi(\tau,t)$ – ядро, яке характеризує відбиті імпульси світла; $\pi(\tau)$ – породжуючий процес, який характеризує моменти появи імпульсів та їх інтенсивність;

- лінійний періодичний випадковий процес [Млинко Б.Б., Пастух О.А., Фриз М.Є.] (враховує випадковість та періодичність ПС без їх взаємопов'язування):

$$\xi(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(\tau,t)d\pi(\tau), \qquad (8)$$

де $\varphi(\tau,t)$ – періодична функція, $\varphi(\tau,t)=\varphi(\tau+T,t+T)$; $\pi(\tau)$ - процес з незалежними періодичними приростами з періодом T.

На підставі аналізу математичних моделей пульсового сигналу (1-8) встановлено, що вони не враховують у своїх структурах взаємозв'язки між періодичністю та випадковістю для дослідження фазово-часової структури як чутливого індикатора зміни функціонального стану судин людини на початкових стадіях розвитку їх хвороби.