УДК 539.3

Олександр Бедзір, к.ф-м.н., доц.
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Україна

КОНТАКТНА ВЗАЄМОДІЯ ПРОРІЗНОЇ ОБОЛОНКИ З ДЕФОРМІВНИМ ЗАПОВНЮВАЧЕМ

Oleksandr Bedzir, Ph.D., Assoc. Prof.

CONTACT INTERACTION OF A SLOTTED CYLINDRICAL SHELL WITH A DEFORMABLE FILLER

Тонкостінна циліндрична оболонка і контактуючий з її внутрішньою поверхнею товстостінний масив, який виготовлений з іншого матеріалу є складовою частиною оболонкових пружних елементів [1]. Серед оболонкових пружин можна виділити групу сформовану на основі оболонок з поздовжніми розрізами. Моделювання роботи оболонкових пружних систем зводиться до постановки змішаних контактних задач про фрикційну взаємодію тонкостінних оболонок з деформівним заповнювачем [2].

Метою даної роботи є визначення напружено-деформованого стану елементів контактної системи та її жорсткості для конструкції з різними довжинами заповнювача та прорізної оболонки (рис.1).

Розглянемо пружний циліндр радіуса R та довжини $2\gamma l, \gamma \in [0,1]$, який заповнює циліндричну оболонку товщиною h та довжиною $2l$. В межах заповнювача оболонка має меридіанні розрізи. На торці пружного заповнювача через абсолютно жорсткі гладкі поршні передається зовнішнє навантаження F. Характер контактної взаємодії заповнювача та прорізної оболонки визначається законом сухого тертя. Напружено-деформований стан контактної системи досліджуємо в циліндричній системі координат $Or\theta z$.

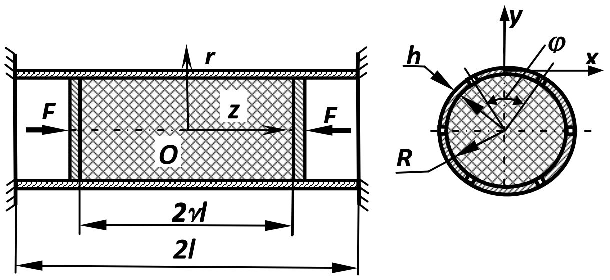

Рисунок 1.

Приймаємо, що число розрізів оболонки є великим і заповнювач перебуває в умовах осесиметричної деформації. Для його моделювання використовуємо співвідношення запропоновані в [3]:

Фрикційну взаємодію прорізної оболонки і заповнювача при монотонному зовнішньому навантаженні системи моделюємо співвідношеннями одностороннього нормального контакту з врахуванням зони відлипання:

$$[w] = w_o - w = 0, \quad \sigma(\varsigma) < 0, \quad \varsigma \in T', \quad T' = [-\gamma, a] \cup [a, \gamma], \tag{1}$$

$$[w] > 0, \quad \sigma(\varsigma) = 0, \quad \varsigma \in T'', \quad T'' = (-a, a), \tag{2}$$

де w_0 – прогин панелі; w – радіальне переміщення заповнювача на поверхні контакту $[w]$ – стрибок радіальних переміщень на контактній поверхні; T', T'' – області проковзування та відлипання відповідно; a – невідома безрозмірна координата точок їх розмежування.

Закон тертя Кулона описує контактну взаємодію панелей та заповнювача в зоні проковзування

$$\tau(\varsigma) = f\sigma(\varsigma)\operatorname{sgn}\varsigma, \quad \varsigma \in T', \tag{3}$$

де f – коефіцієнт сухого тертя, де σ, τ – нормальне і дотичне контактні напруження; $\varsigma = z/l$ – безрозмірна осьова координата.

На торцях заповнювача виконуються умови:

$$\sigma_\varsigma(\pm 1) = -p \equiv -\frac{F}{\pi R^2}. \tag{4}$$

Інтегральний вираз для радіальних переміщень заповнювача на поверхні контакту має вигляд [3]:

$$w(\varsigma) = \frac{R}{E}\left\{(1-\nu)\sigma(\varsigma) - \nu\left[-p + \frac{l}{R}\int_{T'}\tau(\xi)\operatorname{sgn}(\xi-\varsigma)d\xi\right]\right\}, \tag{5}$$

де E, ν – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона матеріалу заповнювача.

Приймаємо, що прорізна оболонка складається з панелей, які зазнають плоского згину в радіальних площинах. Запишемо рівняння пружної лінії панелі, розглядаючи її як стержень з дугоподібною формою поперечного перерізу:

$$\frac{E_0 I_x}{l^4}\frac{d^4 w_0}{d\varsigma^4} = -\sigma^* b, \quad \varsigma \in [-\gamma;\gamma], \qquad \text{де } \sigma^* = \begin{cases}\sigma, \ \varsigma \in [-\gamma, \gamma], \\ 0, \ \varsigma \in [-1;-\gamma) \cup (\gamma;1].\end{cases} \tag{6}$$

де $b = 2R\sin(\varphi/2)$ – ширина панелі; $E_0 I_x = 0{,}5E_0 h R^3\left(\varphi + \sin(\varphi) - 8\sin^2(\varphi/2)/\varphi\right)$ – жорсткість панелі на згин; $\varphi = 2\pi/N$, N – число розрізів; E_o – модуль Юнга матеріалу оболонки.
Вважаємо, що панелі жорстко защімлені на краях

$$w_0(\pm 1) = 0, \quad \left.\frac{dw_0}{d\varsigma}\right|_{\varsigma=\pm 1} = 0. \tag{7}$$

Вираз для визначення радіального переміщення оболонки (6) з врахуванням (7) є таким

$$w_0(\varsigma) = -k^4\int_{-1}^{1} G(\varsigma,\xi)\sigma(\xi)d\xi, \varsigma \in [-1;1], \tag{8}$$

де $G(\varsigma,\xi) = \frac{1}{24} - \frac{\xi^2}{8} + \left[\frac{\xi}{8} + \frac{\xi^3}{8}\right]\varsigma - \left[\frac{\xi}{8} + \frac{\xi^2}{8}\right]\varsigma^2 + \left[\frac{\xi}{8} - \frac{\xi^3}{24}\right]\varsigma^3 + \frac{1}{12}(\xi-\varsigma)^3\operatorname{sgn}(\xi-\varsigma).$

Прирівнюючи співвідношення (5), (8) згідно (1) отримаємо інтегральне рівняння з невідомими межами інтегрування

$$\sigma(\varsigma) + \int_{T'} K(\xi,\varsigma)\sigma(\xi)d\xi = -\frac{\nu}{1-\nu}P, \quad \varsigma \in T'. \tag{9}$$

де $K(\xi,\varsigma) = -\frac{\nu}{1-\nu} lf \operatorname{sgn}\varsigma \operatorname{sgn}(\xi-\varsigma) + 4\mu^4 G(\varsigma,\xi)$, $4\mu^4 = \frac{1}{1-\nu}\frac{l^4 b}{R I_x}\frac{E}{E_0}$

Для визначення невідомих координат точок поділу зон проковзування та відлипання використаємо умову (2), яку запишемо у вигляді

$$\sigma(\pm a) = 0. \tag{10}$$

Розв'язок системии рівнянь (9), (10) одержано методом квадратур, з використанням формули трапецій з рівномірною сіткою вузлів [4].

Перелік посилань

1. Шопа В. М. Оболонкові пружини / В. М. Шопа, А. С. Величкович, С. В. Величкович та ін. // Івано-Франківськ: Факел. – 2002. – 92 с. 2. Попадюк І. Й. Механіка фрикційного контакту оболонок з деформівним заповнювачем / І. Й. Попадюк, І. П. Шацький, В. М. Шопа // Івано-Франківськ: Факел. – 2003. – 180 с. 3. Шопа В.М. Фрикційна взаємодія прорізної циліндричної оболонки з пружним заповнювачем / В. М. Шопа, І. П. Шацький, О. О. Бедзір // Доп. АН України. – 1993. - № 8. – С.70 – 73. 4. Верлань А. Ф. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Справочное пособие./ А. Ф. Верлань, В. С. Сизиков // Киев: Наук. думка.– 1986. – 544 с.