УДК 539.214, 539.3

Богдан Головатий, Володимир Михайлишин
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОЕТАПНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЗАДАНОЇ ФОРМИ ПОВЕРХНІ ТОНКОЇ ОБОЛОНКИ ОБЕРТАННЯ ШЛЯХОМ ПРУЖНОПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ

Bohdan Holovatyy, Volodymyr Mykhaylyshyn

MATHEMATICAL MODELING OF PHASED OPTIMIZATION FOR PROVIDING GIVEN FORM OF THIN SHELL OF REVOLUTION THROUGH ELASTOPLASTIC DEFORMATION

Розглядається задача знаходження закону розподілу зовнішнього навантаження, під дією якого плоска кругла заготовка деформується в осесиметричну оболонку обертання з заданою формою меридіану, що задається рівнянням Z = Z(r). Вважається, що задана форма значно відрізняється від форми заготовки і для розв'язування задачі весь процес оптимізації розбивається на ряд окремих етапів, на кожному з яких знаходиться такий закон розподілу зовнішнього навантаження, який приводить до зменшення різниці між формою здеформованої за попередній етап заготовки і шуканою формою. На m-му етапі навантаження приймається наступний критерій якості

$$I=\int_0^{s_k}\left\{\alpha\left[\left(\Delta_m q_r\right)^2+\left(\Delta_m q_z\right)^2\right]+(1-\alpha)\mu\left[Z_{m-1}+\Delta_m u_z-\beta_m Z\left(r_{m-1}\right)\right]^2\right\}r_{m-1}ds=\min,$$

де μ – ваговий коефіцієнт, β_m – коефіцієнт, який вказує долю сумарного вертикального переміщення заготовки, яка досягається на даному етапі.

Розглядається випадок, коли внутрішній контур заготовки радіусом r_0 защемлений у вільну круглу жорстку шайбу цього ж радіусу, а зовнішній – защемлений з деяким зусиллям, яке допускає горизонтальне переміщення цього краю при перевищенні радіальним зусиллям деякого заданого значення U_0. Тоді крайові умови прямої задачі для кожного з етапів такі:

$\Delta_m u_r=0; \Delta_m V=0; \Delta_m\theta=0$ при $r=r_0$;

$\Delta_m v=0; \Delta_m u_r=0; \Delta_m\theta=0$ при $r=R$, якщо $U_{m-1}<U_0$;

$\Delta_m v=0; \Delta_m U=0; \Delta_m\theta=0$ при $r=r_k$, якщо $U_{m-1}\geq U_0$

З умов трансверсальності знайдемо наступні крайові умови для спряженої задачі.

$\lambda_1=0; \lambda_3=0; \lambda_5=0$ при $r=r_0$;

$\lambda_1=0; \lambda_2=0; \lambda_3=0$ при $r=R$, якщо $U_{m-1}<U_0$;

$\lambda_2=0; \lambda_3=0; \lambda_4=0$ при $r=r_k$, якщо $U_{m-1}\geq U_0$.

Розроблено числовий метод розв'язування задачі.

Розрахунки проводились для двох значень зусилля защемлення заготовки по зовнішньому контуру: 5,85E+05 Н(1 варіант) та 6,4E+05 Н(2 варіант), тобто крайові умови змінювались в точці $r = r_k$ при даних значеннях зусилля. Форма поверхні, яку необхідно отримати в результаті пружно-пластичного деформування, задавалась у вигляді параболи з прогином в центрі оболонки 0,4 м. Форма поверхні, що отримується в результаті деформування при різних значеннях β_m приведена на рис. 1 (1 варіант). При значенні $\beta_m = 1$ форма поверхні відрізняється від заданої не більше як на 1% по всіх точках. Зусилля, яке необхідно прикласти для отримання даної форми, показано на рис. 2 (1 варіант) та рис. 3 (2 варіант). (1, 2 – горизонтальна та вертикальна складова, 3 - значення нормального до поверхні зусилля).

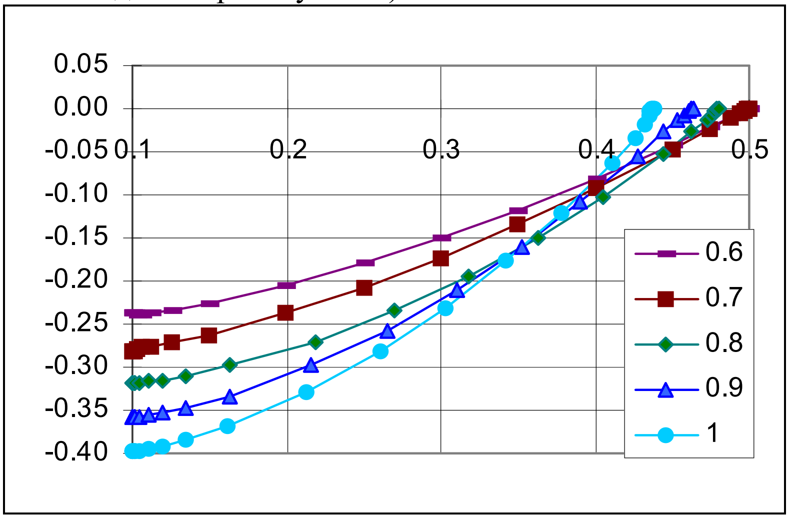

Рисунок 1. Залежність Z(r) форми оболонки обертання

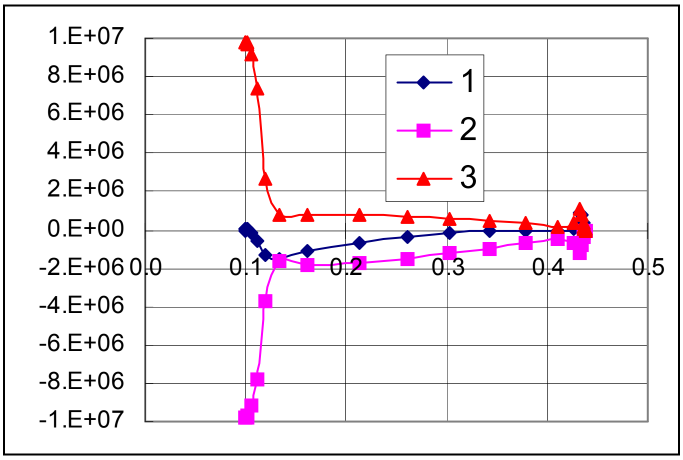

Рисунок 2. Залежність величини зусилля, яке необхідно прикласти (1 варіант): $q_r(r)$ – горизонтальна складова, $q_z(r)$ – вертикальна складова, $q_n(r)$ – нормальна складова

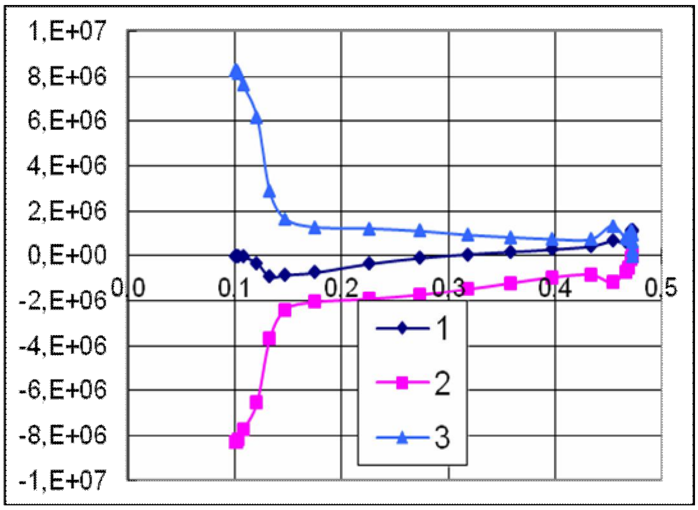

Рисунок 3. Залежність величини зусилля, яке необхідно прикласти (2 варіант): $q_r(r)$ – горизонтальна складова, $q_z(r)$ – вертикальна складова, $q_n(r)$ – нормальна складова