

УДК 621: 531.395

Т. Рибак<sup>1</sup>, докт.техн.наук; М. Сухорольський<sup>2</sup>, докт.фіз.-мат.наук;  
В. Коломієць<sup>2</sup>, канд.фіз.-мат.наук; М. Сташків<sup>1</sup>, канд.техн.наук

<sup>1</sup>Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

<sup>2</sup> Національний університет «Львівська політехніка»

## КОЛИВАННЯ ОДНІЄЇ МАШИНИ ЗІ ЗМІННИМИ МАСАМИ

*Резюме.* Розглянуто вертикальні коливання однієї машини зі змінними масами її вузлів. Досліджено коливання однієї машини на малому проміжку часу, що допускає гармонічну залежність за часом як вертикального впливу поверхні ґрунту, так і горизонтального впливу зміни швидкості руху машини.

*Ключові слова:* динамічне навантаження, потенціальна енергія, кінетична енергія, коливання.

T. Rybak, M. Suhorol's'kyj, V. Kolomic, M. Stashkiv

## OSCILLATION OF MACHINE IS WITH VARIABLES THE MASSES

*The summary.* In article the vertical vibrations of monaxonic machines are considered with variable the masses of his knots. Investigational oscillation of trailer on the small interval of time, which assumes harmonic dependence at times both vertical influence surfaces to soil and horizontal influence of change of rate of movement of machine.

*Key words:* dynamic loading, potential energy, kinetic energy, oscillation.

**Постановка проблеми.** Машини для хімічного захисту у рослинництві і внесення рідких комплексних добрив, тобто різного класу штангові та вентиляторні обприскувачі, обпилювачі, агрегати для приготування пестицидів і гербіцидів, як рідкої так і сипучої фракції, працюють у складних кліматичних та рельєфних умовах. Динаміка завантаженості на базові несучі системи цих машин залежить від різкої зміни їх руху, форми поверхні оброблюваних площ та доріг. Ці експлуатаційні особливості спричиняють до перерозподілу вертикальних і горизонтальних складових зусиль в опорах основних мас на несучу систему машини [1].

**Аналіз досліджень і публікацій.** Наукові дослідження в напрямку вивчення перерозподілу динамічних навантажень у конструкціях рам і ходових систем машин проводили багато наукових установ, наприклад, НДІ автобуспрому, НУ «Львівська політехніка», Одеський ДПУ та окремі дослідники. Зокрема, у роботі [2] досліджено вплив випадкових збурень агрофону на коливання начіпних штанг обприскувача; розглянуто вплив рухливості рідини на плавність ходу обприскувача та визначено горизонтальну гідродинамічну силу удару рідини об стінки ємності.

У роботі [3] досліджено напружено-деформований стан рами однієї машини причіпного розкидача твердих органічних добрив з підвіскою змінної жорсткості; розглянуто алгоритми розрахунку та оптимізації однієї машини причіпа з нелінійною підвіскою.

Як правило, у роботах побудовано нелінійні моделі з доволі складними методами їх розв'язання. Такі задачі можна лінеаризувати, наприклад, за умови малої швидкості зміни прискорення ємності з рідиною, хоча для визначення динамічних характеристик пересування машини по рельєфу та для визначення внутрішніх зусиль у рамі достатньо враховувати, як правило, лише головну форму її коливань [4].

**Мета роботи** – обґрунтування простого інженерного підходу до дослідження коливання машини зі змінними (залежними від часу) масами вузлів та перерозподілу складових зусиль в опорах основних мас [5].

**Постановка завдання.** Дослідити коливання одновісного причепа зі змінними (залежними від часу) масами основних його вузлів на малому проміжку часу, що допускає гармонічну залежність за часом як вертикального впливу поверхні ґрунту, так і горизонтального впливу зміни швидкості руху машини.

**Коливання причепа з рухомими масами.** Деформування рами одновісного причепа моделюється як балка, розбита на три ділянки, що має скінченну згинну жорсткість (рис. 1).

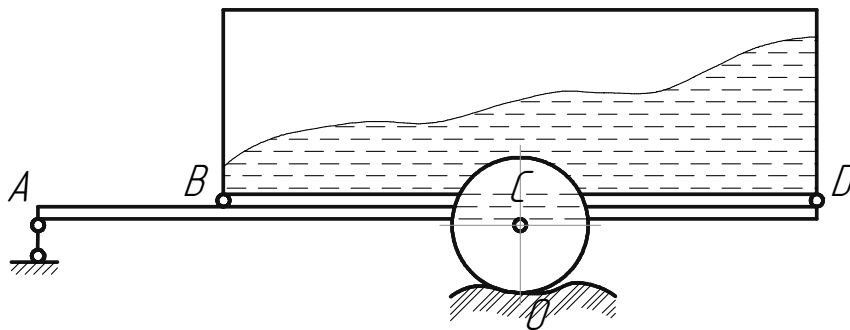


Рис. 1. Загальна схема причепа

Довжину кожної з трьох ділянок позначимо  $l_1(AB)$ ,  $l_2(BC)$  і  $l_3(CD)$ . Згинальні жорсткості цих елементів будуть відповідно  $EI_1$ ,  $EI_2$ ,  $EI_3$ . Маса  $m_C$  рами причепа і вузлів, приєднаних до рами, вважаємо сталою і зосередженою у точці  $C$ . Розподілені маси  $m_B$  і  $m_D$  ємності й рідини, що в ній знаходиться, змінюються з часом і зосереджені, відповідно, у точках  $B$  і  $D$ .

Вважаємо, що внаслідок різкої зміни (за короткий проміжок часу) швидкості руху у горизонтальному напрямку причепа, маси  $m_B$  і  $m_D$  змінюються за гармонічним законом, а їх сума залишається сталою:

$$m_B + m_D = m; \quad m_B = \frac{m}{2}(1 - \sin vt); \quad m_D = \frac{m}{2}(1 + k \sin vt), \quad (1)$$

де  $v$  – частота коливань швидкості руху причепа;  
 $k$  – коефіцієнт,  $0 < k < 1$ .

Вертикальне переміщення точки  $A$  рами вважаємо таким, що дорівнює нулеві.

Приймаємо також, що причеп взаємодіє з дорогою (чи ґрунтом) через колеса (або амортизатори і колеса), що характеризуються коефіцієнтом пружності  $k_0$  і коефіцієнтом демпфування  $k_1$ . При цьому вертикальне переміщення  $w_0$  точки  $O$  (коліс) змінюється за гармонічним законом з частотою  $v_0$

$$w_0 = w_0^* \sin v_0 t. \quad (2)$$

За умови нехтування масою коліс отримаємо рівняння сили, що діє на раму з боку осі коліс,

$$N_C = k_0(w_C - w_0) + k_1 \frac{d}{dt}(w_C - w_0), \quad (3)$$

де  $w_C$  – переміщення точки  $C$  (рами).

Отже, на раму у відповідних точках діють сили

$$P_B = m_B g, \quad P_C = m_C g, \quad P_D = m_D g, \quad (4)$$

реактивна сила  $N_C$  та інерційні сили, що відповідають наявним масам.

Внутрішні зусилля у рамі шукаємо методом скінчених елементів [1]. Розрахункова схема рами зображена на рис. 2.

Тут невідомими є динамічні перерізуючі сили  $Q_B$ ,  $Q_C$ ,  $Q_D$  і вертикальні переміщення вузлів  $w_B$ ,  $w_C$ ,  $w_D$ . Розглянемо рівновагу зусиль, що діють на кожен із елементів схеми:

$$M_B - Q_B l_1 = 0, \quad M_C - M_B - Q_C l_2 = 0, \quad -M_C - Q_D l_3 = 0.$$

Звідси одержимо вирази моментів, що діють на кінцях елементів,

$$M_B = Q_B l_1 = 0, \quad M_C = Q_B l_1 + Q_C l_2$$

і одне рівняння, що зв'язує поперечні сили,

$$Q_D = \frac{l_1}{l_3} Q_B - \frac{l_2}{l_3} Q_C. \quad (5)$$

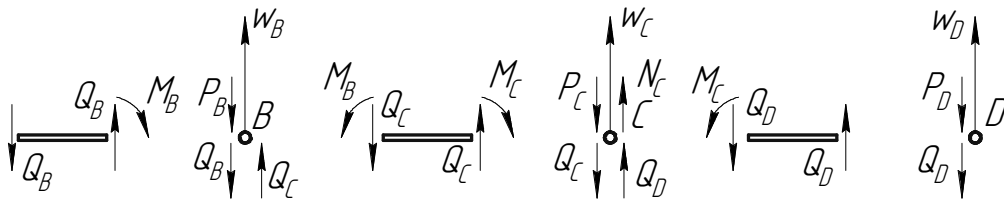


Рис. 2. Розрахункова схема причепа

Запишемо вираз потенціальної енергії деформації елементів рами і роботу внутрішніх сил, що діють на вузли, на відповідних переміщеннях з урахуванням залежності (5)

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= \frac{1}{2EI_1} \int_0^{l_1} M^2(x) dx + \frac{1}{2EI_2} \int_0^{l_2} M^2(x) dx + \frac{1}{2EI_3} \int_0^{l_3} M^2(x) dx = \\ &= \frac{1}{2EI_1} \int_0^{l_1} (Q_B x)^2 dx + \frac{1}{2EI_2} \int_0^{l_2} (Q_B l_1 + Q_C x)^2 dx + \frac{1}{2EI_3} \int_0^{l_3} (Q_D x)^2 dx = \frac{1}{2EI_1} \frac{l_1^3 Q_B^2}{3} + \\ &+ \frac{1}{2EI_2} \int_0^{l_2} \left( l_1^2 l_2 Q_B^2 + l_1 l_2^2 Q_B Q_C + \frac{l_2^3}{3} Q_C^2 \right) + \frac{1}{2EI_3} \frac{l_3^3}{3} \left( \frac{l_1}{l_3} Q_B + \frac{l_2}{l_3} Q_C \right)^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pi_2 &= (Q_C - Q_B - P_B) w_B + (Q_D - Q_C - P_C) w_C + (-Q_D - P_D) w_D = \\ &= (-Q_B + Q_C - P_B) w_B - \left[ \frac{l_1}{l_3} Q_B + \left( 1 + \frac{l_2}{l_3} \right) Q_C + P_C \right] w_C + \left( \frac{l_1}{l_3} Q_B + \frac{l_2}{l_3} Q_C - P_D \right) w_D. \end{aligned}$$

Незалежними змінними тут є поперечні сили  $Q_B$ ,  $Q_C$  і переміщення вузлів  $w_B$ ,  $w_C$ ,  $w_D$ . Оскільки маси системи зосереджені у вузлах, то вираз її кінетичної енергії

$$T = \frac{1}{2} \left[ m_B (\dot{w}_B)^2 + m_C (\dot{w}_C)^2 + m_D (\dot{w}_D)^2 \right], \quad \text{де} \quad \dot{w} = \frac{dw}{dt}.$$

За варіаційним принципом Лагранжа [6]

$$\frac{\partial}{\partial Q_B} (\Pi_1 + \Pi_2) = 0; \quad \frac{\partial}{\partial Q_C} (\Pi_1 + \Pi_2) = 0;$$

$$\frac{\partial}{\partial w_B} \Pi_2 - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{w}_B} \right) = 0; \quad \frac{\partial}{\partial w_C} \Pi_2 - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{w}_C} \right) = N_C; \quad \frac{\partial}{\partial w_D} \Pi_2 - \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{w}_D} \right) = 0. \quad (6)$$

Підставивши вирази потенціальної і кінетичної енергії системи у рівняння (6), одержимо рівняння для визначення невідомих величин  $Q_B$ ,  $Q_C$  і  $w_B$ ,  $w_C$ ,  $w_D$ :

$$\begin{aligned} \frac{l_1^2}{3} \left( \frac{l_1}{EI_1} + \frac{3l_2}{EI_2} + \frac{l_3}{EI_3} \right) Q_B + \frac{l_1 l_2}{6} \left( \frac{3l_2}{EI_2} + \frac{2l_3}{EI_3} \right) Q_C - w_B - \frac{l_1}{l_3} w_C + \frac{l_1}{l_3} w_D &= 0, \\ \frac{l_1 l_2}{6} \left( \frac{3l_2}{EI_2} + \frac{2l_3}{EI_3} \right) Q_B + \frac{l_2^2}{3} \left( \frac{l_2}{EI_2} + \frac{l_3}{EI_3} \right) Q_C + w_B - \left( 1 + \frac{l_2}{l_3} \right) w_C + \frac{l_2}{l_3} w_D &= 0, \\ \frac{d}{dt} \left( m_B \frac{dw_B}{dt} \right) &= -Q_B + Q_C - P_B, \\ \frac{d}{dt} \left( m_C \frac{dw_C}{dt} \right) &= -N_C - \frac{l_1}{l_3} Q_B - \left( 1 + \frac{l_2}{l_3} \right) Q_C - P, \\ \frac{d}{dt} \left( m_D \frac{dw_D}{dt} \right) &= \frac{l_1}{l_3} Q_B + \frac{l_2}{l_3} Q_C - P_D. \end{aligned} \quad (7)$$

Система рівнянь (7) розв'язується з урахуванням виразів зусиль (3) та (4) і переміщення (2) за нульових значень сталих інтегрування.

**Коливання причепа зі сталими масами.** Розглянемо коливання причепа за умови сталих мас  $m_B = const$  і  $m_D = const$ . Тоді система рівнянь (7) має сталі коефіцієнти і її останні три рівняння можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} m_B \frac{d^2 w_B}{dt^2} &= -Q_B + Q_C - P_B, \\ m_C \frac{d^2 w_C}{dt^2} &= -N_C - \frac{l_1}{l_3} Q_B - \left( 1 + \frac{l_2}{l_3} \right) Q_C - P_C, \\ m_D \frac{d^2 w_D}{dt^2} &= \frac{l_1}{l_3} Q_B + \frac{l_2}{l_3} Q_C - P_D. \end{aligned} \quad (8)$$

З перших двох рівнянь системи (7) визначимо внутрішні зусилля

$$\begin{aligned} Q_B &= \frac{a_{22} + a_{12}}{\Delta} w_B + \frac{1}{\Delta} \left[ \frac{l_1}{l_2} a_{22} - \left( 1 + \frac{l_2}{l_3} \right) a_{12} \right] w_C + \frac{1}{\Delta} \left( -\frac{l_1}{l_3} a_{22} + \frac{l_2}{l_3} a_{12} \right) w_D, \\ Q_C &= -\frac{a_{11} + a_{21}}{\Delta} w_B + \frac{1}{\Delta} \left[ \left( 1 + \frac{l_2}{l_3} \right) a_{11} - \frac{l_1}{l_3} a_{21} \right] w_C + \frac{1}{\Delta} \left( -\frac{l_2}{l_3} a_{11} + \frac{l_1}{l_3} a_{21} \right) w_D, \end{aligned} \quad (9)$$

де

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{l_1^2}{3} \left( \frac{l_1}{EI_1} + \frac{3l_2}{EI_2} + \frac{l_3}{EI_3} \right); & a_{12} &= a_{21} = \frac{l_1 l_2}{6} \left( \frac{3l_2}{EI_2} + \frac{2l_3}{EI_3} \right); \\ a_{22} &= \frac{l_2^2}{3} \left( \frac{l_2}{EI_2} + \frac{l_3}{EI_3} \right); & \Delta &= a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}. \end{aligned}$$

Підставляючи залежності (9) у формулу (8), з урахуванням виразів (2) і (3), одержимо систему трьох рівнянь відносно переміщень  $w_B$ ,  $w_C$ ,  $w_D$

$$\begin{aligned} m_B \frac{d^2 w_B}{dt^2} + A_{11} w_B + A_{12} w_C + A_{13} w_D &= P_B, \\ m_C \frac{d^2 w_C}{dt^2} + k_1 \frac{dw_C}{dt} + A_{21} w_B + (A_{22} + k_0) w_C + A_{23} w_D &= k_1 \frac{dw_0}{dt} + k_0 w_0 + P_C, \\ m_D \frac{d^2 w_D}{dt^2} + A_{31} w_B + A_{32} w_C + A_{33} w_D &= P_D, \end{aligned} \quad (10)$$

де

$$\begin{aligned}
 A_{11} &= \frac{1}{\Delta} (a_{22} + 2a_{12} + a_{11}); \\
 A_{12} = A_{21} &= \frac{1}{\Delta} \left[ \frac{l_1}{l_3} a_{22} - \left( 1 - \frac{l_1 - l_2}{l_3} \right) a_{12} - \left( 1 + \frac{l_2}{l_3} \right) a_{11} \right]; \\
 A_{13} = A_{31} &= \frac{1}{\Delta} \left[ -\frac{l_1}{l_3} a_{22} - \frac{l_1 - l_2}{l_3} a_{12} + \frac{l_2}{l_3} a_{11} \right]; \\
 A_{22} &= \frac{1}{\Delta} \left\{ \frac{l_1}{l_3} \left[ \frac{l_1}{l_3} a_{22} - 2 \left( 1 + \frac{l_2}{l_3} \right) a_{12} \right] + \left( 1 + \frac{l_2}{l_3} \right)^2 a_{11} \right\}; \\
 A_{23} = A_{32} &= \frac{1}{\Delta} \left[ -\frac{l_1^2}{l_3^2} a_{22} + \frac{l_1}{l_3} \left( 1 + \frac{2l_2}{l_3} \right) a_{12} - \frac{l_2}{l_3} \left( 1 + \frac{l_2}{l_3} \right) a_{11} \right]; \\
 A_{33} &= \frac{1}{\Delta} \left( \frac{l_1^2}{l_3^2} a_{22} - \frac{2l_1 l_2}{l_3^2} a_{12} + \frac{l_2^2}{l_3^2} a_{11} \right).
 \end{aligned}$$

Частковий розв'язок системи за умови відсутності демпфування ( $k_l = 0$ ) знайдемо у вигляді

$$\begin{pmatrix} w_B \\ w_C \\ w_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \sin v_0 t + \begin{pmatrix} w_B^0 \\ w_C^0 \\ w_D^0 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Підставляючи вираз (11) у рівняння (10), знайдемо систему алгебраїчних рівнянь відносно невідомих  $x_1, x_2, x_3, w_B^0, w_C^0, w_D^0$

$$\begin{pmatrix} A_{11} - m_B v_0^2 & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} + k_0 - m_B v_0^2 & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} = m_B v_0^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ k_0 w_0^* \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} + k_0 & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_B^0 \\ w_C^0 \\ w_D^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_B \\ P_C \\ P_D \end{pmatrix}.$$

Внутрішні зусилля в рамі визначаємо за формулами (9). Власні частоти коливань рами шукаємо з рівняння частот

$$\begin{vmatrix} A_{11} - m_B v^2 & A_{12} & A_{13} \\ A_{12} & A_{22} + k_0 - m_B v^2 & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} - m_B v^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (13)$$

### Коливання причепа з абсолютно жорсткою рамою і рухомими масами.

Важливий варіант математичної моделі системи отримаємо, вважаючи, що рама – абсолютно жорстка балка (згинальна жорсткість її елементів є нескінченно великою). Вважаємо також, що коливання здійснюються за умови відсутності демпфування. Тоді

перші два рівняння (7) не матимуть сенсу, а з трьох останніх рівнянь, виключивши величини  $Q_B$  і  $Q_C$ , отримаємо

$$\frac{d}{dt} \left[ l_1 m_B \frac{dw_B}{dt} + (l_1 + l_2) m_C \frac{dw_C}{dt} + (l_1 + l_2 + l_3) m_D \frac{dw_D}{dt} \right] = - (l_1 + l_2) N_C - l_1 P_B - (l_1 + l_2) P_C - (l_1 + l_2 + l_3) P_D. \quad (14)$$

Ввівши у (14) кут повороту  $\varphi(t)$  жорсткої рами навколо точки  $A$  і вирази для переміщень вузлів

$$w_B = l_1 \varphi; \quad w_C = (l_1 + l_2) \varphi; \quad w_D = (l_1 + l_2 + l_3) \varphi,$$

а також врахувавши рівняння сил у правій частині формули (14), отримаємо

$$\frac{d}{dt} \left( m_C^{(2)} \frac{d\varphi}{dt} \right) + k_0 \varphi + \frac{g m_C^{(1)}}{l_1 + l_2} = \frac{k_0}{l_1 + l_2} w_0, \quad (15)$$

де

$$m_C^{(1)} = \frac{l_1}{l_1 + l_2} m_B + m_C + \frac{l_1 + l_2 + l_3}{l_1 + l_2} m_D; \quad m_C^{(2)} = \left( \frac{l_1}{l_1 + l_2} \right)^2 m_B + m_C + \left( \frac{l_1 + l_2 + l_3}{l_1 + l_2} \right)^2 m_D \quad (16)$$

– зведені моменти інерції мас відносно точки  $A$ .

Легко переконатися, що зведені моменти інерції мас також задаються у вигляді функціональної залежності (1). Підставивши вирази (1) у формули (16), отримаємо:

$$m_C^{(1)} = m^{(1)} (1 + k^{(1)} \sin vt); \quad m_C^{(2)} = m^{(2)} (1 + k^{(2)} \sin vt), \quad (17)$$

де

$$m^{(1)} = \frac{m(2l_1 + l_2 + l_3)}{2(l_1 + l_2)} + m_C; \quad m^{(2)} = \frac{m[l_1^2 + (l_1 + l_2 + l_3)^2]}{2(l_1 + l_2)^2} + m_C;$$

$$k^{(1)} = \frac{km(l_2 + l_3)}{m(2l_1 + l_2 + l_3) + 2m_C(l_1 + l_2)}; \quad k^{(2)} = \frac{km(2l_1 + l_2 + l_3)(l_2 + l_3)}{m[l_1^2 + (l_1 + l_2 + l_3)^2] + 2m_C(l_1 + l_2)}.$$

Тоді диференціальне рівняння (15), з урахуванням залежностей (17), запишемо у вигляді

$$\frac{d}{dt} \left[ (1 + k^{(2)} \sin vt) \frac{d\varphi}{dt} \right] + \frac{k_0}{m^{(2)}} \varphi + \frac{g m^{(1)}}{(l_1 + l_2) m^{(2)}} (1 + k^{(1)} \sin vt) = \frac{1}{(l_1 + l_2) m^{(2)}} w_0, \quad (18)$$

або, з урахуванням формули (2),

$$\frac{d}{dt} \left[ (1 + k^{(2)} \sin vt) \frac{d\varphi}{dt} \right] + \kappa^2 \varphi + r(1 + k^{(1)} \sin vt) = \varphi_0 \sin v_0 t, \quad (19)$$

де

$$\kappa^2 = \frac{k_0}{m^{(2)}}; \quad r = \frac{g m^{(1)}}{(l_1 + l_2) m^{(2)}}; \quad \varphi_0 = \frac{k_0 w_0^*}{(l_1 + l_2) m^{(2)}}.$$

За умови сталих значень мас

$$m_B = m_D = \frac{m}{2}.$$

Тоді  $k = 0$  і, відповідно,  $k^{(1)} = k^{(2)} = 0$ ;  $m_C^{(1)} = m^{(1)}$ ;  $m_C^{(2)} = m^{(2)}$ .

Рівняння (19) в такому випадку набуде вигляду

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \kappa^2 \varphi = -r + \varphi_0 \sin v_0 t. \quad (20)$$

Частинний розв'язок рівняння (14):

$$\varphi = -\frac{r}{\kappa^2} + \frac{\varphi_0}{\kappa^2 - v_0^2} \sin v_0 t, \text{ якщо } \kappa \neq v_0,$$

$$\varphi = -\frac{r}{\kappa^2} + \frac{\varphi_0}{2\kappa} t \cos v_0 t, \text{ якщо } \kappa = v_0.$$

Очевидно, що згідно зі сформульованою моделлю резонансний режим системи реалізується за умови

$$v_0^2 = \kappa^2 = \frac{k_0}{2m}.$$

Практичний інтерес має також спрощена розрахункова схема одновісного причепа за умови абсолютно жорсткої рами, коли  $l_1 = 0$ ;  $l_2 = l_3 = l$  (точки  $A$  і  $B$  співпадають) і  $m_C = 0$ .

Тоді вирази коефіцієнтів у формулах (17) набудуть вигляду

$$\begin{aligned} m^{(1)} &= m; & m^{(2)} &= 2m; \\ \kappa^2 &= \frac{k_0}{2m}; & k^{(1)} &= k^{(2)} = k; \\ r &= \frac{g}{2l}; & \varphi_0 &= \frac{k_0 w_0}{2lm}. \end{aligned}$$

При цьому рівняння руху (13) набуде вигляду

$$\frac{d}{dt} \left[ (1 + k \sin vt) \frac{d\varphi}{dt} \right] + \kappa^2 \varphi + r(1 + k \sin vt) = \varphi_0 \sin v_0 t. \quad (21)$$

**Результати досліджень.** Досліджено числовий розв’язок рівняння (21). Розглянуто коливання системи за відсутності впливу нерівностей дороги, тобто  $\varphi_0 = 0$ . Отримані частотні характеристики рівняння подібні відповідним характеристикам рівняння Мат’є [7]. Досліджено залежність відношення власної частоти  $\kappa$  до частоти  $\nu$  коливань мас  $m_C$  і  $m_D$  від коефіцієнта  $k$ , що характеризує відносну амплітуду коливання цих мас. На рис. 3 зображено області нестійкості системи на площині  $\left(\frac{\kappa}{\nu}, k\right)$ . Значення відношення  $\frac{\kappa}{\nu} = 0,5; 1; 2$  є нестійкими для системи, тобто амплітуда коливань системи безмежно зростає навіть за відсутності впливу нерівностей дороги. Лінії, що відповідають значенням  $\frac{\kappa}{\nu} = 0,5$  і  $\frac{\kappa}{\nu} = 1$ , також є областями нестійкості системи (їх ширина не може бути показана у вибраному масштабі). На границях областей стійкості амплітуда коливань зростає лінійно за часом, всередині областей нестійкості залежність від часу – нелінійна.

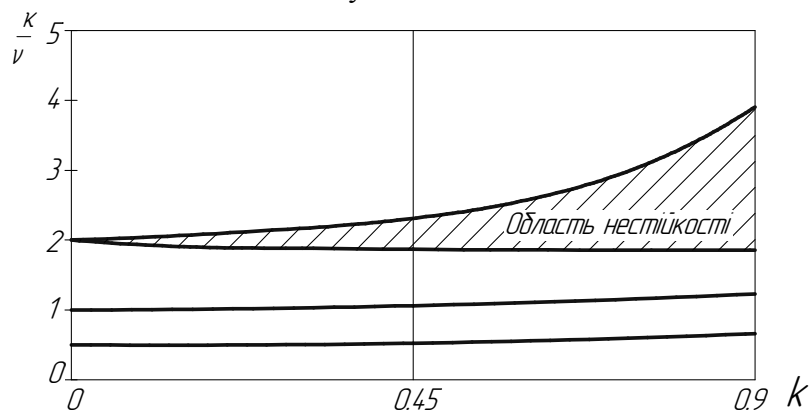


Рис. 3. Области стійких та нестійких станів спрощеної моделі

**Висновки.** Вплив частоти коливань нерівностей дороги на коливання системи буде визначальним за умови рівності частот  $\kappa$  та  $v_0$ . При цьому чисто вираженого резонансного режиму не спостерігається.

Амплітуда коливань системи зростає до певного скінченного значення, що залежить від параметра  $k$ . Встановлено, що це зростання амплітуди коливань є суттєвим для значень  $k = 0,05 \div 0,1$  і практично відсутнє для значень  $k > 0,8$ .

Колівання профілю дороги на величину і розміщення зон стійкості не впливає.

Запропонований підхід до дослідження коливання одновісної машини зі змінними масами вузлів та перерозподілу складових зусиль в опорах основних мас можна застосувати і для двовісних машин довільної конструкції.

### **Література**

1. Рибак Т.І. Пошукове конструювання на базі оптимізації ресурсу мобільних сільськогосподарських машин / Т.І. Рибак – Тернопіль: Збруч, 2003. – 332 с.
2. Вікович І.А. Конструкції і динаміка штангових обприскувачів: Монографія / І.А. Вікович– Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2003. – 460 с.
3. Вітрух І. Дослідження динамічних навантажень причіпного розкидача твердих органічних добрив з підвіскою змінної жорсткості / І. Вітрух, Б. Дівеєв, О. Марціяш // Вісник ТДТУ. – 2009. – Т.14. – №1. – С. 81 – 88.
4. Рибак Т.І. Застосування модифікованого методу мінімуму потенціальної енергії деформації при розрахунку несучих систем сільськогосподарських машин в динамічній постановці задачі / Т.І. Рибак, М.Я. Сташків, Є.Й. Ріпецький // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка // Проблеми надійності машин та засобів механізації сільськогосподарського виробництва. – Харків, 2008. – Вип. 69. – С. 80–84.
5. Свідectво про реєстрацію авторського права на твір «Триєдина модель пошукового конструювання сільськогосподарських машин» / Т.І. Рибак, А.В. Бабій, Є.Й. Ріпецький. – № 33031. – 29.04.2010 р.
6. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности / К. Васидзу – М.: Мир, 1987. – 542 с.
7. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний / В.Л. Бидерман – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.

*Отримано 10.06.2010 р.*