

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

БОЙКО АНДРІЙ РОМАНОВИЧ

УДК 539.375

**ЗСУВНЕ ПЛАСТИЧНЕ ВІДШАРОВУВАННЯ ЖОРСТКИХ
ВКЛЮЧЕНЬ ЗА УМОВ НЕПОВНОГО КОНТАКТУ З СЕРЕДОВИЩЕМ**

01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Тернопіль – 2015

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Тернопільському національному технічному університеті імені Івана Пулюя Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор
Кривень Василь Андрійович,
Тернопільський національний технічний університет
імені Івана Пулюя, завідувач кафедри математичних
методів в інженерії.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
Силованюк Віктор Петрович,
Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН
України, м. Львів, провідний науковий співробітник
відділу теоретичних основ механіки руйнування;

доктор технічних наук, професор
Кундрат Микола Михайлович,
Національний університет водного господарства та
природокористування МОН України, м.
Рівне, професор кафедри мостів і тунелів, опору
матеріалів і будівельної механіки.

Захист відбудеться “” 2016 р. о год. на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 58.052.01 у Тернопільському національному технічному університеті імені Івана Пулюя за адресою: 46000, м. Тернопіль, вул. Білогірська, 50, навчальний корпус № 10, конференц-зал.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя за адресою: 46000, м. Тернопіль, вул. Руська, 56.

Автореферат розісланий “” 2015 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради



Б.Г. Шелестовський

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. У багатьох композиційних матеріалах містяться дефекти у вигляді тріщин і тонких жорстких включень, повністю з'єднаних з матеріалом або від'єднаних від нього частково або повністю. Ці дефекти з'являються в матеріалі як в процесі його виготовлення, так і в процесі експлуатації, наприклад в результаті розриву армуючих елементів. У зв'язку з цим задачі теорії пружності для кусково-однорідних тіл з дефектами різної природи представляють теоретичний і практичний інтерес, зокрема з дефектами на лінії розділу середовищ.

До теперішнього часу досить докладно вивчено вплив на пружний стан однорідного або кусково-однорідного матеріалу дефектів одного типу, в основному тріщин. Результати цих досліджень широко представлені в монографіях Н.Ф. Морозова, В.В. Панасюка, Г.Я. Попова, М.П. Саврука, Г.Т. Сулима, Г.П. Черепанова та інших. Дослідження міжфазних тріщин і їх різним моделям у пружному середовищі присвячена велика кількість робіт, детальний огляд яких можна знайти в працях Р.В. Гольдштейна, А.Н. Гузя, А.О. Камінського, І.В. Симонова, Г.П. Черепанова, С. Atkinson, М. Coraninou, J. Dundurs, F. Erdogan, J.R. Rice, G.C. Sih, J.R. Willis та інших. Дослідженню різних типів включень у пружних тілах (пружних, жорстких, повністю зчеплених з середовищем, частково відшарованих і т.д.) присвячені праці Ю.А. Антипова, О.М. Гузя, М.М. Кундрата, Р.М. Кушніра, М.М. Николишина, В.В. Панасюка, Я.С. Підстригача, Г.Я. Попова, В.В. Сільвестрова, В.П. Силованюка, М.М. Стадника, М.Г. Стащука, Г.Т. Сулима, А.О. Сяського, В.І. Шваб'юка, П.В. Яснія, Ballarini, F. Erdogan, X. Markenseoff, K. Wu та інших. Однак на багато принципів і практично важливих питань стосовно поведінки включень в реальному твердому тілі за умови його недосконалого контакту з середовищем неможливо дати відповідь на основі теорії пружності. Дослідження деформування тіл з включенням за наявності міжфазних тріщин у пружно-пластичній постановці поки перебувають на початковій стадії. Окремі праці М.В. Дудика, А.О. Камінського, Л.А. Кіпніса, В.А. Колмакової, В.А. Кривеня, Г.Т. Сулима не вичерпують цієї проблеми. У задачах дослідження пластичного відшаровування актуальними є математичні моделі, які гарантують, що умова пластичності виконується тільки в точках пластичних смуг і ніде поза ними не досягається. Така модель тонкосмугової локалізації пластичних деформацій запропонована Б.В. Костровим і Л.В. Нікітіним, та узагальнена В.А. Кривенем дає змогу досліджувати збільшення зони ослаблених зв'язків за рахунок пластичного відшаровування та розвитку пластичних шарів від вершин міжфазних тріщин вздовж його поверхні включень. Актуальними сьогодні є практично важливі дослідження пластичного відшаровування включень скінченної товщини. Для квазікрихких тіл залишається актуальним з'ясування можливостей та меж застосовності пружних розв'язків для прогнозу початкової стадії розвитку пластичних відшарувань.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Наукові результати, що містяться у дисертації, отримані автором згідно з індивідуальним планом підготовки аспіранта та в межах держбюджетних науково-дослідних тем Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя: “Пружно-пластичне деформування тіл з концентраторами напружень у середовищі із затримкою текучості” (2009 – 2011 рр., № держреєстрації 0109U002995, дисертант – виконавець), “Математичні моделі і методи аналізу залишкового ресурсу пружно-пластичних тіл з концентраторами напружень складної форми” (2012–2014 рр., номер держреєстрації 0112U002201, дисертант – виконавець).

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є розроблення аналітичного методу дослідження пластичного відшаровування волокон складного поперечного перерізу в армованих і композитних матеріалах під великими зсувними навантаженнями за наявності міжфазних тріщин, визначення важливих для нелінійної механіки руйнування залежностей довжин міжфазних пластичних шарів від величини прикладеного навантаження. Для її досягнення у дисертації поставлені та вирішені такі завдання:

- адаптувати нелінійну модель тонкосмугової локалізації пластичних деформацій для дослідження пластичного відшаровування включень складної форми за наявності міжфазних тріщин;
- обґрунтувати вплив ширини прямокутного включення з міжфазними тріщинами при його вершині на пластичне відшаровування;
- проаналізувати вплив кривини поверхні включення на пластичне відшаровування включення;
- отримати залежності довжин міжфазних пластичних шарів від навантаження для включень складної форми;
- отримати спрощені формули для довжин міжфазних пластичних шарів на початковій стадії їх розвитку для включень складної форми на основі відповідних пружних розв'язків і встановити межі їх застосовності.

Об'єкт дослідження: пружно-пластичні тіла з жорсткими включеннями складної форми за наявності міжфазних тріщин.

Предмет дослідження: розрахункові математичні моделі пластичного відшаровування включень складної форми у ідеально пружно-пластичних тілах за наявності міжфазних тріщин під зсувним навантаженням, конкретні задачі пластичного відшаровування включень з визначенням параметрів, важливих для нелінійної механіки руйнування.

Методи дослідження. Методи теорії ідеальної пластичності; математичні методи розв'язування нелінійних крайових задач теорії аналітичних функцій, зокрема метод конформних відображень та задачі Келдиша-Сєдова.

Наукова новизна одержаних результатів.

- на основі моделі розвитку пластичних смуг під час пружно-пластичного деформування тіла з жорсткими концентраторами напружень, яка не допускає досягнення межі текучості поза смугами, проведено дослідження

пластичного відшаровування жорстких волокон складного поперечного перерізу за наявності міжфазних тріщин під великими зсувними навантаженнями. Отримано аналітичні розв'язки низки нових задач для різних форм включень;

- досліджено вплив ширини прямокутного включення за наявності міжфазних тріщин біля його торців на розвиток міжфазних пластичних шарів від вершин тріщин та від вершин включення;
- досліджено пластичне відшаровування волокна квадратного перерізу за наявності міжфазних тріщин і проаналізовано вплив довжини на розвиток міжфазних пластичних шарів;
- обґрунтовано пластичне відшаровування включення з перерізом у формі кругового серпанка і з'ясовано вплив кривини включення на його пластичне відшаровування;
- проаналізовано розвиток пластичних смуг від двох близьких кутових точок і проведено дослідження впливу сильної взаємодії концентраторів на розвиток пластичних шарів;
- досліджено початкову стадію пластичних шарів на основі лінійної моделі пластичних зон (ЛМПЗ) і отримано формули для довжин пластичних шарів через коефіцієнти інтенсивності напружень. Показано, що отримані формули забезпечують високу точність для досить широкого діапазону навантажень.

Практичне значення одержаних результатів. Отримані у роботі залежності довжин міжфазних пластичних шарів від навантаження у тілах з включеннями застосовні в розрахунках міцності композитних матеріалів. Вони представляють інтерес для побудови критеріїв руйнування високопластичних матеріалів. Практично важливими є спрощені залежності для довжин міжфазних пластичних шарів на початковій стадії розвитку і обґрунтування можливості застосувань з цією метою пружних розв'язків, зокрема коефіцієнтів інтенсивності напружень. Результати роботи використовуються при розрахунку напружено-деформівного стану композитних матеріалів у Тернопільському заводі залізобетонних виробів і будівельних конструкцій, що підтверджується відповідним актом.

Достовірність наукових положень і отриманих результатів забезпечується строгістю постановки задач і математичних методів їх розв'язування, збігом отриманих розв'язків, у окремих випадках, з відомими у літературі, що належать іншим авторам.

Особистий внесок здобувача. Основні результати та положення, які становлять суть дисертації отримані автором самостійно. У публікаціях, написаних у співавторстві, здобувачеві належить: в [1] – побудова конформного відображення і розв'язування задачі Келдиша-Сєдова; [2-5, 11] – зведення крайових задач до конформних відображень та їх побудова; аналіз отриманих результатів; [6] – побудова системи рівнянь відносно параметрів Крістоффеля-Шварца і їх розв'язання; [7, 8] – зведення задачі до конформного відображення і дослідження асимптотики розв'язку в околі вершини вирізу;

[9, 10] – зведення крайової задачі до конформного відображення, обґрунтування існування та єдиності її розв’язку. В усіх роботах належить проведення числових експериментів і участь у формулюванні висновків та результатів.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертації доповідалися на 19-й та 20-й міжнародних науково-технічних конференціях “Прикладные задачи математики и механики” (м. Севастополь 2011, 2012 р.); 4-й Міжнародній науково-практичній конференції “Теоретичні і експериментальні дослідження в технологіях сучасного матеріалознавства та машинобудування” (3 – 7 червня 2013 р., Луцьк – Світязь); Міжнародній математичній конференції присвяченій 60-річчю В.І. Рукасова “Крайові задачі, теорія функцій і їх застосування” (21 – 24 травня 2014 р., Київ-Слов’янськ); 12-й Міжнародній науковій конференції “Математичні проблеми механіки неоднорідних структур” (Львів, 2014 р.), а також на щорічних науково-технічних конференціях молодих науковців у Тернопільському національному технічному університеті імені Івана Пулюя.

У повному обсязі дисертація доповідалась та отримала позитивні оцінки на розширеному науковому семінарі “Механіка, міцність матеріалів та конструкцій” у Тернопільському національному технічному університеті імені Івана Пулюя; міжкафедральному науковому семінарі під керівництвом д.т.н., проф. В.І. Швабюка у Луцькому національному технічному університеті; на кафедрі механіки Львівського національного університету імені Івана Франка під керівництвом д. ф-м. н., проф. Г.Т. Сулима.

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 11 праць, з них 6 у наукових фахових виданнях України, в тому числі стаття [4] у журналі з імпакт-фактором і відноситься до статей які входять у базу Web of Science та Scopus; стаття [3] у базі Scopus.

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, п’яти розділів, загальних висновків, списку використаних літературних джерел (125 найменувань) та додатків. Загальний обсяг роботи становить 124 сторінки, в т. ч. 34 рисунків, 1 таблиці, 1 додатка.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність вибраної теми, сформульовано мету дослідження та задачі для її досягнення, зазначено наукову новизну, практичне значення та апробацію результатів дисертації.

У першому розділі наведено основні співвідношення антиплоскої деформації та теорії ідеальної пластичності. Дано виклад методу конформних відображень у задачах про напружено деформований стан (НДС) та розвиток пластичних зон, зокрема пластичних шарів у ідеально пружно-пластичних тілах з гострокінцевими концентраторами напружень під квазістатичним зсувним навантаженням. Наведено короткий огляд літератури, який висвітлює стан досліджень НДС тіл за наявності міжфазних тріщин, зокрема пластичного

відшарування жорстких включень за умови їх недосконалого контакту з основним середовищем. Відзначається, що у різний час проблеми, пов'язані з тонкими дефектами структури матеріалу досліджували О.Є. Андрейків, В.М. Александров, Л.Т. Бережницький, П.М. Витвицький, Д.В. Гриліцький, О.О. Євтушенко, Г.С. Кіт, В.А. Кривень, А.Я. Красовський, М.М. Кундрат, Р.М. Мартиняк, В.В. Михаськів, В.К. Опанасович, В.А. Осадчук, В.В. Панасюк, Я.С. Підстригач, Г.Я. Попов, В.Г. Попов, В.С. Попович, М.П. Саврук, В.П. Силованюк, М.М. Стадник, М.Г. Стащук, Г.Т. Сулим, А.О. Сяський, Л.А. Фільштинський, М.В. Хай, Г.П. Черепанов, В.І. Шваб'юк, П.В. Ясній, С. Atkinson, Т.Т. Brussat, L.G. Ebert, J.D. Eshelby, F. Erdogan, E. Gdoutos, S. Matyssiak, Н. Miyamoto, A.P.S. Selvadurai, G.C. Sih, J. Shioiri, P.S. Theocaris, R.A. Westmann та багато інших авторів.

Переважна більшість досліджень розвитку пластичних смуг виконана в рамках моделі, що зводить їх до лінійних інтегральних сингулярних рівнянь і в результаті призводить до фізично невиправданого перевищення межі текучості поза пластичними смугами. Цей недолік усувається в рамках моделі Кострова-Нікітіна, яка зводить дослідження розвитку пластичних смуг до нелінійних задач теорії аналітичних функцій і застосовується у даній дисертаційній роботі для аналізу пластичного відшарування включень складної форми за наявності міжфазних тріщин.

У другому розділі роботи наведено основні співвідношення НДС за умов антиплоскої деформації та необхідні співвідношення теорії пластичності. Зроблено постановку задач про розвиток пластичних деформацій в околі концентраторів напружень у ідеально пружно-пластичному середовищі: виписані рівняння у напруженнях для області пружності, умови для пластичних смуг, умови для кінцевих точок пластичних смуг. Показано, що завдяки аналітичності функції $\tau(\zeta) = \tau_{yz}(x, y) + i\tau_{xz}(x, y)$ ($\zeta \in \mathbf{D}$), $\mathbf{D}$ – область, у якій тіло перебуває у пружному стані, дослідження розвитку пластичних смуг зводиться до крайових задач теорії аналітичних функцій, зокрема задач про конформні відображення, які детально викладені на прикладі задачі про тонкосмугову локалізацію пластичних деформацій при вершинах щілини з прямокутним торцем $x \leq 0, -b \leq y \leq b, -\infty < z < +\infty$ (рис. 2.1). У випадку, коли навантаження задано асимптотикою $\tau(\zeta) = K_{III} / \sqrt{2\pi\zeta} + o(1/\sqrt{\zeta})$ на безмежності відносно функції $\tau(\zeta)$, приходимо до крайової задачі у області $\mathbf{D}$ (півплощина $y > 0$ без смуги $0 \leq y \leq b$ та без відрізка $y = b + \rho \sin \alpha, x = \rho \cos \alpha$ ($0 \leq \rho \leq d$)).

$$\operatorname{Im} \tau(\zeta) = 0 \quad (\zeta = x + ib, -\infty < x < 0); \quad |\tau(\zeta)| = k \quad (\zeta = ib + \rho e^{i\pi/4}, 0 \leq \rho \leq d);$$

$$\arg \tau(\zeta) = -\pi/4 \quad (\zeta = d e^{i\pi/4}); \quad \operatorname{Re} \tau(\zeta) = 0 \quad (\zeta = iy, 0 < y < b);$$

$$\operatorname{Im} \tau(\zeta) = 0 \quad (\zeta = x, 0 < x < +\infty); \quad \tau(\zeta) = K_{III} / \sqrt{2\pi\zeta} + o(1/\sqrt{\zeta}) \quad \zeta \rightarrow \infty, \quad (2.1)$$

де k – зсувна границя текучості.

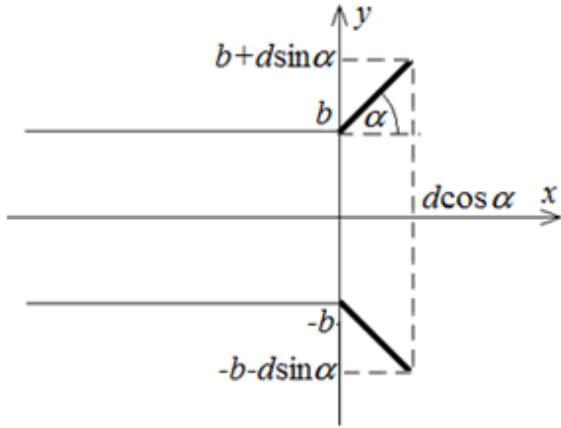


Рис. 2.1. – Поперечний переріз тіла з щілиною шириною $2b$. Потовщені лінії – пластичні смуги.

Задача (2.1) полягає у знаходженні кута α і зв'язку d із K_{III} (кута, під яким розвиватиметься пластична смуга і залежності її довжини від навантаження), для яких розв'язок існує, та визначенні функції $\tau(\zeta)$, яка всюди в області D задовольняє умові $|\tau(\zeta)| < k$ (недосягнення умови пластичності поза пластичними смугами).

Рівності (2.1) виражають: перша й четверта – відсутність напружень на гранях вирізу; друга – умову пластичності; третя вимогу дотичності площинки максимального зсувного напруження до пластичної смуги у її кінцевій точці – умова прямолінійності розвитку пластичної смуги; остання – асимптотичну рівність нулю напружень у нескінченності напруженням на нескінченності для півбезмежної тріщини (K_{III} – коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН), який задає величину навантаження).

Умови (2.1) визначають відповідне конформне відображення із площини ζ у площину τ і, таким чином, розв'язання залежної від параметрів α , d і K_{III} нелінійної крайової задачі (2.1) зводиться до дослідження і побудови відповідного конформного відображення.

Аналіз задачі (2.1) показав, що коли $K_{III} \rightarrow 0$, то $\alpha \rightarrow \pi/4$ і $d \rightarrow 0$. Це означає, що пластичні смуги починають розвиватись вздовж бісектрис кутів вирізів, а їх прямолінійний розвиток відбувається під кутами $3\pi/4$ до граней торця щілини.

Для довільного K_{III} і $\alpha = \pi/4$ розв'язок $\tau(\zeta)$ задачі (2.1) існує та єдиний:

$$\tau = \tau(t), \zeta = \zeta(t) \quad (t \in H = \{\text{Im} t > 0\}), \quad (2.2)$$

$$\text{де} \quad \tau(t) = k(\sqrt{t} - \sqrt{t-1}), \quad \zeta(t) = ib + \frac{b}{R} \int_0^t \frac{(\eta - t_M) d\eta}{\sqrt[4]{\eta(\eta-1)} \sqrt{\eta - t_D}}, \quad R = \int_1^{t_D} F(\eta) d\eta,$$

$$F(\eta) = \frac{|\eta - t_M|}{\sqrt[4]{\eta(\eta-1)} \sqrt{t_D - \eta}}, \quad t_D = \frac{(k^2 + \tau_0^2)^2}{4k^2 \tau_0^2}, \quad \tau_0 = \min_{[-b;b]} \tau_{yz}(0, y) \quad (0 < \tau_0 < k) \text{ і є розв'язок}$$

$$\text{рівняння } \sqrt{2}RK_{III} = k\sqrt{\pi b}, \quad t_M - \text{розв'язок рівняння } \int_0^{t_M} F(\eta) d\eta = \int_{t_M}^1 F(\eta) d\eta.$$

Тут і всюди надалі під $(t-p)^q$ ($0 < q < 1$, p – дійсне число) розуміємо аналітичну в півплощині $\text{Im} t \geq 0$ функцію, що набуває дійсних додатних значень, коли t дійсне і більше за p .

Довжина пластичних смуг визначається формулою:

$$d = \frac{b}{R} \int_0^{t_M} F(\eta) d\eta \quad (2.3)$$

Способом граничного переходу до безмежно великої границі текучості ($k \rightarrow \infty$, $d \rightarrow 0$) отримано точний пружний розв'язок цієї задачі $\tau^{(e)}(\zeta)$ і визначено його асимптотику в околі вершин щілини $\tau^{(e)}(\zeta) = K_{\text{III}}^v / (\sqrt[6]{b} \sqrt[3]{b \mp i\zeta}) + o((b \mp i\zeta)^{-1/3})$, $K_{\text{III}}^v = K_{\text{III}} / \sqrt[3]{6\pi} = 0,376 K_{\text{III}}$, що є дуже добрим підтвердженням результату М.П. Саврука, А. Казберука, Г. Тарасюка, раніше отриманого чисельним методом: $K_{\text{III}}^v = 0,379 K_{\text{III}}$.

Закінчується розділ розглядом ЛМПЗ, що використовується у роботі для дослідження початкової стадії розвитку смуг і пластичного відшаровування включень.

У третьому розділі роботи досліджено зсувне пластичне відшаровування включень складної форми за наявності міжфазних тріщин.

Отримано аналітичний розв'язок задачі про розвиток пластичних шарів вздовж поверхні включення з прямокутним торцем від вершин торця і від вершин міжфазних тріщин (рис. 3.1). НДС спричинений паралельним до довгих граней включення зсувним навантаженням, прикладеним на нескінченності. Поставлено крайову задачу для функції $\tau(\zeta)$ у верхній півплощині поза вирізом $x < 0$, $0 \leq y \leq b$, яка включає умову пластичності у пластичних шарах, умови ідеального механічного контакту на частині поверхні включення поза тріщинами і пластичними шарами та пов'язану із симетрією задачі, відсутністю переміщення на осі абсцис і навантаження, заданого асимптотикою напружень у безмежності.

Знайдено її аналітичний розв'язок методом конформних відображень і визначено залежності довжин міжфазних пластичних шарів від навантаження:

$$d_1 = \frac{2b}{\pi} \left(\sqrt{t_E - t_E^2} + \arctg \left(\sqrt{\frac{t_E}{1-t_E}} \right) \right), \quad d_2 = \frac{2b}{\pi} \left(-\sqrt{t_D^2 - t_D} + \ln(\sqrt{1-t_D} - \sqrt{-t_D}) \right),$$

$$d_3 = a + \frac{2b}{\pi} \left(-\sqrt{t_C^2 - t_C} + \ln(\sqrt{1-t_C} - \sqrt{-t_C}) \right) \quad (3.1)$$

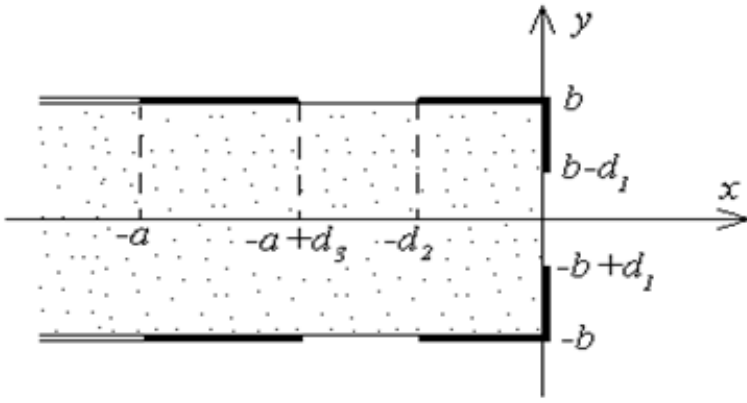


Рис. 3.1. — Поперечний переріз тіла. Потовщені лінії — смуги пластичного відшаровування.

Тут залежні від K_{III} параметри t_E , t_C і t_D для заданого співвідношення між товщиною включення b і відстанню від вершин міжфазних тріщин до торця включення a визначаються як розв'язки системи чотирьох рівнянь:

$$t_C = t_B + \frac{1-t_B}{4(t_D-t_B)} \left(\frac{K_{III}}{k\sqrt{b}} \right)^2,$$

$$t_E = t_D + \frac{1-t_D}{4(t_D-t_B)} \left(\frac{K_{III}}{k\sqrt{b}} \right)^2,$$

$$\sqrt{(t_B-1)t_B} + \ln(\sqrt{1-t_B} - \sqrt{-t_B}) = \frac{\pi a}{2b} \int_{t_D}^0 \frac{\sqrt{(t-t_B)(t_E-t)}}{1-t} t dt = \int_0^{t_E} \frac{\sqrt{(t-t_C)(t-t_D)}}{1-t} t dt \quad (3.2)$$

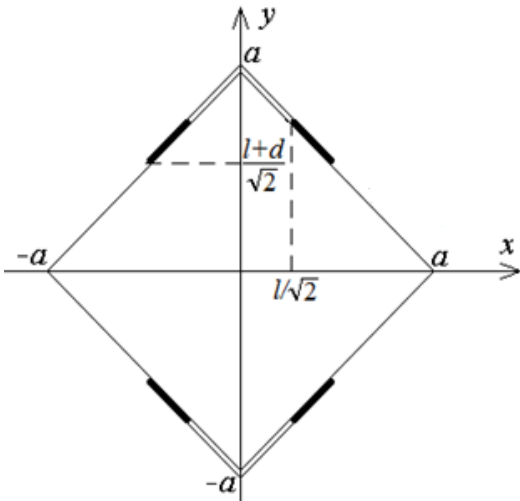


Рис. 3.2. — Поперечний переріз тіла.

Далі приводиться дослідження пластичного відшаровування жорсткого волокна квадратного перерізу за наявності міжфазних тріщин на його поверхні (рис. 3.2) під паралельним осі абсцис зсувним навантаженням, прикладеним на нескінченності $\tau_{yz} = \tau_\infty$, $\tau_{xz} = 0$. Постановка

задачі включає умову пластичності у пластичних шарах, умову ідеального механічного контакту на частині поверхні включення поза тріщинами і пластичними шарами, симетрію переміщення відносно осей координат та умову на нескінченності $\tau(\zeta) = \tau_\infty + o(1)$ ($\zeta \rightarrow \infty$).

Отримано точний аналітичний розв'язок задачі:

$$\zeta = \frac{b}{B(3/4, 3/4)} \int_0^t \frac{d\eta}{\sqrt[4]{\eta(\eta-1)}}, \quad t = \frac{A+B}{2} \frac{(f_1(\tau, \tau_0, \tau_\infty) + f_2(\tau, \tau_0, \tau_\infty))}{(Af_1(\tau, \tau_0, \tau_\infty) + Bf_2(\tau, \tau_0, \tau_\infty))}, \quad (3.3)$$

де $B(x, y)$ — повна бета-функція $f_1(\tau, \tau_0, \tau_\infty) = \tau_0^2 \sqrt{(k^8 + \tau_\infty^8) - 2k^4 \tau^4}$, $f_2(\tau, \tau_0, \tau_\infty) = \sqrt{(k^8 + \tau^8) \tau_0^4 - (k^8 + \tau_0^8) \tau^4}$, $A = \tau_0^2 (k^4 - \tau_\infty^4)$, $B = \sqrt{(k^8 + \tau_\infty^8)(\tau_0^4 - \tau_\infty^4)}$.

Довжина міжфазних пластичних шарів (рис. 3.3) визначається за формулою

$$d = \frac{1}{B(3/4, 3/4)} \int_{t_c}^{t_D} \frac{d\eta}{\sqrt[4]{\eta(1-\eta)}}, \quad (3.4)$$

у якій $t_{C,D} = \frac{(k^2 \mp \tau_\infty^2)^2 (f_1(\tau_\infty, \tau_0, \tau_\infty) - f_2(\tau_\infty, \tau_0, \tau_\infty))}{2((k^4 + \tau_0^4) f_1(\tau_\infty, \tau_0, \tau_\infty) \pm 2k^2 \tau_0^2 f_2(\tau_\infty, \tau_0, \tau_\infty))},$

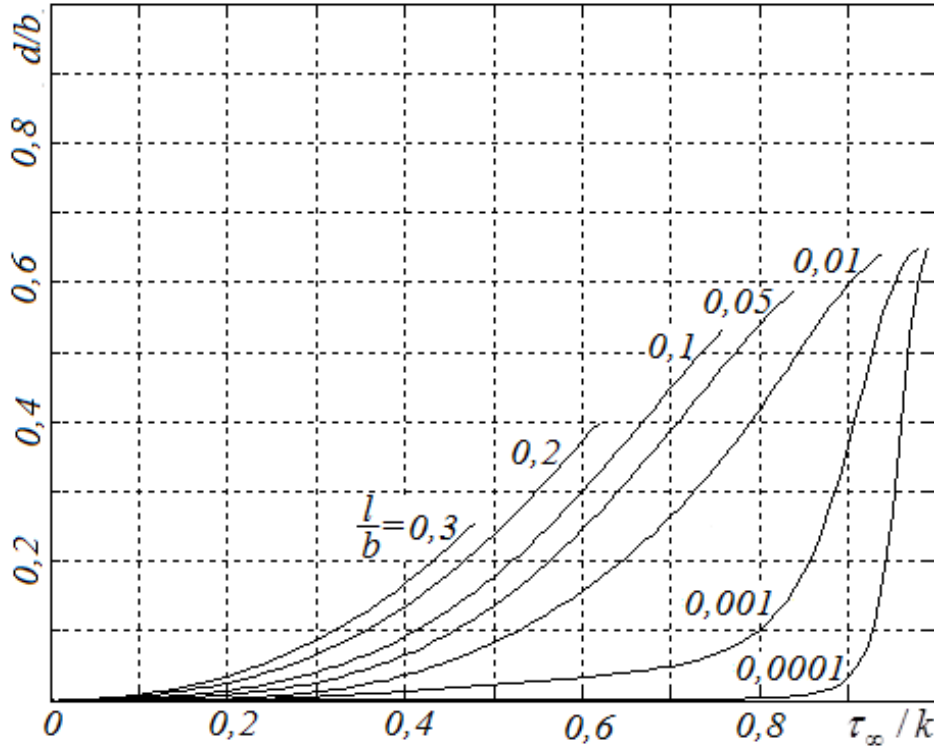


Рис. 3.3. – Залежності довжини пластичних смуг від величини навантаження.

(верхній знак стосується параметра t_c , нижній – t_D), $\tau_0 = \max\{\max_{[a; +\infty)} \tau_{yz}(0, y); \max_{[a; +\infty)} \tau_{yz}(x, 0)\}$ і для заданого співвідношення між довжиною сторони включення b і довжиною тріщини l визначається як розв'язок рівняння

$$l = \frac{b}{B(3/4, 3/4)} \int_0^{t_c} \frac{d\eta}{\sqrt[4]{\eta(1-\eta)}}.$$

У четвертому розділі роботи досліджено вплив кривини поверхні включення і взаємовплив концентраторів напружень на розвиток локалізованих пластичних деформацій.

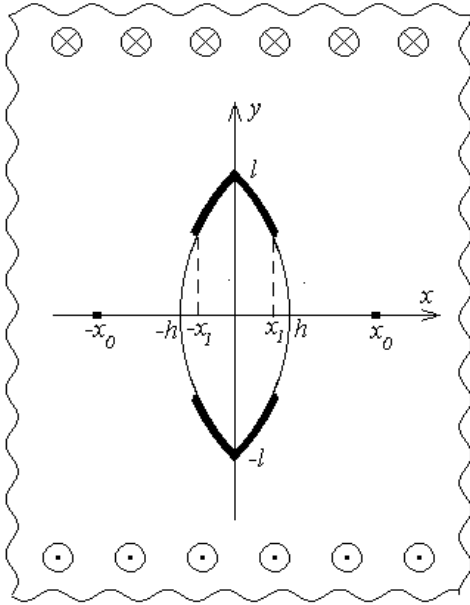


Рис. 4.1. – Поперечний переріз тіла.

ні поверхні включення пластичними шарами, симетрію переміщення відносно осей координат та величину і спосіб навантаження $\tau(\zeta) = \tau_\infty + o(1)$ ($\zeta \rightarrow \infty$).

Оскільки для відображення $\tau(\zeta)$ образ ділянки границі включення, що залишається у ідеальному механічному контакті з середовищем, невідомий апіорі, знайти цю функцію безпосередньою побудовою конформного відображення неможливо.

Розв'язок задачі шукаємо у вигляді $\tau = \tau(t), \zeta = \zeta(t)$, ($t \in \mathbf{H} = \{\text{Im} t > 0\}$), де $\zeta(t) = l \frac{(\sqrt{t} + 1)^\lambda + (\sqrt{t} - 1)^\lambda}{(\sqrt{t} + 1)^\lambda - (\sqrt{t} - 1)^\lambda}$, $\lambda = \frac{2\pi - \alpha}{2\pi}$ – функція конформного відображення півплощини $\mathbf{H}$ на верхню півплощину ζ без її частини, зайнятої включенням. Тоді для нової невідомої і аналітичної у $\mathbf{H}$ функції $\varphi(t) = \ln \frac{\tau(t)}{k}$ отримуємо задачу Келдиша-Сєдова:

$$\text{Im} \varphi(t) = 0, \quad (t \in (-\infty; 0)); \quad \text{Im} \varphi(t) = -\arg \zeta'(t), \quad (t \in [0; t_c]);$$

$$\text{Re} \varphi(t) = 0, \quad (t \in (t_c; 1)); \quad \text{Im} \varphi(t) = 0, \quad (t \in [1; +\infty)), \quad (4.1)$$

розв'язок якої отримано у квадратурах:

$$\varphi(t) = \frac{\sqrt{(t - t_c)(t - 1)}}{\pi} \int_0^{t_c} \frac{\arg \zeta'(\eta) d\eta}{\sqrt{(\eta - t_c)(\eta - 1)(\eta - t)}}, \quad (4.2)$$

$$\text{де } t_c \text{ є коренем рівняння } \ln \frac{\tau_\infty}{k} = -\frac{1}{\pi} \int_0^{t_c} \frac{\arg \zeta'(\eta) d\eta}{\sqrt{(\eta - t_c)(\eta - 1)}}.$$

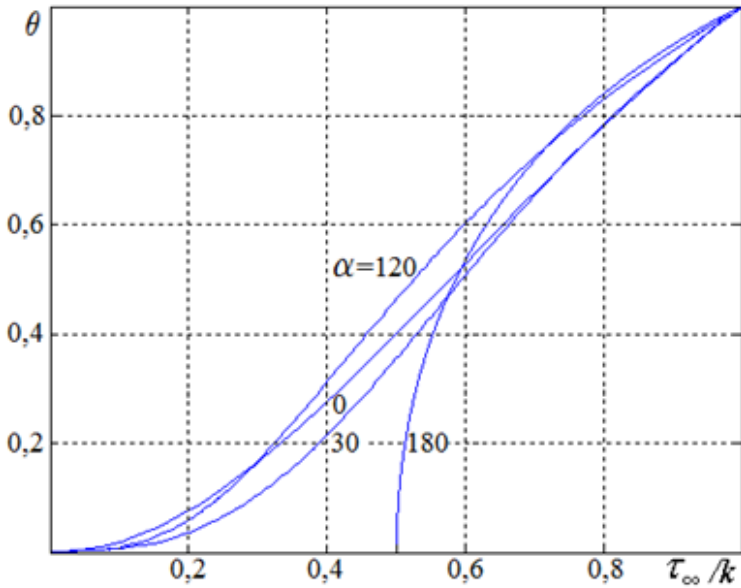
Вплив кривини поверхні розглянуто на задачі про пластичне відшаровування тунельного включення, обмеженого в перерізі дугами двох кіл $x_0 - \sqrt{R^2 - y^2} \leq x \leq -x_0 + \sqrt{R^2 - y^2}$, $-l \leq y \leq l = 0$, де R – радіус кіл, $2x_0$ – відстань між центрами кіл, $l = R \cos(\alpha/2)$, 2α – кут при вершинах включення (рис. 4.1). НДС зумовлений зсувним навантаженням, прикладеним на нескінченності $\tau_{yz} = \tau_\infty$, $\tau_{xz} = 0$.

Постановка задачі включає умову пластичності у пластичних шарах, умову ідеального механічного контакту на части-

Залежну від величини навантаження частину відшарованої поверхні включення θ (рис. 4.2) дають формули

$$\theta = \frac{2\psi}{\alpha}, \quad \psi = 2 \arcsin \frac{\sqrt{x_1^2 + (l - y_1)^2}}{2R}, \quad (4.3)$$

де $x_1 = -2l \sin(\pi\lambda) f_5(t_c) / w(t_c)$, $y_1 = l(f_1(t_c) - f_2(t_c)) / w(t_c)$, $f_1(t) = (1 + \sqrt{t})^{2\lambda}$, $f_2(t) = (1 - \sqrt{t})^{2\lambda}$, $f_5(t) = (1 - t)^\lambda$, $w(t) = f_1(t) + f_2(t) - 2\cos(\pi\lambda) f_5(t)$.



Взаємовплив концентраторів напружень на розвиток локалізованих пластичних деформацій досліджено на прикладі розвитку пластичних смуг від вершин двох навпроти розміщених на віддалі $2a$ кутових вирізів величини 2α під впливом пари зосереджених сил $\pm Q$, прикладених на великій віддалі від вершин вирізів (рис 4.3).

Рис. 4.2 – Частина відшарованої поверхні включення.

Розв'язок задачі отримано методом конформних відображень. Визначено довжину пластичних смуг від навантаження:

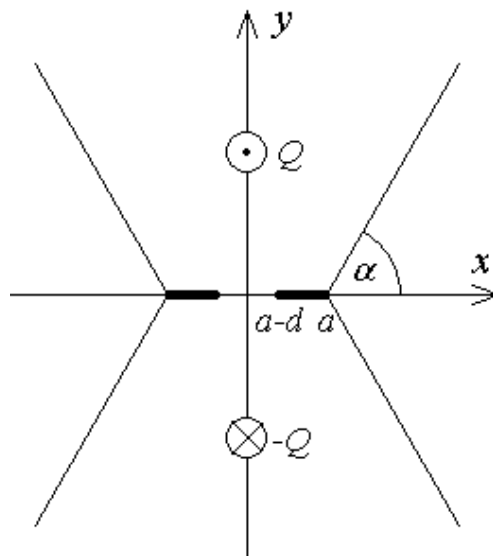


Рис. 4.3. – Поперечний переріз тіла з близькими V-подібними вирізами, під впливом пари зосереджених сили $-Q, Q$.

$$d = a \left(1 - \frac{1}{C} \int_0^{t_c} F(\eta) d\eta \right), \quad Q = \frac{2a}{C} \left(K \int_0^{t_c} \frac{(\sqrt{1-\eta} - \sqrt{t_c - \eta})^{2/p}}{\sqrt{\eta}(1-\eta)^{\alpha/\pi}} d\eta + \int_{t_c}^1 \frac{\cos\left(\frac{2}{p} \arctg \sqrt{\frac{\eta - t_c}{1-\eta}}\right)}{\sqrt{\eta}(1-\eta)^{\alpha/\pi}} d\eta \right) \quad (4.4)$$

$$\text{де } C = \int_0^1 F(\eta) d\eta, \quad F(\eta) = \eta^{-1/2} (1-\eta)^{-\alpha/\pi} K = \frac{\tau_0}{4^{1/p}} \left(1 + \left(\frac{k}{\tau_0} \right)^p \right)^{2/p}, \quad p = \frac{2\pi}{\pi - 2\alpha},$$

$$t_c = \left(\frac{k^p - \tau_0^p}{k^p + \tau_0^p} \right)^2, \quad \tau_0 \in (0; k).$$

У п'ятому розділі досліджується початкова стадія пластичного відшаровування включень і розвитку пластичних смуг за ЛМПЗ та з'ясовується можливість застосування з цією метою пружних розв'язків.

Як відомо, ЛМПЗ включає такі етапи: 1) знаходження пружного розв'язку задачі, який містить усі геометричні параметри вихідної задачі; 2) побудову допоміжної задачі, що не містить параметра з розмірністю довжини; 3) знаходження пружного та пружно-пластичного розв'язку допоміжної задачі, кожен з яких міститиме один неозначений параметр; 4) узгодження пружних та пружно-пластичних розв'язків допоміжних задач, шляхом зрівнювання їх асимптотик на нескінченності; 5) узгодження пружних розв'язків основної та допоміжної задачі, шляхом зрівнювання їх асимптотик у вершині концентратора напружень.

Характеристики пластичної зони (форма, довжини пластичних смуг і т.п.), визначеної за узгодженим розв'язком допоміжної пружно-пластичної задачі, який містить величину навантаження та усі геометричні параметри вихідної задачі приймаються за характеристики пластичної зони вихідної задачі.

Досліджено початкову стадію розвитку пластичних смуг від вершин щілини з прямокутним торцем. Тут і надалі у цьому розділі пружні розв'язки отримані як граничні випадки вище отриманих розв'язків пружно-пластичних задач для безмежно великої границі текучості ($k \rightarrow \infty$) і зникаючих при цьому зон пластичних деформацій.

Із (2.2) при $k \rightarrow \infty$ дістаємо пружний розв'язок задачі:

$$\zeta^{(e)}(t) = ib + \frac{2b}{\pi} \left(\sqrt{t^2 - t} + \ln(\sqrt{1-t} - \sqrt{-t}) \right), \quad \tau^{(e)}(t) = \frac{K_{III}}{2\sqrt{bt}}, \quad (t \in \mathbb{H}). \quad (5.1)$$

Допоміжною є задача про антиплоску деформацію тіла, поперечний переріз якого є площиною Oxy без третього квадранта. Для пластичної смуги довжиною d_0 на бісектрисі першого координатного кута її розв'язок

$$\tau_1(\zeta) = k \frac{\sqrt{2}d_0^{1/3}}{\sqrt{d_0^{2/3} - \sqrt{d_0^{4/3} - \zeta^{4/3}e^{-i\pi/3}} + i\sqrt{d_0^{2/3} + \sqrt{d_0^{4/3} - \zeta^{4/3}e^{-i\pi/3}}}}, \quad (5.2)$$

і при $\zeta \rightarrow \infty$ асимптотично рівний $\tau_1(\zeta) = (-ike^{i\pi/3}/\sqrt{2})(d_0/\zeta)^{1/3} + o(1/\zeta)^{1/3}$. Перший доданок останньої формули дає пружний розв'язок допоміжної задачі, асимптотично еквівалентний на нескінченності з (5.2):

$$\tau_1^{(e)}(\zeta) = (-ike^{i\pi/3}/\sqrt{2})(d_0/\zeta)^{1/3} \quad (5.3)$$

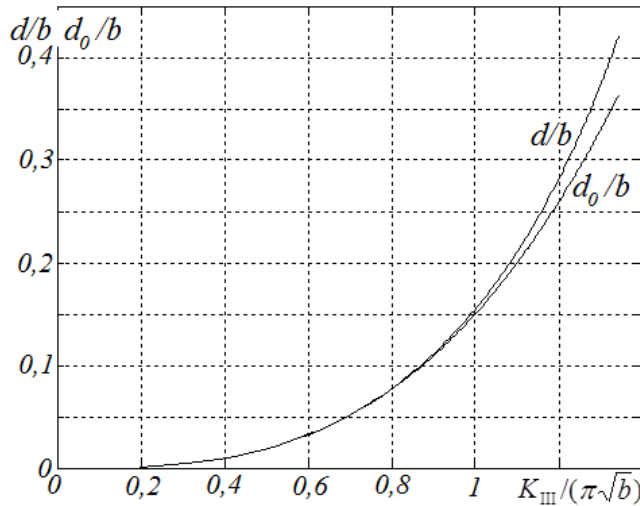


Рис. 5.1. – Залежності довжини пластичних смуг від навантаження d , визначені за точним розв'язком та d_0 – за ЛМПЗ.

нах довгого прямокутного включення та при (формули (3.1)) ЛМПЗ дає такі спрощені формули:

$$d_{01} = d_{02} = \frac{\sqrt{2}}{3\pi\sqrt{-bt_B^3}} \left(\frac{K_3}{k}\right)^3, \quad d_{03} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{t_B - 1}{t_B}} \left(\frac{K_3}{k}\right)^2$$

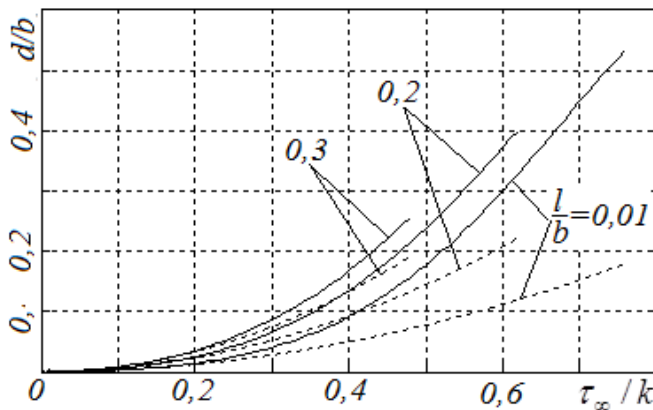


Рис. 5.2. – Довжини смуг пластичного відшаровування, визначених за точним розв'язком (суцільні лінії) і ЛМПЗ (штрихові лінії).

Функція (5.1) в точці $\zeta = ib$ асимптотично еквівалентна з (5.3) в точці $\zeta = 0$, якщо

$$d_0 = \frac{\sqrt{2}K_{III}^3}{\pi k^3 \sqrt{b}} \quad (5.4)$$

Формула (5.4) дає отриману за ЛМПЗ просту залежність довжини пластичної смуги від навантаження (рис. 5.1) і зокрема визначає, що на початковій стадії пластична смуга росте пропорційно третьому степеню КІН.

Для довжин міжфазних пластичних шарів при вершинах міжфазних тріщин

Для довжин міжфазних пластичних шарів при вершинах тріщин на поверхні квадратного волокна ЛМПЗ дає таку залежність (рис 5.4):

$$d = \frac{2\sqrt{2}\tau_\infty^2}{k^2} \frac{\sqrt[4]{t_c(1-t_c)}}{B^2(3/4, 3/4)}.$$

На початковій стадії розвитку міжфазна пластична смуга розвивається за

квадратичним законом, аналогічно сму-зі на продовженні тріщини. На противагу цьому, за умови ідеального контакту включення з середовищем, на розвиток міжфазної смуги суттєво впливає величина кута α при вершині включення: для малих навантажень довжина шару пропорційна $\tau_{\infty}^{(\pi-\alpha)/(2\pi)}$.

Згідно з ЛМПЗ на початковій стадії розвитку довжина пластичних смуг при вершинах V-подібних вирізів (рис. 5.3) збільшується пропорційно $\frac{2(\pi-\alpha)}{\pi-2\alpha}$ степеню навантаження:

$$l = 4^{\frac{\pi-\alpha}{\pi}} \frac{\pi a}{(\pi-\alpha)C} \left(\frac{QC}{2a\pi k} \right)^{\frac{2(\pi-\alpha)}{\pi-2\alpha}} \quad (5.5)$$

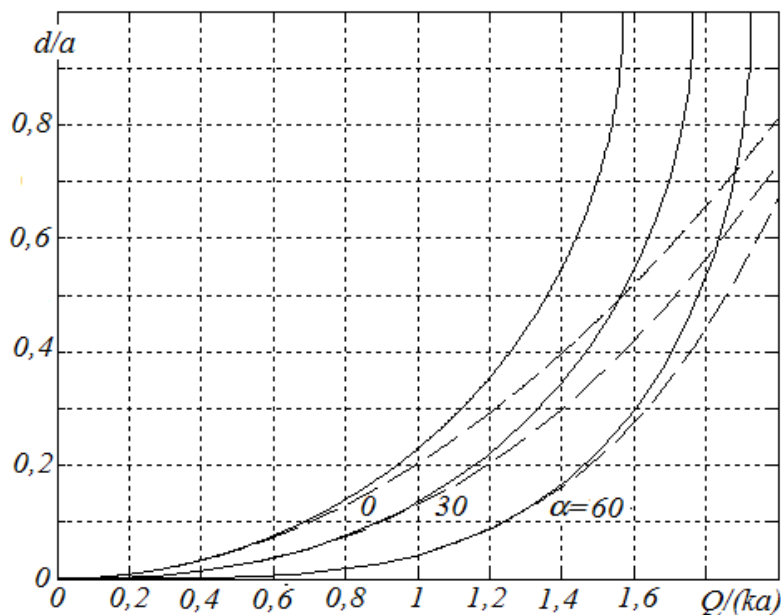


Рис. 5.3. – Довжин пластичних смуг при вершинах V-подібних вирізів (Q – сила, що припадає на одиницю довжини осі деформації). Точний розв’язок – суцільні лінії; штрихові – ЛМПЗ.

Відносну похибку довжини пластичних смуг знайденої за ЛМПЗ визначаємо формулою $\eta = \frac{d-l}{d} 100\%$. Рівність (5.5) забезпечує визначення довжин пластичних смуг з точністю не нижчою 5% поки навантаження $Q \leq 0,67ak$. Зокрема для сталі 0,3X14H7B з зсувною границею текучості 688 МПа така точність забезпечується поки середнє зсувне навантаження у поперек смуги не перевищуватиме 75,5 МПа.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі вирішено важливу наукову задачу пластичного відшаровування жорстких включень складної форми за наявності міжфазних

тріщин. Найважливіші наукові та практичні результати і висновки зводяться до наступних:

1. Досліджено НДС пружно-пластичних тіл з концентраторами напружень, розвиток пластичних шарів зведені до нелінійних крайових задач теорії аналітичних функцій, методом конформних відображень або задачі Келдиша-Седова. Отримано аналітичні розв'язки, які гарантують виконання умови пластичності тільки в точках пластичних шарів. Умова пластичності не досягається і не перевищується ніде поза пластичними шарами.

2. Отримано аналітичні розв'язки задач про пружно-пластичний напружено-деформований стан та пластичне відшаровування жорстких включень за наявності міжфазних тріщин.

3. Досліджено закономірності та особливості пластичного відшаровування довгого включення з прямокутним торцем за наявності міжфазних тріщин на його довших гранях, розміщених на певній віддалі від торця включення і з'ясовано, що:

а) якщо віддаль від вершини включення до вершини тріщини набагато більша ширини включення, смуга на продовженні тріщини розвивається приблизно за квадратичним законом, аналогічно до смуги на продовженні окремої тріщини за відсутності включення;

б) зближення вершин включення і тріщини пришвидшує пластичне відшаровування, але до їх злиття певна центральна частина торця включення залишається невідшарованою;

в) зі зменшенням товщини включення до нуля НДС на відстанях, більших за відстань між вершинами включення і міжфазної тріщини рівномірно наближається до НДС окремої тріщини, однак в околі торця включення поле напружень залишається суттєво відмінним від поля напружень для включення нульової товщини;

г) з огляду на можливе руйнування при вершинах включення навіть досить тонке включення не можна наближено замінювати включенням нульової товщини.

4. За наявності міжфазних тріщин на поверхні волокна квадратного перерізу виявлено обмеженість діапазону навантажень, за якого пластичні деформації можуть локалізуватися лише на межі включення-середовище. Цей діапазон тим вужчий, що більші довжини тріщин. Для прикладу, коли довжина тріщин складає 0,001 довжини грані включення, максимально допустиме навантаження не може перевищувати 98% границі текучості матеріалу; коли 0,2 – 62%; і коли 0,5 – довжина діапазону навантажень близька до нуля.

Факт, що пластичні смуги не можуть продовжувати розвиватися по поверхні, покривши лише її частину, свідчить про вперше виявлену обмежену спроможність односмугової моделі пластичного відшаровування включення.

5. Досліджено розвиток пластичних смуг від вершин двох близьких кутових вирізів і визначено величину критичного навантаження, за якого обидві пластичні смуги зливаються, а тіло втрачає опір навантаженню. Встановлено, що критичне навантаження тим менше, що менший кут при вершинах вирізу. При наближенні величини кута при вершинах вирізу до максимально допустимого значення 90° , за якого кутові точки зникають, а грані тіла стають гладкими, пластичні шари теж поступово зникають, а напружено деформований стан поступово стає однорідним.

6. Отримано прості формули для залежностей довжин міжфазних пластичних шарів від навантаження за пружним розв'язком задачі на основі ЛМПЗ. Наприклад, ЛМПЗ забезпечує визначення довжин пластичних шарів біля близьких V-подібних вирізів з точністю не нижчою 5%, поки середнє зсувне навантаження $Q \leq 0,67ak$ ($2a$ – відстань між вершинами вирізів, Q – величина сили, що припадає на одиницю довжини осі деформації). Зокрема, для сталі 0,3X14H7B з зсувною границею текучості 688 МПа така точність забезпечуватиметься поки середнє зсувне навантаження у попереку смуги не перевищуватиме 75,5 МПа.

СПИСОК ОПУБЛІКОВНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. *Кривень В.А.* Пластичне відшаровування жорсткого включення, обмеженого циліндричними поверхнями, під зсувним навантаженням [Текст] / В.А. Кривень, А.Р. Бойко, О.Б. Гнатюк // Наукові нотатки. – 2013. – Вип. 41 (1). – С. 142 – 147.

2. *Кривень В.А.* Пластичне відшарування жорсткого півбезмежного включення скінченної ширини під зсувним навантаженням за наявності міжфазних тріщин [Текст] / В.А. Кривень, А.Р. Бойко // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2014. – Вип. 19. – С. 84 – 92.

3. *Кривень В.А.* Пластичне відшарування волокна квадратного поперечного перерізу під дією зсувного навантаження за наявності міжфазних тріщин [Текст] / В.А. Кривень, А.Р. Бойко, А.В. Каплун // Математичні методи та фіз.-мех. поля. – 2014. – Т. 57, № 3. – С. 101 - 108.

(*Kryven' V.A.* Plastic exfoliation of a fiber with square cross-section under shear loads in the presence of interfacial cracks / V.A. Kryven, A.R. Boiko, A.V. Kaplun // Journal of Mathematical Sciences. – 2015. – V. 206, No. 3. – P. 252 – 259).

4. *Кривень В.А.* Розвиток пластичних смуг під час зсувного деформування тіла з вузькою прямокутною щілиною [Текст] / В.А. Кривень, А.Р. Бойко, А.В. Каплун // Фіз.-хім. мех. матеріалів. – 2014. – Т. 50, № 4. – С. 49 – 54.

(*Kryven' V.A.* Development of plastic strips in the process of shear deformation of a body with narrow rectangular slot / V.A. Kryven, A.R. Boiko, A.V. Kaplun // Materials Science. – 2014. – V.50, No. 4. – P. 527 – 535).

5. *Бойко А.Р.* Розвиток пластичних зон в смугі з кутовими точками під дією зосередженої сили [Текст] / А.Р. Бойко, В.Б. Валяшек, В.А. Кривень, А.В. Каплун. // Вісник ТНТУ. – 2014. – № 4 (76). – С. 34 – 43.

6. *Кривень В.А.* Початкова стадія пластичного відшаровування включення квадратного перерізу за наявності міжфазних тріщин [Текст] / В.А. Кривень, А.Р. Бойко, А.В. Каплун // Наукові нотатки. – 2015. – Вип. 50. – С. 104 – 107.

7. *Кривень В.А.* Міжфазне пластичне відшарування півбезмежного прямокутного включення [Текст] / В.А. Кривень, В.Б. Валяшек, А.Р. Бойко // Прикладные задачи математики и механики: материалы XIX міжнародної науково-технічної конференції. – Севастополь, 2011. – С. 13 – 16.

8. *Бойко А.Р.* Міжфазне відшарування прямокутного включення під впливом зосередженої сили [Текст] / А.Р. Бойко, Р.С. Гром'як, А.В. Каплун, В.А. Кривень, Л.І. Цимбалюк // Прикладные задачи математики и механики: материалы XX міжнародної науково-технічної конференції. – Севастополь: СевНТУ. – 2012. – С. 13 – 16.

9. *Блащак Н.І.* Аналітичний розв'язок пружної антиплоскої задачі для смуги з кутовими точками [Текст] / Н.І. Блащак, А.Р. Бойко, Г.В. Козбур, В.А. Кривень // Збірник тез XVI науково-технічної конференції ТНТУ / Природничі науки та інформаційні технології. – 2012. – Тернопіль: ТНТУ, т.1. – С. 5.

10. *Бойко А.Р.* Аналітичний розв'язок задачі про відшарування тонкого жорсткого прямокутного включення [Текст] / А.Р. Бойко, Р.А. Бойко // Крайові задачі, теорія функцій і їх застосування: матеріали міжнародної математичної конференції, присвячена 60-річчю В.І. Рукасова (21 – 24 травня 2014 р., Київ-Слов'янськ). – 2014. – С. 14 – 15.

11. *Крива Н.Р.* Пластичне відшарування півбезмежного включення скінченної ширини за умов неідеального контакту [Текст] / Н.Р. Крива, А.Р. Бойко // Математичні проблеми механіки неоднорідних структур : інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України. – 2014. – С. 268 – 271.

АНОТАЦІЯ

Бойко А.Р. Зсувне пластичне відшарування жорстких включень за умов неповного контакту з середовищем. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла – Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя Міністерства освіти і науки України, м. Тернопіль, 2016.

Досліджено напружено деформівний пружно-пластичний антиплоский стан ідеально пружно-пластичних тіл з жорсткими включеннями складної форми

за наявності міжфазних тріщин та пластичне відшаровування включень на основі моделі, що гарантує виконання умови пластичності тільки в точках пластичних шарів.

Отримано точні аналітичні розв'язки задач про розвиток міжфазних пластичних смуг від вершин тріщин та вершин включень. Знайдено залежності довжин пластичних смуг від величини навантаження. З'ясовано вплив геометричних параметрів включень (ширини включення, кривизни поверхні включення) та вплив величини міжфазних тріщин на квазістатичний розвиток міжфазних пластичних смуг.

Детально досліджено пластичне відшаровування довгого включення з прямокутним торцем за наявності міжфазних тріщин на його довгих гранях, пластичне відшаровування волокна квадратного перерізу з тріщинами на межі включення-середовище. Встановлено, що наявність міжфазних тріщин звужує діапазон навантажень, за якого пластичні деформації можуть локалізуватися лише на межі включення-середовище.

Обґрунтовано можливість застосування пружних розв'язків для аналізу початкової стадії пластичного відшаровування.

Ключові слова: міжфазна тріщина, включення, пластичне відшаровування, аналітичний розв'язок.

АННОТАЦИЯ

Бойко А.Р. Пластическое отслаивание жестких включений при несовершенном контакте со средой в условиях сдвигового нагружения. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела – Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя Министерства образования и науки Украины, г. Тернополь, 2016.

Исследовано напряженно деформированное упруго-пластическое антиплоское состояние идеально упруго-пластических тел с жесткими включениями сложной формы при наличии межфазных трещин и пластическое отслаивание включений на основании модели, гарантирующей выполнение условия пластичности исключительно в точках пластических слоев.

Получено точные аналитические решения задач о развитии межфазных пластических слоев от вершин трещин и вершин включений. Исследовано закономерности и особенности пластического отслаивания длинного включения с прямоугольным торцом при наличии межфазных трещин на его больших гранях на произвольном расстоянии от торца включения.

Решена задача об упруго-пластическом напряженном состоянии тела, содержащим жесткое волокно квадратного сечения и налички трещин на его

поверхности. Обнаружено ограниченность диапазона нагрузок, при котором пластические деформации могут локализоваться лишь вдоль границы среда-включение. Этот диапазон тем уже, чем больше длина трещин. Если длина трещины не меньше половины ширины грани включения развитие пластических деформаций только вдоль границы включения невозможно.

Найдено зависимости длин пластических слоев от нагрузки. Выяснено влияние геометрических параметров включений (ширины включения, кривизны поверхности включения) и величины межфазных трещин на квазистатическое развитие межфазных пластических полос.

Подробно исследовано пластическое отслаивание долгого включения с прямоугольным торцом при наличии межфазных трещин на его длинных гранях, пластическое отслаивание волокна квадратного сечения с трещинами на границе включения-среда.

Исследовано развитие пластических полос от вершин двух близко лежащих угловых вырезов и определена величина критической нагрузки, при которой обе пластические полосы сливаются и тело теряет сопротивление нагрузке. Установлено, что критическая нагрузка тем меньше, чем меньше угол при вершинах выреза. С приближением величины угла при вершинах выреза к максимально допустимому значению 90° , при котором угловые точки исчезают и грани тела становятся гладкими, пластические слои тоже постепенно исчезают, а напряженно-деформированное состояние становится однородным.

Получены простые формулы для зависимостей длин межфазных пластических слоев от нагрузки с упругим решением задачи на основе ЛМПЗ.

Ключевые слова: межфазная трещина, включение, пластическое отслаивание, аналитическое решение.

ANNOTATION

Boiko A.R. Displacement plastic spall of rigid inclusions at the conditions of incomplete contact with medium. – Manuscript.

The thesis submitted for the Scientific Degree of Candidate of Sciences (Engineering) in the specialty 01.02.04 – Mechanics of deformable bodies. – Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University, Ternopil, 2016.

Stress and strain elastic-plastic anti-plane state of ideal elastic-plastic bodies with complex-shaped rigid inclusions at presence of inter-phase cracks and plastic spall of inclusions on the basis of the model, which guarantees the plasticity conditions only in the points of plastic layers, are studied.

Accurate analytic solutions of problems dealing with development of inter-phase plastic stripes from the crack tip and the inclusions tip are obtained. The dependences of their plastic length on the load amount are determined. It is found out the influence

of inclusions' geometric parameters (width of inclusion, curvature of the inclusion's surface) and the inter-phase cracks size on quasi-static development of plastic stripes.

Plastic spall of long inclusion with rectangular butt at presence of inter-phase cracks in its longer facets, plastic spall of square-section fiber with cracks at the boundaries inclusion-medium are studied in detail. It is determinate that presence of inter-phase cracks constricts the load range at which plastic deformations can localize only at the inclusion-medium boundary.

Possibility of using elastic solutions for analysis of the initial stage of plastic spall is proved.

Key words: inter-phase crack, inclusion, plastic exfoliation, analytical solution.

Підписано до друку 25.12.2015 р.
Формат 60×90 Папір ксероксний.
Обл. вид. арк. 0,9
Наклад 100 прим. Зам. № 2636

Видавництво Тернопільського національного
технічного університету імені Івана Пулюя.
46001, м. Тернопіль, вул. Руська, 56.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4226 від 08.12.11
E-mail: vydavnytstvo@tu.edu.te.ua