

УДК 621.327

**А. Лупенко, канд. техн. наук; Л. Мовчан, канд. техн. наук;
В. Натяга; І. Сисак**

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИХІДНОГО КАСКАДУ ЕЛЕКТРОННОГО ПУСКОРЕГУЛЮВАЛЬНОГО АПАРАТА В КОЛИВАЛЬНОМУ РЕЖИМІ

Резюме. Проаналізовано вихідний каскад високочастотного електронного пускорегулювального апарата для розрядних ламп, який виконано за схемою резонансного напівмостового інвертора. Розроблено математичну модель каскаду у вигляді точних аналітичних залежностей напруг і струмів у колах каскаду в усталеному та перехідних режимах. Результати розрахунків добре узгоджуються з результатами моделювання та експерименту.

Ключові слова: електронний пускорегулювальний апарат, розрядна лампа, математична модель.

A. Lupenko, L. Movchan, V. Natjaga, I. Sysak

A MATHEMATICAL MODEL OF ELECTRONIC BALLAST OUTPUT STAGE IN OSCILLATION MODE

The summary. The high-frequency electronic ballast output stage as a resonance half-bridge class-D converter is analyzed. A precise mathematical model as an analytical instant voltages and currents in steady and transient states has been derived. The results of calculations are in a good agreement with simulation and experiment results.

Key words: electronic ballast, discharge lamp, mathematical model.

Постановка проблеми. Одним із основних шляхів підвищення енергоефективності в світлотехнічній галузі є широке впровадження розрядних ламп (РЛ) як джерел світла в системах і пристроях внутрішнього та зовнішнього освітлення. Живлення таких РЛ від промислової мережі здійснюється за допомогою пускорегулювальних апаратів, причому в останні два десятиліття спостерігається інтенсивний перехід від традиційних електромагнітних апаратів до високочастотних електронних пускорегулювальних апаратів (ЕПРА). Такі ЕПРА фактично виконують функцію силового інтерфейсу, забезпечуючи «комфортні» умови функціонування РЛ, з одного боку, та промислової мережі – з іншого. Завдяки високій робочій частоті ЕПРА (30-100 кГц) розрядна лампа збільшує світлову віддачу на 15 ÷ 20%, зростає її термін служби, покращуються умови запалювання РЛ, підвищується якість та комфортність освітлення. Крім того, ЕПРА дозволяють реалізувати ряд нових важливих функцій – регулювання світлового потоку РЛ, контроль її стану та підтримання оптимальних режимів РЛ на всіх етапах її роботи, дистанційне керування окремої РЛ у рамках автоматизованої системи керування освітленням. ЕПРА мають високий коефіцієнт корисної дії та забезпечують високу якість електроенергії шляхом корекції форми струму, споживаного від мережі живлення.

Одним із основних вузлів високочастотного електронного пускорегулювального апарата для живлення розрядних ламп, який забезпечує високі енергетичні показники комплексу ЕПРА-РЛ і досконалий алгоритм керування лампою, є його вихідний каскад. Вихідний каскад сучасного ЕПРА належить до високочастотних резонансних інверторів напруги [1-4] або, рідше, струму [5-6].

На стадії проектування високоефективного ЕПРА постає проблема вибору параметрів елементів його вихідного каскаду, які б задовольняли цілий ряд вимог: забезпечити задану потужність у РЛ і заданий діапазон її регулювання, підтримувати режими роботи лампи та комутуючих елементів в області допустимих значень, не перевищувати заданого коефіцієнта амплітуди, забезпечити мінімальні втрати у каскаді і т.п. Раціональний вибір цих параметрів можна здійснити лише на основі аналізу його математичної моделі, і чим точніше така модель описує електричні процеси, тим досконаліше буде проведено аналіз, тим оптимальнішими будуть шукані параметри ЕПРА. Тому необхідно мати адекватну математичну модель вихідного каскаду ЕПРА.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Створенню математичної моделі вихідного каскаду ЕПРА присвячено ряд робіт [1-4]. В них проаналізовано вихідний каскад із навантаженням, під'єднаним паралельно до конденсатора коливного контуру, одержано вирази для напруг, струмів в елементах каскаду, потужності в навантаженні та запропоновано методику розрахунку каскаду. В роботі [3] проведено порівняльний аналіз топологій напівмостових послідовних, паралельних та паралельно-послідовних резонансних інверторів.

Такі моделі є суттєво наближеними, оскільки базуються на використанні методу основної гармоніки [7]. І хоча в багатьох випадках їх адекватність є задовільною, однак вони не дають можливість врахувати «тонші» ефекти, які мають місце в реальних схемах ЕПРА. При малому значенні коефіцієнта заповнення за рахунок «підтягування» амплітуд вищих гармонічних складових до рівня амплітуди першої гармоніки використання методу основної гармоніки може бути некоректним. За допомогою наближеної моделі неможливо оцінити на стадії проектування такий важливий параметр ЕПРА, як коефіцієнт амплітуди струму РЛ, від якого залежить термін служби лампи (нормативні документи регламентують його значення не більше 1,7), також неможливо визначити пікові значення напруг і струмів у компонентах вихідного каскаду ЕПРА. Також у відомих моделях не враховано суттєву нелінійність вольт-амперної характеристики РЛ, а отже залежність її опору від потужності, що обмежує можливість таких моделей при аналізі ЕПРА з регулюванням світлового потоку РЛ. Ще до одного з недоліків вказаних моделей можна віднести те, що вони призначені для аналізу лише усталеного режиму роботи вихідного каскаду і тому не дозволяють оцінити «динаміку» ЕПРА, а це необхідним при побудові ЕПРА за замкненою структурою.

Тому є актуальною задача створення досконалішої математичної моделі вихідного каскаду ЕПРА, яка дозволить усунути вищевказані недоліки відомих наближених моделей.

Одним із основних вузлів вихідного каскаду є коливальний контур, який узгоджує схему комутації напруги із навантаженням. У випадку довільного навантаження чи при його зміні в широких межах коливальний контур може працювати в коливальному, аперіодичному чи критичному режимах. Найчастіше в ЕПРА використовується коливальний режим роботи.

Метою роботи є розробка математичної моделі вихідного каскаду ЕПРА в коливальному режимі, яка базується на точних методах розрахунку електричних кіл та враховує нелінійність вольт-амперної характеристики розрядної лампи, а також дозволяє проводити аналіз перехідних режимів і суттєво розширити якість аналізу та підвищити його точність.

Постановка задачі. Найпоширенішою схемою вихідного каскаду є напівмостовий резонансний інвертор класу D з послідовним коливним контуром LCC_p , в якому РЛ під'єднана паралельно до конденсатора C (рис.1а) [3]. Ключі (транзистори $VT1$ і $VT2$) комутуються під дією керуючих напруг U_1 і U_2 , які формуються драйвером. В інверторі використано асиметричне керування ключами [8]. Коефіцієнти заповнення

імпульсів керування транзисторами $VT1$ і $VT2$ становлять відповідно D і $(1-D)$. Асиметричне керування забезпечує широкий діапазон регулювання потужності РЛ та комутацію транзисторів при нульовій напрузі. Роздільний конденсатор C_p усуває постійну складову прямокутних імпульсів інвертора. Тому форма напруги безпосередньо на вході LC -контур має вигляд, як на рис.2, де D – коефіцієнт заповнення імпульсів, зміною якого можна регулювати потужність лампи; U_0 –

постійна напруга живлення вихідного каскаду.

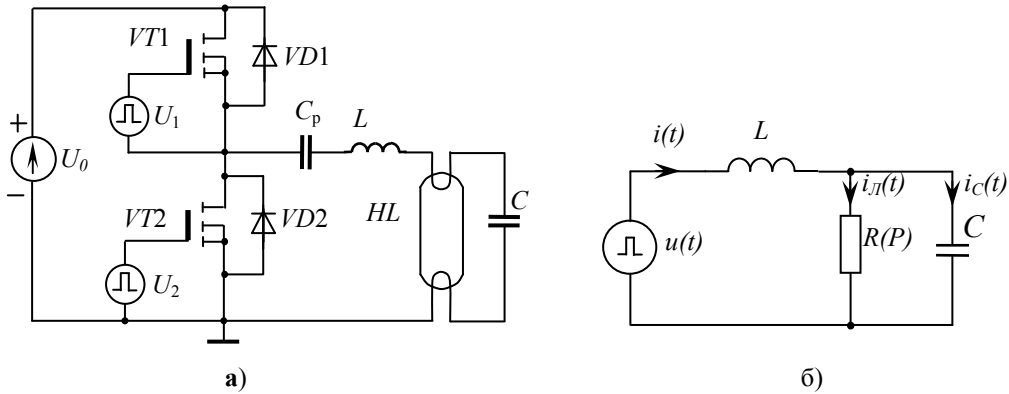
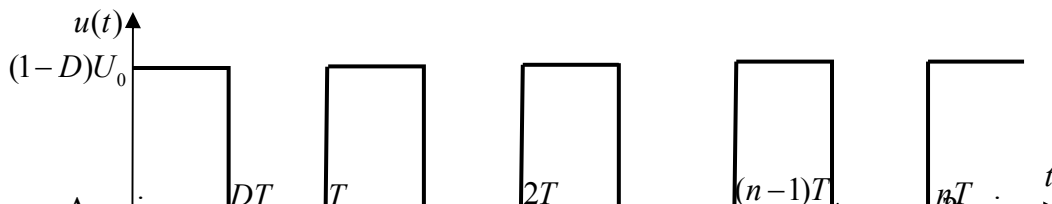


Рисунок 1 – Схема вихідного каскаду ЕПРА (а) та його еквівалентна схема (б)



Аналіз виконаємо за допомогою операторного методу. Замінимо схему вихідного каскаду його еквівалентною схемою (рис.1б), взявши до уваги такі міркування: а) роздільна ємність є досить великою, пульсації напруги на ній відсутні; б) елементи коливальної системи є ідеальними; в) кондуктивні та комутаційні втрати дорівнюють нулю. На еквівалентній схемі (рис.1б) позначено: $R(p)$ – опір РЛ у робочому режимі; $u(t)$ – напруга на вході коливального контуру, часова діаграма, якої зображена на рис.2.

Результати дослідження. Операторну вхідну провідність еквівалентної схеми (рис. 2) опишемо виразом

$$Y = \frac{RCp + 1}{RLCp^2 + Lp + R}. \quad (1)$$

За знаменником виразу (1) можна записати характеристичне рівняння схеми, корені якого визначають характер перехідних процесів – коливальний, аперіодичний чи критичний. В даній роботі розглянуто коливальний режим, який має місце, коли ці корені є комплексно-спряженими:

$$p_1 = -\alpha + j\omega_0\sqrt{1-\xi^2} = -\alpha + j\omega_{вл}; \quad (2)$$

$$p_2 = -\alpha - j\omega_0\sqrt{1-\xi^2} = -\alpha - j\omega_{вл}, \quad (3)$$

де $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ – резонансна частота; $\xi = \sqrt{L/C}/2R$ – параметр згасання; $\omega_{вл} = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}$ – частота вільних згасаючих коливань; $\alpha = \xi\omega_0$ – коефіцієнт згасання.

Напругу, прикладену до контуру, розглянемо як послідовність прямокутних додатних імпульсів u^+ тривалістю DT і від'ємних імпульсів u^- тривалістю $(1-D)T$, які чергуються між собою. Застосовуючи одиничні функції $1(t)$ з відповідним запізненням, можна описати будь-який додатний u_i^+ та від'ємний u_i^- імпульс у такому вигляді:

$$u_1^+ = (1 - DU_0) \cdot U_0 \cdot 1(t) = U_0 \cdot 1(t) - DU_0 \cdot 1(t),$$

$$u_1^- = U_0 \cdot 1(t) - DU_0 \cdot 1(t) - U_0 \cdot 1(t - DT),$$

$$u_2^+ = U_0 \cdot 1(t) - DU_0 \cdot 1(t) - U_0 \cdot 1(t - DT) + U_0 \cdot 1(t - T),$$

$$u_2^- = U_0 \cdot 1(t) - DU_0 \cdot 1(t) - U_0 \cdot 1(t - DT) + U_0 \cdot 1(t - T) - U_0 \cdot 1[t - (T + DT)].$$

Або, в загальному, n -ий додатний та n -ий від'ємний імпульс описуємо відповідно виразами:

$$u_n^+ = U_0 \cdot 1(t) - DU_0 \cdot 1(t) - U_0 \cdot 1(t - DT) + \dots - U_0 \cdot 1[t - ((n-2)T + DT)] + U_0 \cdot 1[t - (n-1)T], \quad (4)$$

$$u_n^- = U_0 \cdot 1(t) - DU_0 \cdot 1(t) - U_0 \cdot 1(t - DT) + \dots - U_0 \cdot 1[t - ((n-2)T + DT)] + U_0 \cdot 1[t - (n-1)T] - U_0 \cdot 1[t - ((n-1)T + DT)]. \quad (5)$$

Для визначення перехідних струмів і напруг на всіх ділянках кола протягом дії довільного імпульсу вхідної напруги скористаємося операторним методом.

Враховуючи, що зображення оригіналів $L\{1(t)\} = 1/p$ і $L\{1(t - \alpha)\} = e^{-\alpha p} \cdot 1/p$, представимо зображення n -них вхідних додатного і від'ємного імпульсів у вигляді (6) і (7):

$$U_n^+(p) = \frac{1}{p} (-DU_0 + U_0 - U_0 e^{-DTp} + U_0 e^{-Tp} - U_0 e^{-(T+DT)p} + U_0 e^{-2Tp} - \dots - U_0 e^{-((n-2)T+DT)p} + U_0 e^{-(n-1)Tp}) =$$

$$= \frac{1}{p} (-DU_0 + U_0 ((1 + e^{-Tp} + e^{-2Tp} + \dots + e^{-(n-1)Tp}) - e^{-DTp} (1 + e^{-Tp} + e^{-2Tp} + \dots + e^{-(n-2)Tp}))), \quad (6)$$

$$U_n^-(p) = \frac{1}{p} (-DU_0 + U_0 ((1 + e^{-Tp} + e^{-2Tp} + \dots + e^{-(n-1)Tp}) (1 - e^{-DTp}))). \quad (7)$$

Знайдемо вираз для струму індуктивності на інтервалі дії n -го додатного імпульсу. На цьому інтервалі виконується умова $0 \leq t' \leq DT$. Операторне зображення цього струму, враховуючи (1) і (6), має вигляд

$$I_n^+(p) = \frac{[-DU_0 + U_0 [(1 + e^{-Tp} + \dots + e^{-(n-1)Tp}) - e^{-DTp} (1 + e^{-Tp} + \dots + e^{-(n-2)Tp})]] (1 + RCp)}{p(RLCp^2 + Lp + R)}. \quad (8)$$

Позначивши

$$A^+(p) = [-DU_0 + U_0 [(1 + e^{-Tp} + \dots + e^{-(n-1)Tp}) - e^{-DTp} (1 + e^{-Tp} + \dots + e^{-(n-2)Tp})]] (1 + RCp),$$

$$B(p) = RLCp^2 + Lp + R,$$

і використовуючи теорему розкладу, знаходимо оригінал струму індуктивності протягом додатного n -го імпульсу (при $t = (n-1)T + t'$ ($0 \leq t' \leq DT$)):

$$i_n^+(t) = \frac{A(0)}{B(0)} + 2 \operatorname{Re} \frac{A^+(p_1)}{p_1 B'(p_1)} e^{p_1 t}, \quad (9)$$

де $B'(p_1) = 2RLCp_1 + L$.

Отже,

$$\begin{aligned}
 i_n^+(t) &= \frac{(1-D)U_0}{R} + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{-DU_0}{(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})[2RLC(-\alpha + j\omega_{\text{вн}}) + L]} + \right. \\
 &+ \left. \frac{U_0 \left[(1 + e^{-T(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})} + \dots + e^{-(n-1)T(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})}) - e^{-DT(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})} (1 + e^{-T(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})} + \dots + e^{-(n-2)T(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})}) \right]}{(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})[2RLC(-\alpha + j\omega_{\text{вн}}) + L]} \right] \times \\
 &\times (1 + RC(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})) e^{(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})((n-1)T + t)} = \\
 &= \frac{(1-D)U_0}{R} + 2 \operatorname{Re} \left[\frac{-DU_0 e^{-(n-1)T(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})} + U_0 \left[\frac{1 - e^{-Tn(\alpha - j\omega_{\text{вн}})}}{1 - e^{-T(\alpha - j\omega_{\text{вн}})}} - e^{-DT(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})} \left(-1 + \frac{1 - e^{-Tn(\alpha - j\omega_{\text{вн}})}}{1 - e^{-T(\alpha - j\omega_{\text{вн}})}} \right) \right]}{(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})j2RLC\omega_{\text{вн}}} \right] \times \\
 &\times \frac{[(1 - RC\alpha) + jRC\omega_{\text{вн}}]}{(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})j2RLC\omega_{\text{вн}}} e^{-\alpha t'} e^{j\omega_{\text{вн}} t'} = \\
 &= \frac{(1-D)U_0}{R} + \frac{1}{RLC\omega_{\text{вн}}} e^{-\alpha t'} \operatorname{Re} \frac{(-DU_0 e^{-\alpha(n-1)T} e^{j(n-1)T\omega_{\text{вн}}} (1 - e^{-T(\alpha - j\omega_{\text{вн}})}) + U_0 (1 - e^{-Tn(\alpha - j\omega_{\text{вн}})}) - e^{DT\alpha} e^{-jDT\omega_{\text{вн}}})}{(-\omega_{\text{вн}} + j\alpha)((1 - e^{-\alpha T} \cos \omega_{\text{вн}} T) - j e^{-\alpha T} \sin \omega_{\text{вн}} T)} \times \\
 &\times \frac{(e^{-(\alpha - j\omega_{\text{вн}})} - e^{-(\alpha - j\omega_{\text{вн}})Tn})(1 - RC\alpha) + jRC\omega_{\text{вн}}}{(-\omega_{\text{вн}} + j\alpha)((1 - e^{-\alpha T} \cos \omega_{\text{вн}} T) - j e^{-\alpha T} \sin \omega_{\text{вн}} T)} e^{j\omega_{\text{вн}} t'}, \\
 i_n^+(t) &= \frac{(1-D)U_0}{R} - \frac{1}{RLC\omega_{\text{вн}}} \frac{\sqrt{A_{11}^2 + B_{11}^2}}{\sqrt{A_0^2 + B_0^2}} e^{-\alpha t'} \cos(\omega_{\text{вн}} t' + \arctan(\frac{B_{11}}{A_{11}}) - \arctan(\frac{B_0}{A_0})), \quad (10)
 \end{aligned}$$

де

$$A_{11} = (m_{11} + k_{11})(1 - RC\alpha) - RC\omega_{\text{вн}}(q_{11} + d_{11}), \quad (11)$$

$$B_{11} = (m_{11} + k_{11})RC\omega_{\text{вн}} + (1 - RC\alpha)(q_{11} + d_{11}), \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
 m_{11} &= -DU_0 [e^{-\alpha(n-1)T} (1 - e^{-\alpha T} \cos(\omega_{\text{вн}} T) \cos((n-1)\omega_{\text{вн}} T) + \\
 &+ e^{-\alpha n T} \sin(\omega_{\text{вн}} T) \cos((n-1)\omega_{\text{вн}} T)], \quad (13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 q_{11} &= -DU_0 [-e^{-\alpha(n-1)T} (1 - e^{-\alpha T} \cos(\omega_{\text{вн}} T) \sin((n-1)\omega_{\text{вн}} T) + \\
 &+ e^{-\alpha n T} \sin(\omega_{\text{вн}} T) \cos((n-1)\omega_{\text{вн}} T)], \quad (14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 k_{11} &= U_0 [1 - e^{-\alpha T n} \cos(\omega_{\text{вн}} T n) - e^{\alpha(DT - T)} \cos[\omega_{\text{вн}}(DT - T)] + \\
 &+ e^{\alpha(DT - nT)} \cos[\omega_{\text{вн}}(DT - nT)]], \quad (15)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_{11} &= U_0 [-e^{-\alpha T n} \sin(\omega_{\text{вн}} T n) + e^{\alpha(DT - T)} \sin[\omega_{\text{вн}}(DT - T)] - \\
 &- e^{\alpha(DT - nT)} \sin[\omega_{\text{вн}}(DT - nT)]], \quad (16)
 \end{aligned}$$

$$A_0 = \omega_{\text{вн}} [1 - e^{-\alpha T} \cos(\omega_{\text{вн}} T)] + \alpha e^{-\alpha T} \sin(\omega_{\text{вн}} T), \quad (17)$$

$$B_0 = -\omega_{\text{вн}} e^{-\alpha T} \sin(\omega_{\text{вн}} T) + \alpha [1 - e^{-\alpha T} \cos(\omega_{\text{вн}} T)]. \quad (18)$$

Вираз струму індуктивності протягом додатного імпульсу в усталеному режимі при $n \rightarrow \infty$ має вигляд

$$i_{\infty}^{+}(t) = \frac{(1-D)U_0}{R} - \frac{1}{RLC\omega_{\text{вн}}} \frac{\sqrt{A_{12}^2 + B_{12}^2}}{\sqrt{A_0^2 + B_0^2}} e^{-\alpha t'} \cos(\omega_{\text{вн}} t' + \arctan(\frac{B_{12}}{A_{12}}) - \arctan(\frac{B_0}{A_0})), \quad (19)$$

де

$$A_{12} = (1 - RC\alpha)k_{12} - RC\omega_{\text{вн}}d_{12}, \quad (20)$$

$$B_{12} = RC\omega_{\text{вн}}k_{12} + (1 - RC\alpha)d_{12}, \quad (21)$$

$$k_{12} = U_0 \left[1 - e^{\alpha(DT-T)} \cos[\omega_{\text{вн}}(DT-T)] \right], \quad (22)$$

$$d_{12} = U_0 e^{\alpha(DT-T)} \sin[\omega_{\text{вн}}(DT-T)]. \quad (23)$$

Аналогічно визначаємо струм індуктивності на інтервалі дії n -го від'ємного імпульсу. На цьому інтервалі виконується умова $DT \leq t' \leq T$. Отже,

$$I_n^{-}(p) = \frac{\left[-DU_0 + U_0 \left[(1 + e^{-Tp} + e^{-2Tp} + \dots + e^{-(n-1)Tp}) (1 - e^{-DTp}) \right] \right] (1 + RCp)}{p(RLCp^2 + Lp + R)} = \frac{A^{-}(p)}{pB(p)}, \quad (24)$$

де

$$A^{-}(p) = \left[-DU_0 + U_0 \left[(1 + e^{-Tp} + e^{-2Tp} + \dots + e^{-(n-1)Tp}) (1 - e^{-DTp}) \right] \right] (1 + RCp).$$

Оригінал струму індуктивності протягом від'ємного n -го імпульсу (при $t = (n-1)T + t'$ ($DT \leq t' \leq T$)) визначаємо, використовуючи теорему розкладу, за формулою

$$i_n^{-}(t) = -\frac{DU_0}{R} + 2 \operatorname{Re} \frac{\left[-DU_0 + U_0 \left[(1 + e^{-T(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})} + \dots + e^{-(n-1)T(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})}) (1 - e^{-DT(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})}) \right] \right]}{(-\alpha + j\omega_{\text{вн}}) [2RLC(-\alpha + j\omega_{\text{вн}}) + L]} \times \\ \times \left[1 + RC(-\alpha + j\omega_{\text{вн}}) \right] e^{(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})(n-1)T + t'} = -\frac{DU_0}{R} + \\ + 2e^{-\alpha t'} \operatorname{Re} \frac{-DU_0 e^{-\alpha(n-1)T} e^{j(n-1)\omega_{\text{вн}}T} + U_0 \left[\frac{1 - e^{-Tn(\alpha - j\omega_{\text{вн}})}}{1 - e^{-T(\alpha - j\omega_{\text{вн}})}} (1 - e^{\alpha DT} \cos(DT\omega_{\text{вн}}) + j e^{\alpha DT} \sin(DT\omega_{\text{вн}})) \right]}{(-\alpha + j\omega_{\text{вн}}) j 2RLC\omega_{\text{вн}}} \times \\ \times \frac{[(1 - RC\alpha) + jRC\omega_{\text{вн}}]}{(-\alpha + j\omega_{\text{вн}}) j 2RLC\omega_{\text{вн}}} e^{j\omega_{\text{вн}}t'},$$

$$i_n^{-}(t) = -\frac{DU_0}{R} - \frac{1}{RLC\omega_{\text{вн}}} \frac{\sqrt{A_{13}^2 + B_{13}^2}}{\sqrt{A_0^2 + B_0^2}} e^{-\alpha t'} \cos(\omega_{\text{вн}} t' + \arctan(\frac{B_{13}}{A_{13}}) - \arctan(\frac{B_0}{A_0})), \quad (25)$$

де

$$A_{13} = (m_{11} + k_{13})(1 - RC\alpha) - RC\omega_{\text{вн}}(q_{11} + d_{13}), \quad (26)$$

$$B_{13} = (m_{11} + k_{13})RC\omega_{\text{вн}} + (1 - RC\alpha)(q_{11} + d_{13}), \quad (27)$$

$$k_{13} = U_0 \left[1 - e^{-\alpha Tn} \cos(\omega_{\text{вн}} Tn) - e^{\alpha DT} \cos(\omega_{\text{вн}} DT) + e^{-\alpha(nT-DT)} \cos[\omega_{\text{вн}}(nT-DT)] \right], \quad (28)$$

$$d_{13} = U_0 \left[e^{\alpha DT} \sin(\omega_{\text{вн}} DT) - e^{-\alpha Tn} \sin(\omega_{\text{вн}} Tn) + e^{-\alpha(nT-DT)} \sin[\omega_{\text{вн}}(nT-DT)] \right]. \quad (29)$$

Струм індуктивності протягом від'ємного імпульсу в усталеному режимі при $n \rightarrow \infty$ визначаємо виразом

$$i_{\infty}^{-}(t) = -\frac{DU_0}{R} - \frac{1}{RLC\omega_{\text{вн}}} \frac{\sqrt{A_{14}^2 + B_{14}^2}}{\sqrt{A_0^2 + B_0^2}} e^{-\alpha t'} \cos(\omega_{\text{вн}} t' + \arctan(\frac{B_{14}}{A_{14}}) - \arctan(\frac{B_0}{A_0})), \quad (30)$$

де

$$A_{14} = (1 - RC\alpha)k_{14} - RC\omega_{\text{вн}}d_{14}, \quad (31)$$

$$B_{14} = RC\omega_{\text{вн}}k_{14} + (1 - RC\alpha)d_{14}, \quad (32)$$

$$k_{14} = U_0 [1 - e^{\alpha DT} \cos(\omega_{\text{вн}}DT)], \quad (33)$$

$$d_{14} = U_0 e^{\alpha DT} \sin(\omega_{\text{вн}}DT). \quad (34)$$

Знайдемо напругу $u(t)$ на паралельному з'єднанні. Для цього запишемо її зображення протягом додатного вхідного імпульсу при $t = nT + t' (0 < t' < DT)$:

$$U_n^+(p) = \frac{R}{RCp + 1} I_n^+(p) = \frac{R \left[-DU_0 + U_0 \left[(1 + e^{-Tp} + \dots + e^{-(n-1)Tp}) - e^{-DTp} (1 + e^{-Tp} + \dots + e^{-(n-2)Tp}) \right] \right]}{p(RLCp^2 + Lp + R)}. \quad (35)$$

Оригінал напруги протягом додатного вхідного імпульсу має вигляд

$$u_n^+(t) = (1 - D)U_0 + \frac{(-DU_0 e^{-(n-1)T(\alpha - j\omega_{\text{вн}})} + V \left(\frac{1 - e^{-Tn(\alpha - j\omega_{\text{вн}})}}{1 - e^{-T(\alpha - j\omega_{\text{вн}})}} - e^{DT(\alpha - j\omega_{\text{вн}})} \left(-1 + \frac{1 - e^{-Tn(\alpha - j\omega_{\text{вн}})}}{1 - e^{-T(\alpha - j\omega_{\text{вн}})}} \right) \right))}{(-\alpha + j\omega_{\text{вн}})j2RLC\omega_{\text{вн}}} e^{-\alpha t'} e^{j\omega_{\text{вн}}t'}. \quad (36)$$

Після перетворень отримаємо

$$u_n^+(t) = (1 - D)U_0 - \frac{1}{LC\omega_{\text{вн}}} \frac{\sqrt{(m_{11} + k_{11})^2 + (q_{11} + d_{11})^2}}{\sqrt{A_0^2 + B_0^2}} e^{-\alpha t'} \times \cos(\omega_{\text{вн}}t' + \arctan\left(\frac{q_{11} + d_{11}}{m_{11} + k_{11}}\right) - \arctan\left(\frac{B_0}{A_0}\right)). \quad (37)$$

В усталеному режимі напругу на паралельному з'єднанні при $n \rightarrow \infty$ визначаємо виразом

$$u_\infty^+(t) = (1 - D)U_0 - \frac{1}{LC\omega_{\text{вн}}} \frac{\sqrt{k_{12}^2 + d_{12}^2}}{\sqrt{A_0^2 + B_0^2}} e^{-\alpha t'} \cos(\omega_{\text{вн}}t' + \arctan\left(\frac{d_{12}}{k_{12}}\right) - \arctan\left(\frac{B_0}{A_0}\right)). \quad (38)$$

Зображення напруги на паралельному з'єднанні під час дії від'ємного імпульсу

$$U_n^-(p) = \frac{R}{RCp + 1} I_n^-(p) = \frac{R \left[-DU_0 + U_0 \left[(1 + e^{-Tp} + \dots + e^{-(n-1)Tp}) (1 - e^{-DTp}) \right] \right]}{p(RLCp^2 + Lp + R)}. \quad (39)$$

Оригінал напруги протягом від'ємного вхідного імпульсу має такий вигляд:

$$u_n^-(t) = -DU_0 - \frac{1}{LC\omega_{\text{вн}}} \frac{\sqrt{(m_{11} + k_{13})^2 + (q_{11} + d_{13})^2}}{\sqrt{A_0^2 + B_0^2}} e^{-\alpha t'} \times \cos(\omega_{\text{вн}}t' + \arctan\left(\frac{q_{11} + d_{13}}{m_{11} + k_{13}}\right) - \arctan\left(\frac{B_0}{A_0}\right)). \quad (40)$$

В усталеному режимі

$$u_\infty^-(t) = -DU_0 - \frac{1}{LC\omega_{\text{вн}}} \frac{\sqrt{k_{14}^2 + d_{14}^2}}{\sqrt{A_0^2 + B_0^2}} e^{-\alpha t'} \cos(\omega_{\text{вн}}t' + \arctan\left(\frac{d_{14}}{k_{14}}\right) - \arctan\left(\frac{B_0}{A_0}\right)). \quad (41)$$

Струм через конденсатор C на відповідних інтервалах можна визначити аналогічно. Спрямовуючи n до безмежності можна визначити вираз, який описує залежність струму конденсатора під час дії додатного імпульсу вхідної напруги та під час дії від'ємного імпульсу.

Оригінал струму конденсатора протягом додатного вхідного імпульсу має вигляд

$$i_{Cn}^+(t) = \frac{1}{L\omega_{\text{вл}}} \frac{\sqrt{(m_{11} + k_{11})^2 + (q_{11} + d_{11})^2}}{\sqrt{(e^{-\alpha T} \sin(\omega_{\text{вл}} T))^2 + (1 - e^{-\alpha T} \cos(\omega_{\text{вл}} T))^2}} e^{-\alpha t'} \times \\ \times \cos(\omega_{\text{вл}} t' + \arctan(\frac{q_{11} + d_{11}}{m_{11} + k_{11}}) - \arctan(\frac{1 - e^{-\alpha T} \cos(\omega_{\text{вл}} T)}{e^{-\alpha T} \sin(\omega_{\text{вл}} T)})). \quad (42)$$

В усталеному режимі

$$i_{C\infty}^+(t) = \frac{1}{L\omega_{\text{вл}}} \frac{\sqrt{k_{12}^2 + d_{12}^2}}{\sqrt{(e^{-\alpha T} \sin(\omega_{\text{вл}} T))^2 + (1 - e^{-\alpha T} \cos(\omega_{\text{вл}} T))^2}} e^{-\alpha t'} \times \\ \times \cos(\omega_{\text{вл}} t' + \arctan(\frac{d_{12}}{k_{12}}) - \arctan(\frac{1 - e^{-\alpha T} \cos(\omega_{\text{вл}} T)}{e^{-\alpha T} \sin(\omega_{\text{вл}} T)})). \quad (43)$$

Оригінал струму конденсатора протягом від'ємного вхідного імпульсу має вигляд

$$i_{Cn}^-(t) = \frac{1}{L\omega_{\text{вл}}} \frac{\sqrt{(m_{11} + k_{13})^2 + (q_{11} + d_{13})^2}}{\sqrt{(e^{-\alpha T} \sin(\omega_{\text{вл}} T))^2 + (1 - e^{-\alpha T} \cos(\omega_{\text{вл}} T))^2}} e^{-\alpha t'} \times \\ \times \cos(\omega_{\text{вл}} t' + \arctan(\frac{q_{11} + d_{13}}{m_{11} + k_{13}}) - \arctan(\frac{1 - e^{-\alpha T} \cos(\omega_{\text{вл}} T)}{e^{-\alpha T} \sin(\omega_{\text{вл}} T)})). \quad (44)$$

В усталеному режимі

$$i_{C\infty}^-(t) = \frac{1}{L\omega_{\text{вл}}} \frac{\sqrt{k_{14}^2 + d_{14}^2}}{\sqrt{(e^{-\alpha T} \sin(\omega_{\text{вл}} T))^2 + (1 - e^{-\alpha T} \cos(\omega_{\text{вл}} T))^2}} e^{-\alpha t'} \times \\ \times \cos(\omega_{\text{вл}} t' + \arctan(\frac{d_{14}}{k_{14}}) - \arctan(\frac{1 - e^{-\alpha T} \cos(\omega_{\text{вл}} T)}{e^{-\alpha T} \sin(\omega_{\text{вл}} T)})). \quad (45)$$

Верифікація моделі. З метою верифікації отриманих результатів проведено обчислювальний експеримент за допомогою математичної системи Mathcad 14, виконано моделювання вихідного каскаду ЕПРА за допомогою системи схемотехнічного моделювання Micro-Cap 9, а також проведено експериментальні дослідження на макеті ЕПРА. При цьому як навантаження вихідного каскаду використано люмінесцентну лампу ЛД-40. Дослідження виконано на типовому вихідному каскаді з параметрами $C = 9,8$ нФ, $L = 2,1$ мГн, $R = 280$ Ом, робоча частота $f = 38$ кГц, напруга живлення каскаду $U_0 = 415$ В.

Часові залежності струму індуктивності $i_L(t)$, напруги на лампі $u(t)$, струму на лампі $i(t)$ та струму конденсатора $i_C(t)$, отримані за допомогою математичної моделі з лінійним опором навантаження, проілюстровано відповідно на рис. 4а, 4б, 4в, 4г (суцільна лінія для додатного імпульсу вхідної напруги, штрихова лінія для від'ємного імпульсу вхідної напруги). Ті ж залежності, отримані за допомогою Micro-Cap 9 для лінійного опору навантаження – на рис. 4д, 4е, 4е, 4ж.

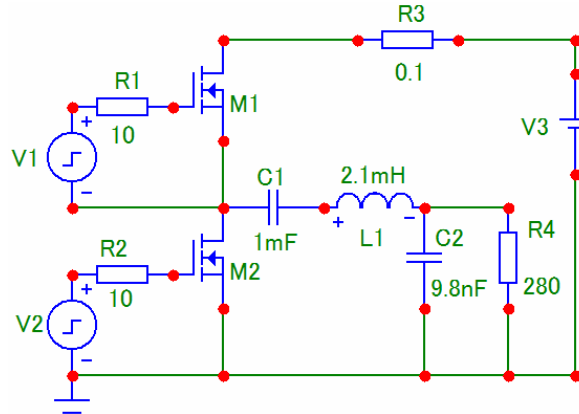


Рисунок 3 – Схема моделювання вихідного каскаду ЕПРА за допомогою системи схемотехнічного моделювання Мікро-Сар 9

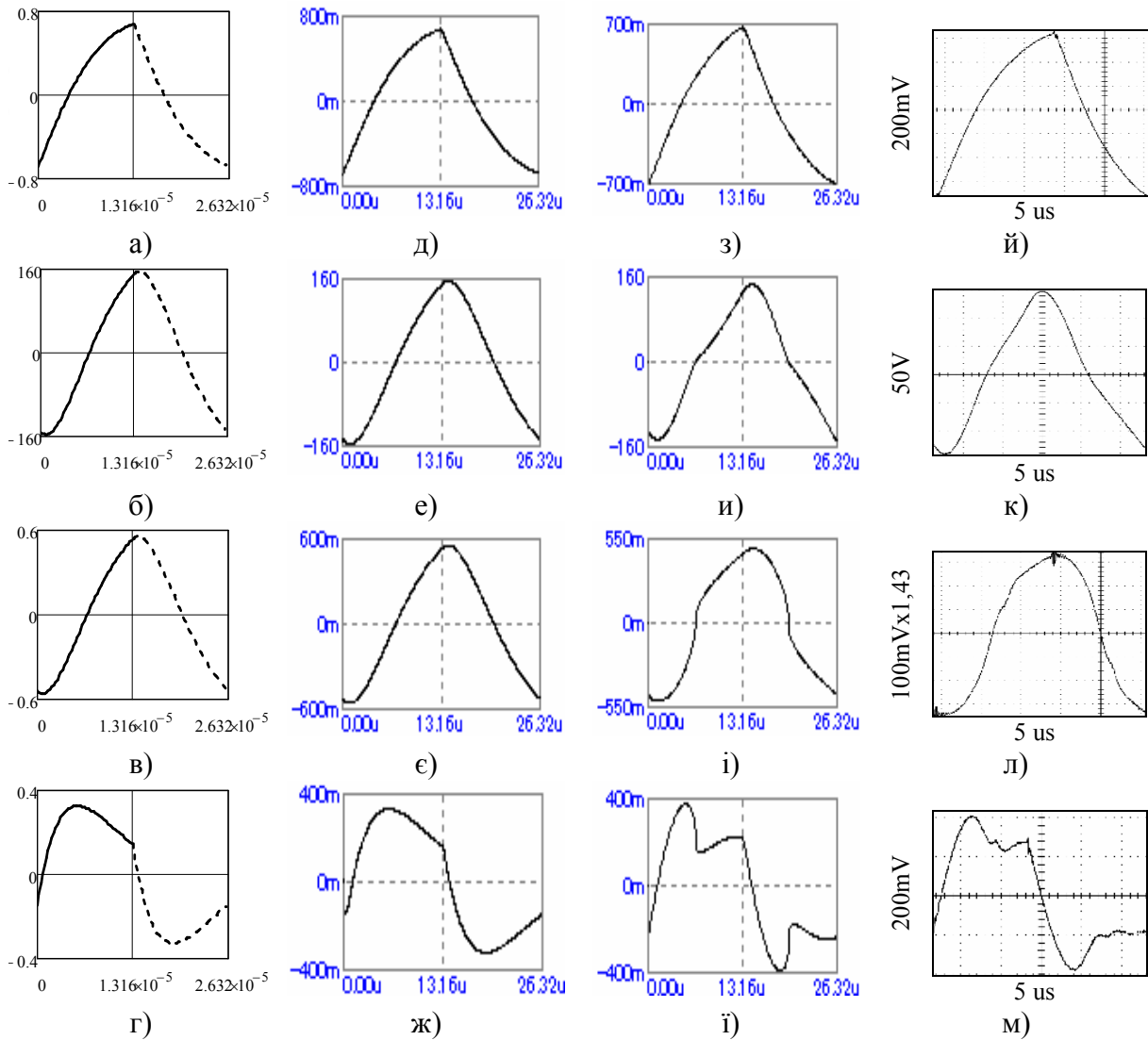


Рисунок 4 – Часові залежності, отримані за допомогою математичної моделі з лінійним навантаженням (а-г); за допомогою Мікро-Сар 9 для лінійного навантаження (д-ж) та нелінійного навантаження (з-ї); експериментальні дані для нелінійного навантаження (й-м): а) струм індуктивності; б) напруга на лампі; в) струм лампи; г) струм конденсатора

З наведених залежностей можна зробити висновок, що запропонована математична модель добре узгоджується з результатами, отриманими за допомогою системи схмотехнічного моделювання Micro-Cap 9.

Проте математична і схмотехнічна моделі не враховують нелінійність та невеликий гістерезис динамічної вольт-амперної характеристики люмінесцентної лампи. Струм конденсатора зв'язаний з напругою на ньому через похідну, тому невелика нелінійність та гістерезис реальної лампи призводять до появи вищих гармонічних складових, які “підкреслюються” конденсатором, що й було підтверджено експериментальними даними. З метою верифікації отриманих результатів проведено схмотехнічне моделювання вихідного каскаду з PSpice-сумісною моделлю люмінесцентної лампи [9], в якій було враховано нелінійність та гістерезисний характер динамічної ВАХ. Результати, отримані за допомогою Micro-Cap 9 для нелінійного навантаження, зображено на рис. 4з, 4и, 4і, 4ї; експериментальні дані для нелінійного навантаження – на рис. 4й, 4к, 4л, 4м.

Дані результати підтверджують міркування стосовно відмінностей у часових залежностях струму конденсатора – за математичною моделлю та за експериментом. Але цей недолік математичної моделі є несуттєвим, оскільки для розрядної лампи визначальним є її струм. А струм лампи в запропонованій математичній моделі, як бачимо з отриманих результатів, має високий ступінь відповідності.

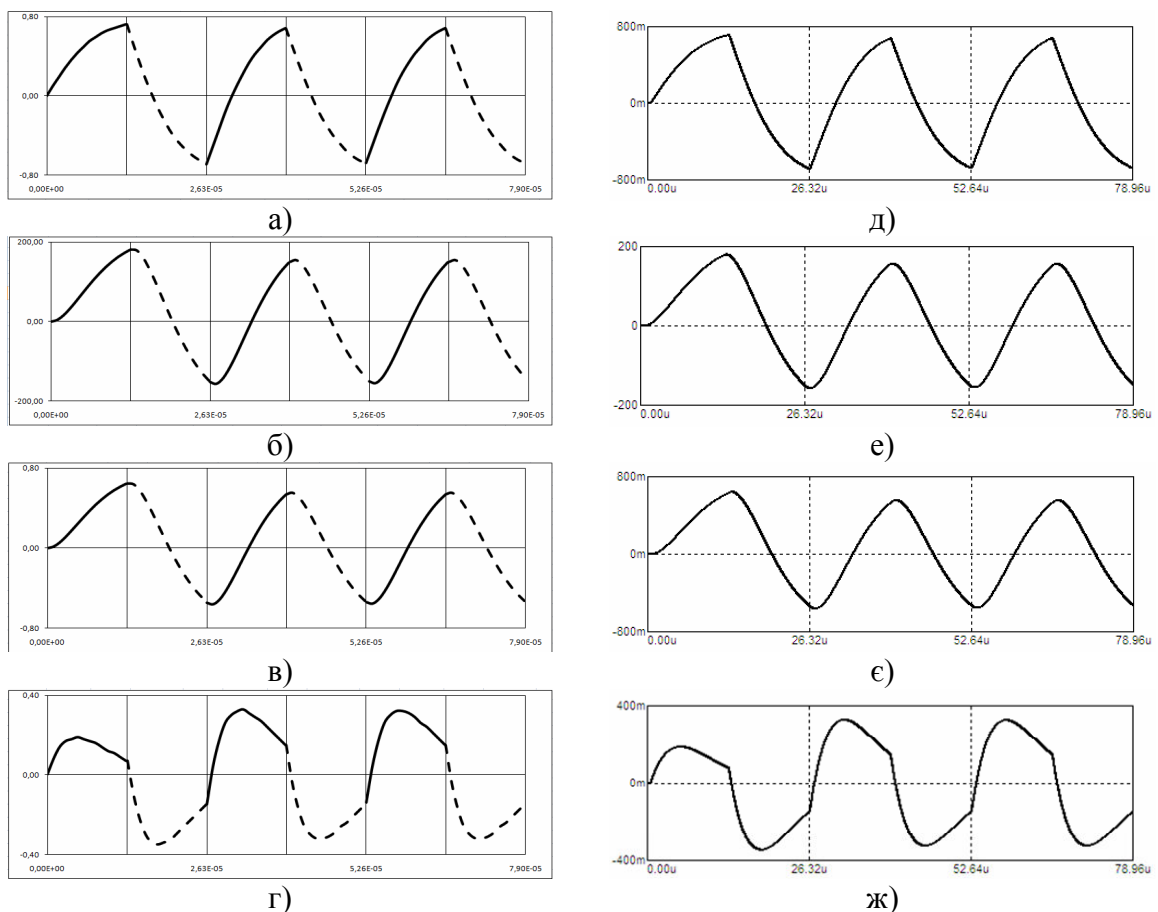


Рисунок 5 – Результати розрахунку перехідного процесу, отримані за допомогою математичної моделі (а-г) та результат моделювання перехідного процесу, виконані за допомогою системи Micro-Cap 9 (д-ж):

а) струм індуктивності; б) напруга на лампі; в) струм лампи; г) струм конденсатора

На рис. 5а, 5б, 5в, 5г зображено результати розрахунку перехідного процесу впродовж трьох періодів після подачі напруги живлення для струму індуктивності, напруги на лампі, струму лампи, струму конденсатора, отримані за допомогою

розробленої математичної моделі. На рис. 5д, 5е, 5є, 5ж – результати моделювання тих же залежностей, отриманих за допомогою Micro-Cap 9. Порівняння цих результатів між собою показує їх високу ступінь відповідності. За цими результатами можна зробити висновок, що перехідний процес з достатньою для практики точністю завершуються на другому-третьому періоді.

Розроблену математичну модель можна використати для детального аналізу роботи резонансного інвертора, дослідження електричних режимів з метою вибору параметрів його схеми та їх оптимізації за різними критеріями (мінімальних втрат у коливній системі, мінімізації впливу зміни опору лампи в процесі старіння на її потужність, максимального коефіцієнта потужності лампи і т.п.), для дослідження регулювання потужності розрядної лампи різними методами (частотним, фазовим, амплітудним, широтно-імпульсним).

У подальшому заплановано розробити аналогічну математичну модель вихідного каскаду при його роботі в аперіодичному режимі та створення комплексної моделі, придатної для аналізу вихідного каскаду в умовах довільних значень його параметрів. Вирішення такого завдання сприятиме створенню досконалих, надійних вихідних каскадів ЕПРА.

Висновки. Запропоновано математичну модель вихідного каскаду височастотного електронного пускорегульовального апарата, який працює в коливальному режимі. Моделлю є вирази для миттєвих напруг і струмів у колах вихідного каскаду в усталеному та перехідному режимах. Порівняно з відомими запропонована модель суттєво підвищує точність аналізу вихідного каскаду ЕПРА, дає можливість розраховувати такі показники, як коефіцієнт амплітуди струму лампи, визначати миттєві та діючі значення напруг і струмів у колах каскаду в будь-який момент часу та їх пікові значення не тільки в усталеному, а і в перехідних режимах. Результати, отримані за допомогою математичної моделі, добре узгоджуються з результатами моделювання каскаду за допомогою системи схемотехнічного моделювання Micro-Cap-9 та з результатами експерименту.

Література

1. Kazimierzczuk M.K. Electronic Ballast for Fluorescent Lamps / M.K.Kazimierzczuk, W.Szaraniec // Proc. of IEEE on Power Electronics. - 1993. - vol.8. - No.4. - pp. 386-395.
2. Великий В.І., Андрійчук В.А. Частотні характеристики вихідного каскаду ЕПРА для люмінесцентних ламп. Нормальний робочий режим / В.І. Великий, В.А.Андрійчук //Технічна електродинаміка. – 2005. – №2. – С. 33–36.
3. Steigerwald R.L. A Comparison of High-Bridge Converter Topologies / R.L.Steigerwald //IEEE on Power Electronics. – 1988. – Vol. 3. – No.2. – pp. 174–182.
4. Ribarich T.J. A New Control Method for dimmable high frequency electronic ballasts / T.J.Ribarich, J.J.Ribarich // Proc. of IEEE Appl. Power Electronics Conf. – 1998. – pp. 2038 – 2043.
5. M.Gulko. Current-Sourcing Push-Pull Parallel-Resonance Inverter (CS-PPPI): Theory and Application, as a Fluorescent Lamp Driver / M.Gulko, S.Ben-Yaakov // Proc. of IEEE APEC'93. – 1993. – pp.411–417.
6. B.L.Hesterman. Parallel-Resonant Programmed Ballast / B.L.Hesterman, T.M.Poehlman, M.Tek //Darnell Group Inc. – 2000.
7. Забродин Ю.С. Промышленная электроника / Ю.С. Забродин. – М.:Высшая школа, 1982. – 496с.
8. Cavalcante F.S. A New Dimmable 70W Electronic Ballast for High Pressure Sodium Lamps / F.S. Cavalcante, I. Barbi //Conf. Rec. of IEEE Industry Applications Conference, Pittsburgh (Pennsylvania), USA. – 2002. – Vol.3. – pp. 1856–1862.
9. Лупенко А. Височастотна динамічна PSPICE-сумісна модель люмінесцентної лампи / А. Лупенко // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2004. – Том 9. – №1. – С.98–107.

Одержано 10.03.2010 р.