

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ІВАНА ПУЛЮЯ

На правах рукопису

Рудяк Юрій Аронович

УДК 539.375:519.6

ОПТИЧНІ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-РОЗРАХУНКОВІ МЕТОДИ
ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО ТА ГРАНИЧНОГО
СТАНІВ ПРОЗОРИХ ДІЕЛЕКТРИКІВ

01.02.04 – Механіка деформівного твердого тіла

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук

Науковий консультант

Доктор технічних наук, професор

Підгурський Микола Іванович

Тернопіль – 2015

ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1 МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ НДС ТА ГРАНИЧНОГО СТАНУ. СТАН ПРОБЛЕМИ, ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	18
1.1. Аналітичні та чисельно-аналітичні методи визначення НДС.....	18
1.2. Експериментальні методи визначення НДС та діагностики об'єктів.....	21
1.2.1. Оптичні методи експериментальної механіки.....	23
1.2.1.1. Оптико-геометричні методи.....	24
1.2.1.2. Когерентно-оптичні методи.....	26
1.2.1.3. Поляризаційно-оптичні методи.....	27
1.3. Методи рішення задач механіки руйнування.....	30
1.4. Основні механічні теорії граничного стану.....	37
1.5. Дослідження багат шарових структур при можливій наявності тріщиноподібних дефектів.....	43
1.6. Висновки та задачі дослідження.....	47
РОЗДІЛ 2 Експериментальні методики дослідження об'єктів із прозорих діелектриків.....	49
2.1 Матеріали для дослідження.....	49
2.1.1 Епоксидні смоли.....	49
2.1.2. Органічне скло.....	51
2.1.3. Неорганічне силікатне електровакуумне скло.....	53
2.2.1. Створення тріщин у епоксидній смолі двостадійного тверднення ЕПСА.....	54
2.2.2. Створення тріщин у епоксидних смолах ЕД-16, ЕД-20М.....	55
2.2.3. Створення дефектів типу тріщин в органічному склі Е-2, СО.....	58
2.2.4. Створення тріщин у неорганічному силікатному електровакуумному склі С52-1.....	59
2.3. Апаратура для проведення експериментальних досліджень.....	60
2.3.1. Серійна апаратура для вимірювання оптичної анізотропії.....	61

2.3.2. Метрологічний аналіз точності визначення величин КІН за допомогою серійного координатно-синхронного поляриметра КСП-7	62
2.3.3. Лабораторні установки нових оптичних методів механіки деформівного твердого тіла	69
2.3.4. Спеціальні пристрої для поляризаційного агрегатного мікроскопа ПОЛАМ Р-312	70
РОЗДІЛ 3 РОЗРОБКА НОВИХ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-РОЗРАХУНКОВИХ МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ НДС ТА КІН	74
3.1. Метод визначення НДС, який використовує п'єзооптичний ефект поглинаючого середовища.....	74
3.2. Метод визначення величин КІН за даними вимірювання поглинання інтенсивності світла	95
3.3. Порівняння експериментального визначення НДС за даними вимірювання поглинання світла з відомими теоретичними рішеннями.....	104
3.4. Порівняння методу поглинання з відомими оптичними методами	115
Висновки до розділу 3.....	117
РОЗДІЛ 4 РОЗРОБКА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-РОЗРАХУНКОВОГО МЕТОДУ ВИЗНАЧЕННЯ НДС ТА КОЕФІЦІЄНТІВ ІНТЕНСИВНОСТІ МОМЕНТІВ, ЯКИЙ БАЗУЄТЬСЯ НА ЕФЕКТІ ДИФУЗНОГО ПОВЕРХНЕВОГО РОЗСІЮВАННЯ.....	119
4.1. Фізичне та математичне обґрунтування методу дифузного поверхневого розсіювання (МДПР).....	119
4.1.1. Фізичне обґрунтування МДПР	119
4.1.1. Математичне обґрунтування МДПР	130
4.2. Застосування МДПР для визначення НДС об'єктів	132
4.2.1. Вимірювання проводиться у площинах XOZ та XOY декартової системи	134
4.2.2. Схема експерименту не виділяє певних площин вимірювання.	136
4.3. Визначення величин КІН (моментів) за даними МДПР.....	138
4.3.1. Моментний стан симетричний відносно осі тріщини	138
4.3.2. Довільний випадок моментного стану біля берегів тріщини	141
4.4. Застосування МДПР для оцінки «зони шийкоутворення» біля вершин тріщини.....	142

4.5. Розробка оптичних тензодатчиків, які працюють на ефекті МДПР	146
4.6. Порівняння експериментального визначення НДС за даними МДПР з відомими теоретичними рішеннями	152
4.7. Порівняння відомих аналітичних та експериментальних методів із запропонованими (поглинання та дифузного поверхневого розсіювання)	166
Висновки до розділу 4.....	175
РОЗДІЛ 5 КРИТЕРІАЛЬНА ОЦІНКА МІЦНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИН.....	177
5.1. Фізико-механічний критерій граничного стану діелектриків	177
5.2. Визначення абсолютних, відносних та величин відношення оптико-механічних констант як базових фізико-механічних характеристик матеріалу	184
5.3. Критеріальне обґрунтування граничного стану в околі тріщини, на базі фізико-механічної теорії ТДП.....	190
5.4 Експериментальні дослідження граничного стану оболонок з епоксидної смоли з тріщинами згідно фізико-механічного критерію ТДП.....	195
Висновки до розділу 5.....	201
РОЗДІЛ 6 РОЗВИТОК МЕТОДУ ФОТОПРУЖНОСТІ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ВЕЛИЧИН КІН В ЕЛЕМЕНТАХ МАШИН ТА КОНСТРУКЦІЙ	202
6.1. Метод визначення КІН K_I та K_{II} для неоднорідного основного напруженого стану.....	202
6.2. Експериментально-розрахунковий метод визначення КІН K_{III}	207
6.3 Метод визначення величин КІН для випадків великих різниць оптичного ходу променів.....	212
6.4. Оптимізація експериментально-розрахункового методу рішення задач механіки руйнування.....	216
6.5. Порівняння експериментальних та відомих теоретичних рішень	219
Висновки до розділу 6.....	229
РОЗДІЛ 7 КОМПЛЕКСНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ БАГАТОШАРОВИХ СТРУКТУР (ТРИПЛЕКСІВ)	231
7.1 Дослідження складових частин (елементів) триплексів	232
7.1.1 Дослідження кінетики руйнування неорганічного силікатного скла	232
7.1.2 Аналіз даних руйнування органічного скла	239

7.1.3. Моделювання впливу обрамлення (конструкційного та технологічного) на розподіл КІН при проростанні поверхневих тріщин (надрізів) у наскрізні в склеюючому шарі.....	243
7.2 Дослідження напруженого стану гомогенних та гетерогенних триплексів при знижених температурах.....	259
7.3. Оцінка граничного стану триплексів при можливій наявності тріщиноподібних дефектів у їх складових частинах (елементах).....	269
Висновки до розділу 7.....	279
ВИСНОВКИ.....	281
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	285
ДОДАТКИ.....	316

ВСТУП

Потреби сучасної техніки з її високими навантаженнями, роботою машин та конструкцій у різних температуро-вологісних режимах висувають у першочерговий ряд питання надійності елементів машин, особливо при наявності таких концентраторів, як поверхневі та наскрізні тріщини та при дії залишкових технологічних напружень у комбінації з іншими силовими факторами. Задачі такого плану не завжди вдається розв'язати за допомогою аналітичних та чисельних методів. Крім того, все ширше як конструкційні матеріали застосовують неметали (неорганічне силікатне скло, такі конструктивні елементи машин як гомогенні та гетерогенні триплекси, полімери), які працюють у певних діапазонах температур та вологості. Для вирішення поставлених завдань необхідне застосування експериментальних методів, але існуючий їх рівень не завжди дозволяє одержати шукані результати.

Актуальність теми. Надійність роботи сучасної техніки, її функціональні можливості залежать від ефективної оцінки напружено-деформованого стану (НДС) і граничного стану елементів машин та конструкцій, особливо при наявності геометричних та технологічних концентраторів. Надзвичайно високу ефективність рішення такого плану задач, демонструють, особливо в останні роки, аналітико-чисельні методи. Сучасні комп'ютерні технології дозволяють моделювати елементи машин та будівельних конструкцій оптимальної геометрії, мінімальної матеріалоемності та підвищеної надійності. Значні успіхи досягнуті у комп'ютерному моделюванні задач механіки руйнування (процесів розвитку поверхневих та наскрізних тріщин, зони передруйнування та «шийкоутворення»). Одержані аналітично (і розраховані чисельно) результати стають базисом для створення банку даних при проектуванні апаратів та вузлів машин. Але, при беззаперечних успіхах аналітико-чисельних методів, існує практична необхідність і у розвитку експериментальних методів. Це пов'язано з тим, що аналітичне рішення

буде настільки точним, наскільки повно враховано у базовій гіпотезі всі існуючі чинники. А це досить важко зробити для складних натурних об'єктів.

Застосування експериментальних методів, у сучасних умовах, найбільш ефективно у трьох напрямках: дослідження натурних об'єктів; як тестові задачі при розвитку нових аналітичних методів; для одержання експериментальних даних, які, у комплексі з числовими методами, дозволяють підвищити точність та достовірність аналітичних рішень.

Важливою тенденцією розвитку сучасного машинобудування є підвищення ролі та збільшення питомої ваги неметалів (епоксидних смол, неорганічного та органічного скла) у якості конструкційних матеріалів. Всі ці матеріали – прозорі діелектрики, однією з базових фізико-механічних характеристик яких є тензор діелектричної проникності (ТДП). Існуючі експериментальні методи, включаючи оптичні, у їх класичних підходах не завжди дозволяють знаходити ефективні рішення визначення НДС та граничного стану для таких об'єктів.

Отже, підвищення ефективності та функціональних можливостей експериментальних досліджень шляхом розробки експериментально-розрахункових оптичних методів визначення напружено-деформованого та граничного стану прозорих діелектриків на основі аналізу параметрів тензора діелектричної проникності є актуальною і надзвичайно важливою проблемою.

Вирішенню такої актуальної науково-технічної проблеми і присвячена дисертаційна робота.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами

Результати дисертаційної роботи пов'язані з науковими дослідженнями, що виконувались у лабораторіях оптичних методів експериментальної механіки кафедри механіки суцільного середовища механіко-математичного факультету Київського державного університету ім. Т.Г. Шевченка: «Исследование концентраторов напряжений поляризационно-оптическим методом на моделях

сварных соединений и совершенствование методики расчёта многослойных оболочек» № г/р 81003077, 1985; «Исследование напряженно-деформированного состояния сварных элементов конструкций поляризационно-оптическим методом» № г/р 01869116814, 1987; «Исследование поляризационно-оптическим методом напряженного состояния трубчатых узлов при наличии дефектов различной геометрии» г/р 01880046569, 1989; кафедри технічної механіки Тернопільського приладобудівного інституту: «Исследование коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) в образцах электровакуумных стекол» № г/р 01870097984, 1988; «Разработка методов измерения больших значений ($\delta \geq 20\lambda$) оптической разности хода применительно к волокнам световодов и заготовкам» № г/р 01880053570, 1989; «Исследование возможности измерения компонент тензора напряжений при косом просвечивании заготовок световодов» № г/р 01890077485; «Определение кинетики длительной прочности электровакуумного стекла» № г/р 0189007786, 1990, Тернопільського державного медичного університету імені І.Я.Горбачевського: «Системи дослідження та інформаційні технології у задачах медичної науки» № д/р 0113U001800, 2013-2015; Науково-навчального центру «Фізико-хімічне матеріалознавство» Київського національного університету ім. Т.Г.Шевченка та Національної академії наук України «Створення нових наноконпозиційних дисперсно зміцнених сплавів для потреб ядерної промисловості на основі систем гафній-бор, гафній-оксид ітрію методом аргано-дугової плавки» № д/р 0113U003455, 2013 р., у рамках Цільової комплексної програми наукових досліджень НАН України «Науково-технічний супровід розвитку ядерної енергетики та застосування радіаційних технологій у галузях економіки на 2013 р.».

Метою роботи є розробка експериментально-розрахункових оптичних методів визначення напружено-деформованого та граничного стану прозорих діелектриків на основі аналізу параметрів тензора діелектричної проникності.

Для її досягнення необхідно було вирішити наступні задачі:

1. Розробити новий метод визначення НДС, який використовує п'єзооптичний ефект поглинаючого середовища (метод поглинання), і дія якого базується на аналізі

зміни уявної частини компонент тензора діелектричної проникності (показника поглинання) при навантаженні об'єкта. Метод повинен дозволити визначати НДС об'єктів із непрозорих у видимому діапазоні діелектриків і встановити квазіголовні напруження і деформації, а не їх лінійні комбінації, як у поляризаційно-оптичних (різниці) та когерентно-оптичних (суми) методах.

2. Застосувати запропонований метод поглинання для визначення величин КІН для об'єктів з тріщинами.

3. Розробити новий експериментально-розрахунковий метод визначення НДС, який використовує ефект дифузного поверхневого розсіювання (метод дифузного поверхневого розсіювання – МДПР) і ґрунтується на вимірюваннях перерозподілу інтенсивностей дзеркальної та дифузних складових розсіяного поверхневого об'єкта світлового потоку за локальної зміни його кривизни.

4. Застосувати запропонований метод дифузного поверхневого розсіювання для визначення величин КІН (моментів), які характеризують моментний стан об'єктів з тріщинами.

5. Розробити та реалізувати моделі оптичних датчиків деформацій поверхні, які працюють на ефекті дифузного поверхневого розсіювання у двох конструктивних виконаннях: у одному з яких чутливим елементом є вигнута пластинка, а у другому – виїмка з дифузновідбиваючою поверхнею. Причому датчик, чутливим елементом якого є виїмка – єдиний із всіх існуючих на сьогодні датчиків деформацій (включаючи тензодатчики), який не кріпиться певним чином на поверхню об'єкта, а є частиною приповерхневого шару.

6. Розробити фізико-механічний критерій граничного стану діелектриків (критерій тензора діелектричної проникності). Критерій базується, за зміною компоненту тензора діелектричної проникності навантаженого об'єкту, що дозволяє інтегрально враховувати вплив механічних та фізичних чинників (температури, вологості, радіації) на граничний стан діелектриків. Це єдиний із критеріїв граничного стану, у якому при зміні фізичних факторів змінюється не лише границя

міцності (як у класичних механічних критеріях), а і вираз для еквівалентного напруження.

7. Встановити основні закономірності довготривалої міцності полімерів за допомогою фізико-механічного критерію ТДП.

8. Розвинути (модифікувати) поляризаційно-оптичний метод для визначення величин K_I , K_{II} , K_{III} для неоднорідного основного напруженого стану та малих за величиною картин оптичної анізотропії (до 1λ , де λ —довжина хвилі зондуючого випромінювання).

9. Розвинути поляризаційно-оптичний метод визначення НДС, який використовує дві або чотири довжини хвилі зондуючого випромінювання для визначення величин КІН у об'єктах з тріщинами для випадків великих різниць оптичного ходу променів ($\delta > 8\lambda$) та значних градієнтів, коли метод смуг та компенсаційні методи важко застосувати.

10. Дослідити кінетику руйнування та граничний стан (за допомогою запропонованого критерію ТДП) неорганічного силікатного скла, як складової частини гомогенних та гетерогенних триплексів.

11. Проаналізувати за допомогою критерію ТДП дані руйнування органічного скла, як складової частини гетерогенних триплексів.

12. На моделях з епоксидної смоли змодельовати конструктивний та технологічний вплив обрамлення на розподіл КІН при проростанні поверхневих тріщин (надрізів) у наскрізні у склеюючому шарі.

13. За допомогою модифікованих методик поляризаційно-оптичного методу та розробленого фізико-механічного критерію тензора діелектричної проникності провести комплексне дослідження напруженого та граничного стану за знижених температур (до $T=213K$) багатошарових структур (гомогенних та гетерогенних триплексів) з обрамленням і без, та при можливій наявності дефектів типу тріщин у складових частинах (елементах) триплексів: неорганічному силікатному склі,

органічному склі та склеюючому шарі. На основі проведеного дослідження визначити вплив гетерогенності та обрамлення і одержати чисельні результати оцінки НДС та граничного стану для різних варіантів триплексів і вибрати оптимальний.

Об'єктом дослідження є прозорі діелектрики, елементи конструкцій з конструктивними, геометричними та технологічними концентраторами з епоксидної смоли, неорганічне силікатне скло з тріщинами, органічне скло з тріщинами, гомогенні та гетерогенні триплекси.

Предметом дослідження є методи та критерії визначення напружено-деформованого та граничного стану прозорих діелектриків (НДС, КІН та граничний стан елементів конструкцій з епоксидної смоли, органічного та неорганічного скла, гомогенних та гетерогенних триплексів).

Методи дослідження

Аналітичні та експериментальні дослідження ґрунтуються на положеннях механіки суцільного середовища та механіки руйнування, сучасних уявленнях про фізику процесу взаємодії світла з середовищем, базових рівняннях зв'язку параметрів ТДП та НДС. Застосовано методи об'ємної фотопружності з використанням «заморожування деформацій», мікрональної фотопружності.

Моделі із епоксидної смоли досліджувались поляризаційно-оптичним методом на координатно-синхронних поляриметрах КСП-7 та КСП-10. Вивчення кінетики руйнування неорганічного силікатного скла здійснювали на агрегатному поляризаційному мікроскопі ПОЛАМ Р312. Напружений стан гомогенних та гетерогенних триплексів за знижених температур досліджували за допомогою поляриметра КСП-7. Для реалізації розтягу та триточкового згину було сконструйовано спеціальні пристрої для мікроскопу. Для моделювання різних температуро-вологісних режимів було сконструйовано спеціальні термокамери. При розробці нових оптичних експериментально-розрахункових методів використовувались концентраційний фотоелектрокалориметр КФК-2, прес У-7,

стабілізований регульований блок живлення «АГАТ», стабілізований вимірювач потужності оптичного випромінювання «Кварц-1», катетометр КМ-8. При дослідженнях застосовували стандартизовані матеріали (оргскло різних модифікацій), а також моделі, на базі епоксидно-діанової смоли, характеристики яких перевірялись акустичним способом.

Наукова новизна одержаних результатів

- розроблено новий експериментально-розрахунковий метод визначення НДС, який використовує п'єзооптичний ефект поглинаючого середовища (метод поглинання), дія якого базується на аналізі зміни уявної частини компонент тензора діелектричної проникності (коефіцієнта поглинання) при навантаженні об'єкта (А.С.№ 1578460, А.С.№ 1670388), що дало змогу розширити функціональні можливості експериментальних досліджень непрозорих у видимому діапазоні матеріалів, а також відразу, без додаткових експериментів та обчислень, визначати окремо квазіголовні напруження і деформації, а не їх лінійні комбінації, як у існуючих методах;
- розроблено новий експериментально-розрахунковий метод визначення НДС, який використовує ефект дифузного поверхневого розсіювання (метод дифузного поверхневого розсіювання), дія якого базується на перерозподілі інтенсивностей дзеркальної та дифузних складових розсіяного поверхнею об'єкта світлового потоку при локальній зміні його кривизни (А.С.№ 1668860), це надало можливість безпосереднього визначення кінетики зміни моментного стану об'єктів;
- розроблено та реалізовано моделі оптичних тензодатчиків, які працюють на ефекті дифузного поверхневого розсіювання (А.С. № 1716317), що дозволило підвищити ефективність експрес-визначення деформацій поверхні об'єктів;
- модифіковано (розвинуто) поляризаційно-оптичний метод для вирішення задач механіки руйнування (визначення КІН K_1 , K_2 , K_3) для випадків малих за величиною картин оптичної анізотропії (до 1λ) та неоднорідного основного напруженого стану, а також для випадків значних градієнтів і великих значень

оптичної анізотропії ($>8\lambda$), коли важко визначити нульову ізохрону, а компенсаційні методи дають значну похибку, що розширило функціональні можливості застосування поляризаційно-оптичного методу для визначення НДС натурних прозорих об'єктів, виготовлених з оптично малочутливих матеріалів, наприклад, неорганічного силікатного скла, а також для випадків високоградієнтних полів напружень;

- розроблено фізико-механічний критерій граничного стану діелектриків (критерій тензора діелектричної проникності). Критерій базується на зміні компонент тензора діелектричної проникності при навантаженні об'єкта. Критерій дозволяє інтегрально враховувати вплив фізичних факторів на механічний стан об'єкта. При зміні фізичних чинників (температури, вологості, радіації) змінюється не лише границя міцності (як у класичних механічних критеріях), а і вираз для еквівалентного напруження за рахунок зміни величини співвідношення оптико-механічних констант C_1/C_2 ; застосування запропонованого критерію дозволило більш точно оцінювати граничний стан діелектриків з врахуванням як механічних, так і фізичних чинників;
- за допомогою модифікованих методик поляризаційно-оптичного методу та розробленого фізико-механічного критерію тензора діелектричної проникності проведено комплексне дослідження напруженого та граничного стану гомогенних та гетерогенних триплексів, з обрамленням і без, при можливій наявності дефектів типу тріщин у складових частинах (елементах) триплексів: неорганічному силікатному склі, органічному склі та склеюючому шарі, що дало змогу визначити вплив гетерогенності та обрамлення і одержати чисельні результати оцінки НДС та граничного стану для різних варіантів триплексів і вибрати оптимальний.

Достовірність результатів проведених досліджень забезпечується коректним використанням аналітичного і експериментального апарату, строгістю постановок задач; відповідністю висновків і отриманих результатів фізичній суті досліджуваних явищ; прийняттям обґрунтованих фізико-механічних моделей, порівнянням деяких

експериментально одержаних результатів з даними інших авторів, одержаними як експериментально, так і теоретично.

Практичне значення одержаних результатів

- розвиток поляризаційно-оптичного методу рішення задач механіки руйнування дав можливість застосувати його для одержання ряду характеристик НДС та КІН на моделях елементів машин та при дослідженні натурних матеріалів;
- теоретично обґрунтований та експериментально реалізований на тестовому рівні новий оптичний експериментально-розрахунковий метод визначення НДС та КІН, який базується на п'єзооптичному ефекті поглинаючого середовища, може бути базисом для створення серійної оптичної апаратури і значно розширити можливості експериментального рішення задач інженерної практики;
- теоретично обґрунтований та експериментально реалізований на тестовому рівні новий оптичний експериментально-розрахунковий метод визначення НДС та КІН (моментів), який базується на ефекті дифузного поверхневого розсіювання, може бути базисом для створення серійної оптичної апаратури і значно розширити можливості експериментального рішення задач інженерної практики, включаючи новий напрямок оптичної тензометрії;
- теоретично обґрунтовано та експериментально перевірено на ряді експериментів новий фізико-механічний критерій ТДП граничного стану, що створило додаткові можливості для оцінки запасу міцності елементів машин і конструкцій, виготовлених з діелектриків;
- проведено комплексне дослідження НДС та граничного стану багат шарових структур (триплексів) при можливій наявності тріщиноподібних дефектів у їх складових частинах (елементах), що важливо для оцінки запасу міцності ілюмінаторів літаків, підводних човнів, оглядових вікон апаратів харчової промисловості;
- конкретні одержані чисельні значення для величин КІН разом із запропонованим критерієм граничного стану надали можливість оцінити запас міцності газопроводів та газорегуляторних установок УГРШТ та ПГРШ (ТОВ «ТеХС»,

м.Тернопіль, акт впровадження № 4/ 21 від 17.04.2014 р.) та корпусів фільтрів газорегуляторних фільтрів шафового типу ПГРШ та УГРШТ (ТОВ «ТОПАЗ 99», м.Харків, акт впровадження № 5/ 17 від 23.05.2014 р.)

Особистий внесок здобувача

Основні результати роботи, що пов'язані з розробкою теоретичних основ та технічної реалізації нових експериментально-розрахункових методів визначення НДС та граничного стану прозорих діелектриків на основі аналізу параметрів ТДП, формулювання всіх основних положень, що визначають наукову новизну роботи, а також її практичне значення отримані автором самостійно. Автор брав безпосередню участь у всіх етапах експериментальних досліджень. Частина експериментальних результатів отримана за участю співробітників лабораторії оптичних методів дослідження НДС КДУ, ТНТУ, ННЦ «Фізико-хімічне матеріалознавство» КНУ, яким автор висловлює глибоку подяку за допомогу в роботі.

Автор схиляє голову перед пам'яттю професора КДУ В.І. Савченка, який підтримував наукові дослідження на початковому етапі виконання даної роботи. Автор висловлює глибоку вдячність доц. О.В. Мильнікову, науковому керівнику лабораторії оптичних методів ТНТУ, який відкрив перед ним двері Храму науки та сприяв роботі на всіх етапах її виконання. Особливу вдячність автор висловлює своєму вчителю, доц. Т.Ю. Кепичу, засновнику школи оптичних методів механіки руйнування КДУ, засновнику та першому директору ННЦ «Фізико-хімічне матеріалознавство» КНУ, який допоміг визначити напрям наукових досліджень та надавав допомогу на всіх етапах виконання роботи. Особливу вдячність автор висловлює науковому консультанту, д.т.н. професору М.І. Підгурському за допомогу і точність у постановці задач, цілісному взаємозв'язаному баченні роботи, цінні зауваження та постійну увагу.

Апробація результатів дисертації

Основні результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на Республіканській науково-технічній конференції “Вопросы повышения надежности машин и сооружений” (Запоріжжя, 1988р.); XI Всесоюзній конференції

“Конструкции и технология получения изделий из неметаллических материалов“ (Обнінськ, 1988р.); XIII Науковій конференції молодих вчених Інституту механіки АН УРСР (Київ, 1988р.); Науково-технічній конференції молодих вчених “Повышение надежности машин“ (Горький, 1989р.); Обласній науково-технічній конференції “Повышение качества и надежности машиностроительной продукции“ (Луцьк, 1989р.); III Всесоюзному симпозиумі “Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии“ (Житомир, 1989р.); Обласній науковій конференції “Прогрессивные технологические процессы в машиностроении и стимулирование их внедрения в производство“ (Харків, 1990р.); Республіканському науково-практичному семінарі “Лучевая обработка композиционных материалов в технике“ (Тернопіль, 1990р.); Всесоюзній науково-технічній конференції “Композиционные материалы в конструкциях глубоководных технических средств“ (Миколаїв, 1991р.); III Всесоюзній науковій конференції “Механика неоднородных структур“ (Львів, 1991р.); I Науково-технічній конференції ТПП “Прогресивні технології і обладнання в машино- і приладобудуванні“ (Тернопіль, 1992р.); IX Науково-технічній конференції “Фотометрия и ее метрологическое обеспечение“ (Москва, 1992р.); XV SYMPOZJUM MECHANIKI EKSPERYMENTALNEJ CIALA STALEGO (JACHRANKA, 1992); Міжнародному симпозиумі “Механика эластомеров“ (Севастопіль, 1994р.); 10TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON EXPERIMENTAL MECHANICS (LISBON, 1994); II Міжнародній науково-технічній конференції “Прогресивні матеріали та технології в машинобудуванні, будівництві та транспорті” (Тернопіль, 2013р.); Міжнародній науково-практичній конференції “Розвиток наукових досліджень «2013“ (Полтава, 2013), IV Міжнародній науково-практичній конференції “Інноваційні технології на залізничному транспорті“ (Париж, 2013р.), II Міжнародної Інтернет-конференції «Проблеми довговічності матеріалів, покриттів та конструкцій» (Вінниця, 2014), X Міжнародній науково-практичній конференції “Наукові дослідження – теорія та експеримент 2014“ (Полтава, 2014).

Результати дисертаційної роботи доповідались на проблемному семінарі “Механіка неоднорідних структур“ Київського державного університету ім. Тараса Шевченка (Київ, 1993р.).

Дисертаційна робота в повному обсязі доповідалась і одержала позитивну оцінку; на XVII науковій конференції семінару Тернопільського національного технічного університету (2013р.); на науковому семінарі «Матеріалознавство та технології неоднорідних систем» Навчально-наукового центру «Фізико-хімічне матеріалознавство» Київського національного університету імені Т. Шевченка та Національної академії наук України (2014 р.); на науковому семінарі Київського педагогічного університету (2014 р.), на науковому тематичному семінарі “Механіка, міцність матеріалів і конструкцій“ Тернопільського національного технічного університету (2014 р.), на науково-технічному семінарі Миколаївського національного університету (2014 р.), на науковому технічному семінарі відділу фізичних основ міцності та руйнування Інституту проблем міцності НАН України.

Публікації

Основні результати дисертаційної роботи відображені у 64 публікаціях, з них 2 – монографії, 32 – статті, 4 – авторські свідоцтва на винаходи, 26 – тези конференцій. Загалом 28 публікацій (включаючи 3 авторських свідоцтва) відповідають вимогам ДАК України щодо публікацій результатів дисертаційних робіт у фахових наукових виданнях. Монографії, видані у Німеччині, 2 статті опубліковані у виданнях України, які включені до міжнародних наукометричних баз, 5 статей опубліковано у фахових виданнях іноземних держав (одна з них у електронному фаховому журналі, який включений до міжнародної наукометричної бази). Одноосібних робіт 21.

Структура і обсяг дисертації

Дисертаційна робота складається із вступу, 7 розділів, загальних висновків, переліку посилань із 296 найменувань та додатків. Загальний обсяг дисертації – 315 сторінок (основний текст – 284 машинописних сторінок, 142 рисунки, 41 таблиця).

РОЗДІЛ 1

МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ НДС ТА ГРАНИЧНОГО СТАНУ. СТАН ПРОБЛЕМИ, ЗАДАЧІ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Аналітичні та чисельно-аналітичні методи визначення НДС

Визначення НДС елементів машин та конструкцій є невід'ємним етапом інженерного процесу створення нової техніки. Адже саме міцнісна надійність є необхідною умовою якісного функціонування вузлів агрегатів. Для вирішення таких завдань застосовують аналітичні, чисельно-аналітичні та експериментальні методи (рис.1.1).

В останні роки, завдяки надзвичайно потужному розвитку комп'ютерних технологій, суттєво зросла роль аналітичних, і, особливо, чисельно-аналітичних методів визначення параметрів напружено-деформованого стану об'єктів [9, 12, 26, 27, 29, 37, 49, 52, 57, 67, 72, 86, 109, 131, 137, 154, 166, 200, 222, 268, 269]. Сучасний аналітичний апарат дозволяє знаходити рішення широкого класу задач. Основу аналітичної моделі складають рівняння, які пов'язують між собою відомі величини та ті, що потрібно визначити [38, 52, 60, 75, 79, 138, 160, 269, 292]. Це, як правило, диференціальні, інтегральні або інтегро-диференціальні рівняння, які називають основними. Чим точніше побудовано систему основних рівнянь (на базі першоосновних величин), тим краще аналітичний розв'язок буде точніше відтворювати НДС.



Рис. 1.1. Методи досліджень в механіці деформівного твердого тіла

До основних рівнянь додають умови єдиності розв'язку, які допомагають визначати константи інтегрування. Для багатьох задач механіки умови єдиності розв'язку відносять до крайових задач математичної фізики [79]:

1) геометрична характеристика області V , яка задається рівнянням границі S :
 $x_3 = \varphi(x_1, x_2)$;

2) фізичні константи (модуль Юнга, коефіцієнт Пуассона);

3) початкові умови:

$$U_0|_{t=0} = U_0(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$$

4) граничні умови:

$$U_i|_S = U_{iS}(x_1, x_2, x_3),$$

де функції U_{iS} відомі на границі S .

Фундаментальні аналітичні підходи та широкий клас розв'язаних аналітично задач механіки наведено в роботах [12, 29, 57, 86, 106, 117, 163, 171, 184, 194, 269].

До чисельно-аналітичних методів механіки деформівного твердого тіла можна віднести такі поширені та ефективні методи комп'ютерного моделювання, як метод скінчених елементів (МСЕ), метод граничних елементів (МГЕ), метод скінчених різниць (МСР), варіаційні та варіаційно-різнісні методи, методи теорії збурень [9, 23, 37, 67, 73, 89, 109, 200, 224, 255, 261, 274, 292, 294].

Особливе місце серед чисельних методів займає МСЕ, як самий розвинений та універсальний для визначення НДС об'єктів, особливо за наявності концентраторів [9, 23, 24, 67, 200, 224, 292]. Можливості МСЕ значно розширюють розроблені пакети універсальних програм [9, 23, 24, 224, 255]. Переваги МСЕ у порівнянні з іншими чисельними методами полягають у простоті алгоритмізації і можливості отримання рішень для складних механічних систем [9, 67, 179].

У МСЕ реалізується схема дослідження об'єкту на основі розгляду окремих його частин – скінчених елементів [9, 67, 179, 224]. Здійснюється апроксимація суцільного середовища з нескінченим число ступенів вільності деякою множиною простих елементів, що мають обмежену кількість ступенів вільності і взаємозв'язані між собою у вузлових точках. Таким чином, континуальні системи розбиваються на окремі складові, робота яких може бути вивчена, після чого, НДС цих елементів суміщаються між собою, при цьому забезпечуються умови сумісності деформацій і умови рівноваги.

Відзначаючи значні успіхи чисельно-аналітичних методів, слід відмітити, що при дослідженні таких складних об'єктів як рами вантажних автомобілів, дані МСЕ і експериментальні (одержані за допомогою тензометрії) можуть суттєво відрізнятись – до 40% [183].

Особливо похибки визначення НДС за допомогою чисельно-аналітичних методів можуть зростати при дослідженні складних інженерних натурних об'єктів з концентраторами при зміні комплексу механіко-фізичних факторів (наявності мікротріщин на поверхні, залишкових технологічних напружень, змінних температурі, вологості, радіації) [25, 30, 43, 50, 72, 181, 248].

1.2. Експериментальні методи визначення НДС та діагностики об'єктів

Для визначення напружень і деформацій в твердих тілах застосовують різні аналітичні і експериментальні методи [1, 6, 37, 38, 49, 50, 54, 67, 72, 75, 102, 109, 116, 126, 130, 136, 153, 185, 219, 230, 245].

Розвиток сучасного машинобудування з одночасним підвищенням екстремальності умов експлуатації машин (високі та знижені температури, зміни вологості, радіації, великі механічні перенавантаження) створює суттєві труднощі для коректного застосування аналітичних та чисельно-аналітичних методів [3, 5, 25, 36, 42, 51]. Тому для визначення НДС таких об'єктів необхідне застосування експериментальних методів. Основними експериментальними методами визначення напружень і деформацій є тензометрія та група оптичних методів. За функціональним застосуванням розрізняють методи визначення полів деформацій і напружень та методи вимірювань у окремих точках.

У таблиці 1.1 [136] наведено основні характеристики експериментальних методів визначення полів деформацій і напружень.

До неоптичних експериментальних методів визначення НДС відносять метод ділільних сіток, метод реплік, тензочутливих покриттів та групу методів натурної тензометрії [102, 106, 116, 136].

1. Суть методу тензочутливих покриттів полягає у нанесенні на досліджувану поверхню деталі тонкого шару крихкого покриття, у якому при навантаженні об'єкта виникають такі самі деформації, як і у відповідних точках поверхні об'єкта. При збільшенні величини деформацій поверхні до деякого

критичного значення, у покритті виникає тріщина. При збільшенні навантаження, тріщини у покритті поширюються від більш навантаженої до менш навантаженої зони поверхні досліджуваного об'єкту. При відповідному технологічному забезпеченні нанесення тензочутливих покриттів та визначенні їх базових характеристик, метод дозволяє оцінити значення головних деформацій та напружень у випадку значних нерівномірностей полів напружень (за наявності концентраторів).

2. Метод реплік полягає у тому, що на поверхню об'єкта наносять подряпини у виді нерегулярної сітки. При цьому знімають точні копії (репліки) до та після навантаження досліджуваного об'єкту (або після зняття навантаження, але при наявності пластичних деформацій). Розмір досліджуваної області поверхні складає 20 x 20 мм.

3. Методи натурної тензометрії

Тензометрія як метод визначення деформацій поверхні натурних об'єктів в умовах їх реальної експлуатації є одним з найбільш ефективних та поширених експериментальних методів [102, 136, 181, 236, 266].

Суть її заключається у наклеюванні на поверхні об'єкта тензодатчиків, база яких змінюється при деформуванні об'єкту. Це зумовлює зміну опору, що і дозволяє проводити відповідні вимірювання. Застосовують розетки тензодатчиків, спеціальні клеї, які дозволяють застосовувати тензометрію у широкому діапазоні зміни механіко-фізичних факторів (зміна навантаження від статичного до динамічного, включаючи циклове, значні діапазони зміни температури, вологості, радіації.) Порогова чутливість вимірювання деформацій за допомогою тензометрії складає 10^{-5} [136].

4. Група оптичних методів експериментальної механіки. Разом із тензометрією вони відносяться до найбільш ефективних методів визначення НДС.

1.2.1. Оптичні методи експериментальної механіки

Існуючі оптичні методи механіки деформованого твердого тіла умовно діляться на дві великі групи: інтерференційні та оптико-геометричні [1, 6, 64, 68, 94, 116, 134, 153, 187, 196, 242, 280, 291] (рис. 1.2). до першої групи відносяться такі як поляризаційно-оптичний (фото пружність), метод оптично чутливих покриттів, метод голографічної інтерферометрії [1, 6, 11, 54, 64, 66, 68, 103, 123, 148, 153, 169, 219, 242, 291]. Всі ці методи базуються на зміні коефіцієнтів заломлення електромагнітних хвиль за рахунок виникнення оптичної анізотропії в досліджуваних навантажених об'єктах, виготовлених з модельних матеріалів, а також на точних вимірюваннях голографічними методами деформацій тіл при навантаженні. Вони мають ряд недоліків, які пов'язані з тим, що за допомогою них отримують не самі напруження чи деформації, а тільки їх лінійні комбінації.

У свою чергу, інтерференційні методи поділяють на поляризаційно-оптичні та когерентно-оптичні (рис. 1.2). Таким чином, можна виділити три групи оптичних методів, кожен з яких було проаналізовано.

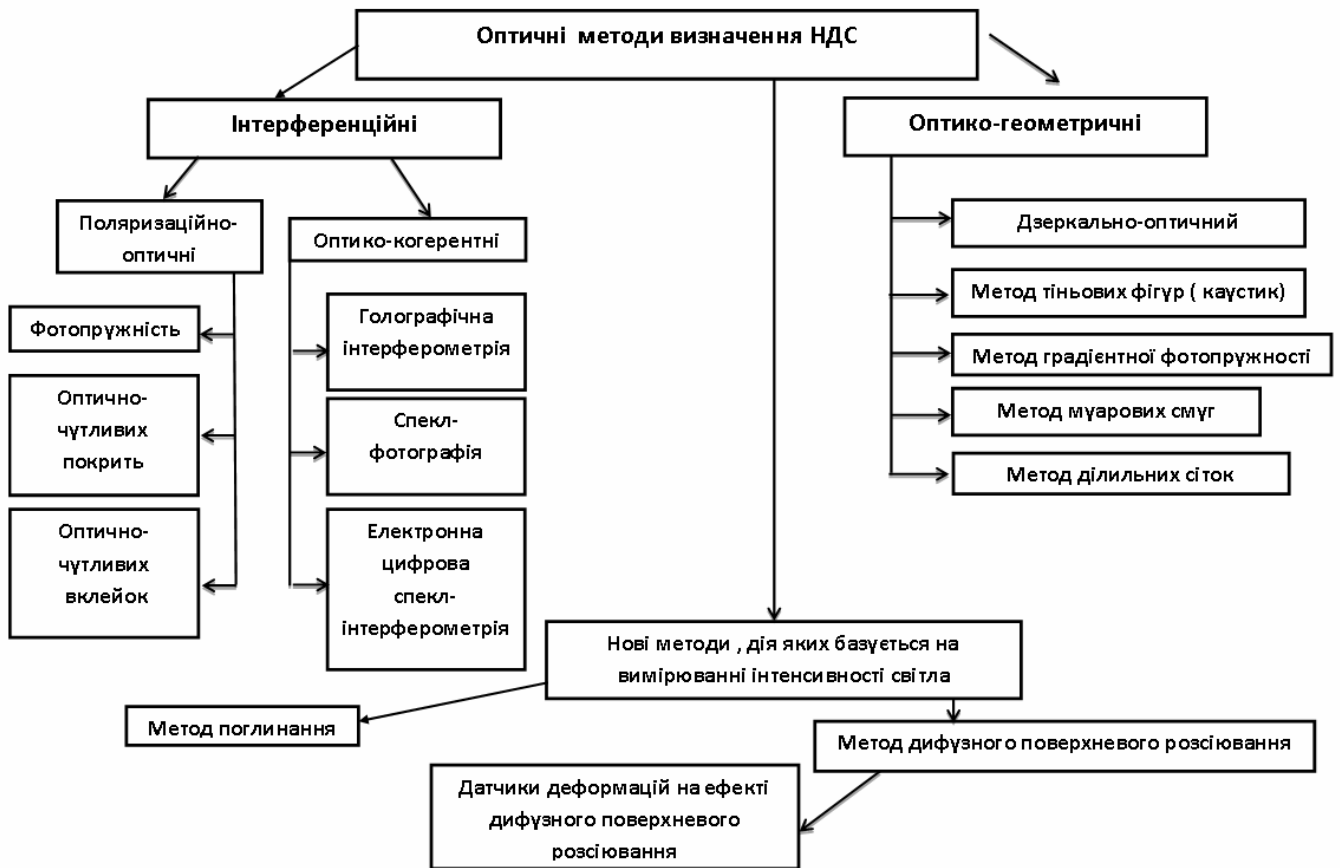


Рис. 1.2. Оптичні методи експериментальної механіки деформівного твердого тіла

1.2.1.1. Оптико-геометричні методи

До оптико-геометричних відносяться дзеркально-оптичний метод, метод ділильних сіток, метод тіньових фігур (каустик), метод градієнтної фотопружності, метод муарових смуг [6, 94, 116, 187, 266, 242, 280, 291]. Дія всіх цих методів базується на певних геометричних вимірюваннях, пов'язаних з відхилення зондуєчого променя від свого початкового положення внаслідок деформації об'єкту. Розглянемо більш детально метод тіньових фігур (каустик) та метод градієнтної фотопружності, як найбільш ефективні з цієї групи оптичних методів як визначення НДС, так і величин КІН біля вершин тріщин. Метод каустик застосовується для експериментального визначення концентрації напружень при наявності значних локальних поверхневих деформацій, нормальних поверхні.

Автор тіньового методу Маног запропонував оптичний метод визначення НДС за допомогою аналізу тіньових картин [6, 266]. Основний математичний апарат цього методу та удосконалення його технологічної реалізації було зроблено Теокарісом [291]. У даний час метод каустик має широке застосування для експериментального вирішення задач механіки руйнування.

Каустичною називають поверхню, що огинає промені світла, які відбиті від деформованої поверхні або заломлені при наскрізному просвічуванні. Яскраву лінію, яка виникає при цьому на екрані, називають каустикою. Параметричні рівняння узагальненої епіциклоїди описуються системою рівнянь (1.1):

$$\begin{cases} W_x = r_0 \left\{ \cos \theta + \frac{2}{3}(1+m^2)^{\frac{1}{2}} \cos \frac{3\theta}{2} - \frac{2}{3}(1+m^2)^{\frac{1}{2}} \sin \frac{3\theta}{2} \right\} \\ W_y = r_0 \left\{ \sin \theta + \frac{2}{3}(1+m^2)^{\frac{1}{2}} \sin \frac{3\theta}{2} - \frac{2}{3}(1+m^2)^{\frac{1}{2}} \cos \frac{3\theta}{2} \right\} \end{cases} \quad (1.1)$$

$$\text{У (1.1) } m = K_{II}/K_I$$

Вимірюючи характерні розміри каустичних кривих, визначають параметри НДС та величини КІН.

Метод градієнтної фотопружності розвинуто у роботах [94, 242]. Його дія базується на вимірюванні величини рефракції світлового випромінювання в оптично анізотропному середовищі при наявності значних градієнтів напружень. Одержано рівняння зв'язку напружено-деформованого стану з явищем рефракції, досліджено вплив лінзового ефекту на точність визначення НДС об'єктів, які містять значні градієнти поперечних деформацій. Метод градієнтної фотопружності дозволяє розраховувати величини коефіцієнтів концентрації напружень та КІН, вимірюючи дані рефрактометрії.

Кут відхилення променя від свого початкового напрямку у градієнтній фотопружності визначається за формулою (1.2) [242]:

$$\gamma = -\frac{\nu d}{2E} \text{grad}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (1.2)$$

де d – товщина зразка, ν – коефіцієнт Пуассона, E – модуль Юнга I роду, σ_1, σ_2 – головні напруження.

Підкреслимо, що величина оптичної анізотропії, яка виникає при дослідженні об'єктів з прозорих матеріалів поляризаційно-оптичним методом при відсутності лінзового ефекту і великих градієнтів поперечних напружень, не спричинює суттєвого для експерименту відхилення променя.

Слід відзначити, що підходи градієнтності фотопружності дозволяють визначити величини абсолютних оптико-механічних констант C_1 та C_2 , а особливо, величини їх співвідношення C_1/C_2 для прозорих матеріалів, що дуже важливо при визначенні граничного стану діелектриків. Так, за даними роботи [242], для оргскла Е-2 величина співвідношення C_1/C_2 дорівнює 1,43, епоксидної смоли ЕД-16 – 1,78.

1.2.1.2. Когерентно-оптичні методи

Другу велику групу оптичних методів механіки складають оптико-когерентні методи. До них відносять голографічна інтерферометрія, спекл-фотографія, електронна цифрова спекл-інтерферометрія [6, 68, 84, 116, 146, 192, 266, 285, 289]. Зупинимось більш детально на спекл-інтерферометрії, найбільш точному експериментальному методі визначення мікропереміщень поверхні. Спекл-інтерферометрія – один із методів просторової інтерферометрії, дія якого ґрунтується на аналізі зернистого зображення об'єкта [146, 196]. Запропоновано ідею методу в 1970 році Антуаном Лабейрі. Спекл-фотографія служить для вимірювання мікрозміщень відбиваючих та розсіюючих об'єктів. При цьому фіксується спекл-структура дифраційного поля. Спекли утворюють накладання вихідного (початкового) та зміщеного станів об'єкта. Розрізняють двоекспозиційну спекл-фотографію та цифрову кореляційну спекл-фотографію. При реєстрації спекл-картин у площині сфокусованого зображення об'єкта, визначають поперечні (тангенціальні) зміщення поверхні. Нормальні зміщення не викликають достатніх

зсувів спекл-структури зображення по відношенню до поздовжніх розмірів спеклів. Для вимірювання зміщення спеклів визначають величину локального кута нахилу поверхні об'єкта в ближній області дифракційного гало (інтерференційній зміні фази поля $\Delta\phi(x)$ при зміні кута.) При цьому визначають з дуже високою точністю розподіл інтенсивності поля в дифракційному гало – просторовому спектрі цифрової спеклограми. Таким чином, спекл-інтерферометрія базується на аналізі двох спеклів (вихідного та зміщеного стану об'єкта). Для її реалізації необхідна дуже складна апаратура. Метод спекл-фотографії не використовує опорний пучок світла (як це має місце у спекл-інтерферометрії та голографічній інтерферометрії). При спекл-фотографії записують та ведуть чисельну обробку цифрових спеклограм об'єкта в початковому та зміщеному стані. Числова обробка одержаних кадрів зображення заключається у Фурє-перетвореннях алгебраїчної суми кадрів і у формуванні графічного файлу, який відображає просторовий спектр (дифракційне гало) сумарної спеклограми [84, 146, 196].

Перевагами спекл-інтерферометрії та спекл-фотографії є дуже висока точність, аж до зернистості (роздільна здатність – 1 піксель, кут повороту поверхні вимірюється з точністю 10^{-4} рад). Недоліками цих методів є дуже складний експеримент, необхідність наявності двох спеклів (до зміщення і після), оскільки необхідно шляхом накладання одержати інтерференційну картину. Цей метод дуже дорогий і його складно реалізувати для дослідження реальних натурних об'єктів [146, 196].

1.2.1.3. Поляризаційно-оптичні методи

Третю велику групу оптичних методів експериментальної механіки становлять поляризаційно-оптичні. До них відносять фотопружність (з її модифікаціями – фотопластичність, фотов'язкопружність, радіаційна фотопружність), метод оптично-чутливих покриттів, метод оптично-чутливих вклеюк [1, 6, 11, 40, 51, 64, 69, 80, 103, 123, 134, 196]. Поляризаційно-оптичні методи є одними з найбільш розвинутих

для вирішення самих широких класів задач механіки шляхом оптичного моделювання. Дія методів базується на властивостях деяких прозорих ізотропних матеріалів під навантаженням ставати оптично анізотропними та проявляти ефект подвійного променезаломлення. При цьому зв'язок головних показників заломлення n_1, n_2, n_3 та головних напружень $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ будуть описувати рівняння Максвелла, записані для прозорих матеріалів (для яких натуральний показник поглинання $\zeta=0$):

$$\begin{cases} n_1 - n_0 = C_1\sigma_1 + C_2(\sigma_2 + \sigma_3) \\ n_2 - n_0 = C_1\sigma_2 + C_2(\sigma_1 + \sigma_3) \\ n_3 - n_0 = C_1\sigma_3 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2) \end{cases} \quad (1.3)$$

де n_0 – показник заломлення для ненавантаженого стану об'єкта, C_1, C_2 – абсолютні оптико-механічні константи матеріалу.

Для випадку плоского напруженого стану ($\sigma_3=0$), система рівнянь (1.3) прийме вигляд системи (1.4):

$$\begin{cases} n_1 - n_0 = C_1\sigma_1 + C_2\sigma_2 \\ n_2 - n_0 = C_1\sigma_2 + C_2\sigma_1 \end{cases} \quad (1.4)$$

Звідки

$$n_1 - n_2 = (C_1 - C_2)(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1.5)$$

Нехай $C_1 - C_2 = C$ – відносний оптичний коефіцієнт, який у фотопружності називають коефіцієнтом оптичної чутливості. Тоді рівняння (1.5) матиме вигляд:

$$n_1 - n_2 = C(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1.6)$$

При вході у напружену пластинку, виготовлену із прозорого оптично-чутливого матеріалу, плоскополяризований промінь світла розкладається на дві складові, які поширюються вздовж головних напрямків із швидкостями v_1 і v_2 :

$$v_1=c/n_1, \quad v_2=c/n_2,$$

де c – швидкість світла у вакуумі, n_1, n_2 – абсолютні показники заломлення прозорого оптично-чутливого матеріалу для першого та другого головних напрямків, відповідно.

Якщо відставання одного променя від другого (внаслідок нерівності швидкостей v_1 і v_2) назвати оптичною різницею ходу δ , то є справедливою залежність:

$$\delta = d (n_1 - n_2) \quad (1.7)$$

З (1.6) та (1.7) випливає рівність:

$$\delta = Cd(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (1.8)$$

яку називають основним законом поляризаційно-оптичного методу – законом Вертгейма [6, 196].

За допомогою поляризаційно-оптичного методу можна ефективно проводити оптичне моделювання розподілу напружень при певних навантаженнях об'єкта з метою оптимізації його форми, а також проводити вимірювання НДС у конкретних точках моделі. Метод оптично-чутливих покриттів дозволяє використати переваги поляризаційно-оптичного методу для визначення НДС поверхонь реальних натурних об'єктів [6, 196]. Метод оптично-чутливих вклейок дозволяє, використовуючи описані вище підходи, вивчати об'ємний напружено-деформований стан натурних об'єктів [6, 196].

На рис. 1.1, крім методів визначення НДС, наведено групу методів діагностики елементів машин і конструкцій.

Незважаючи на те, що наша робота присвячена розробці експериментально-розрахункових методів визначення НДС та граничного стану, а не методам діагностики, важливим, на наш погляд, є перелік існуючих методів діагностики, адже вони, разом з експериментальними методами механіки деформівного твердого

тіла, дозволяються оцінити реальний стан натурних об'єктів, їх міцність та довговічність. До таких методів діагностики відносять методи ультразвукової діагностики, акустичної емісії (хвилі Брея), вихрових струмів, магнітні методи, оптико-спектральні методи діагностики, кореляційні методи контролю корозійного стану трубопроводів, рентгендіагностики [47, 71, 109, 110, 140, 226].

1.3. Методи рішення задач механіки руйнування

Рішення просторових задач механіки руйнування носить актуальний характер для багатьох потреб інженерної практики. Це елементи машин та будівельних конструкцій, які містять тріщини. Знаходження величин КІН визначає напружено-деформований стан в околі вершини тріщини та залишковий ресурс елемента машини. Одними з найбільш ефективних методів вирішення задач механіки руйнування є експериментальні, особливо оптичні методи [4, 46, 53, 95, 97, 149, 235, 239, 242, 265, 296]. Поширений спосіб визначення величини КІН методом смуг [46, 53, 97]. Але у випадку низької оптичної чутливості матеріалу, і, як наслідок, малої за величиною оптичної анізотропії (до 1λ , де λ – довжина хвилі зондуючого випромінювання) та неоднорідного основного напруженого стану, метод смуг та й, взагалі, класичні підходи фотопружності не завжди можна безпосередньо застосовувати [95, 149, 209, 235].

У багат шарових структурах тріщиноподібні дефекти можуть виникати як в окремих шарах, так і на границях розділу [29, 72, 73, 74, 111, 141, 142, 145]. Наявність мікро- та макротріщин кардинально змінює характеристики напружено-деформованого та граничного стану об'єктів, суттєво підвищує концентрацію напружень, і, відповідно, знижує опірність руйнуванню. Саме наявність дефектів типу тріщин може бути визначальним фактором, який спричинює руйнування складних об'єктів, якими є багат шарові структури. Відомо, що напружено-деформований стан в околі вершини тріщини описується пружною асимптотикою Ірвіна-Вестергаарда, у яку параметрами входять величини КІН. Фундаментальним дослідженням в області міцності, втоми та тріщиностійкості матеріалів присвячені

роботи Андрейківа О.Є., Бережницького Л.Т., Болотіна В.В., Ботвіної Л.Р., Будака В.Д.; Вайнштока В.А., Гузя О.М., Іваницького Я.Л., Іосілевича Г.Б., Кіта Г.С., Кир'яна В.І., Кривеня В.А., Кушніра Р.М., Когаєва В.П., Леонова М.Я., Марущака П.О., Махненка В.І., Махутова М.А., Морозова Є.М., Ориняка І.В., Осадчука В.А., Панасюка В.В., Партона В.З., Підстригача Я.С., Работнова Ю.М., Саврука М.П., Силованюка В.П., Сулима Г.Т., Трощенко В.Т., Труфякова В.І., Улітка А.Ф., Хоббакера А.Ф., Чаусова М.Г., Черепанова Г.П., Шваб'юка В.І., Яреми С.Я., Яснія П.В., Меддокса С. Дж., Erdogan F., Griffith F., Irwin G., Westergard H., Wnuk M.

Такі багат шарові структури, як триплекси складаються з діелектриків (неорганічного силікатного скла, органічного силікатного скла, склеюючого полімерного шару на базі епоксидних та інших смол). Крім того, матрицями сучасних композиційних матеріалів є полімери. Руйнування полімерних матеріалів має свою, часто, досить виражену специфіку [22, 29, 55, 86, 87].

Дослідженню механічних проблем неметалів присвячені роботи Албаута Г.М., Амеляновича К.К., Бартенєва Г.М., Божидарніка В.В., Васильченка І.П., Виноградов С.В., Гудімова М.М., Камінського А.О., Лобанова Л.М., Марголіна А.М., Підгурського М.І., Пуха В.П., Еванса О.Г., Hasegawa K., Hopkins P., Freiman S.W., Sakata S.

Методи визначення величин КІН, які параметрично визначають НДС біля вершини тріщини поділяються, як і взагалі методи механіки деформівного твердого тіла, на аналітичні, чисельні, експериментальні та наближені, які досить часто застосовують в інженерній практиці [4, 12, 26, 29, 35, 38, 52, 60, 74, 79, 97, 129, 144, 160, 171, 179, 200, 237, 273, 276, 294].

До основних аналітичних методів визначення величин КІН відносяться метод комплексної змінної, сингулярних інтегральних рівнянь [13, 34, 39, 50, 52, 75, 161, 237]. За їх допомогою одержано ряд рішень по визначенню величин КІН. Дуже потужно в останнє десятиріччя розвиваються чисельні методи (методи комп'ютерного моделювання) [9, 37, 38, 67, 89, 109, 144, 179, 200, 224, 244, 277,

294]. Вони дозволяють визначати (і моделювати при проектуванні елементів машин і конструкцій) НДС біля вершин тріщиноподібних дефектів та інших концентраторів. Але при дослідженні реальних натурних об'єктів складної структури (перш за все, багат шарових), які знаходяться під дією змінного комплексу механіко-фізичних умов, не завжди чисельні методи можна застосовувати для одержання коректної інформації [25, 30, 43, 74, 111, 112, 126].

Особливе місце у вирішенні задач механіки руйнування займають експериментальні, особливо оптичні методи. Найбільш розвинений серед них поляризаційно-оптичний метод. Він дозволяє проводити ефективне моделювання та безпосереднє дослідження прозорих натурних конструкцій з концентраторами. Значний внесок у розвиток цього напрямку досліджень внесли: Абен Х.К., Аблаут Г.М., Александров А.Я., Ахметзянов М.Х., Бугаков І.І., Васильченко І.П., Варданян Г.С., Гриліцький Д.В., Дюреллі А., Жилкін В.А., Касаткін Б.С., Кепич Т.Ю., Книш В.В., Констандов Ю.А., Лобанов Л.М., Мазур К.І., Малежик М.П., Марінченко В.М., Мильніков О.В., Наконечний В.В., Нетребко В.П., Нуркіянов А.М., Підгурський М.І., Пригоровський М.І., Радченко М.М., Савченко В.І., Січко В.М., Табанюхова М.В., Твердоступ Р.Б., Тараторін Б.І., Тихомиров В.М., Хесін Г.Л., Чешун Л.М., Удалов Є.П., Шарафутдінов Г.З., Шокотько С.Г., Heeker F.W., Zhengmei L.

Відзначимо, що родоначальником київської школи застосування поляризаційно-оптичних методів для рішення задач механіки руйнування є Кепич Т.Ю. Під його керівництвом одержані дуже важливі результати із застосуванням методів фотопружності, градієнтної фотопружності, методу ізодин [94, 95, 96, 97, 98, 99, 100]. Ним вперше розроблена методика створення внутрішніх тріщин у моделях з епоксидної смоли за допомогою лазерного випромінювання, під його керівництвом одержані результати по визначенню величин КІН для наскрізних та поверхневих тріщин у моделях зварних трубопроводів і багат шарових структурах – гільзованих багат шарових оболонках [96, 97].

Проаналізуємо ефективність застосування деяких оптичних методів для вирішення задач механіки руйнування, особливо в прозорих діелектриках. Для проведення вимірювань величин КІН за допомогою методу каустик використовують паралельно направлене когерентне випромінювання. Для технічної реалізації методу використовують оптичну головку-приставку, яка складається з двох лінз [6, 266, 291]. Перша лінза (розсіювальна) передає розсіяне світло на концентруючу лінзу, на виході з якої одержують паралельний потік променів когерентного випромінювання. За допомогою методу «каустик» величину КІН визначають за формулою [291]:

$$K_I = \frac{1,671 \cdot F}{3zdC} \left(\frac{D}{3,163} \right)^{5/2} \quad (1.12)$$

де z – відстань від об'єкта до екрана; D – поперечний розмір епіциклоїди; d – товщина об'єкта; $C = v/E$ – оптична константа матеріалу; $F = 1 - 0,01(i/v)$ – коректуючий коефіцієнт, який залежить від швидкості поширення тріщини; i – швидкість поширення тріщини; v – швидкість хвиль Релея у матеріалі.

У роботі [235] розраховано очікувані розміри епіциклоїди для критичних величин КІН K_I^{kp} , які відповідають початку процесу руйнування (так званому, «старті» тріщини) у силікатному неорганічному склі. У даному випадку приведені наступні числові дані:

$n = 1,6$ (n – абсолютний показник заломлення матеріалу); $C = 4,55 \cdot 10^{-12} \text{ Па}^{-1}$; $v = 2700 \text{ м/с}$; $\rho = 2,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; $z = 2 \text{ м}$; $d = 0,8 \text{ мм}$; $K_I = 0,5 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$; $F = 1$.

При цьому розмір епіциклоїди буде дорівнювати $D_I = 1,68 \text{ мм}$.

При досягненні величини КІН K_I значення критичного $K_{IC} = 0,8 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$

проходить руйнування склоразку. При цьому швидкість тріщини згідно даних роботи [235] визначається за формулою:

$$i = 0,38(1 - l_0/l) \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1.13)$$

де l_0 – початкова довжина тріщини ($l_0=0,2$ мм); l – критичний розмір тріщини ($l=0,5$ мм).

Розрахована величина швидкості при цьому дорівнює: $i = 1050$ м/с.

Коректуючий коефіцієнт $F=0,996$. За таких даних розмір епіциклоїди буде рівний $D_2=2,03$ мм.

Таким чином, для силікатного неорганічного скла при зміні величини КІН K_I від $0,5$ МПа·м^{1/2} до $0,8$ МПа·м^{1/2} розміри епіциклоїди зростають від $D_1=1,68$ мм до $D_2=2,03$ мм. Аналіз таких картин каустик для тонких склопластинок з тріщинами досить складний [235]. У роботі [242] аналізується визначення величин ККН та КІН за допомогою фотопружних моделей, які містять градієнтні поля напружень, що викликають рефракцію світлового випромінювання. Відхилення променя світла γ , яке проходить крізь зразок товщиною d , поверхня якого деформована за рахунок значного градієнта напружень носить назву лінзового ефекту, і визначається за формулою (1.2).

При визначенні величини КІН K_I нормального відриву, нехтуючи величинами компонент основного напруженого стану σ_{ij}^o (однопараметричний підхід), буде емпірична формула:

$$K_i = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{\cos \frac{\theta}{2}} \sqrt{\frac{r}{2}} \quad (1.14)$$

де r, θ – координати точки вимірювання в полярній системі координат. Сумісне рішення рівнянь дозволяє визначити КІН K_I за даними рефракційних вимірів [242]:

$$K_I = f(r, \theta, \gamma, C_*), \quad (1.15)$$

де γ – кут рефракції;

C_* – оптико-механічна константа градієнтної фотопружності.

Метод градієнтної фотопружності, як і метод ізодин [280] та метод каустик [291] може бути ефективно застосований для визначення величин КІН K_I нормального відриву. Можливе застосування цих методів для розв'язку просторових задач механіки руйнування (визначення КІН K_I , K_{II} , K_{III}). Але все ж таки, більші можливості у цьому випадку пропонують інтерференційні методи, особливо метод фотопружності [6, 53, 95, 97, 196, 257]. Низку робіт присвячено застосуванню поляризаційно-оптичного метода до рішення задач механіки руйнування [95, 97, 107, 123, 197, 228, 233, 265]. Одержано практично важливі результати для випадків дослідження динаміки поширення тріщин методом динамічної фотопружності [107, 123, 124]. У ряді досліджень [85, 125, 126, 127, 235] доведено залежність величин КІН, і, як наслідок, НДС від швидкості тріщин. У той же час у роботах [4, 33, 120] такої залежності не визначено – розподіл напружень був близьким до статичного. Підкреслимо, що саме метод фотопружності був один з перших оптичних методів експериментального визначення величин КІН [6, 46, 53, 97, 275].

При дослідженні об'єктів з прозорих діелектриків, які містять тріщиноподібні дефекти виникає ряд проблемних питань, які необхідно враховувати.

1. Закруглення вершини модельованої тріщини. У роботі [46] показано, що глибина впливу поля напружень залежить від радіуса закруглення вершини тріщини. При зменшенні радіуса (коли тріщина наближується до ідеально гострої) градієнт напружень біля вершини тріщини зростає, а глибина впливу зменшується. Так, при $\rho/l = 0,01$ вплив тріщини складає $r/l = 0,04$. При $\rho/l = 0,05$, $r/l = 0,10$. Тут ρ - радіус закруглення вершини тріщини, l – півдовжина тріщини, r – радіус-вектор точки виміру.

2. Зміна величини коефіцієнта заломлення n у безпосередній близькості біля вершини тріщини, і, внаслідок цього, різкий градієнт оптико-механічних сталих матеріалу.

3. Дуже високий градієнт напружень безпосередньо в околі вершини тріщини, що суттєво збільшує ймовірність похибки при вимірюваннях.

4. Об'ємний (тривимірний) напружений стан біля вершини тріщини. «Зона шийкоутворення» біля вершини тріщини. Наявність напруженого стану, який відповідає плоскій деформації біля вершини тріщини та плоского напруженого стану на деякому віддаленні від вершини (більшому за товщину пластини).

Отже, слід проводити вимірювання у такій області біля вершини тріщини, де ці фактори вже не спричиняють великих похибок. За даними робіт [97, 235] має бути виконана умова $\rho/l > 0,05$ (для наскрізних тріщин). У той же час, існує верхнє обмеження, оскільки локальна концентрація напружень (і пружної асимптотики Ірвіна-Вестергаарда) досить швидко згасає і переходить у основний напружений стан. За даними робіт [97, 235] виконується умова $r/l \leq 0,3$. У роботі [97] запропоновано метод дослідження просторових задач механіки руйнування у тонкостінних конструкціях поляризаційно-оптичним методом. Для довільного випадку напруженого стану біля берегів тріщини одержано наступний вираз визначення величин КІН [97]:

$$K_I = A_1 \frac{\sqrt{\pi r}}{Cd} [A_2(\delta' \sin 2\varphi' - \delta^o \sin 2\varphi^o) + A_3(\delta' \cos 2\varphi' - \delta^o \cos 2\varphi^o)] \quad (1.16)$$

де d - товщина зрізу, δ', φ' – оптична різниця ходу та кут ізокліни для загального напруженого стану, δ^o, φ^o – оптична різниця ходу та кут ізокліни для основного напруженого стану. Для різних варіантів розташування поверхневої тріщини в пластині та відповідних полів напружень в околі фронту тріщини, сталі A_1, A_2, A_3 у формулі (1.16) приймають відповідні значення (-2; -1; 0; 1).

Отже, можна зробити висновок про можливість ефективного застосування методу каустик, градієнтної фотопружності, класичного поляризаційно-оптичного методу для визначення величин КІН в околі вершин тріщиноподібних дефектів і включень в органічному склі та епоксидній смолі. Застосування методу каустик та градієнтної фотопружності для рішення задач механіки руйнування для об'єктів з неорганічного силікатного скла малоефективне, оскільки внаслідок, практично, відсутності «лінзового ефекту», точність відповідних досліджень буде низькою [235, 242].

Ефективне застосування поляризаційно-оптичного методу для вирішення подібних задач потребує його модифікації для випадків малих за величиною картин оптичної анізотропії (до 1λ) та неоднорідного основного напруженого стану.

1.4. Основні механічні теорії граничного стану

Теорії граничного стану займають одне з ключових місць у інженерній практиці розрахунків на міцність реальних натурних об'єктів (елементів машин та конструкцій, вузлів агрегатів). Адже визначення НДС – це лише перший, хоча й дуже важливий, крок оцінки міцнісної надійності при проектуванні та експлуатації таких об'єктів. Проте, розподіл напружень і деформацій, концентрації напружень, визначення величин КІН біля тріщиноподібних дефектів безпосередньо не дають відповіді на одне з основних запитань сучасного машинобудування: чи буде мати місце руйнування елемента конструкції, який запас міцності даного вузла агрегату?

Міцність елементів машин та конструкцій, виготовлених з полімерних матеріалів залежить як від таких механічних факторів, як вид напруженого стану, наявність концентраторів, крайового ефекту, розмірів деталі, так і від групи фізичних факторів (температури, вологості, радіації). Існуючі механічні теорії міцності дають більш стабільні результати для металів, ніж для полімерних матеріалів.

Відмітимо значні успіхи, досягнуті науковцями у розробці різних теорій міцності. У той же час, необхідно відмітити, що велика кількість існуючих факторів

впливу на міцність та надійність реальних натурних об'єктів не дозволяє створити єдину, абсолютно універсальну теорію. Велика кількість існуючих теорій міцності і відповідних критеріїв [8, 10, 28, 29, 70, 79, 85, 88, 104, 106, 112, 113, 132, 135, 138, 169, 186, 191, 201] це тільки підтверджує. Кожна з них має свої області застосування, у яких найбільш адекватно описується реальний граничний стан об'єктів. Кожна теорія міцності корисна і потрібна для інженерних розрахунків, має право на існування в комплексі інших підходів. Виходячи з певних критеріальних постулатів, всі механічні теорії міцності пропонують певну формулу визначення еквівалентного напруження $\sigma_{екв}$ за відомими головними $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ та порівняння $\sigma_{екв}$ з деяким граничним параметром σ_* , визначеним для даного матеріалу на тарувальних експериментах (граничними параметрами, які визначають запас міцності, можуть також виступати деформації).

Підкреслимо, що більшість методів оцінки міцності стосується бездефектних конструктивних структур. Зважаючи на високу концентрацію напружень в зонах технологічних концентраторів, наявність дефектів, особливо тріщиноподібних, стадія живучості (розвиток дефектності від початкового розміру до критичного значення) у більшості випадків є визначальною при оцінці надійності і запасу міцності вузлів машин [3, 13, 28, 29, 49, 79, 87, 129, 139, 163, 171, 182, 188, 259]. Вирішенню вказаного комплексу проблем інженерної практики присвячена робота [146]. Оригінальні підходи у формулюванні критеріїв руйнування анізотропних пластин з тріщинами, в основі яких є нове поняття міри пошкодженості матеріалів у зоні передруйнування, запропоновано у роботі [24]. Крім того, запропонований підхід може бути застосований до оцінки граничного стану об'єктів з тріщинами, що наблизить його до реальних інженерних потреб.

Проблемі дослідження різних аспектів міцності конструкцій з полімерних матеріалів присвячені роботи [22, 29, 30, 42, 70, 85, 86, 87, 113, 114, 185, 186, 260]. Відомо, що за своєю структурою полімери можна розділити на лінійні (до яких відноситься оргскло) та сітчасті (до яких відносяться матеріали на базі епоксидних смол). Для лінійних полімерів характерний більш прогнозований характер

руйнування, ніж для сітчастих. Для сітчастих полімерів, як правило, знаходять статистичні залежності для деяких середніх значень.

У роботі [29] показано, що механічні теорії міцності (МТМ) повинні задовольняти певним умовам, головними з яких є наступні:

1) кожна МТМ має ґрунтуватися і узгоджуватися з дослідними даними, отриманими за найпростіших напружених станів;

2) МТМ повинна мати фізичний зміст і містити параметри, які можна одержати дослідним шляхом;

3) критерій міцності повинен бути якомога простішим, зручним для використання;

4) критерій міцності повинен мати інваріантну форму, не залежати від вибору системи координат.

Слід підкреслити, що у всіх чисто механічних теоріях міцності на вирази для визначення еквівалентного напруження $\sigma_{\text{екв}}$ не впливає зміна фізичних факторів (температури, вологості, радіації). При цьому може змінюватись лише границя міцності σ_* , яку необхідно визначати для досліджуваного матеріалу в даних умовах. Тобто, МТМ не повною мірою враховують наявний комплекс фізичних параметрів. Крім того, МТМ описують граничний стан бездефектних конструктивних структур [29, 79, 177, 227].

Наведемо основні інженерні теорії міцності за даними робіт [177, 227]. При цьому, введено позначення:

$\sigma_{\text{екв}}$ – еквівалентне напруження; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – головні напруження; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – головні відносні деформації; $\sigma_{\text{ср}}$ – середнє напруження: $\frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$; σ_i – інтенсивність напруження: $\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 + \sigma_2)^2 + (\sigma_2 + \sigma_3)^2 + (\sigma_3 + \sigma_1)^2]}$; $\sigma_0^+, \sigma_0^-, \tau_0$ –

граничні для даного матеріала напруження, відповідно, при одноосному розтягу, одноосному стиску та чистому зсуві: $\zeta_1 = \frac{\sigma_0^+}{\sigma_0^-}$; $\zeta_2 = \frac{\sigma_0^+}{\tau_0}$; $\zeta_3 = \frac{\sigma_0^-}{\tau_0}$.

1. Критерій найбільших нормальних напружень (Галілея-Лейбніца, Клебша-Ренкіна):

$$\sigma_{екв} = \sigma_1$$

Досить непогано описує граничний стан крихких матеріалів (скло, гіпс, кераміка).

2. Критерій найбільших лінійних деформацій (Сен-Венана, Маріота-Грасгофа, Нав'є, Вінклера)

$$\sigma_{екв} = \sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3).$$

Має обмежене застосування в інженерній практиці.

3. Критерій найбільших дотичних напружень (Кулона, Треска, Сен-Венана):

$$\sigma_{екв} = \sigma_1 - \sigma_3.$$

Задовільно описує граничний стан пластичних малозміцнюючих матеріалів (відпущені сталі), для яких характерна локалізація пластичних деформацій.

4. Критерій питомої енергії формозміни (Максвелла, Губера, Мізеса, Генкі)

$$\sigma_{екв} = \sigma_i$$

Добре описує граничний стан широкого класу пластичних матеріалів (мідь, нікель, алюміній, вуглецеві, хромонікелеві сталі і т.д.).

5. Критерій Кулона-Мора:

$$\sigma_{екв} = \sigma_1 + \zeta_1 \sigma_3$$

Застосовується для визначення граничного стану достатньо однорідних матеріалів, які мають різну опірність розтягу та стиску.

6. Критерій Ягна-Бужинського:

$$\sigma_{екв} = 3(1 - \zeta_1) \sigma_{сер} + \frac{1}{\sigma_0^-} \left[\sigma_i^2 (\zeta_2 \zeta_3 - 3) (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1 \sigma_3) \right]$$

Застосовується у тих же випадках, що і критерій Кулона-Мора. При $\sigma_0^+ = \sigma_0^-$, $\tau_0 = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}}$ співпадає з критерієм питомої енергії формозміни.

7. Критерій Баландіна:

$$\sigma_{екв} = 3(1 - \zeta_1) \sigma_{сер} + \frac{\sigma_i^2}{\sigma_0^-}$$

Є частковим випадком критерія Ягна-Бужинського (при $\tau_0 = \sqrt{\frac{\sigma_0^+ \sigma_0^-}{3}}$).

8. Критерій Боткіна-Миролубова:

$$\sigma_{екв} = 3(1 - \zeta_1) \sigma_{сер} + \frac{1}{2} (1 + \zeta_1) \sigma_i$$

Застосовується у випадках дії критерія Кулона-Мора.

9. Критерій Друкера-Прагера:

$$\sigma_{екв} = \left(\frac{1 + \zeta_1}{1 + \sqrt{\zeta_1}} \right)^2 \sigma_i + 6 \frac{\sqrt{\zeta_1} - \zeta_1}{1 + \sqrt{\zeta_1}} \sigma_{сер} - 9 \left(\frac{1 - \sqrt{\zeta_1}}{1 + \sqrt{\zeta_1}} \right)^2 \frac{\sigma_{сер}}{\sigma_0^-}$$

Задовільно описує граничний стан відносно пластичних матеріалів, для яких параметр $\zeta_1 > 0,3$.

10. Критерій Волкова:

$$\sigma_{екв} = \frac{2}{\zeta_1} \left[C \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1 \sigma_3)} + \beta \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \lambda \sigma_{сер} \right) + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \right]$$

Критерій одержано на основі аналізу моделі мікроскопічно неоднорідного середовища.

11. Критерій Писаренка-Лебедева (1):

$$\sigma_{екв} = \zeta_1 \sigma_i + (1 - \zeta_1) \sigma_1$$

Добре описує граничний стан широкого класу достатньо однорідних конструкційних матеріалів.

12. Критерій Писаренка-Лебедева (2):

$$\sigma_{екв} = \zeta_1 \sigma_i + (1 - \zeta_1) \sigma_1 \cdot A^{\frac{3\sigma_{сер}}{\sigma_i}}$$

Добре описує граничний стан неоднорідних матеріалів (крихкі металокерамічні композити, графіт, деякі пластмаси).

Крім наведених вище класичних теорій міцності продовжується робота над створенням нових підходів у оцінці граничного стану елементів машин і конструкцій [8, 10, 28, 79, 104, 113, 145, 188, 259]. Більшість таких теорій дає більш стабільні результати для металів, ніж для полімерних матеріалів [79, 104, 105, 177, 188].

Слід відмітити, що не існує єдиної, універсальної механічної теорії граничного стану. Значна кількість існуючих МТМ та відповідних критеріїв лише підтверджує це [79, 177, 227]. Класичні МТМ описують лише граничний стан при короткочасному навантаженні об'єктів, і не пояснюють значні відмінності у величинах границі міцності для короткочасного і довготривалого навантажень [79, 104, 145, 177, 227].

Ще раз відмітимо, що класичні механічні теорії міцності описують граничний стан ізотропних бездефектних матеріалів. У більшості реальних натурних конструкцій містяться концентратори напружень у вигляді отворів, тріщиноподібних дефектів, включень, місць різкої зміни геометрії. Це потребує більш комплексного підходу для оцінки граничного стану таких об'єктів, особливо при наявності крім конструктивних, ще й технологічних концентраторів (залишкових технологічних напружень) та анізотропії властивостей і структури (що

характерно для багат шарових елементів конструкцій) [13, 28, 43, 73, 113, 181, 201, 233, 269].

1.5. Дослідження багат шарових структур при можливій наявності тріщиноподібних дефектів

Багат шарові структури, як конструктивні елементи сучасних конструкцій та вузлів агрегатів все ширше використовуються у сучасній інженерній практиці. У будівництві – це фундаменти висотних будинків, покриття доріг та аеродромів, у машинобудуванні – це ілюмінатори літаків і підводних човнів (триплекси), смотрові вікна апаратів харчової та хімічної промисловості, різнопланові багат шарові захисні покриття. Складність розв’язання граничних задач теорії пружності значно зростає, якщо шари мають певні технологічні та конструктивні концентратори, особливо тріщиноподібні дефекти та включення. Можна констатувати, що для таких випадків відсутні загальні ефективні методи аналітичних рішень, які б давали комплексну картину розподілу НДС та оцінки граничного стану таких структур. У роботі [72] наведено аналітичне рішення для розв’язання задачі про визначення напружень та переміщень у багат шаровій пружній основі, яка в одному з шарів містить отвір, обмежений гладким контуром, що не перетинає меж цього шару. Для цього отримано вирази у вигляді контурних інтегралів типу Коші. Отримана система сингулярних інтегральних рівнянь з ядром Коші $(S - t)^{-1}$ відносно функцій $f_x(S)$, $f_z(S)$ і запропоновано спосіб її наближеного розв’язання за допомогою квадратурних формул найвищого алгебраїчного ступеня точності. У працях [74, 75] за допомогою вдосконаленого методу функцій податливості і методу фіктивних навантажень побудовано алгоритм розв’язання задачі про визначення напружень та переміщень в багат шаровій пружній основі, яка в одному з шарів має криволінійну тріщину нормального розкриття, що не перетинає меж цього шару. У праці [73] запропоновано спосіб визначення напружено-деформованого стану багат шарової пружної основи зі зчепленими шарами, між якими міститься прямолінійна тріщина (зазор). Із граничних умов на берегах тріщини отримана система сингулярних

інтегральних рівнянь. Спираючись на дослідження інтегральних рівнянь цієї системи, запропоновано спосіб її наближеного розв'язання методом скінчених сум. У фундаментальній роботі [29] проаналізовано проблематику міцності шаруватих структур, які містять тріщини та надрізи. Показано, що у випадках дослідження на ударну в'язкість за Шарпі, тріщина просувається лише до першої на її шляху площини з'єднання шарів. У іншій частині досліджуваній зразок значно деформувався і відбувалося розшарування по тій ж поверхні поділу, до якої доходила тріщина, проте суцільного руйнування не відбувалося. Тобто, якщо міцність зв'язку поступається міцності з'єднання шарів – пластин, то відбувається гальмування тріщини. Крім того, у роботі [29] наведено інформацію, що окрім тріщин, що виникають усередині шарових матеріалів, доволі часто, під час виготовлення та експлуатації виникають і поверхневі тріщини-надрізи, або області локального поверхневого розшарування. Причому, поверхневий надріз може ініціювати розшарування як у площині шарів, так і в поперечному напрямку. Якщо розглянути шар з поверхневою тріщиною з гострим надрізом, у площині фронту тріщини виникають нормальні і дотичні напруження (площина зразку співпадає з площиною XoY):

$$\sigma_y = \tau_{xy} = \frac{K_I}{4\sqrt{\pi r}} \quad (1.17)$$

Дотичні напруження виникають внаслідок впливу розтягувальних та згинальних навантажень, які визначають величину КІН K_I . У роботі [29] підкреслено, що до розвитку розшарування може призвести як навантаження в площині шарів, так і навантаження в поперечному напрямку. У роботі [28] запропоновано оригінальний підхід до визначення граничного стану анізотропних пластин з тріщинами. Сформульовано критерії руйнування, в основі яких введено нове поняття міри пошкодженості матеріалів у зоні передруйнування. У результаті цього підходу визначення міцності таких елементів конструкцій зводиться до задачі про гранично-рівноважений стан нескінченної анізотропної пластини з тріщиною, яка

у нескінченно віддалених точках піддана дії зусиль σ_1 , σ_2 . У роботах [111, 114] досліджено НДС і міцності шаруватих вуглепластиків за кімнатної та криогенної температур. Досліджуваними матеріалами є композити, матрицею яких є епоксидна смола і які армовані високоміцними односпрямованими волокнами. Такі матеріали мають переважне застосування у авіаційній і космічній техніці. Показано, що процес руйнування шаруватих композиційних матеріалів починається з локальних руйнувань матриці або зв'язків між волокном і матрицею, що супроводжується утворенням і розвитком тріщин у відповідних напрямках [112, 113]. Навіть при відсутності силового впливу у матриці окремих шарів можуть виникати серії тріщин. Існуючі аналітичні методики міцності часто не враховують цей факт. Тому відомі підходи не дозволяють достатньо ефективно прогнозувати міцність шаруватих пластиків [113, 114]. У роботі [114] для вимірювання температурних деформацій застосовано тензометрію. Визначено, що граничне трансверсальне напруження для розтягу при охолодженні від 293 К до 77 К зменшується на 37%, а при стиску – зростає на 48 %. Зроблено висновок, що шаруваті вуглепластики характеризуються низьким опором деформуванню в напрямку, ортогональному до площини армування і міжшаровому зсуву. У працях [49, 50] запропоновано метод оцінювання опірності руйнуванню композиційних матеріалів. Руйнування конструкцій із композиційних матеріалів відбулось за механізмом зародження і поширення тріщиноподібних дефектів в одному із компонентів (матриці, арматурі, поверхні розділу) композита. Переважну більшість сьогоденних досліджень характеристик опору руйнуванню композиційних матеріалів проводять з використанням лінійної механіки руйнування для ізотропних матеріалів. Але це не зовсім коректно описує реальний стан речей. Тому у роботах [49, 50] описано підхід, який би враховував анізотропію композиційних матеріалів. Робота [143] присвячена розробці та реалізації чисельно-аналітичного підходу до розв'язання задач пружної стійкості багат шарових композитів скінчених розмірів з міжфазними дефектами, які знаходяться в умовах плоскої або осесиметричної деформації. Застосовано апарат скінченого інтегрального перетворення Фур'є (плоска задача) та апарат інтегрального перетворення Ганкеля (осесиметрична задача). При цьому

розглянуті задачі стійкості зводяться до систем сингулярних інтегральних рівнянь другого роду з ядрами типу Коші, а потім шляхом чисельно-аналітичного аналізу – до систем однорідних алгебраїчних рівнянь. У роботі [58] вивчено процеси деформування і міцності мультіфіламентних полімерних систем в умовах статичного короткочасного та тривалого навантажень. Проведено як експериментальні дослідження, при яких визначено ділянки лінійності та нелінійності в'язкопружних властивостей даних матеріалів, так і розроблено чисельні алгоритми та спрощену інженерну модель для прогнозування механічної міцності таких систем. У роботі [43] вивчено нелінійне деформування і стійкість багат шарових елементів конструкцій з дефектами структури. На основі дискретно-структурної теорії, авторами розроблено єдиний підхід до розв'язання задач міцності і стійкості багат шарових тонкостінних елементів конструкцій з міжшаровими дефектами структури. Запропоновано варіаційну постановку геометрично нелінійних контактних задач при розрахунках анізотропних тонкостінних елементів з урахуванням як ідеальних, так і однобічних зв'язків контактних поверхонь армованих шарів з різними фізико-механічними характеристиками. Праці [141, 142] присвячені експериментальному визначенню НДС гомогенних та гетерогенних триплексів в умовах знижених температур. Для реалізації температурного режиму сконструйовано спеціальні термокамери. Дослідження проведено методом фотопружності.

Таким чином, можна зробити висновок про значний інтерес науковців до дослідження багат шарових структур і значну кількість одержаних результатів. Проте, при цьому недостатньо проведених комплексних досліджень НДС та граничного стану багат шарових структур, особливо при можливій наявності тріщиноподібних дефектів у різних шарах, наявності додаткових конструктивних та технологічних концентраторів.

1.6. Висновки та задачі дослідження.

Виходячи з вищенаведеного, можна констатувати, що розробка експериментально-розрахункових оптичних методів визначення НДС та граничного стану прозорих діелектриків на основі аналізу параметрів тензора діелектричної проникності є надзвичайно важливою проблемою. Відповідно, мета роботи присвячена вирішенню цієї проблеми. Для її досягнення, необхідно вирішити наступні задачі дослідження:

1. Розробити новий метод визначення НДС, який використовує п'єзооптичний ефект поглинаючого середовища (метод поглинання), і дія якого базується на аналізі зміни уявної частини компонент тензора діелектричної проникності (показника поглинання) при навантаженні об'єкта. Метод повинен дати принципову можливість визначення НДС об'єктів із непрозорих у видимому діапазоні діелектриків і дозволити одержати відразу окремо квазіголовні напруження і деформації, а не їх лінійні комбінації, як у поляризаційно-оптичних (різниці) та когерентно-оптичних (суми) методах.

2. Розробити новий експериментально-розрахунковий метод визначення НДС, який використовує ефект дифузного поверхневого розсіювання (метод дифузного поверхневого розсіювання) і базується на вимірюваннях перерозподілу інтенсивностей дзеркальної та дифузних складових розсіяного поверхневого об'єкта світлового потоку при локальній зміні його кривизни.

3. Розробити та реалізувати моделі оптичних датчиків деформацій поверхні, які працюють на ефекті дифузного поверхневого розсіювання у двох конструктивних виконаннях: у одному з яких чутливим елементом є вигнута пластинка, а у другому – виїмка з дифузновідбиваючою поверхнею. Причому датчик, чутливим елементом якого є виїмка – єдиний із всіх існуючих на сьогодні датчиків деформацій (включаючи тензодатчики), який не кріпиться певним чином на поверхню об'єкта, а є частиною приповерхневого шару.

4. Розробити фізико-механічний критерій граничного стану діелектриків (критерій тензора діелектричної проникності). Критерій базується на зміні компонент тензора діелектричної проникності при навантаженні об'єкта і дозволяє інтегрально враховувати вплив механічних та фізичних факторів (температури, вологості, радіації) на граничний стан діелектриків. Це єдиний із критеріїв граничного стану, у якому при зміні фізичних факторів змінюється не лише границя міцності (як у класичних механічних критеріях), а і вираз для еквівалентного напруження.

5. Пояснити за допомогою фізико-механічного критерію ТДП довготривалу міцність полімерів.

6. Розвинути (модифікувати) поляризаційно-оптичний метод для визначення величин K_I , K_{II} , K_{III} для неоднорідного основного напруженого стану та малих за величиною картин оптичної анізотропії (до 1λ), а також для випадків великих різниць ($> 8 \lambda$) та значних градієнтів, коли важко визначити нульову ізохрому і застосувати компенсаційні методи.

7. За допомогою модифікованих методик поляризаційно-оптичного методу та розробленого фізико-механічного критерію тензора діелектричної проникності провести комплексне дослідження напруженого та граничного стану при знижених температурах (до $T=213K$) багат шарових структур (гомогенних та гетерогенних триплексів) з обрамленням і без, та при можливій наявності дефектів типу тріщин у складових частинах (елементах) триплексів: неорганічному силікатному склі, органічному склі та склеюючому шарі. На основі проведеного дослідження визначити вплив гетерогенності та обрамлення і одержати чисельні результати оцінки НДС та граничного стану для різних варіантів триплексів і вибрати оптимальний.

РОЗДІЛ 2

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ МЕТОДИКИ ДОСЛІДЖЕННЯ ОБ'ЄКТІВ ІЗ ПРОЗОРИХ ДІЕЛЕКТРИКІВ

2.1 Матеріали для дослідження

2.1.1 Епоксидні смоли

Об'єктом для дослідження у роботі є прозорі діелектрики: епоксидні смоли (сітчасті полімери), органічне скло (лінійний полімер), неорганічне силікатне електровакуумне скло та триплекси, які являють собою конструктивні комплекси органічного скла, силікатного неорганічного скла та склеюючого шару. Крім того, епоксидні смоли (смола ЕД-20М) виступають як матриці композиційних матеріалів вуглепластиків, які знаходять все ширше застосування у авіа- та космічному машинобудуванні. Як самостійний конструкційний матеріал епоксидні смоли також можуть бути використані у якості склеюючого шару триплексів, крім того, епоксидні смоли є основним матеріалом для моделювання у поляризаційно-оптичному методі, одному з найбільш розвинених та ефективних оптичних методів експериментальної механіки. Розглянемо основні характеристики епоксидних смол ЕД-20М, ЕД-16, ЕПСА, які використовувались у роботі для експериментальних досліджень.

Хімічна будова епоксидної смоли ЕД-20М характеризується наявністю активних епоксидних груп. Сама по собі, це в'язка рідина, для перетворення якої у твердий матеріал додають затверджувач, наприклад малеїновий ангідрид. Він взаємодіє з епоксидними групами, зшиваючи їх та утворюючи тримірну сітку. Внаслідок чого утворюється досить жорсткий матеріал з модулем Юнга I роду у скловидному стані рівним 3100-3300 МПа. Матеріал ЕД-20М, як і матеріал ЕД-16 – полімери на базі епоксидних смол одностадійного тверднення. При моделюванні задач механіки деформівного твердого тіла, вказані матеріали можуть використовуватись як у скловидному, так і у високоеластичному станах. Багато

інженерних задач вирішено за допомогою поляризаційно-оптичних досліджень на матеріалах ЕД-16 та ЕД-20М. Але при розв'язуванні задач механіки руйнування, особливо при наявності механічних полів залишкових технологічних напружень, вказані матеріали не завжди ефективні. У цих випадках раціональніше використовувати матеріал на базі епоксидно-діанової смоли ЕД-20 двостадійного тверднення, розроблений у лабораторії оптичних методів механіки деформівного твердого тіла Київського державного університету – ЕПСА. [96]

Матеріал ЕПСА складається із 100 вагових частин епоксидно-діанової смоли ЕД-20, 60 частин полісибацинового ангідриду ПСА та 10 вагових частин метилтетрагідрофталевого ангідриду МТГФА. Технологія одержання матеріалу ЕПСА наступна. Розігріта до 363 К смола змішується з розплавленими ангідридами, перемішується на протязі години при цій температурі і після цього заливається у форму. Перша стадія полімеризації після витримки компаунда при температурі 368 К – 10 годин, після чого компаунд витримують на протязі 14 годин при температурі 378 К, друга стадія полімеризації продовжується 12 годин при температурі 423 К. У таблиці 2.1. наведені деякі константи матеріалу ЕПСА, визначені за відомими методиками для першої та другої стадій полімеризації.

Таблиця 2.1

Основні фізико-механічні характеристики матеріалу ЕПСА для двох стадій полімеризації

Матеріал ЕПСА	Модуль пружності I роду, $E \cdot 10^3$ МПа	Коефіцієнт оптичної чутливості, $C \cdot 10^{-7}$ 1/МПа	Коефіцієнт теплового лінійного розширення, $\alpha \cdot 10^{-5}$ 1/К	Коефіцієнт Пуассона, ν
Після першої стадії полімеризації	1,2	6,1	7,2	0,39
Після другої стадії полімеризації	1,9	5,4	6,5	0,36

У таблиці 2.2 наведено основні оптико-механічні характеристики епоксидних смол ЕД-20М, ЕД-16, ЕПСА для скловидного та високоеластичного станів.

Таблиця 2.2

Основні оптико-механічні характеристики епоксидних смол

ЕД-20М, ЕД-16, ЕПСА

Матеріал	T=293 К				T ₃ – температура «заморожування»				
	Модуль пружності E·10 ³ , МПа	Границя міцності на розтяг σ*, МПа	В'язкість руйнування, K _I [*] , МПа·м ^{1/2}	Коефіцієнт оптичної чутливості, C·10 ⁻⁷ , 1/МПа	Температура «заморожування», T ₃ , °C	Модуль пружності, E _T , МПа	Границя міцності на розтяг, σ _T [*] , МПа	В'язкість руйнування, K _I [*] _T , КПа·м ^{1/2}	Коефіцієнт оптичної чутливості, C _T ·10 ⁻⁷ 1/МПа
ЕД-20М	3,2	52	1,23	4,3	135	27	1,32	33	143
ЕД-16	2,8	47	1,18	4,1	130	24	1,27	29	128
ЕПСА	1,9	41	1,11	5,4	80	16	1,09	19	212

2.1.2. Органічне скло

Органічне скло (поліметилметакрилат) – лінійний полімер. Органічне скло Е-2 має високу оптичну чутливість і може ефективно використовуватись у поляризаційно-оптичних дослідженнях. Органічне скло марок СО використовується як конструкційний матеріал у авіації, та машино-, судно-, приладобудуванні. Умовне позначення марки органічного скла складається з початкових літер назви «Скло органічне» – СО та цифр, які визначають значення температури м'якнення та літери, яка визначає область застосування скла:

А – авіаційне – для використання у літаках і гелікоптерах;

К – конструкційне – для різних галузей машинобудування.

У таблиці 2.3. наведено основні марки та типи органічного скла.

Таблиця 2.3

Марки органічного скла

Тип	Марка
Скло органічне непластифіковане	СО-120-А; СО-120-К
Скло органічне пластифіковане	СО-95-А; СО-95-К
Скло органічне сополімерне	СО-133-К

Органічне скло входить як складовий елемент у конструкцію гетерогенного триплекса. У таблиці 2.4 наведено оптико-механічні характеристики оргскла Е-2 та оргскла СО.

Для органічного скла, як і для епоксидної смоли, силове збурення міжатомних зв'язків у навантаженому полімері проявляється у зміні спектру поглинання в ІЧ-області, де знаходяться частоти коливань зв'язків у полімерних ланцюгах. Смуги ІЧ поглинання під дією напружень зміщуються у бік низьких частот і деформуються, розмиваючись у той же бік. Розвантаження полімера приводить до повернення початкового стану смуг поглинання [22]. Ці властивості полімерів будуть використані при розробці нового оптичного методу експериментальної механіки – методу поглинання.

Основні оптико-механічні характеристики органічного скла

Матеріал	Модуль пружності $E \cdot 10^3$, МПа	Границя міцності на розтяг σ^* , МПа	Відносне видовження при розриві, %	Ударна в'язкість, КДж/м ²	Температура м'якшення, Т, °С	Коефіцієнт пропускання світла, %	Коефіцієнт оптичної чутливості, $C \cdot 10^{-7}$ 1/МПа
Е-2	3,5	82	2,8	12	112	96	4,8
СО	2,9-3,2	78	3,2	10	92	91-93	0,21

2.1.3. Неорганічне силікатне електровакуумне скло

Неорганічне силікатне скло має такі властивості, які, у певних умовах експлуатації, висувають його в ряд незамінних конструкційних матеріалів. Так, висока стійкість до атмосферної вологості, води, цілої групи хімічних реагентів наряду із здатністю витримувати значні стискаючі напруження, робить багатокomпонентне силікатне скло одним з основних елементів триплексів, які можуть бути ілюмінаторами літаків та підводних човнів. Електровакуумне скло (ЕВС) є основним конструкційним матеріалом кінескопів, інших приладів. Хімічний склад ЕВС наведено у таблиці 2.5.

Таблиця 2.5

Хімічний склад електровакуумного скла С52-1

Компонент	SiO ₂	Al ₂ O ₃	CaO	MgO	Na ₂ O	K ₂ O	BaO	Li ₂ O
Вміст, %	59,8	3,6	5,5	2,5	5,5	9,8	2,3	0,5

Основні оптико-механічні характеристики ЕВС С52-1 наведено у таблиці 2.6.

Основні оптико-механічні характеристики електровакуумного скла С52-1

Матеріал	Густина, $\rho \cdot 10^3$ кг/м ³	Границя міцності при згині, σ^* , МПа	Ударна в'язкість, КДж/м ²	Коефіцієнт лінійного розширення, $\alpha \cdot 10^{-6}$, 1/К	Температура м'якнення, Т, °С	Термостійкість, °С	Коефіцієнт пропускання світла, %	Коефіцієнт оптичної чутливості, $C \cdot 10^{-7}$ 1/МПа
С52-1	2,29	73	1,8	5,2	585	180	98	0,34

З точки зору механіки, слід підкреслити, що неорганічне силікатне скло є крихким матеріалом, який дуже чутливий до ударного навантаження, розтягуючих зусиль, особливо при наявності тріщиноподібних дефектів.

Неорганічне силікатне скло є прозорим матеріалом з дуже низькою оптичною чутливістю. Тому, для визначення НДС таких матеріалів, можна застосовувати поляризаційно-оптичний метод, але він потребує удосконалення, так як звичайні схеми вимірювання оптичної анізотропії компенсацією за Сенармоном важко застосувати. А метод смуг взагалі не працює внаслідок дуже малої величини (до 1λ) картини оптичної анізотропії.

2.2.1. Створення тріщин у епоксидній смолі двостадійного тверднення ЕПСА

Відомо, що матеріал ЕПСА є епоксидною смолою двостадійного тверднення. Для створення тріщин у ньому застосовано методу, описану у роботі [235].

Після першої стадії полімеризації матеріал ЕПСА дуже еластичний. Ця його властивість використовувалась при створенні тріщиноподібних дефектів. Тріщини наносились спеціальним пристроєм з гострими боковими гранями у необхідному місці, при цьому була можливість задати певну довжину та орієнтацію дефекта. Після того, недополімеризований на першому етапі матеріал ЕПСА дополімеризовувався. При цьому береги тріщин змащувались антиадгезійною змазкою ЦТ ІМ-26 для уникнення злипання, оскільки при дополімеризації матеріалу підвищується пластичність та адгезійна здатність контактуючих поверхонь тріщин. Крім того, вдавлення антиадгезійного мастила ще сприяє локальному мікропідростанню тріщини, і наближає її до ідеальної. Після другої стадії полімеризації матеріал стає жорстким, при цьому залишкової анізотропії в околі дефектів не спостерігають. Таким чином одержують практично ідеальну наскрізну тріщину в матеріалі ЕПСА.

При виготовленні пластинчатих та оболонкових моделей із матеріалу ЕПСА з поверхневими тріщинами різної геометрії використовуються змінні пробивники прямокутної, напівеліптичної та сегментовидної форми і спеціальний обмежувальний елемент, за допомогою якого змінювали глибину поверхневої тріщини.

Фотопружний аналіз підтверджує відсутність оптичної анізотропії біля берегів створених таким способом поверхневих тріщин в матеріалі ЕПСА.

2.2.2. Створення тріщин у епоксидних смолах ЕД-16, ЕД-20М

Для розширення функціональних можливостей поляризаційно-оптичного методу для розв'язання задач механіки руйнування проводились експерименти по створенню дефектів типу тріщин в матеріалах одностадійного тверднення ЕД-16, ЕД-20М.

У епоксидних смолах ЕД-16, ЕД-20М, які знаходяться у склоподібному стані наносити тріщини таким чином, як це описано для матеріалу ЕПСА, неможливо. Тільки переводячи матеріали ЕД-16, ЕД-20М нагріванням у високоеластичний стан, можна створювати тріщиноподібні дефекти. При такому технологічному процесі виникає ряд особливостей. Так, у момент створення дефекту, температура пробивника має бути досить високою, у іншому разі епоксидна смола, яка безпосередньо контактує з пробивником (під час нанесення тріщини), буде швидко охолоджуватись і перейде у склоподібний стан, що не дозволить одержати тріщину без залишкової оптичної анізотропії. У випадку дуже високої температури пробивника, будуть мати місце залишкові температурні напруження. Виходячи з усього вищенаведеного, попередньо був вибраний діапазон температур матеріалу та пробивника, близький до температури «заморожування» епоксидної смоли ЕД-20М. Логічно було уявити, що оптимальним температурним режимом є такий, при якому і температура пробивника, і температура матеріалу однакові і дорівнюють температурі «заморожування». При цьому не повинно бути залишкових температурних напружень, але можливі значні напруження стиску. У той же час, коли і температура матеріалу, і температура пробивника більші за температуру «заморожування», та при цьому температура пробивника дещо більша за температуру матеріалу, матеріал стає більш піддатливим, що зменшує напруження стиску, але при цьому збільшуються теплові напруження.

Для визначення оптимального співвідношення температур у системі пробивник-матеріал, було проведено наступний експеримент.

Була виготовлена оболонка з епоксидної смоли ЕД-20М з товщиною стінки 2мм. По екваторіальних колах оболонки через рівні проміжки було закріплено 7 термопар «мідь-константан». Така ж термопара кріпилася на пробивнику. Попередньо всі термопари були таровані. Фіксація електрохарактеристик проводилась за допомогою мілівольтметра Ф-216. оболонку нагрівали у термошафі, тріщини наносились при різних температурах матеріалу оболонки та пробивника. Після охолодження оболонки у термошафі до кімнатної температури, вимірювали

величину оптичної різниці ходу δ (яка характеризувала залишкову оптичну анізотропію) на відстані $r = 0,5\text{мм}$ від кожної з вершин (А і В) наскрізних тріщин, під кутом $\theta=90^0$ до осі тріщин. Результати проведених вимірювань наведено в таблиці 2.7.

На основі одержаних експериментальних даних можна зробити такі висновки:

- оптимальними температурними режимами створення дефектів типу тріщин у матеріалі ЕД-20М є наступні:
 - $T_{\text{матер}}=T_{\text{зам}}+(0-15^0\text{C})$;
 - $T_{\text{проб}}=T_{\text{матер}} +(20-40^0\text{C})$.

При цьому залишкові напруження стабільні і становлять, у середньому, $0,046\text{ МПа}$. За даними таблиці 2.2, в'язкість матеріалу ЕД-20М складає $1,23\text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$, границя міцності на розтяг – 52МПа .

Таблиця 2.7

Оптимальні температурні режими нанесення тріщин в матеріалі ЕД-20М

№ п/п	$T_{\text{проб}},$ °C	$T_{\text{матер}},$ °C	$\Delta T=T_{\text{проб}}-T_{\text{матер}},$ °C	$T_{\text{зам}},$ °C	$\delta_A,$ нм	$\delta_B,$ нм	$\delta/Cd,$ МПа
1	115	125	-10	115	312	339	0,097
2	130	135	-5	115	285	310	0,089
3	135	135	0	115	316	291	0,091
4	150	130	20	115	178	170	0,055
5	150	120	30	115	141	138	0,044
6	160	130	30	115	155	161	0,048
7	160	115	45	115	138	155	0,045

Як відомо, коефіцієнт концентрації напружень біля вершини наскрізної тріщини дорівнює 6-7. Тоді величина напруження, яка відповідає основному напруженому стану, буде становити 7,43 МПа.

Таким чином, поле залишкових напружень складає 0,62% величини компоненти основного напруженого стану і суттєво не впливає на точність фотопружних вимірювань (рис. 2.1). При цьому, створення тріщин у епоксидній смолі ЕПСА взагалі не викликає виникнення поля залишкових напружень.

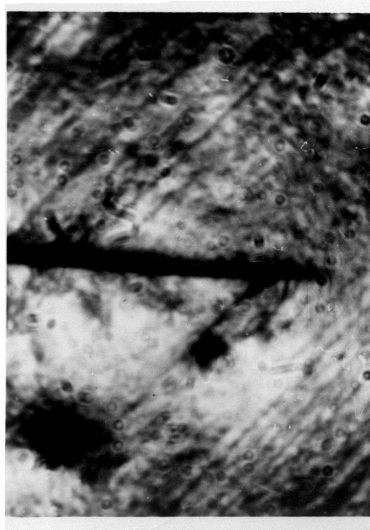


Рис. 2.1. Тріщина у матеріалі ЕД-16 (збільшення 110 разів)

2.2.3. Створення дефектів типу тріщин в органічному склі Е-2, СО

Зразки з органічного скла СО з тріщиноподібними дефектами використовували для визначення граничного стану діелектриків згідно фізико-механічного критерію тензора діелектричної проникності. Тому не ставились дуже жорсткі вимоги до дефекту (в плані його наближення до ідеальної тріщини). Тріщину імітували пропилом з радіусом закруглення вершини $0,15 \cdot 10^{-3}$ м, що, приблизно, відповідало розмірам відповідних дефектів у оргсклі Е-2, які досліджувались методом градієнтної фотопружності [242].

Відомо, що при збільшенні радіуса закруглення вершини дефекту, розширюється ширина зони впливу вершини, але не настільки строго визначена асимптотична особливість Ірвіна-Вестергаарда. Ще раз підкреслимо, що, оскільки зразки з органічного скла не застосовувались, безпосередньо, для рішення задач механіки руйнування, а запропоновані вище методики нанесення тріщин у епоксидних смолах ЕПСА, ЕД-16 та ЕД-20М не могли бути застосовані для органічного скла, яке перебуває при кімнатній температурі, запропонований підхід створення пропилів виправданий.

2.2.4. Створення тріщин у неорганічному силікатному електровакуумному склі С52-1

При експериментальному дослідженні характеристик тріщиностійкості матеріалів виникає необхідність вибору найбільш раціональних форми та розмірів зразка, способів навантаження, методу створення тріщин. Для дослідження крайової тріщини у склопластинках в наших експериментах необхідно одержати прямолінійну тріщину відповідного розміру з фронтом, перпендикулярним площинам склопластинки. З цією метою по краях склопластинки (з двох сторін) наносили поверхневі надрізи алмазним склорізом довжиною 1,5 мм. Після цього зразок піддавали дозованому силовому впливу і отримували дві сегментовидні тріщини. Далі навантажували за допомогою спеціально сконструйованого пристрою для реалізації згину (рис. 2.3, 2.4). При цьому розмір сегментовидних тріщин збільшувався до тих пір, доки вони не зливалися в одну наскрізну тріщину, розмір якої доводили до величини $l=2$ мм (рис. 2.2).

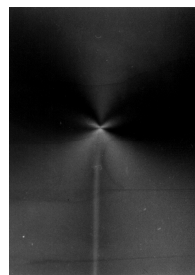


Рис. 2.2. Тріщина у неорганічному силікатному електровакуумному склі С52-1 ($\times 110$).

2.3. Апаратура для проведення експериментальних досліджень

Експериментальне обладнання, яке використовували при проведенні досліджень, можна умовно розділити на три групи. До першої відносять серійну оптичну апаратуру, яку було використано для визначення величин КІН біля берегів поверхневих та вершин наскрізних тріщин у склопластинках, зрізах та субзрізах моделей з епоксидної смоли ЕПСА, ЕД-16 та ЕД-20М та визначення термонапруженого стану гомогенних і гетерогенних триплексів. До другої групи відносяться зібрані для експериментів по розробці нових оптичних методів (поглинання та дифузного поверхневого розсіювання) лабораторні установки. Запропоновані нові методи можуть бути основою для випуску відповідної серійної оптичної апаратури, яка б дозволила вирішувати складні задачі інженерної практики.

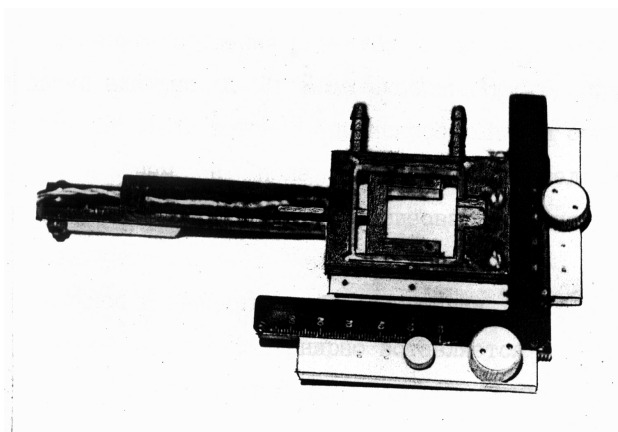


Рис. 2.3. Спеціальний пристрій для реалізації триточкового згину

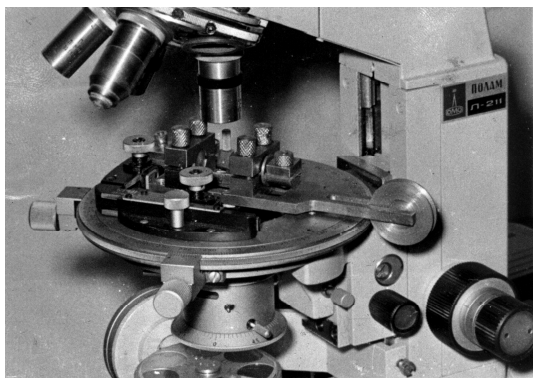


Рис. 2.4. Лабораторна установка (спецпристрій, закріплений на столику поляризаційного мікроскопа) для створення та дослідження тріщин у склі.

До третьої групи можна віднести спеціально сконструйовані пристрої для вивчення кінетики руйнування неорганічного силікатного скла, кріокамери для дослідження об'єктів при низьких температурах (дослідження напруженого стану гомогенних та гетерогенних триплексів).

Розглянемо апаратуру всіх трьох вказаних груп та оцінімо точність вимірювання величин КІН за допомогою серійної апаратури.

2.3.1. Серійна апаратура для вимірювання оптичної анізотропії

Дослідження параметрів напружено-деформованого стану та величин КІН біля тріщин за даними поляризаційно-оптичних вимірювань у об'єктах з епоксидної смоли ЕПСА, ЕД-16 та ЕД-20М і термонапруженого стану гомогенних триплексів здійснювалось за допомогою координатно-синхронного поляриметра КСП-7 (рис. 2.6) та координатно-синхронного поляриметра КСП-10 (вимірювання оптичної різниці ходу δ з проведенням компенсації за Сенармоном та кута ізокліни ϕ).

Загальний вигляд об'єкта у поляризованому світлі (розподіл картин смуг) одержували за допомогою проекційно-поляризаційної установки ППУ-7 (рис.2.5).

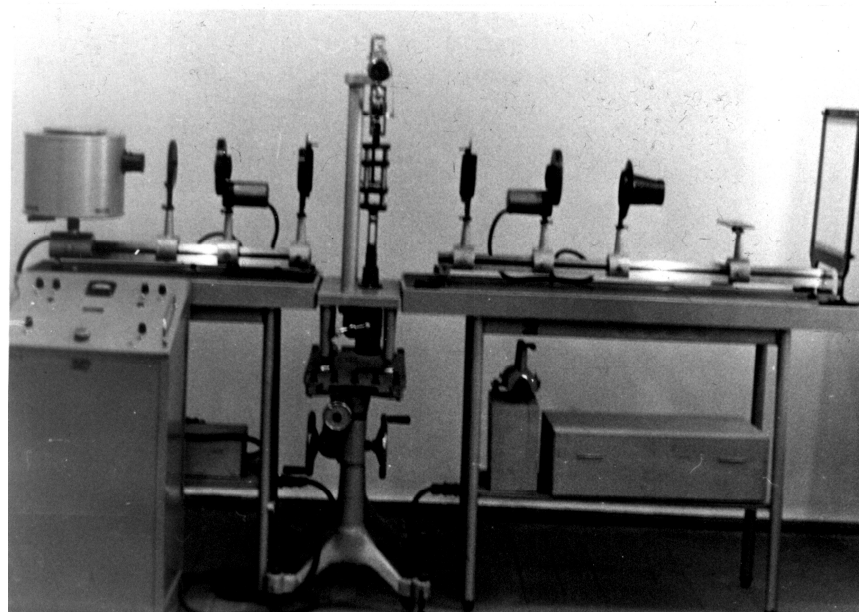


Рис. 2.5. Проекційно-поляризаційна установка ППУ-7

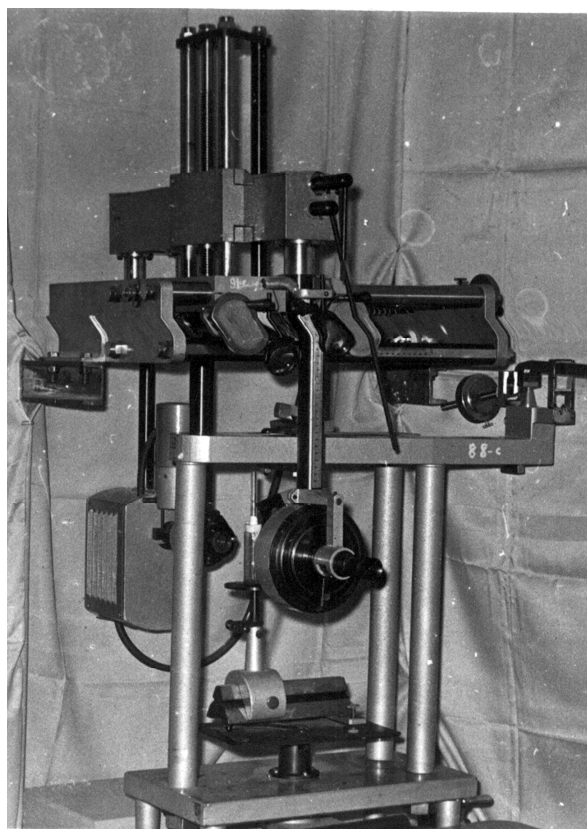


Рис. 2.6. Координатно-синхронний поляриметр КСП-7

2.3.2. Метрологічний аналіз точності визначення величин КІН за допомогою серійного координатно-синхронного поляриметра КСП-7

Проаналізуємо точність визначення величин КІН K_{III} за формулою роботи [211] з використанням для вимірювання параметрів оптичної анізотропії координатно-синхронного поляриметра КСП-7 (рис. 2.6). Згідно даних роботи [211], вираз для визначення КІН поздовжнього зсуву K_{III} має вигляд:

$$K_{III} = \frac{\sqrt{\pi} (\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)}{Cd (1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})}$$

де δ – оптична різниця ходу променів;

r – радіус-вектор точки вимірювання;

φ – кут ізоклини.

Метрологічний аналіз будемо проводити за методикою, описаною в роботі [242]. Відносну похибку результату визначали за формулою:

$$\varepsilon_{of} \equiv \frac{\delta f}{f} = \sum_{k=1}^m \frac{x_k}{f} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial x_k} \cdot \frac{\delta x_k}{x_k} = \sum_{k=1}^m S_f(x_k) \frac{\delta x_k}{x_k}, \quad (2.1)$$

де величини $S_f(x_k)$ називають чутливістю (першого порядку) функції f до зміни параметрів x_k , δf , δx_k – абсолютні похибки.

Наведені формули, без врахування знаку похідних і приростів, придатні для оцінки граничних абсолютної і відносної похибок результатів обчислень $|f(x)|$ за граничними абсолютними похибками $|\delta x_k|$ вихідних даних. Часто використовують середньоквадратичне додавання:

$$\frac{\delta f}{f} \approx \left[\sum_{k=1}^m \left[S_f(x_k) \cdot \frac{\delta x_k}{x_k} \right]^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.2)$$

Ця оцінка є найбільш близькою до істинного значення, так як ймовірність найгіршого поєднання параметрів, яке приводить до максимальних значень похибки, що обчислюється за формулою (2.1), при достатньо великому числі m стає настільки малою, що нею можна знехтувати.

Проведемо оцінку точності обчислення величини КІН K_{III} за вищенаведеною формулою.

Для оцінки похибки беремо наступні результати вимірювань:

$$K_{III}=23,0 \text{ кПа}\cdot\text{м}^{1/2}; r_1=0,25 \text{ мм}; r_2=0,45 \text{ мм}; C=0,34\cdot 10^{-7} \text{ 1/МПа}; D=0,7 \text{ мм};$$

$$\lambda=546 \text{ нм}; n_1=0,43; \quad \delta_1=235 \text{ нм}; n_2=0,25; \quad \delta_2=137 \text{ нм}; \varphi'=\varphi^0=45^\circ.$$

Вимірювання оптичної різниці ходу δ і кута ізокліни φ проводили на координатно-синхронному поляриметрі КСП-7. Прилад КСП-7 має наступні технічні характеристики:

- Похибка синхронізації – не більше 10^1 ;
- Ціна поділки пристрою відліку координат по горизонталі і вертикалі – 0,02 мм;
- Ціна поділки лімба синхронного повороту – $0,5^\circ$.

Вимірювання товщини пластини і ширини тарувального зразка проводились на мікрометрі з ціною поділки $\Delta=0,01$ мм. Вагу прикладеного навантаження при визначенні величини C визначали за допомогою лабораторних терезів з точністю до 0,1 г.

Запишемо величини абсолютних похибок визначення значень параметрів, котрі входять до складу формули, згідно з визначенням K_{III} :

$$\Delta\delta = \frac{0,5}{180} \cdot 546 = 1,52 \text{ нм};$$

$$\Delta\varphi = \frac{10}{60} \cdot \frac{30}{60} = 0,67 \text{ град};$$

(тут враховано той фактор, що при визначенні кута повороту ізокліни на приладі КСП-7 виконується синхронний поворот поляризатора і аналізатора, тому в похибку обчислення входять, як складові, похибки синхронізації):

$$\Delta r = 0,02 \text{ мм};$$

$$\Delta d = 0,01 \text{ мм};$$

$$\Delta b = 0,01 \text{ мм}.$$

(b – ширина тарувального зразка. Входить у формулу $C = \frac{\delta \cdot b}{P}$ для визначення величини оптичної сталої C).

Значення оптичної сталої C визначали за допомогою відомого в фотопружності досліду по розтягуванню тарувального зразка з такого ж оптично-чутливого матеріалу, що і досліджувана модель. Величину C визначали за формулою:

$$C = \frac{\delta \cdot b}{P} = \frac{n \cdot \lambda \cdot b}{P},$$

де $\delta = n \cdot \lambda$ - виміряна оптична різниця ходу в розтягнутому тарувальному зразку – балці; b – її ширина, P – прикладене навантаження.

Оцінімо точність обчислення величини K_{III} за наведеним вище методом, використовуючи формули (2.1) і (2.2). попередньо визначимо ε_{oc} - точність обчислення величини C . Абсолютні значення величин, які входять у формулу для визначення C , наступні: $n=1,49$; $\lambda=546$ нм; $b=4$ мм; $P=0,3$ кг; $\delta = n \cdot \lambda = 349$ нм.

Згідно формули (2.2), знаходимо величини $\frac{\partial C}{\partial \delta}$; $\frac{\partial C}{\partial b}$; $\frac{\partial C}{\partial P}$:

$$\frac{\partial C}{\partial \delta} = \frac{b}{P}; \quad \frac{\partial C}{\partial b} = \frac{\delta}{P}; \quad \frac{\partial C}{\partial P} = -\frac{\delta \cdot b}{P^2}.$$

Проведемо розрахунки чутливостей за формулою (2.2). Вони допоможуть безпосередньо оцінити вплив похибок кожного параметра на похибку результату:

$$S_c(x_k) = \frac{\partial C}{\partial x_k} \cdot \frac{x_k}{C};$$

$$S_c(\delta) = \frac{b}{P} \cdot \delta \cdot \frac{P}{\delta \cdot b} = 1;$$

$$S_c(b) = \frac{\delta}{P} \cdot b \cdot \frac{P}{\delta \cdot b} = 1;$$

$$S_c(P) = -\frac{\delta \cdot b}{P^2} \cdot P \cdot \frac{P}{\delta \cdot b} = -1.$$

Значення $S_c(\delta)$, $S_c(b)$, $S_c(P)$ показують, що похибки вимірювань кожного з параметрів в однаковій степені впливають на похибку вимірювання величини C .

Визначимо величини відносних похибок вимірювання δ , b , P .

$$\varepsilon_{o\delta} = \frac{\Delta \delta}{\delta} = \frac{1,52}{349} = 0,0044 = 0,44\%;$$

$$\varepsilon_{ob} = \frac{\Delta b}{b} = \frac{0,01}{0,4} = 0,0025 = 0,25\%;$$

$$\varepsilon_{oP} = \frac{\Delta P}{P} = \frac{0,1}{300} = 0,0003 = 0,03\%.$$

Визначаємо ε_{oC} за формулою:

$$\varepsilon_{oC} = \sqrt{(1 \cdot 0,44)^2 + (1 \cdot 0,25)^2 + (1 \cdot 0,03)^2} = 0,51\%.$$

Тепер безпосередньо визначаємо необхідні величини для розрахунку похибки

K_I :

$$\frac{\partial K_{III}}{\partial C} = \frac{\sqrt{\pi}(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)}{(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2}) \cdot C^2 d};$$

$$\frac{\partial K_{III}}{\partial d} = \frac{\sqrt{\pi}(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)}{(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2}) \cdot Cd^2};$$

$$\frac{\partial K_{III}}{\partial \delta_1} = \frac{\sqrt{\pi} \cdot \sin 2\varphi_1}{Cd \cdot (1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})};$$

$$\frac{\partial K_{III}}{\partial \delta_2} = \frac{\sqrt{\pi} \cdot \sin 2\varphi_2}{Cd \cdot (1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})};$$

$$\frac{\partial K_{III}}{\partial \varphi_1} = \frac{2\sqrt{\pi} \cdot \delta_1 \cos 2\varphi_1}{Cd \cdot (1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})};$$

$$\frac{\partial K_{III}}{\partial \varphi_2} = \frac{2\sqrt{\pi} \cdot \delta_2 \cos 2\varphi_2}{Cd \cdot (1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})}.$$

Визначимо чутливості $S(x_k)$:

$$S_{K_{III}}(C) = \frac{C\sqrt{\pi}(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)Cd(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})}{(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})C^2 d \sqrt{\pi}(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)} = 1;$$

$$S_{K_{III}}(d) = \frac{d\sqrt{\pi}(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)Cd(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})}{(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})Cd^2 \sqrt{\pi}(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)} = 1;$$

$$S_{K_{III}}(\delta_1) = \frac{\delta_1 \sqrt{\pi} \cdot \sin 2\varphi_1 \cdot Cd(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})}{Cd(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2}) \sqrt{\pi}(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)} = \frac{\delta_1 \sin 2\varphi_1}{\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2};$$

$$S_{K_{III}}(\delta_2) = \frac{\delta_2 \sqrt{\pi} \cdot \sin 2\varphi_2 \cdot Cd(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})}{Cd(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2}) \sqrt{\pi}(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)} = \frac{\delta_2 \sin 2\varphi_2}{\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2};$$

$$S_{K_{III}}(\varphi_1) = \frac{2\varphi_1\delta_1\sqrt{\pi}\cos 2\varphi_1 \cdot Cd(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})}{Cd(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})\sqrt{\pi}(\delta_1\sin 2\varphi_1 - \delta_2\sin 2\varphi_2)} = \frac{2\varphi_1\delta_1\cos 2\varphi_1}{\delta_1\sin 2\varphi_1 - \delta_2\sin 2\varphi_2};$$

$$S_{K_{III}}(\varphi_2) = \frac{2\varphi_2\delta_2\sqrt{\pi}\cos 2\varphi_1 \cdot Cd(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})}{Cd(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})\sqrt{\pi}(\delta_1\sin 2\varphi_1 - \delta_2\sin 2\varphi_2)} = \frac{2\varphi_2\delta_2\cos 2\varphi_2}{\delta_1\sin 2\varphi_1 - \delta_2\sin 2\varphi_2}.$$

Визначимо чисельні значення величин $S_{K_{III}}(\delta_1)$, $S_{K_{III}}(\delta_2)$, $S_{K_{III}}(\varphi_1)$, $S_{K_{III}}(\varphi_2)$ для даного дослідження:

$$S_{K_{III}}(\delta_1) = \frac{235 \cdot 1}{235 \cdot 1 - 137 \cdot 1} = 2,40;$$

$$S_{K_{III}}(\delta_2) = \frac{137 \cdot 1}{235 \cdot 1 - 137 \cdot 1} = 1,40;$$

$$S_{K_{III}}(\varphi_1) = S_{K_{III}}(\varphi_2) = 0.$$

Відносні похибки вимірювання величин r , C , d , δ_1 , δ_2 , φ_1 , φ_2 наступні:

$$\varepsilon_{or_1} = \frac{\Delta r}{r_1} = \frac{0,02}{0,25} = 0,08 = 8,0\%;$$

$$\varepsilon_{or_2} = \frac{\Delta r}{r_2} = \frac{0,02}{0,45} = 0,044 = 4,4\%;$$

$$\varepsilon_{oc} = 0,51\%;$$

$$\varepsilon_{od} = \frac{\Delta d}{d} = \frac{0,01}{0,7} = 0,0014 = 0,14\%;$$

$$\varepsilon_{o\delta_1} = \frac{2,40}{235} = 0,01 = 1,0\%;$$

$$\varepsilon_{o\delta_2} = \frac{1,40}{137} = 0,01 = 1,0\%.$$

Визначаємо похибки обчислення величин K_{III} за формулою (2.2):

$$\varepsilon_{oK_I} = \sqrt{(0,5 \cdot 8)^2 + (0,5 \cdot 4,4)^2 + (1 \cdot 0,51)^2 + (1 \cdot 1,4)^2 + (2,4 \cdot 1)^2} = 5,55\%.$$

Таким чином, ми визначили, що похибка обчислення величини K_{III} за даними роботи [211] на основі результатів вимірювання величин r , d , δ_1 , δ_2 , φ_1 , φ_2 , P , b (і обчислення C) за допомогою координатно-синхронного поляризатора КСП-7, мікрометра і лабораторних терезів дорівнює 5,55%.

Значення величини K_{III} визначається згідно даних восьми вимірювань в інтервалі достовірних значень чотирьох пар величин r_1 і r_2 , тобто в зоні, де справедливий асимптотичний розподіл Ірвіна-Вестергаарда. Визначаємо K_{III} за даними вимірювання $\delta_1, \varphi_1, \delta_2, \varphi_2$ на відстанях від вершини тріщини на зрізі, рівними: $r_1 = 0,15; 0,20; 0,25; 0,30$ мм; $r_2 = 0,35; 0,40; 0,45; 0,50$.

Отримані величини K_{III} для різних значень r наступні:

$$r_1 = 0,15 \text{ мм}, r_2 = 0,25 \text{ мм}, K_{III} = 23,2 \text{ кПа} \cdot \text{м}^{1/2};$$

$$r_1 = 0,20 \text{ мм}, r_2 = 0,30 \text{ мм}, K_{III} = 25,1 \text{ кПа} \cdot \text{м}^{1/2};$$

$$r_1 = 0,25 \text{ мм}, r_2 = 0,35 \text{ мм}, K_{III} = 24,8 \text{ кПа} \cdot \text{м}^{1/2};$$

$$r_1 = 0,30 \text{ мм}, r_2 = 0,50 \text{ мм}, K_{III} = 28,6 \text{ кПа} \cdot \text{м}^{1/2};$$

Емпіричні моменти k -го порядку оцінюємо за формулами обчислення початкових:

$$\tilde{m}(y) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j^k; \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.3)$$

і центральних:

$$\tilde{m}_2(y) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [y_j - m_1(y)]^k; \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2.4)$$

моментів.

Визначимо за формулою (2.3) математичне сподівання (середнє) або перший (початковий) момент $\tilde{m}_1(K_{III})$:

$$\tilde{m}_1(K_{III}) = \frac{1}{4} (23,2 + 25,1 + 24,8 + 28,6) = 25,4 \text{ кПа} \cdot \text{м}^{1/2}.$$

За формулою (2.4) визначаємо дисперсію або другий (центральний) момент $\tilde{m}_2(K_{III})$:

$$\tilde{m}_2(K_{III}) = \frac{1}{4} [(23,2 - 25,1)^2 + (25,1 + 25,4)^2 + (24,8 + 25,4)^2 + (28,6 - 25,4)^2] = 3,88 \text{ Па} \cdot \text{м} \cdot i^{1/2}$$

Оцінка дисперсії випадкової величини, розподіленої за нормальним законом, при обчисленні за формулою (2.4), виявляється зміщеною. Тому, в цьому випадку, величина середньоквадратичного відхилення $\tilde{\sigma}$ обчислюється за формулою:

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{\tilde{m}_2(K_{III})N}{N-1}}; \quad \tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{3880 \cdot 4}{3}} = 71,2 \text{ Па} \cdot \text{м} \cdot i^{1/2}.$$

Оскільки отримані оцінки є випадковими величинами, то статичну обробку результатів експерименту доповнимо аналізом можливих похибок цих оцінок. Інтервал, в якому з заданою довірчою ймовірністю знаходиться істинне середнє (довірчий інтервал) при нормальному розподілі похибок визначається за формулою:

$$|\tilde{m}_1 - m_1| < t \cdot \sigma / \sqrt{N},$$

де t визначають із таблиць, в залежності від $P_{\text{дог}}$ і N . Причому $P_{\text{дог}} = 0,96$. Тоді $N=4$, $t=3,757$; $|\tilde{m}_1(K_{III}) - m_1(K_I)| < 3,757 \cdot 71,2 / \sqrt{4} = 133,75 \text{ Па} \cdot \text{м}^{1/2}$, тобто відхилення емпіричного середнього $\tilde{m}_1(K_{III})$ від істинного значення середнього $m_1(K_{III})$ не перевищує $133,75 \text{ Па} \cdot \text{м}^{1/2}$ з довірчою ймовірністю 0,96 (що складає 0,53% від величини $\tilde{m}_1(K_{III})$). Таким чином, серійна апаратура (координатно-синхронний поляриметр КСП-7) дозволяє визначати величину КІН K_{III} за формулою:

$$K_{III} = \frac{\sqrt{\pi}}{Cd} \frac{(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)}{(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})}$$
 з можливою похибкою оцінки точності визначення

величини K_{III} , рівною 0,53%.

2.3.3. Лабораторні установки нових оптичних методів механіки деформівного твердого тіла

Оскільки основною вимірюваною величиною у нових оптичних методах є інтенсивність світла, дуже важливо, щоб була забезпечена максимальна стабілізація

джерела світла та приймача оптичного випромінювання за інтенсивністю світла. Зібрана лабораторна установка, яка, принципово, може застосовуватись і у методі поглинання, і у методі дифузного поверхневого розсіювання, включає наступні основні елементи: стабілізований регульований блок живлення (у наших експериментах використовувався блок живлення «Агат»), джерело світла (наприклад, лампа розжарювання МН з $P=15$ Вт, $U=26$ В), система лінз, стабілізований вимірювач потужності оптичного випромінювання (у наших експериментах блок «Кварц-1»), катетометр КМ-8 для вимірювання лінійних розмірів, прес УП-7 для реалізації навантаження. Крім того, у деяких експериментах використовують поляризатор (на базі поляризаційної плівки), а також фотоелектроколориметр КФК-2.

2.3.4. Спеціальні пристрої для поляризаційного агрегатного мікроскопа ПОЛАМ Р-312

Визначення параметрів оптичної анізотропії для склоразків з неорганічного силікатного скла з тріщинами здійснювалось за допомогою поляризаційних агрегатних мікроскопів ПОЛАМ Л-211 (рис. 2.7) та ПОЛАМ Р-312 (рис. 2.8).

Всі спроектовані спеціальні пристрої до поляризаційних агрегатних мікроскопів дозволили експериментально реалізувати задачу дослідження кінетики руйнування електровакуумного скла та визначення НДС триплексів при знижених температурах.

З метою проведення оптичних досліджень поширення тріщин в пластинках з неорганічного силікатного електровакуумного скла, а також можливості визначення параметрів оптичної анізотропії біля вершин тріщин спроектовано та виготовлено спеціальний пристрій [287] для поляризаційного агрегатного мікроскопа ПОЛАМ Р-312 (рис. 2.8).

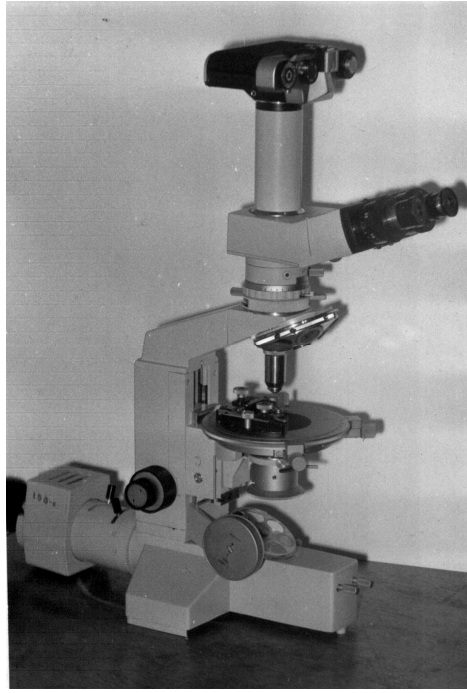


Рис. 2.7. Поляризаційний агрегатний мікроскоп ПОЛАМ Л-211

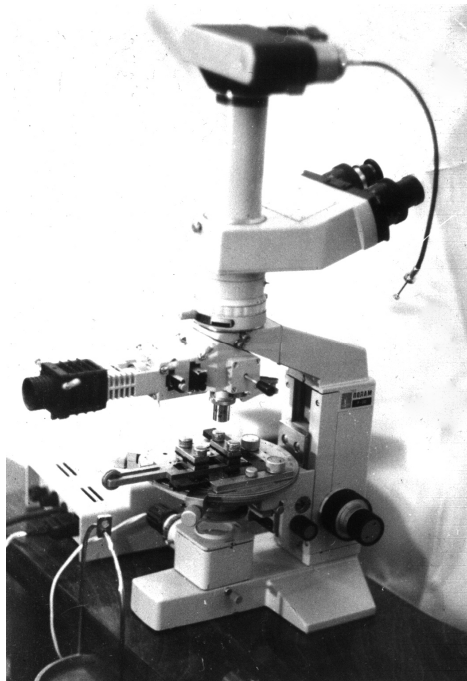


Рис. 2.8. Поляризаційний агрегатний мікроскоп ПОЛАМ Р-312

Пристрій призначено для дослідження тонких склопластинок з приблизними розмірами $40 \times 10 \times 0,7$ мм.

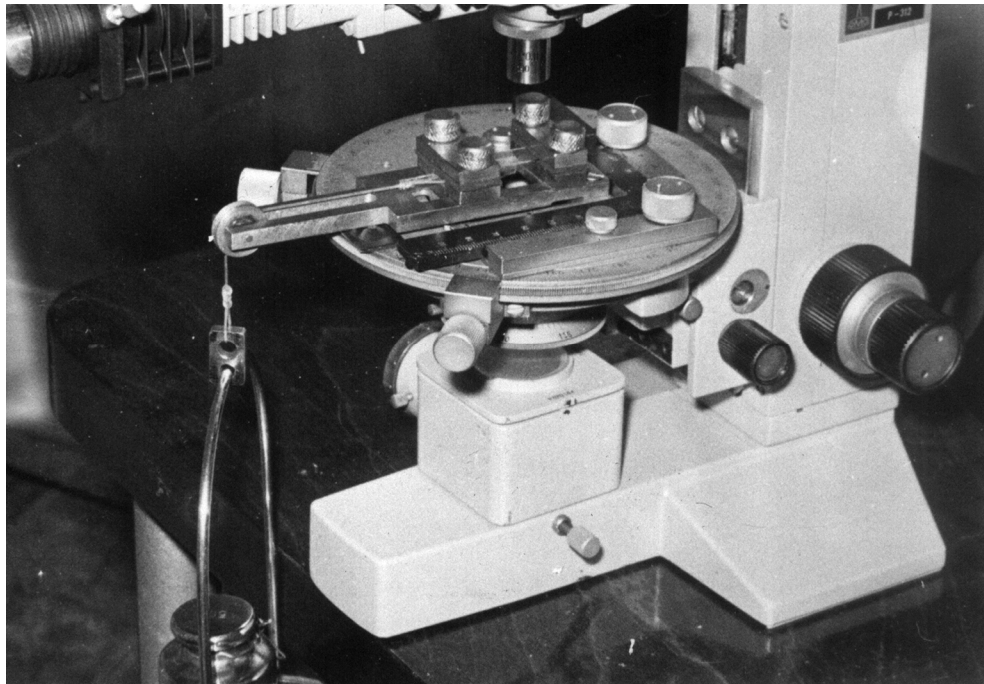


Рис. 2.9. Спеціальний пристрій для поляризаційного агрегатного мікроскопа
ПОЛАМ Р-312

Цей пристрій-камера дозволяє проводити експерименти по вивченню кінетики руйнування скла у діапазоні температур (273-323) К.

Навантаження для реалізації деформування зразків передається за допомогою спеціального тросика через блок та отвір у камері на рухому рамку, яка знаходиться всередині камери. Корпус спеціального пристрою кріпиться до предметного столика мікроскопа двома гвинтами. За допомогою координатного пристрою проводиться переміщення спецпристрою із закріпленим у ньому зразком у полі мікроскопа. Конструкція пристрою дозволяє реалізувати такі види навантаження, як центральний та позацентральний розтяг, триточковий згин, чотириточковий згин.

Дана (рис. 2.9) лабораторна установка (спецпристрій – мікроскоп ПОЛАМ Р-312) дозволяє проводити дослідження росту тріщин у зразках, призначена для роботи з монохроматичним світлом з довжиною хвилі $\lambda=630$ нм. Було розроблено та виготовлено лазерну приставку (рис. 2.10), призначену для стиковки мікроскопа з лазером ЛГН-105, який використовувався у якості джерела монохроматичного

($\lambda=630$ нм) світла. Ця приставка дозволяє переміщати вісь променя лазерного світла таким чином, що вона співпадає з віссю об'єктив-окуляр мікроскопа.

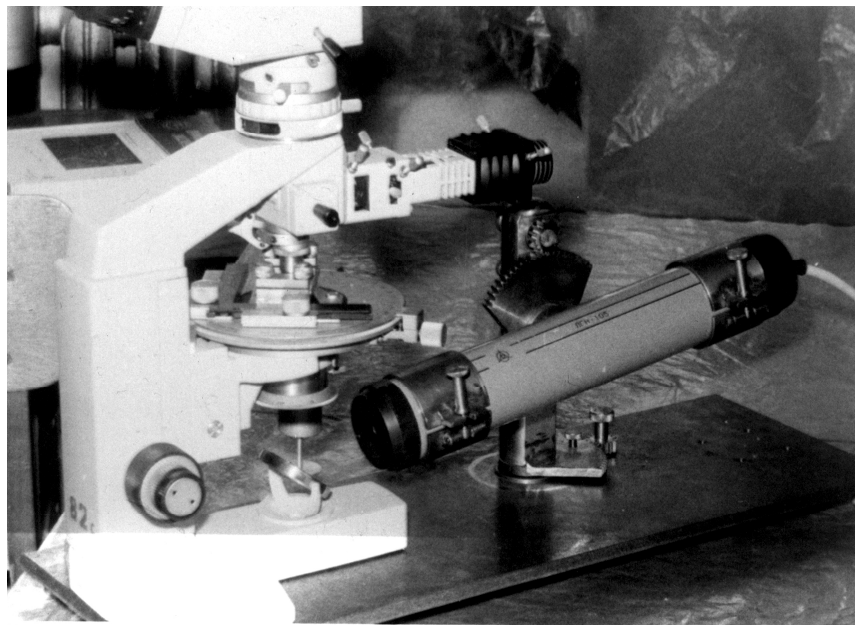


Рис. 2.10. Лазерна приставка до мікроскопа

Для проведення замірів оптичної різниці ходу δ на серійних приладах та установках лабораторії поляризаційно-оптичного методу дослідження напружень крім спеціальних навантажувальних пристроїв були виготовлені чверть-хвильові пластинки ($\lambda/4$) в оправі для роботи з монохроматичним поляризаційним світлом на поляризаційних агрегатних мікроскопах ПОЛАМ Л-211 та ПОЛАМ Р-312. Тарування чверть-хвильових пластинок проведене на координатно-синхронному поляриметрі КСП-7.

Таким чином, у розділі 2 узагальнено інформацію про досліджувані натурні та модельні матеріали, серійну апаратуру поляризаційно-оптичного методу дослідження НДС, спеціальні пристрої до поляризаційних агрегатних мікроскопів та спеціально зібрані лабораторні установки для реалізації тестових експериментів розроблених експериментально-розрахункових методів.

РОЗДІЛ 3

РОЗРОБКА НОВИХ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-РОЗРАХУНКОВИХ МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ НДС ТА КІН

3.1. Метод визначення НДС, який використовує п'єзооптичний ефект поглинаючого середовища

Існуючі інтерференційно-оптичні та когерентно-оптичні методи не дозволяють відразу отримувати окремо квазіголовні напруження і деформації, а визначають їх лінійні комбінації. Для більш повного аналізу напружено-деформованого стану (НДС), необхідно використовувати або додаткові експерименти, або досить складний математичний апарат, що ускладнює розв'язання задач в інженерній постановці [48].

Розділяти напруження і деформації можна за допомогою трьох основних груп методів:

- 1) методи, які потребують додаткових експериментів – експериментальні;
- 2) методи, які базуються на використанні диференціальних рівнянь механіки суцільних середовищ – чисельні методи;
- 3) змішані методи, коли для виділення головних напружень і деформацій використовуються як дані додаткових експериментів, так і чисельні розрахунки.

До найбільш відомих експериментальних методів, які додатково використовуються для розділення головних напружень і деформацій, можна віднести такі, як метод косоного просвічування [1, 6, 196], голографічні методи визначення сум головних параметрів НДС [6, 68, 196], метод муарових смуг [6, 116, 196]. Всі ці методи, як і метод фотопружності, базуються на зв'язках між ТДП та НДС. Аналіз зміни дійсної частини ТДП – показника заломлення n під дією прикладеного навантаження дозволяє використовувати та розвивати один з найбільш ефективних інтерференційних методів – поляризаційно-оптичний. Напружений стан в точці тіла визначається за інтерференційною картиною, яка виникає на виході з аналізатора за рахунок різної швидкості проходження через

об'єкт складових поляризованого променя вздовж головних осей ТДП і виникаючій при цьому оптичній різниці ходу променів δ , вимірюючи яку визначають різницю квазіголовних напружень $(\sigma_1 - \sigma_2)$ та деформацій $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$. Аналіз зміни уявної частини ТДП – натурального показника поглинання ζ під дією прикладеного навантаження дозволяє розробити теоретичне обґрунтування методу, який базується на п'єзооптичному ефекті поглинаючого середовища. З метою визначення безпосередньо квазіголовних напружень σ_1 та σ_2 і деформацій ε_1 та ε_2 запропоновано використовувати п'єзооптичний ефект поглинаючого середовища. Для цього досліджують оптичну картину, пов'язану з різним поглинанням інтенсивності світла в площинах головних осей ТДП, яка виникає одразу на виході світла з об'єкту, без застосування аналізатора [213] (рис.3.1)

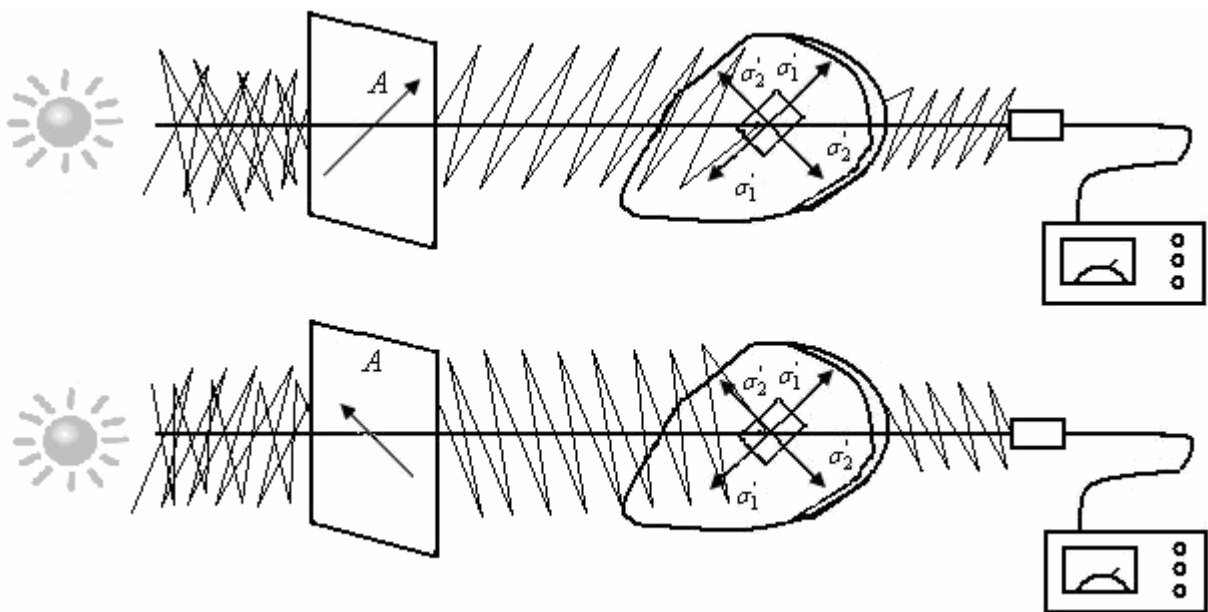


Рис. 3.1. Схема вимірювання НДС об'єктів методом, який використовує п'єзооптичний ефект поглинаючого середовища

Рівняння Неймана лінійно зв'язують головні значення ТДП з головними деформаціями [6]:

$$\begin{cases} \chi_1 = \chi_0 + \psi_1 \varepsilon_1 + \psi_2 (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) \\ \chi_2 = \chi_0 + \psi_1 \varepsilon_2 + \psi_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) \\ \chi_3 = \chi_0 + \psi_1 \varepsilon_3 + \psi_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \end{cases} \quad (3.1)$$

де ψ_1, ψ_2 - оптико-механічні сталі (за деформаціями)

χ_0 - діелектрична проникність у ненапруженому стані;

χ_1, χ_2, χ_3 - головні значення ТДП у точці напруженого тіла,

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ - головні деформації в цій же точці.

Перепишемо систему (3.1) у вигляді:

$$\begin{cases} \chi_1 = \chi_0 + (\psi_1 - \psi_2) \varepsilon_1 + \psi_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \\ \chi_2 = \chi_0 + (\psi_1 - \psi_2) \varepsilon_2 + \psi_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \\ \chi_3 = \chi_0 + (\psi_1 - \psi_2) \varepsilon_3 + \psi_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \end{cases} \quad (3.2)$$

Далі будемо перетворювати перше з рівнянь системи (3.2), для двох інших все буде аналогічно

$$\sqrt{\chi_1} = \sqrt{\chi_0} \sqrt{1 + \frac{(\psi_1 - \psi_2) \varepsilon_1 + \psi_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{|\chi_0|^2} \tilde{\chi}_0}, \quad (3.3)$$

де $\sqrt{\chi} = n - i\zeta$, $\sqrt{\tilde{\chi}} = n + i\zeta$ (n - показник заломлення, ζ - натуральний показник поглинання).

Для всіх відомих матеріалів другий доданок під радикалом значно менший одиниці [6], тому вираз (3.3) запишемо у наступному вигляді:

$$\sqrt{\chi_1} \approx \sqrt{\chi_0} \left[1 + \frac{(\psi_1 - \psi_2) \varepsilon_1 + \psi_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{2|\chi_0|^2} \tilde{\chi}_0 \right], \quad (3.4)$$

$$\sqrt{\chi_1} - \sqrt{\chi_0} \approx \frac{(\psi_1 - \psi_2) \varepsilon_1 + \psi_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \cdot \sqrt{\chi_0} \cdot \tilde{\chi}_0}{2|\chi_0|^2}, \quad (3.5)$$

Перепишемо вираз (3.5) у вигляді:

$$\sqrt{\chi_1} - \sqrt{\chi_0} \approx \frac{(\psi_1 - \psi_2)\varepsilon_1 + \psi_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{2|\chi_0|^2} \sqrt{\tilde{\chi}_0}, \quad (3.6)$$

(тут враховано, що $\frac{\sqrt{\chi_0} \cdot \tilde{\chi}_0}{|\chi_0|^2} = \frac{\sqrt{\chi_0}}{\chi_0} = \frac{1 \cdot \sqrt{\tilde{\chi}_0}}{\sqrt{\chi_0} \cdot \sqrt{\tilde{\chi}_0}} = \frac{\sqrt{\tilde{\chi}_0}}{|\chi_0|}$).

Враховуючи формулу зв'язку діелектричної проникності χ з показником заломлення n і натуральним показником поглинання ζ , запишемо:

$$\begin{aligned} \sqrt{\chi_1} - \sqrt{\chi_0} &= (n_1 - n_0) - i(\zeta_1 - \zeta_0) \approx \frac{\psi_1 - \psi_2}{2(n_0^2 - \zeta_0^2)} (n_0 + i\zeta_0)\varepsilon_1 + \\ &+ \frac{\psi_2}{2(n_0^2 - \zeta_0^2)} (n_0 + i\zeta_0)(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \end{aligned}, \quad (3.7)$$

Перетворимо рівняння (3.7) до вигляду:

$$\begin{aligned} (n_1 - n_0) - i(\zeta_1 - \zeta_0) &\approx \frac{(\psi_1 - \psi_2) \cdot n_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} \varepsilon_1 + \frac{\psi_2 n_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) - \\ &- i \left[-\frac{(\psi_1 - \psi_2) \zeta_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} \varepsilon_1 - \frac{\psi_2 \zeta_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \right] \end{aligned}, \quad (3.8)$$

Введемо позначення:

$$\frac{(\psi_1 - \psi_2) n_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} = L_1; \quad \frac{\psi_2 n_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} = L_2; \quad -\frac{(\psi_1 - \psi_2) \zeta_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} = \tilde{L}_1; \quad -\frac{\psi_2 \zeta_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} = \tilde{L}_2., \quad (3.9)$$

З врахуванням введених позначень, рівняння (3.8) запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} (n_1 - n_0) - i(\zeta_1 - \zeta_0) &= L_1 \varepsilon_1 + L_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) - \\ &- i \left[\tilde{L}_1 \varepsilon_1 + \tilde{L}_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \right] \end{aligned}, \quad (3.10)$$

З рівності (3.10) випливають рівності дійсних і уявних частин:

$$n_1 - n_0 = L_1 \varepsilon_1 + L_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3), \quad (3.11)$$

$$\xi_1 - \xi_0 = \tilde{L}_1 \varepsilon_1 + \tilde{L}_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3), \quad (3.12)$$

Закон Бугера-Ламберта-Бера описує проходження світла через поглинаюче середовище:

$$I = I^* \exp(-4\pi\zeta d/\lambda), \quad (3.13)$$

де I^* - інтенсивність світла на вході в середовище; I - інтенсивність світла на виході з середовища; λ - довжина хвилі зондуючого випромінювання; ζ - натуральний показник поглинання.

Підкреслимо, що закон Бугера-Ламберта-Бера, наведений у формі рівняння (3.13) застосовано у межах підходів механіки суцільного середовища та макромеханіки руйнування (у “інтервалі достовірних значень” в околі тріщини, тобто дії пружної асимптотики Ірвіна-Вестергаарда).

Розв’язуючи рівняння (3.13) відносно ζ , одержимо:

$$\zeta = -\frac{\lambda \ln(I/I^*)}{4\pi d}, \quad (3.14)$$

З врахуванням (3.14), рівняння (3.12) прийме вигляд:

$$-\frac{\lambda \ln(I_1/I^*)}{4\pi d} + \frac{\lambda \ln(I_0/I^*)}{4\pi d} = \tilde{L}_1 \varepsilon_1 + \tilde{L}_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3), \quad (3.15)$$

Перетворимо рівняння (3.15).

$$\begin{aligned} \frac{\lambda}{4\pi d} [\ln(I_0/I^*) - \ln(I_1/I^*)] &= \tilde{L}_1 \varepsilon_1 + \tilde{L}_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \\ \frac{\lambda}{4\pi d} \ln(I_0/I_1) &= \tilde{L}_1 \varepsilon_1 + \tilde{L}_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3), \end{aligned} \quad (3.16)$$

У формулі (3.16):

I_0 – інтенсивність світла на виході для ненавантаженого об’єкта;

I_1 – інтенсивність світла на виході для навантаженого об’єкта, поляризація вздовж головного напрямку 1.

Запишемо рівняння (3.16) у вигляді:

$$\frac{\lambda}{4\pi d} \ln(I_0/I_1) = \tilde{L}_1 \varepsilon_1 + \tilde{L}_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) = \left(\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2 \right) \varepsilon_1 + \tilde{L}_2 \varepsilon_2 + \tilde{L}_2 \varepsilon_3$$

Аналогічно запишемо для двох інших рівнянь системи (3.2). Одержимо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\lambda}{4\pi d} \ln(I_0/I_1) \cong (L_1 + \tilde{L}_2) \varepsilon_1 + \tilde{L}_2 \varepsilon_2 + L_2 \varepsilon_3 \\ \frac{\lambda}{4\pi d} \ln(I_0/I_2) = \tilde{L}_2 \varepsilon_1 + (\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2) \varepsilon_2 + \tilde{L}_2 \varepsilon_3, \\ \frac{\lambda}{4\pi d} \ln(I_0/I_3) = \tilde{L}_2 \varepsilon_1 + L_2 \varepsilon_2 + (\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2) \varepsilon_3 \end{cases} \quad (3.17)$$

де I_2 - інтенсивність світла на виході для навантаженого об'єкта, поляризація вздовж головного напрямку 2,

I_3 - інтенсивність світла на виході для навантаженого об'єкта, поляризація вздовж головного напрямку 3.

У результаті розв'язку системи (3.17) визначаємо величини ε_1 , ε_2 , ε_3 :

$$\varepsilon_1 = \frac{\lambda}{4\pi d} \cdot \frac{\left[\begin{aligned} & (\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2)^2 \ln(I_0/I_1) + \tilde{L}_2^2 \ln(I_0/I_2) + \tilde{L}_2^2 \ln(I_0/I_3) - \\ & - \tilde{L}_2 (\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2) \ln(I_0/I_2) - \tilde{L}_2^2 \ln(I_0/I_1) - \tilde{L}_2 (\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2) \ln(I_0/I_3) \end{aligned} \right]}{\left(\tilde{L}_1^3 + 3\tilde{L}_1^2 \tilde{L}_2 \right)} \quad (3.18)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\lambda}{4\pi d} \cdot \frac{\left[\begin{aligned} & (\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2)^2 \ln(I_0/I_2) + \tilde{L}_2^2 \ln(I_0/I_1) + \tilde{L}_2^2 \ln(I_0/I_3) - \\ & - \tilde{L}_2 (\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2) \ln(I_0/I_1) - \tilde{L}_2^2 \ln(I_0/I_2) - \tilde{L}_2 (\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2) \ln(I_0/I_3) \end{aligned} \right]}{\left(\tilde{L}_1^3 + 3\tilde{L}_1^2 \tilde{L}_2 \right)} \quad (3.19)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\lambda}{4\pi d} \cdot \frac{\left[\begin{aligned} & (\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2)^2 \ln(I_0/I_3) + \tilde{L}_2^2 \ln(I_0/I_1) + \tilde{L}_2^2 \ln(I_0/I_2) - \\ & - \tilde{L}_2 (\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2) \ln(I_0/I_1) - \tilde{L}_2^2 \ln(I_0/I_3) - \tilde{L}_2 (\tilde{L}_1 + \tilde{L}_2) \ln(I_0/I_2) \end{aligned} \right]}{\left(\tilde{L}_1^3 + 3\tilde{L}_1^2 \tilde{L}_2 \right)} \quad (3.20)$$

Після проведення деяких перетворень, одержимо вирази (3.21), (3.22), (3.23) для визначення головних напружень ε_1 , ε_2 , ε_3 :

$$\varepsilon_1 = \frac{\lambda}{4\pi d \cdot \tilde{L}_1^2 (\tilde{L}_1 + 3\tilde{L}_2)} \left\{ \tilde{L}_1 (\tilde{L}_1 + 2\tilde{L}_2) \ln(I_0/I_1) - \tilde{L}_1 \cdot \tilde{L}_2 \left[\ln(I_0/I_2) + \ln(I_0/I_3) \right] \right\} \quad (3.21)$$

Аналогічно,

$$\varepsilon_2 = \frac{\lambda}{4\pi d \cdot \tilde{L}_1^2 (\tilde{L}_1 + 3\tilde{L}_2)} \left\{ \tilde{L}_1 \left(\tilde{L}_1 + 2\tilde{L}_2 \right) \ln(I_0/I_2) - \tilde{L}_1 \cdot \tilde{L}_2 \left[\ln(I_0/I_1) + \ln(I_0/I_3) \right] \right\} \quad (3.22)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\lambda}{4\pi d \cdot \tilde{L}_1^2 (\tilde{L}_1 + 3\tilde{L}_2)} \left\{ \tilde{L}_1 \left(\tilde{L}_1 + 2\tilde{L}_2 \right) \ln(I_0/I_3) - \tilde{L}_1 \cdot \tilde{L}_2 \left[\ln(I_0/I_1) + \ln(I_0/I_2) \right] \right\} \quad (3.23)$$

Введемо позначення:

$$\frac{\lambda \tilde{L}_1 (\tilde{L}_1 + 2\tilde{L}_2)}{\tilde{L}_1^2 (\tilde{L}_1 + 3\tilde{L}_2)} = \frac{\lambda (\tilde{L}_1 + 2\tilde{L}_2)}{\tilde{L}_1 (\tilde{L}_1 + 3\tilde{L}_2)} = L_1^* \quad (3.24)$$

$$\frac{\lambda \tilde{L}_1 \tilde{L}_2}{\tilde{L}_1^2 (\tilde{L}_1 + 3\tilde{L}_2)} = \frac{\lambda \tilde{L}_2}{\tilde{L}_1 (\tilde{L}_1 + 3\tilde{L}_2)} = L_2^*, \quad (3.25)$$

де L_1^* , L_2^* - сталі матеріалу.

Тоді одержимо для ε_1 , ε_2 , ε_3 наступні формули:

$$\varepsilon_1 = \frac{L_1^* \ln(I_0/I_1) - L_2^* [\ln(I_0/I_2) + \ln(I_0/I_3)]}{4\pi d} \quad (3.26)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{L_1^* \ln(I_0/I_2) - L_2^* [\ln(I_0/I_1) + \ln(I_0/I_3)]}{4\pi d} \quad (3.27)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{L_1^* \ln(I_0/I_3) - L_2^* [\ln(I_0/I_1) + \ln(I_0/I_2)]}{4\pi d} \quad (3.28)$$

У формулах (3.26), (3.27), (3.28), сталі L_1^* та L_2^* попередньо визначаються на тарувальних експериментах.

Розглянемо деякі часткові випадки.

1. Для матеріалу об'єкта коефіцієнт Пуассона $\nu=0,5$ (еластомери, епоксидні смоли у високоеластичному стані- наприклад, зрізи «заморожених» моделей).

У цьому випадку

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0.$$

Тоді рівняння виду (3.16) приймуть вигляд:

$$\frac{\lambda}{4\pi d} \ln(I_0/I_1) = \tilde{L}_1 \varepsilon_1; \quad \frac{\lambda}{4\pi d} \ln(I_0/I_2) = \tilde{L}_1 \varepsilon_2; \quad \frac{\lambda}{4\pi d} \ln(I_0/I_3) = \tilde{L}_1 \varepsilon_3; \quad (3.29)$$

З рівнянь системи (3.29) визначаємо головні деформації:

$$\varepsilon_1 = \frac{\lambda \cdot \ln(I_0/I_1)}{4\pi d \tilde{L}_1} = L^{**} \ln(I_0/I_1) \quad (3.30)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\lambda \cdot \ln(I_0/I_2)}{4\pi d \tilde{L}_1} = L^{**} \ln(I_0/I_2) \quad (3.31)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\lambda \ln(I_0/I_3)}{4\pi d \tilde{L}_1} = L^{**} \ln(I_0/I_3) \quad (3.32)$$

$$\text{де } L^{**} = \lambda / 4\pi d \tilde{L}_1 \quad (3.33)$$

При цьому для «замороженої» моделі з епоксидної смоли величини інтенсивностей світла I_1 , I_2 визначаються на одному сімействі зрізів товщиною d (наприклад, площина XOZ декартової системи координат), а величина I_3 визначається на другому сімействі зрізів тої ж товщини d (відповідно, площина XOY декартової системи координат). Попередньо, за допомогою плоского полярископа визначають головні напрямки.

2. Узагальнений плоский напружений стан ($\sigma_3=0$, $\nu \neq 0,5$).

Рівняння Максвелла пов'язують компоненти ТДП і НДС у точці напруженого тіла [6]:

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \chi_0 + C_1 \sigma_1 + C_2 \sigma_2 \\ \chi_2 &= \chi_0 + C_1 \sigma_2 + C_2 \sigma_1 \end{aligned} \quad (3.34)$$

де C_1, C_2 – оптико-механічні сталі (за напруженнями).

χ_0 – діелектрична проникність у ненапруженому стані;

χ_1, χ_2 – головні значення ТДП у точці напруженого тіла.

σ_1, σ_2 – головні напруження у цій же точці.

Проводимо викладки, аналогічні приведеним вище для рівнянь Неймана.

Перепишемо систему у вигляді:

$$\begin{cases} \chi_1 = \chi_0 + (C_1 - C_2)\sigma_1 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2) \\ \chi_2 = \chi_0 + (C_1 - C_2)\sigma_2 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2) \end{cases} \quad (3.35)$$

$$\quad \quad \quad (3.36)$$

Далі будемо перетворювати перше (3.35) з рівнянь системи, для другого все буде аналогічно.

$$\sqrt{\chi_1} = \sqrt{\chi_0} \sqrt{1 + \frac{(C_1 - C_2)\sigma_1 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2)}{|\chi_0|^2} \tilde{\chi}_0} \quad (3.37)$$

де $\sqrt{\chi} = n - i\zeta$; $\sqrt{\tilde{\chi}} = n + i\zeta$ (n - показник заломлення, ζ – натуральний показник поглинання).

Враховуючи, що для всіх відомих матеріалів модуль другого доданку під радикалом значно менший одиниці [6], вираз (3.37) запишемо у вигляді:

$$\sqrt{\chi_1} \approx \sqrt{\chi_0} \left[1 + \frac{(C_1 - C_2)\sigma_1 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2)}{2|\chi_0|^2} \tilde{\chi}_0 \right] \quad (3.38)$$

$$\sqrt{\chi_1} - \sqrt{\chi_0} \approx \frac{(C_1 - C_2)\sigma_1 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2)}{2\sqrt{\chi_0}} \quad (3.39)$$

Перепишемо формулу (3.39) у вигляді:

$$\sqrt{\chi_1} - \sqrt{\chi_0} \approx \frac{(C_1 - C_2)\sigma_1 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2)}{2|\chi_0|} \sqrt{\tilde{\chi}_0} \quad (3.40)$$

З іншого боку,

$$\begin{aligned} \sqrt{\chi_1} - \sqrt{\chi_0} &= (n_1 - n_0) - i(\zeta_1 - \zeta_0) \approx \frac{C_1 - C_2}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} (n_0 + i\zeta) \sigma_1 + \\ &+ \frac{C_2}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} (n_0 + i\zeta) (\sigma_1 + \sigma_2) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Перетворимо рівняння (3.41) до вигляду:

$$(n_1 - n_0) - i(\zeta_1 - \zeta_0) \approx \frac{(C_1 - C_2)n_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)}\sigma_1 + \frac{C_2 n_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)}(\sigma_1 + \sigma_2) - i \left[-\frac{(C_1 - C_2)\zeta_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)}\sigma_1 - \frac{C_2 \zeta_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)}(\sigma_1 + \sigma_2) \right] \quad (3.42)$$

Введемо позначення:

$$\frac{(C_1 - C_2)n_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} = M_1; \quad \frac{C_2 n_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} = M_2; \quad (3.43)$$

$$-\frac{(C_1 - C_2)\zeta_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} = \tilde{M}_1; \quad -\frac{C_2 \zeta_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} = \tilde{M}_2.$$

З врахуванням введених позначень, рівняння (3.43) запишемо у вигляді:

$$(n_1 - n_0) - i(\zeta_1 - \zeta_0) = M_1 \sigma_1 + M_2 (\sigma_1 + \sigma_2) - i \left[\tilde{M}_1 \sigma_1 + \tilde{M}_2 (\sigma_1 + \sigma_2) \right] \quad (3.44)$$

З рівності (3.44) випливають рівності дійсних і уявних частин:

$$n_1 - n_0 = M_1 \sigma_1 + M_2 (\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.45)$$

$$\zeta_1 - \zeta_0 = \tilde{M}_1 \sigma_1 + \tilde{M}_2 (\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.46)$$

З врахуванням рівняння (3.14): $\zeta = -\frac{\lambda \ln(I/I^*)}{4\pi d}$, рівняння (3.46) прийме вигляд:

$$-\frac{\lambda \ln(I_1/I^*)}{4\pi d} + \frac{\lambda \ln(I_0/I^*)}{4\pi d} = \tilde{M}_1 \sigma_1 + \tilde{M}_2 (\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.47)$$

Перетворимо рівняння (3.47):

$$\frac{\lambda}{4\pi d} [\ln(I_0/I^*) - \ln(I_1/I^*)] = \tilde{M}_1 \sigma_1 + \tilde{M}_2 (\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.48)$$

$$\frac{\lambda}{4\pi d} \ln(I_0/I_1) = \tilde{M}_1 \sigma_1 + \tilde{M}_2 (\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.49)$$

У формулі (3.49):

I_0 – інтенсивність світла на виході для ненавантаженого об'єкта;

I_l – інтенсивність світла на виході для навантаженого об’єкта, поляризація вздовж головного напрямку 1.

Запишемо рівняння (3.49) у вигляді:

$$\frac{\lambda}{4\pi d} \ln(I_0/I_1) = \tilde{M}_1 \sigma_1 + \tilde{M}_2 (\sigma_1 + \sigma_2) = \left(\tilde{M}_1 + \tilde{M}_2 \right) \sigma_1 + \tilde{M}_2 \sigma_2$$

Аналогічно запишемо вираз для другого рівняння системи (3.34). Одержимо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\lambda}{4\pi d} \ln(I_0/I_1) = \left(\tilde{M}_1 + \tilde{M}_2 \right) \sigma_1 + \tilde{M}_2 \sigma_2 \\ \frac{\lambda}{4\pi d} \ln(I_0/I_2) = \left(\tilde{M}_1 + \tilde{M}_2 \right) \sigma_2 + \tilde{M}_2 \sigma_1 \end{cases} \quad (3.50)$$

У результаті розв’язку системи (3.50) визначаємо величини σ_1 і σ_2 .

$$\sigma_1 = \frac{\lambda \left[(\tilde{M}_1 + \tilde{M}_2)^2 \ln(I_0/I_1) + \tilde{M}_2^2 \ln(I_0/I_2) - \tilde{M}_2 (\tilde{M}_1 + \tilde{M}_2) \ln(I_0/I_2) - \tilde{M}_2^2 \ln(I_0/I_1) \right]}{4\pi d \cdot \tilde{M}_1^2 (\tilde{M}_1 + 2\tilde{M}_2)} \quad (3.51)$$

$$\sigma_2 = \frac{\lambda \left[(\tilde{M}_1 + \tilde{M}_2)^2 \ln(I_0/I_2) + \tilde{M}_2^2 \ln(I_0/I_1) - \tilde{M}_2 (\tilde{M}_1 + \tilde{M}_2) \ln(I_0/I_1) - \tilde{M}_2^2 \ln(I_0/I_2) \right]}{4\pi d \cdot \tilde{M}_1^2 (\tilde{M}_1 + 2\tilde{M}_2)} \quad (3.52)$$

$$\sigma_1 = \frac{\lambda \left[\tilde{M}_1 (\tilde{M}_1 + 2\tilde{M}_2) \ln(I_0/I_1) - \tilde{M}_1 \tilde{M}_2 \ln(I_0/I_2) \right]}{4\pi d \cdot \tilde{M}_1^2 (\tilde{M}_1 + 2\tilde{M}_2)} \quad (3.53)$$

$$\sigma_2 = \frac{\lambda \left[\tilde{M}_1 (\tilde{M}_1 + 2\tilde{M}_2) \ln(I_0/I_2) - \tilde{M}_1 \tilde{M}_2 \ln(I_0/I_1) \right]}{4\pi d \cdot \tilde{M}_1^2 (\tilde{M}_1 + 2\tilde{M}_2)} \quad (3.54)$$

$$\sigma_1 = \frac{\lambda}{4\pi d} \left[\frac{\tilde{M}_1 + \tilde{M}_2}{\tilde{M}_1 (\tilde{M}_1 + 2\tilde{M}_2)} \ln(I_0/I_1) - \frac{\tilde{M}_2}{\tilde{M}_1 (\tilde{M}_1 + 2\tilde{M}_2)} \ln(I_0/I_2) \right] \quad (3.55)$$

$$\sigma_2 = \frac{\lambda}{4\pi d} \left[\frac{\tilde{M}_1 + \tilde{M}_2}{\tilde{M}_1 (\tilde{M}_1 + 2\tilde{M}_2)} \ln(I_0/I_2) - \frac{\tilde{M}_2}{\tilde{M}_1 (\tilde{M}_1 + 2\tilde{M}_2)} \ln(I_0/I_1) \right] \quad (3.56)$$

Введемо позначення:

$$\lambda \cdot \frac{\tilde{M}_1 + \tilde{M}_2}{\tilde{M}_1 (\tilde{M}_1 + 2\tilde{M}_2)} = M_1^* \quad (3.57)$$

$$\lambda \cdot \frac{\tilde{M}_2}{\tilde{M}_1 (\tilde{M}_1 + 2\tilde{M}_2)} = M_2^* \quad (3.58)$$

де - M_1^* , M_2^* - сталі матеріалу для певної довжини хвилі.

Тоді одержимо для σ_1 та σ_2 :

$$\sigma_1 = \frac{[M_1^* \ln(I_0/I_1) - M_2^* \ln(I_0/I_2)]}{4\pi d} \quad (3.59)$$

$$\sigma_2 = \frac{[M_1^* \ln(I_0/I_2) - M_2^* \ln(I_0/I_1)]}{4\pi d} \quad (3.60)$$

У формулах (3.59), (3.60), сталі M_1^* та M_2^* попередньо визначали на тарувальних експериментах.

Нижче, у підрозділі 3.3 наведено дані тестового експерименту з визначення НДС для стиснутого вздовж осі диска, виготовленого з епоксидної смоли ЕД-20М.

Якщо використати дані, наведені у таблицях 3.2 і 3.3, можемо визначити величини констант M_1^* та M_2^* для даного матеріалу у діапазоні довжин хвиль (590–620) нм.

Так величини $I_0=I_{60}^0$ (табл. 3.1) для $\lambda=590$ нм, дорівнює 16,69. Відповідно, $I_1=16,09$; $I_2=16,91$; $d=5 \cdot 10^{-3}$ м.

Тоді рівняння (3.59), (3.60) при підстановці відповідних числових значень, приймуть вигляд:

$$\sigma_1 = \sigma = \frac{M_1^* \cdot \ln(16,69/16,09) + M_2^* \cdot \ln(16,69/16,91)}{4 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-3} i};$$

$$\sigma_2 = -3\sigma = \frac{M_1^* \cdot \ln(16,69/16,91) + M_2^* \cdot \ln(16,69/16,09)}{4 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-3} i}$$

Якщо підставити у дані рівняння значення відповідних натуральних логарифмів ($\ln(16,69/16,09)=0,03661$; $\ln(16,69/16,91)=-0,01310$), одержуємо після деяких спрощень систему рівнянь для визначення величин констант M_1^* та M_2^* матеріалу ЕД-20М:

$$\begin{cases} 0,037M_2^* - 0,013M_1^* = 3140 \\ 0,037M_1^* - 0,013M_2^* = -9420 \end{cases}$$

Розв'язання системи дає наступні чисельні результати: $M_1^* = -2,27 \cdot 10^5 \text{ Н/м}$; $M_2^* = -5,25 \cdot 10^3 \text{ Н/м}$ ($\lambda=590 \text{ нм}$).

Аналогічно отримаємо дані величин M_1^* та M_2^* для $\lambda=600, 610, 620 \text{ нм}$.

Результати залежностей величин констант $M_1^*(\lambda)$ та $M_2^*(\lambda)$, а також величин співвідношення $M_2^*/M_1^*(\lambda)$ наведено у вигляді графіків на рис. 3.2 – 3.4.

Таким чином, у формулах (3.59), (3.60) вклад абсолютних величин других доданків у чисельниках $|M_2^* \ln(I_0/I_2)|$ та $|M_2^* \ln(I_0/I_1)|$, відповідно, складає значення, які не перевищують 2,31% абсолютних величин перших доданків $|M_1^* \ln(I_0/I_1)|$ та $|M_1^* \ln(I_0/I_2)|$ у діапазоні довжин хвиль 590-620 нм (рис. 3.2).

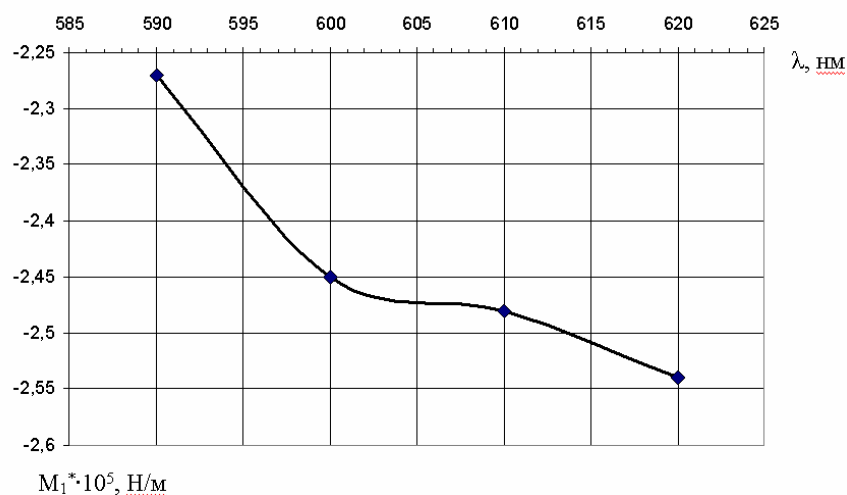


Рис. 3.2. Графік залежності константи M_1^* матеріалу ЕД-20М від довжини хвилі λ .

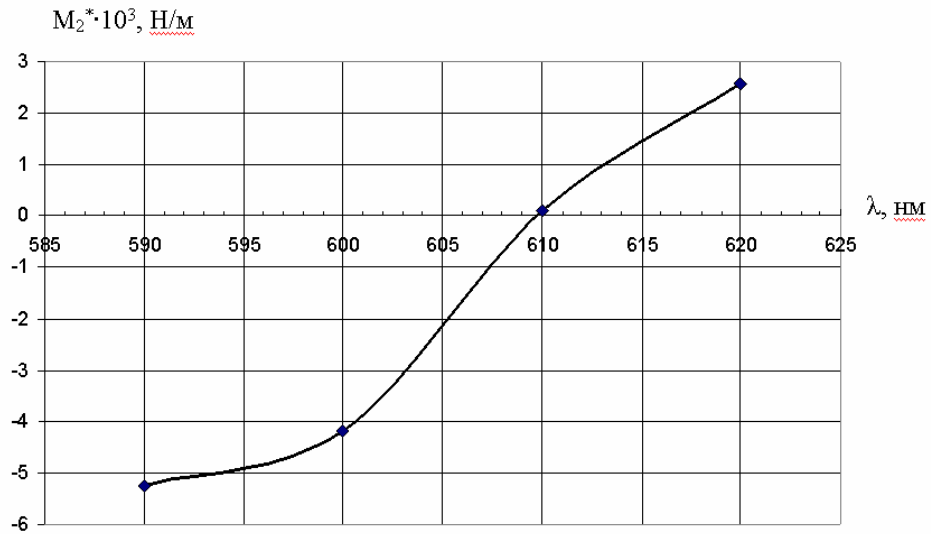


Рис. 3.3. Графік залежності константи M_2^* матеріалу ЕД-20М від довжини хвилі λ

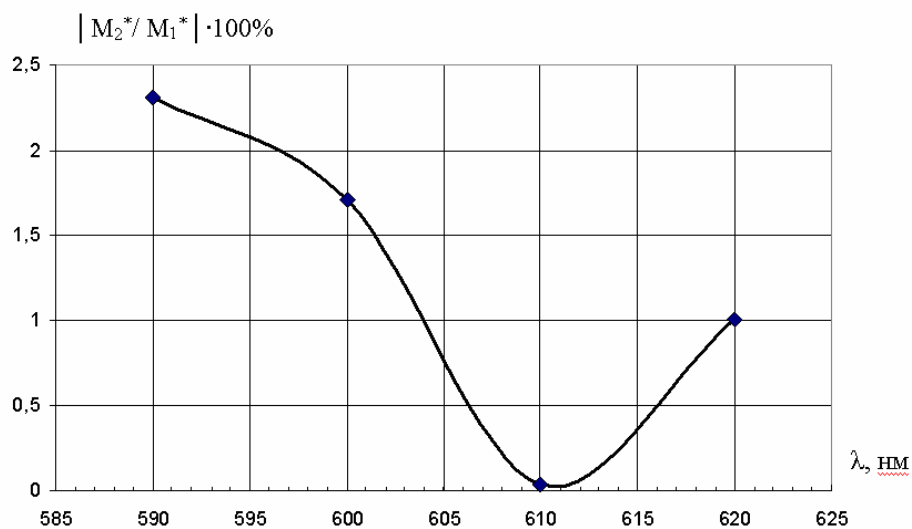


Рис. 3.4. Графік залежності абсолютних величин співвідношення констант $|M_2^*/M_1^*|$ матеріалу ЕД-20М від довжини хвилі λ (у відсотках)

3. Зондуюче випромінювання неполяризоване. Рівняння Неймана для цього випадку приймає вигляд:

$$\chi = \chi_0 + \psi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad (3.61)$$

Проведемо викладки, аналогічні до приведених вище.

Перепишемо рівняння (3.61) у вигляді:

$$\sqrt{\chi_1} = \sqrt{\chi_0} \sqrt{1 + \frac{\psi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \tilde{\chi}_0}{|\chi_0|^2}} \quad (3.62)$$

де $\sqrt{\chi} = n - i\zeta$; $\sqrt{\tilde{\chi}} = n + i\zeta$.

Далі запишемо вираз (3.62) у вигляді:

$$\sqrt{\chi_1} = \sqrt{\chi_0} \left[1 + \frac{\psi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \tilde{\chi}_0}{2|\chi_0|^2} \right] \quad (3.63)$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\chi_1} - \sqrt{\chi_0} &\approx \frac{\psi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{2\sqrt{\chi_0}} \\ \left(\frac{\tilde{\chi}_0}{|\chi_0|^2} = \frac{1}{\chi_0} \right) & \end{aligned} \quad (3.64)$$

Перепишемо формулу (3.64) у вигляді:

$$\sqrt{\chi_1} - \sqrt{\chi_0} \approx \frac{\psi(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{2|\chi_0|} \sqrt{\tilde{\chi}_0} \quad (3.65)$$

$$\sqrt{\chi} - \sqrt{\chi_0} = (n - n_0) - i(\zeta - \zeta_0) \approx \frac{\psi}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} (n_0 + i\zeta_0)(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad (3.66)$$

Перетворимо рівняння (3.66) до вигляду:

$$(n - n_0) - i(\zeta - \zeta_0) \approx \frac{\psi n_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) - i \frac{\psi \zeta_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad (3.67)$$

Введемо позначення:

$$\begin{aligned} \frac{\psi n_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} &= N \\ -\frac{\psi \zeta_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} &= \tilde{N} \end{aligned} \quad (3.68)$$

З врахуванням введених позначень, рівняння (3.67) запишемо у вигляді:

$$(n - n_0) - i(\zeta - \zeta_0) \approx N(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) - i\tilde{N}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad (3.68)$$

З рівності (3.68) випливають рівності дійсних і уявних частин:

$$n - n_0 = N(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad (3.69)$$

$$\zeta - \zeta_0 = \tilde{N}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad (3.70)$$

З врахуванням закону Бугера-Ламберта-Бера, який описує проходження світла через поглинаюче середовище, для ζ записано вираз (3.14):

$$\zeta = -\frac{\lambda \ln(I/I^*)}{4\pi d}$$

З врахуванням (3.14), рівняння (3.53) прийме вигляд:

$$-\frac{\lambda \ln(I/I^*)}{4\pi d} + \frac{\lambda \ln(I_0/I^*)}{4\pi d} = \tilde{N}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad (3.71)$$

Перетворимо рівняння (3.71):

$$\frac{\lambda}{4\pi d} [\ln(I_0/I^*) - \ln(I/I^*)] = \tilde{N}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad (3.72)$$

$$\frac{\lambda}{4\pi d} \ln(I_0/I) = \tilde{N}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad (3.73)$$

Звідки:

$$(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) = \frac{\lambda}{4\pi d \tilde{N}} \ln(I_0/I) \quad (3.74)$$

Позначимо $\frac{\lambda}{4\pi d \tilde{N}} = N^*$

Тоді, остаточно, для визначення суми головних деформацій $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)$ одержимо вираз:

$$(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) = N^* \ln(I_0/I) \quad (3.75)$$

де I_0 – інтенсивність світла на виході для ненавантаженого об'єкта ;

I – інтенсивність світла на виході для навантаженого об'єкта.

Рівняння Максвелла у формі (3.36) для випадку, коли зондує випромінювання неполяризоване, прийме вигляд:

$$\chi = \chi_0 + \eta(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.76)$$

Перепишемо рівняння (3.76) у вигляді

$$\sqrt{\chi_1} = \sqrt{\chi_0} \sqrt{1 + \frac{\eta(\sigma_1 + \sigma_2)}{|\chi_0|^2} \tilde{\chi}_0} \quad (3.77)$$

де $\sqrt{\chi} = n - i\zeta$; $\sqrt{\tilde{\chi}} = n + i\zeta$.

Запишемо вираз (3.77) у вигляді:

$$\sqrt{\chi_1} = \sqrt{\chi_0} \left[1 + \frac{\eta(\sigma_1 + \sigma_2)}{2|\chi_0|^2} \tilde{\chi}_0 \right] \quad (3.78)$$

$$\sqrt{\chi_1} - \sqrt{\chi_0} \approx \frac{\eta(\sigma_1 + \sigma_2)}{2\sqrt{\chi_0}} \quad (3.79)$$

$$\left(\frac{\tilde{\chi}_0}{|\chi_0|^2} = \frac{1}{\chi_0} \right)$$

Перепишемо (3.79) у вигляді:

$$\sqrt{\chi} - \sqrt{\chi_0} \approx \frac{\eta(\sigma_1 + \sigma_2)}{2|\chi_0|} \sqrt{\tilde{\chi}_0} \quad (3.80)$$

$$\sqrt{\chi} - \sqrt{\chi_0} = (n - n_0) - i(\zeta - \zeta_0) \approx \frac{\eta}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} (n_0 + i\zeta_0)(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.81)$$

Перетворимо рівняння (3.81) до вигляду:

$$(n - n_0) - i(\zeta - \zeta_0) \approx \frac{\eta n_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} (\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{i\eta\zeta_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} (\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.82)$$

Введемо позначення:

$$\frac{\eta n_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} = P$$

$$\frac{\eta\zeta_0}{2(n_0^2 + \zeta_0^2)} = \tilde{P} \quad (3.83)$$

З врахуванням введених позначень, рівняння (3.82) прийме вигляд:

$$(n - n_0) - i(\zeta - \zeta_0) = P(\sigma_1 + \sigma_2) - i\tilde{P}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.84)$$

З рівності (3.84) випливають рівності дійсних і уявних частин:

$$n - n_0 = P(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.85)$$

$$\zeta - \zeta_0 = \tilde{P}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.86)$$

З врахуванням закону Бугера-Ламберта-Бера (3.14), рівняння (3.86) прийме вигляд:

$$-\frac{\lambda \ln(I/I^*)}{4\pi d} + \frac{\lambda \ln(I_0/I^*)}{4\pi d} = \tilde{P}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.87)$$

Перетворюємо рівняння (3.87):

$$\frac{\lambda}{4\pi d} [\ln(I_0/I^*) - \ln(I/I^*)] = \tilde{P}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.88)$$

$$\frac{\lambda}{4\pi d} \ln(I_0/I) = \tilde{P}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (3.89)$$

Звідки:

$$(\sigma_1 + \sigma_2) = \frac{\lambda}{4\pi d \tilde{P}} \ln(I_0/I) \quad (3.90)$$

Позначимо $\frac{\lambda}{4\pi d \tilde{P}} = P^*$

Тоді, остаточно, для визначення суми головних напружень $(\sigma_1 + \sigma_2)$, одержимо вираз:

$$(\sigma_1 + \sigma_2) = P^* \ln(I_0/I) \quad (3.91)$$

де I_0 – інтенсивність світла на виході для ненавантаженого об'єкта,

I – інтенсивність світла на виході для навантаженого об'єкта.

Наведені вище викладки мають застосування для матеріалу з високим модулем Юнга E при довжині хвилі зондуючого випромінювання $\lambda = (5 \div 20)$ мкм (ближній та середній інфрачервоний діапазон).

Високий модуль Юнга обумовлює малу деформативність, тому можемо прийняти, що $d = \text{const}$. У вибраному хвильовому діапазоні знаходяться молекулярні смуги поглинання, пов'язані з молекулярною взаємодією [19, 63, 206].

4. Розглянемо варіант, коли деформації досягають $1 \div 5\%$ (низькомолекулярні полімери, еластомери). Вимірювання проводяться в ультрафіолетовому діапазоні, у якому немає молекулярних смуг поглинання, які реагують на зміну міжмолекулярної взаємодії.

Запишемо формулу Бугера-Ламберта-Бера:

$$I = I^* \exp(-\alpha d)$$

де

$$\alpha = \frac{4\pi\zeta}{\lambda}$$

У нашому випадку $a = \text{const}$, $d = f(\sigma_{ij})$.

Будемо за допомогою монохроматора змінювати довжину хвилі таким чином, щоб вираз $(-\alpha d)$ під експонентою приймав такі значення, при яких зміна товщини Δd буде викликати максимальні (у процентному відношенні) зміни інтенсивності світла. Зондує випромінювання неполяризоване. Для плоскої задачі у пружній постановці має місце рівність (плоский напружений стан):

$$\varepsilon_3 = -\frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad (3.92)$$

(вісь z направлена вздовж напрямку просвічування). Для напруженої пластини, закон Бугера-Ламберта-Бера запишеться у цьому випадку таким чином:

$$I/I^* = \exp\left\{-\alpha d_0 \left[1 - \frac{\nu}{1-\nu}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\right]\right\} \quad (3.93)$$

Для ненапруженої пластини відповідне рівняння запишеться у вигляді:

$$I_0/I^* = \exp\{-\alpha d_0\} \quad (3.94)$$

де I , I_0 – інтенсивності світла на виході для напруженої та ненапруженої пластини, відповідно.

Ділимо почленно (3.93) на (3.94). Одержуємо:

$$I/I^* = \exp\left\{-\alpha d_0 \frac{\nu}{1-\nu} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\right\} \quad (3.95)$$

Рішаємо рівняння (3.95) відносно суми головних деформацій ($\varepsilon_1 + \varepsilon_2$):

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{1-\nu}{\alpha d_0 \nu} \ln(I/I_0) \quad (3.96)$$

α – попередньо визначається на тарувальному диску, d_0 – вимірюється до навантаження. Різницю деформацій ($\varepsilon_1 - \varepsilon_2$) визначають за даними фотопружних вимірювань. Маючи суму головних деформацій ($\varepsilon_1 + \varepsilon_2$) та їх різницю ($\varepsilon_1 - \varepsilon_2$), одержуємо, окремо, головні деформації ε_1 та ε_2 , і, за законом Гука, головні напруження σ_1 та σ_2 .

Визначимо величини констант $N^*(\lambda)$ та $P^*(\lambda)$ для матеріалу ЕД-20М, які входять у формули (4.45) та (4.91), тестового експерименту, наведеного у підрозділі 3.3. Підставляємо відповідні числові значення, використовуючи дані таблиць 3.2 і 3.3. отримаємо (для $\lambda=590$ нм):

$$\begin{aligned} \sigma_1 + \sigma_2 &= 0,05 \ddot{I} \ddot{a} - 0,15 \ddot{I} \ddot{a} = -0,10 \ddot{I} \ddot{a} \\ \varepsilon_1 + \varepsilon_2 &= 4,587 \cdot 10^{-3} - 6,422 \cdot 10^{-3} = -1,835 \cdot 10^{-3} \hat{a}^3 \hat{a} \hat{i} \cdot \hat{i} \hat{a} . \end{aligned}$$

Для плоского напруженого стану визначаємо ε_3 за формулою (3.92):

$$\begin{aligned} \varepsilon_3 &= -\nu(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = -0,5(-1,835 \cdot 10^{-3} + 0,918 \cdot 10^{-3}) = 1,835 \cdot 10^{-3} \hat{a}^3 \hat{a} \hat{i} \cdot \hat{i} \hat{a} . \\ \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 &= (4,587 + 0,918 - 6,422) \cdot 10^{-3} = -0,918 \cdot 10^{-3} = -9,18 \cdot 10^{-4} \hat{a}^3 \hat{a} \hat{i} \cdot \hat{i} \hat{a} . \\ \sigma_1 + \sigma_2 &= -0,10 \ddot{I} \ddot{a} \\ \sigma_0 / \sigma^2 &= 1,0255, \ln(\sigma_0 / \sigma^2) = 2,2446 \cdot 10^{-2} \\ N^* &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3}{\ln(\sigma_0 / \sigma^2)} = -\frac{9,18 \cdot 10^{-4}}{2,2446 \cdot 10^{-2}} = -4,0853 \\ P^* &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\ln(\sigma_0 / \sigma^2)} = -\frac{10^5 \ddot{I} \ddot{a}}{2,2446 \cdot 10^{-2}} = -4,455 \ddot{I} \ddot{a} \end{aligned}$$

Аналогічно розраховані величини N^* та P^* для $\lambda=600, 610, 620$ нм. Результати наведено у таблиці 3.1. Тут же наведено величини констант $M_1^*(\lambda), M_2^*(\lambda)$, а також коефіцієнта поглинання $\alpha(\lambda)$, який входить у формули (4.93)–(4.96), розрахованого для цього тестового експерименту.

Нижче наведено розрахунок α для $\lambda=590$ нм (табл. 3.2) та $\lambda=620$ нм (табл. 3.3).

$$\alpha(\lambda = 590 \text{ нм}) = \frac{\ln(I/I_0)}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)d_0\nu} = -\frac{2,2446 \cdot 10^{-2}}{1,835 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ нм} \cdot 0,5} = -4,893 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1};$$

$$\alpha(\lambda = 620 \text{ нм}) = -\frac{2,5181 \cdot 10^{-2}}{1,835 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ нм} \cdot 0,5} = -5,482 \cdot 10^3 \text{ м}^{-1}.$$

Залежності $N^*(\lambda), P^*(\lambda), \alpha(\lambda)$ наведено у вигляді графіків на рис. 3.5–3.7.

Таблиця 3.1.

П'єзооптичні константи матеріалу ЕД-20М для різних довжин хвиль

$\lambda, \text{ нм}$	$-M_1^* \cdot 10^5,$ Н/м	$M_2^* \cdot 10^3,$ Н/м	$ M_2^*/M_1^* $ $\cdot 100\%$	$-N^*, \text{ б/р}$	$-P^*, \text{ МПа}$	$-\alpha \cdot 10^3, \text{ м}^{-1}$
590	2,27	-5,25	2,31	4,085	4,455	4,893
600	2,45	-4,18	1,71	3,998	4,324	5,047
610	2,48	0,11	0,04	3,874	4,232	5,213
620	2,54	2,57	1,01	3,642	3,971	5,482

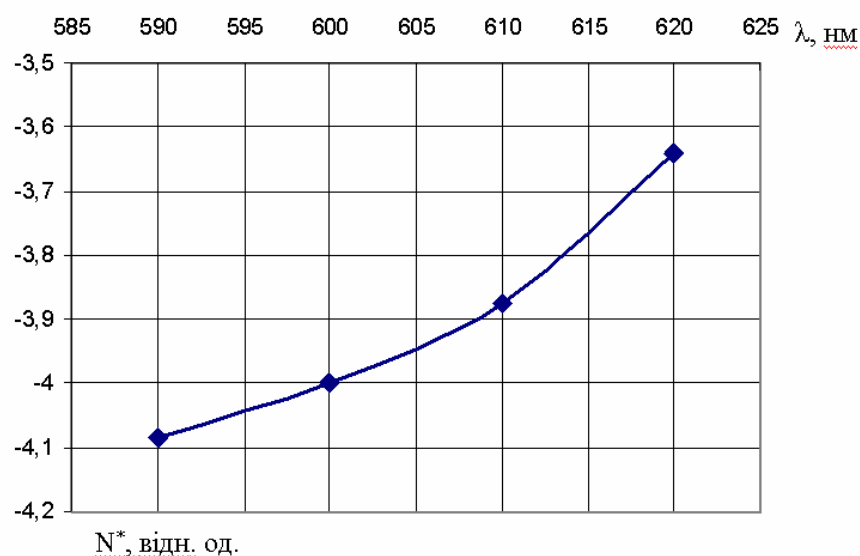


Рис. 3.5. Графік залежності константи N^* матеріалу ЕД-20М від довжини хвилі λ .

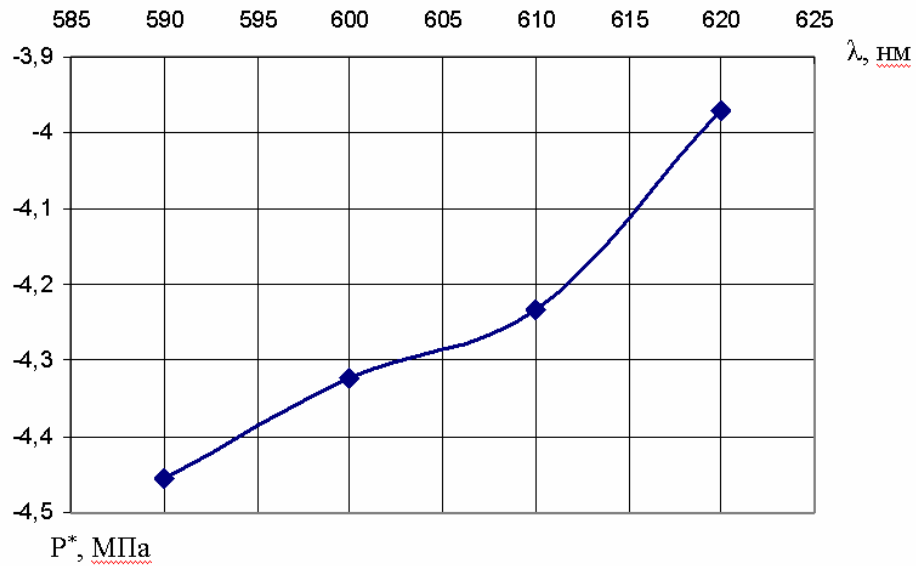


Рис. 3.6. Графік залежності константи P^* матеріалу ЕД-20М від довжини хвилі λ

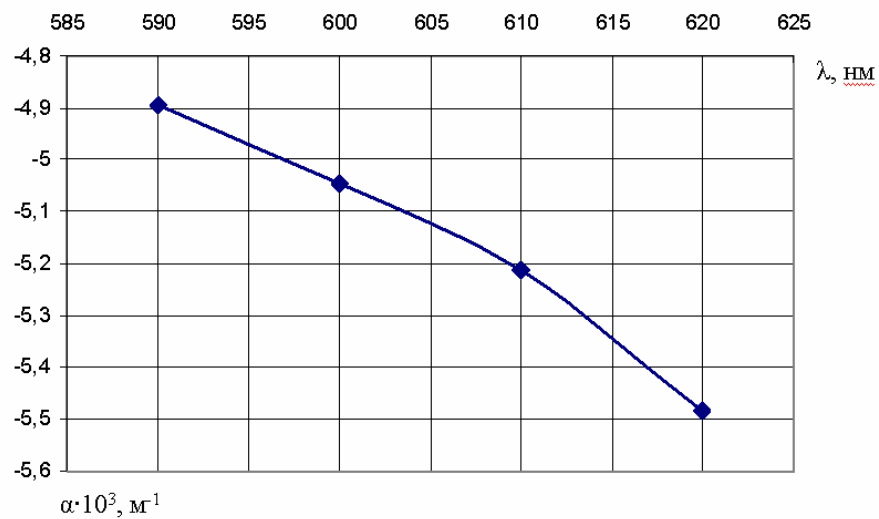


Рис. 3.7. Графік залежності константи α матеріалу ЕД-20М від довжини хвилі λ

3.2. Метод визначення величин КІН за даними вимірювання поглинання інтенсивності світла

Запропоновано метод визначення величин КІН, який базується на п'єзооптичному ефекті поглинаючого середовища [210]. Для різних типів

деформацій берегів тріщини знайдено сумісне рішення рівнянь, які описують напружений стан в околі вершини тріщини (пружна асимптотика Ірвіна-Вестергаарда) та рівнянь, які визначають НДС об'єктів за даними вимірювання поглинання світла.

I. Зондуєчне випромінювання поляризоване.

1. Напружений стан біля берегів тріщини відповідає I типу деформації – нормальний відрив.

Запишемо рівняння Ірвіна-Вестергаарда для цього випадку:

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_1(\Theta) \\ \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_3(\Theta) \end{cases} \quad (3.97)$$

Додаємо почленно рівняння системи (3.97):

$$\sigma_x + \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} [f_1(\Theta) + f_3(\Theta)]$$

Враховуючи, що для пружної області $\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2$, запишемо вираз для визначення K_I :

$$K_I = \frac{\sqrt{2\pi r}(\sigma_1 + \sigma_2)}{f_1(\Theta) + f_3(\Theta)} \quad (3.98)$$

Підставляємо у формулу (3.98) вирази для визначення σ_1 та σ_2 за даними вимірювання поглинання світла (3.59) та (3.60). Одержимо:

$$K_I = \frac{\sqrt{2\pi r} \{ (M_1^* - M_2^*) \ln(I_0/I_1) + (M_1^* - M_2^*) \ln(I_0/I_2) \}}{4\pi d [f_1(\Theta) + f_3(\Theta)]} = \frac{\sqrt{2\pi r} (M_1^* - M_2^*)}{4\pi d [f_1(\Theta) + f_3(\Theta)]} \ln \frac{I_0}{I_1 I_2} \quad (3.99)$$

Формула (3.99) дозволяє визначати величини КІН K_I для випадку, коли деформація берегів тріщини відповідає I типу (нормальний відрив) за даними вимірювання поглинання інтенсивності світла.

2. Напружений стан біля берегів тріщини відповідає I та II типу деформації (нормальний відрив та поперечний зсув).

Формули Ірвіна-Вестергаарда для цього випадку приймуть вигляд:

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_1(\Theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_2(\Theta) \\ \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_3(\Theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_4(\Theta) \end{cases} \quad (3.100)$$

Величини головних напружень σ_1 та σ_2 визначаються за формулами (3.59), (3.60).

Тоді σ_x, σ_y розраховуються наступним чином:

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_2 \sin^2 \varphi \\ \sigma_y = \sigma_1 \sin^2 \varphi + \sigma_2 \cos^2 \varphi \end{cases} \quad (3.101)$$

Розв'язуючи систему (3.100), одержуємо вирази для визначення K_I та K_{II} :

$$K_I = \frac{\sqrt{2\pi r} [f_4(\Theta)\sigma_x - f_2(\Theta)\sigma_y]}{f_1(\Theta)f_4(\Theta) - f_2(\Theta)f_3(\Theta)} \quad (3.102)$$

$$K_{II} = \frac{\sqrt{2\pi r} [f_1(\Theta)\sigma_x - f_3(\Theta)\sigma_y]}{f_1(\Theta)f_4(\Theta) - f_2(\Theta)f_3(\Theta)} \quad (3.103)$$

Підставляємо у (3.102), (3.103) відповідні вирази для σ_x, σ_y з (3.101):

$$K_I = \frac{\sqrt{2\pi r} [f_4(\Theta)(\sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_2 \sin^2 \varphi) - f_2(\Theta)(\sigma_1 \sin^2 \varphi + \sigma_2 \cos^2 \varphi)]}{f_1(\Theta)f_4(\Theta) - f_2(\Theta)f_3(\Theta)} \quad (3.104)$$

$$K_{II} = \frac{\sqrt{2\pi r} [f_1(\Theta)(\sigma_1 \sin^2 \varphi + \sigma_2 \cos^2 \varphi) - f_3(\Theta)(\sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_2 \sin^2 \varphi)]}{f_1(\Theta)f_4(\Theta) - f_2(\Theta)f_3(\Theta)} \quad (3.105)$$

Підставляємо у (3.104), (3.105) вирази для визначення σ_1, σ_2 за даними вимірювання поглинання світла (3.59), (3.60). Одержимо для K_I :

$$\begin{aligned}
K_I &= \frac{\sqrt{2\pi r} \left\{ f_4(\Theta) \left[(M_1^* \ln(I_0/I_1) - M_2^* \ln(I_0/I_2)) \cos^2 \varphi + (M_1^* \ln(I_0/I_2) - M_2^* \ln(I_0/I_1)) \sin^2 \varphi \right] - f_2(\Theta) \left[(M_1^* \ln(I_0/I_1) - M_2^* \ln(I_0/I_2)) \sin^2 \varphi + (M_1^* \ln(I_0/I_2) - M_2^* \ln(I_0/I_1)) \cos^2 \varphi \right] \right\}}{4\pi d [f_1(\Theta) f_4(\Theta) - f_2(\Theta) f_3(\Theta)]} \\
&= \frac{\sqrt{2\pi r} \left\{ f_4(\Theta) \cos^2 \varphi M_1^* \ln(I_0/I_1) - f_4(\Theta) \cos^2 \varphi M_2^* \ln(I_0/I_2) + f_4(\Theta) \sin^2 \varphi M_1^* \ln(I_0/I_2) - \right. \\
&\quad \left. - f_4(\Theta) \sin^2 \varphi M_2^* \ln(I_0/I_1) - f_2(\Theta) \sin^2 \varphi M_1^* \ln(I_0/I_1) + f_2(\Theta) \sin^2 \varphi M_2^* \ln(I_0/I_2) - \right. \\
&\quad \left. - f_2(\Theta) \cos^2 \varphi M_1^* \ln(I_0/I_2) + f_2(\Theta) \cos^2 \varphi M_2^* \ln(I_0/I_1) \right\}}{4\pi d [f_1(\Theta) f_4(\Theta) - f_2(\Theta) f_3(\Theta)]} \quad (3.106) \\
&= \frac{\sqrt{2\pi r} \left\{ [M_1^* f_4(\Theta) \cos^2 \varphi - M_2^* f_4(\Theta) \sin^2 \varphi - M_1^* f_2(\Theta) \sin^2 \varphi + M_2^* f_2(\Theta) \cos^2 \varphi] \ln(I_0/I_1) + \right. \\
&\quad \left. + [M_1^* f_4(\Theta) \sin^2 \varphi - M_2^* f_4(\Theta) \cos^2 \varphi - M_1^* f_2(\Theta) \cos^2 \varphi + M_2^* f_2(\Theta) \sin^2 \varphi] \ln(I_0/I_2) \right\}}{4\pi d [f_1(\Theta) f_4(\Theta) - f_2(\Theta) f_3(\Theta)]}
\end{aligned}$$

Аналогічні перетворення проведемо для K_{II} :

$$\begin{aligned}
K_{II} &= \frac{\sqrt{2\pi r} \left\{ f_1(\Theta) \left[(M_1^* \ln(I_0/I_1) - M_2^* \ln(I_0/I_2)) \sin^2 \varphi + (M_1^* \ln(I_0/I_2) - M_2^* \ln(I_0/I_1)) \cos^2 \varphi \right] - \right. \\
&\quad \left. - f_3(\Theta) \left[(M_1^* \ln(I_0/I_1) - M_2^* \ln(I_0/I_2)) \cos^2 \varphi + (M_1^* \ln(I_0/I_2) - M_2^* \ln(I_0/I_1)) \sin^2 \varphi \right] \right\}}{4\pi d [f_1(\Theta) f_4(\Theta) - f_2(\Theta) f_3(\Theta)]} = \\
&= \frac{\sqrt{2\pi r} \left\{ f_1(\Theta) \sin^2 \varphi M_1^* \ln(I_0/I_1) - f_1(\Theta) \sin^2 \varphi M_2^* \ln(I_0/I_2) + f_1(\Theta) \cos^2 \varphi M_1^* \ln(I_0/I_2) - \right. \\
&\quad \left. - f_1(\Theta) \cos^2 \varphi M_2^* \ln(I_0/I_1) - f_3(\Theta) \cos^2 \varphi M_1^* \ln(I_0/I_1) + f_3(\Theta) \cos^2 \varphi M_2^* \ln(I_0/I_2) - \right. \\
&\quad \left. - f_3(\Theta) \sin^2 \varphi M_1^* \ln(I_0/I_2) + f_3(\Theta) \sin^2 \varphi M_2^* \ln(I_0/I_1) \right\}}{4\pi d [f_1(\Theta) f_4(\Theta) - f_2(\Theta) f_3(\Theta)]} = \\
&= \frac{\sqrt{2\pi r} \left\{ [M_1^* f_1(\Theta) \sin^2 \varphi - M_2^* f_1(\Theta) \cos^2 \varphi - M_1^* f_3(\Theta) \cos^2 \varphi + M_2^* f_3(\Theta) \sin^2 \varphi] \ln(I_0/I_1) + \right. \\
&\quad \left. + [M_1^* f_1(\Theta) \cos^2 \varphi - M_2^* f_1(\Theta) \sin^2 \varphi - M_1^* f_3(\Theta) \sin^2 \varphi + M_2^* f_3(\Theta) \cos^2 \varphi] \ln(I_0/I_2) \right\}}{4\pi d [f_1(\Theta) f_4(\Theta) - f_2(\Theta) f_3(\Theta)]} \quad (3.107)
\end{aligned}$$

Для спрощення виразів (3.106), (3.107) введемо позначення:

$$\begin{aligned}
[M_1^* f_4(\Theta) \cos^2 \varphi - M_2^* f_4(\Theta) \sin^2 \varphi - M_1^* f_2(\Theta) \sin^2 \varphi + M_2^* f_2(\Theta) \cos^2 \varphi] &= M_1^{**} \\
[M_1^* f_4(\Theta) \sin^2 \varphi - M_2^* f_4(\Theta) \cos^2 \varphi - M_1^* f_2(\Theta) \cos^2 \varphi + M_2^* f_2(\Theta) \sin^2 \varphi] &= M_2^{**} \\
[M_1^* f_1(\Theta) \sin^2 \varphi - M_2^* f_1(\Theta) \cos^2 \varphi - M_1^* f_3(\Theta) \cos^2 \varphi + M_2^* f_3(\Theta) \sin^2 \varphi] &= M_3^{**} \\
[M_1^* f_1(\Theta) \cos^2 \varphi - M_2^* f_1(\Theta) \sin^2 \varphi - M_1^* f_3(\Theta) \sin^2 \varphi + M_2^* f_3(\Theta) \cos^2 \varphi] &= M_4^{**} \\
[f_1(\Theta) f_4(\Theta) - f_2(\Theta) f_3(\Theta)] &= f^*
\end{aligned} \quad (3.108)$$

Тут:

$$f_1(\Theta) = \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) \quad (3.109)$$

$$f_2(\Theta) = -\sin \frac{\Theta}{2} \left(1 - \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} \right)$$

$$f_3(\Theta) = \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right)$$

$$f_4(\Theta) = -\sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2}$$

З врахуванням (3.108), рівняння (3.106) для визначення КІН K_I та рівняння (3.107) для визначення КІН K_{II} приймуть вигляд:

$$K_I = \frac{\sqrt{2\pi r} [M_1^{**} \ln(I_0/I_1) + M_2^{**} \ln(I_0/I_2)]}{4\pi d f^*} \quad (3.110)$$

$$K_{II} = \frac{\sqrt{2\pi r} [M_3^{**} \ln(I_0/I_1) + M_4^{**} \ln(I_0/I_2)]}{4\pi d f^*} \quad (3.111)$$

Формули (3.110), (3.111), для визначення величин КІН K_I та K_{II} дуже нагадують вирази (3.59), (3.60) для визначення головних напружень σ_1 та σ_2 , але мають характерну для КІН кореневу залежність.

II. Зондуюче випромінювання неполяризоване.

1. Біля берегів тріщини має місце напружений стан, який відповідає I типу деформації (нормальний відрив).

За законом Гука в зоні пружності має місце залежність:

$$\sigma_x + \sigma_y = 2G(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \psi^\circ [(\varepsilon_x + \varepsilon_y) - \nu(\varepsilon_x + \varepsilon_y)] = [2G + \psi^\circ(1 - \nu)](\varepsilon_x + \varepsilon_y) \quad (3.112)$$

Для головних напружень і деформацій рівняння (3.112) набуде вигляду:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = [2G + \psi^\circ(1 - \nu)](\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad (3.113)$$

Сумісний розв'язок рівнянь (3.98) та (3.113) дозволяє одержати вираз для K_I :

$$K_I = \frac{\sqrt{2\pi r} [2G + \psi^\circ(1 - \nu)](\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{f_1(\Theta) + f_3(\Theta)} \quad (3.114)$$

Використовуючи формулу (3.75), яка ґрунтується на п'єзооптичному ефекті поглинаючого середовища, одержимо:

$$K_I = \frac{\sqrt{2\pi r} [2G + \psi^\circ (1-\nu)] (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) N^* \ln(I_0/I)}{f_1(\Theta) + f_3(\Theta)} \quad (3.115)$$

У формулі (3.115):

I_0 - інтенсивність світла на виході для ненавантаженого об'єкта;

I - інтенсивність світла на виході для навантаженого об'єкта.

$\psi^\circ = \frac{4\nu G}{(1-\nu)^2}$ - для плоского напруженого стану;

$\psi^\circ = \frac{4\nu G}{(1-\nu)(1-2\nu)}$ - для плоскої деформації.

2. Біля берегів тріщини має місце суперпозиція нормального відриву (КІН K_I) та поперечного зсуву (КІН K_{II}).

Для визначення величин КІН K_I та K_{II} у цьому випадку застосовуємо фотопружні вимірювання та дані поглинання неполяризованого світла.

Для різниці та суми нормальних компонент тензора напружень біля вершини тріщини, використовуючи рівняння (3.100), можемо записати:

$$\sigma_x - \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} [f_1(\Theta) - f_3(\Theta)] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} [f_2(\Theta) - f_4(\Theta)] \quad (3.116)$$

$$\sigma_x + \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} [f_1(\Theta) + f_3(\Theta)] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} [f_2(\Theta) + f_4(\Theta)] \quad (3.117)$$

З іншого боку, різниця нормальних напружень визначається за даними фотопружних вимірювань за формулою:

$$\sigma_x - \sigma_y = \frac{\delta'}{Cd} \cos 2\varphi' \quad (3.118)$$

де δ' , φ' - оптична різниця ходу та параметр ізокліни, відповідно, які характеризують загальний напружений стан. Вважаємо, що у нашому випадку

$$\sigma_{ij} \gg \sigma_{ij}^0, \sigma_{ij} \approx \sigma_{ij}'$$

Сума нормальних напружень визначається методом, який базується на вимірюванні поглинання неполяризованого світла (3.91):

$$\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2 = P^* \ln(I_0/I)$$

Прирівнюємо праві частини рівнянь (3.116) та (3.118), (3.117) та (3.91), відповідно. Одержуємо систему рівнянь:

$$\left\{ \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} [f_1(\Theta) - f_3(\Theta)] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} [f_2(\Theta) - f_4(\Theta)] = \frac{\delta'}{Cd} \cos 2\varphi' \right. \quad (3.119)$$

$$\left. \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} [f_1(\Theta) + f_3(\Theta)] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} [f_2(\Theta) + f_4(\Theta)] = P^* \ln(I_0/I) \right. \quad (3.120)$$

Рішаємо систему рівнянь (3.119), (3.120). Остаточо, одержуємо вирази для визначення величин КІН K_I та K_{II} комплексним методом: за даними фотопружних вимірювань та за допомогою п'єзооптичного ефекту поглинаючого середовища:

$$K_I = \frac{\sqrt{2\pi r} \left\{ \frac{\delta'}{Cd} \cos 2\varphi' [f_2(\Theta) + f_4(\Theta)] - P^* \ln(I_0/I) [f_2(\Theta) - f_4(\Theta)] \right\}}{2[f_1(\Theta)f_4(\Theta) - f_2(\Theta)f_3(\Theta)]} \quad (3.121)$$

$$K_{II} = \frac{\sqrt{2\pi r} \left\{ -\frac{\delta'}{Cd} \cos 2\varphi' [f_1(\Theta) + f_3(\Theta)] + P^* \ln(I_0/I) [f_1(\Theta) - f_3(\Theta)] \right\}}{2[f_1(\Theta)f_4(\Theta) - f_2(\Theta)f_3(\Theta)]} \quad (3.122)$$

3. Напружений стан біля берегів тріщини характеризується суперпозицією трьох видів деформації (нормального відриву – КІН K_I , попереченого зсуву – КІН K_{II} , поздовжного зсуву – КІН K_{III}).

Є принципова можливість визначити K_I та K_{II} методом, що використовує п'єзооптичний ефект поглинаючого середовища, коли зондує випромінювання є поляризованим (3.110), (3.111), або комплексним методом, коли вимірюється інтенсивність поглинання неполяризованого світла та використовуються дані фотопружних вимірювань (формули (3.121), (3.122)). Знайшовши, таким чином, величини КІН K_I та K_{II} , визначають величини КІН поздовжнього зсуву K_{III} .

Приведемо деякі розрахунки та графіки залежностей експериментально визначених величин КІН K_I та величини, яка характеризує п'єзооптичний ефект

поглинаючого середовища $\ln(I_0^2/I_1 I_2)$ згідно формули (3.99) для чотирьох довжин хвиль зонду чого випромінювання ($\lambda=590, 600, 610, 620$ нм). Для цього проаналізуємо згідно виразу (3.99) дані розтягу пластинки з епоксидної смоли ЕД-20М з тріщинами.

Пластинка розмірами $40 \times 10 \times 1,2$ мм із наскрізною крайовою тріщиною, довжиною $l=2$ мм, яка розміщена під прямим кутом до краю, розтягнута зусиллям $F=15$ Н. Розрахункове значення K_I^P для даного випадку дорівнює $0,436$ МПа·м^{1/2}. експериментально, за даними фото пружних вимірювань, величина K_I^e для радіус-векторів r точок вимірювання $0,1; 0,20; 0,25; 0,30$ мм, відповідно, дорівнювали: $0,431; 0,442; 0,458; 0,480$ МПа·м^{1/2}.

Перетворимо вираз (3.99) до вигляду:

$$\ln(I_0^2 / I_1 I_2) = \frac{4\pi d [f_1(\theta) + f_3(\theta)]}{\sqrt{2\pi r} (M_1^* - M_2^*)} K_I,$$

для $\theta=\pi/2$, вирази $f_1(\theta)$ та $f_3(\theta)$ будуть дорівнювати: $\sqrt{2}/4$ та $3\sqrt{2}/4$ відповідно.

Тоді $[f_1(\theta) + f_3(\theta)] = \sqrt{2}$.

Розглянемо величини співвідношень $\ln(I_0^2 / I_1 I_2)(K_I)$ для наведених вище величин радіус-векторів r та довжин хвиль $\lambda=590, 600, 610, 620$ нм.

1. $\lambda=590$ нм

$$M_1^* = -2,27 \cdot 10^5 \text{ Н/м};$$

$$M_2^* = -5,25 \cdot 10^3 \text{ Н/м} = -0,0525 \cdot 10^5 \text{ Н/м}.$$

$$M_1^* - M_2^* = -2,22 \cdot 10^5 \text{ Н/м};$$

$$= -5,25 \cdot 10^3 \text{ Н/м} = -0,0525 \cdot 10^5 \text{ Н/м}.$$

$$r = 0,10 \text{ мм} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$K_I^e = 0,431 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$$

$$\ln(I_0^2 / I_1 I_2) = - \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{2} \cdot 0,431 \cdot 10^6 \frac{\dot{I}}{\dot{I}^2} \cdot \dot{I}^{1/2}}{\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 10^{-4} \cdot 2,22 \cdot 10^5 \frac{\dot{I}}{\dot{I}}} = -3,83$$

$$r = 0,20 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$K_I^e = 0,442 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$$

$$\ln(I_0^2 / I_1 I_2) = - \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \lambda \cdot \sqrt{2} \cdot 0,442 \cdot 10^6 \frac{\dot{I}}{\lambda^2} \cdot \lambda^{1/2}}{\sqrt{2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \lambda} \cdot 2,22 \cdot 10^5 \frac{\dot{I}}{\lambda}} = -2,79$$

$$r = 0,25 \text{ мм} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$K_1^e = 0,458 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$$

$$\ln(I_0^2 / I_1 I_2) = - \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \lambda \cdot \sqrt{2} \cdot 0,458 \cdot 10^6 \frac{\dot{I}}{\lambda^2} \cdot \lambda^{1/2}}{\sqrt{2 \cdot 3,14 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} \lambda} \cdot 2,22 \cdot 10^5 \frac{\dot{I}}{\lambda}} = -2,28$$

$$r = 0,30 \text{ мм} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$K_1^e = 0,480 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$$

$$\ln(I_0^2 / I_1 I_2) = - \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 1,2 \cdot 10^{-3} \lambda \cdot \sqrt{2} \cdot 0,480 \cdot 10^6 \frac{\dot{I}}{\lambda^2} \cdot \lambda^{1/2}}{\sqrt{2 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \lambda} \cdot 2,22 \cdot 10^5 \frac{\dot{I}}{\lambda}} = -1,99$$

Аналогічно розраховані величини $\ln(I_0^2 / I_1 I_2)(K_1)$ наведено в таблиці 3.2 та у вигляді графічних залежностей на рис. 3.8.

Таблиця 3.2

Залежність величин $\ln(I_0^2 / I_1 I_2)$, які характеризують п'єзооптичний ефект поглинаючого середовища, від експериментально визначених величин КІН K_1^e для різних довжин хвиль.

Довжина хвилі λ , нм	Радіус-вектор точки випромінювання r , мм	Коефіцієнт інтенсивності напружень K_1^e , МПа·м ^{1/2}	Константа матеріалу ЕД-20М ($M_1^* \cdot 10^5$ Н/м)	Константа матеріалу ЕД-20М ($M_2^* \cdot 10^3$ Н/м)	Величина, яка характеризує п'єзооптичний ефект – $\ln(I_0^2 / I_1 I_2)$
590	0,10	0,431	-2,27	-5,25	3,83
	0,20	0,442			2,79
	0,25	0,458			2,28
	0,30	0,480			1,99
600	0,10	0,431	-2,43	-4,58	3,56
	0,20	0,442			2,59
	0,25	0,458			2,12

	0,30	0,480			1,85
610	0,10	0,431	-2,48	-0,212	3,43
	0,20	0,442			2,50
	0,25	0,458			2,04
	0,30	0,480			1,78
620	0,10	0,431	-2,54	-2,57	3,31
	0,20	0,442			2,41
	0,25	0,458			1,97
	0,30	0,480			1,72

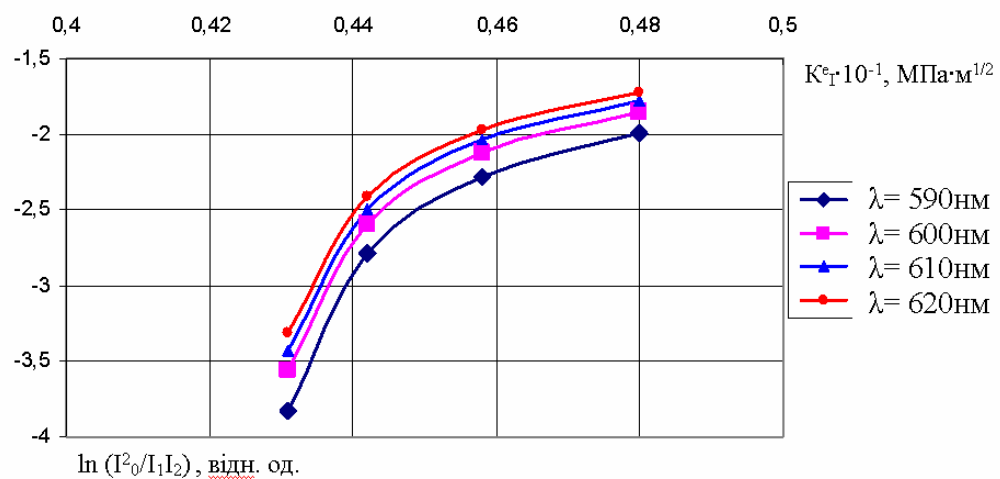


Рис. 3.8. Графіки розподілу величини $\ln I_0^2/I_1 I_2$, яка характеризує п'єзооптичний ефект поглинаючого середовища, від величини КІН K_I

Бачимо, що для вказаних довжин хвиль залежності $-\ln(I_0^2/I_1 I_2)(K_I)$ мають схожий характер, абсолютні величини п'єзооптичного ефекту дещо зменшуються із зростанням довжини хвилі λ зонduючого випромінювання.

3.3. Порівняння експериментального визначення НДС за даними вимірювання поглинання світла з відомими теоретичними рішеннями

Для перевірки достовірності запропонованого методу визначення НДС, який базується на ефекті поглинаючого середовища, проведено порівняння відомих

теоретичних рішень та відповідних експериментальних даних для деяких тестових задач.

Перетворимо раніше одержане рівняння (3.74) для визначення суми головних деформацій за даними вимірювання поглинання інтенсивності неполяризованого світла, використовуючи поняття оптичної густини D :

$$D = \lg(I_0/I) = \ln(I_0/I) \ln 10$$

$$\ln 10 \cdot D = \ln(I_0/I)$$

Звідки

$$\ln(I_0/I) = \ln(I_0/I') - \ln(I/I_0) = \ln 10 (D_0 - D)$$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \sum \varepsilon = N^* \ln 10 (D_0 - D)$$

$$\sum \varepsilon = N^* \ln 10 D_0 - N^* \ln 10 D$$

$$D = (N^* \ln 10 D_0 - \sum \varepsilon) / N^* \ln 10 = D_0 - \sum \varepsilon / N^* \ln 10$$

$$D = D_0 - \sum \varepsilon / N^* \ln 10 \quad (3.123)$$

У роботі [260] наведено графік залежності відношення оптичної густини D до товщини просвічуваного зразку d від прикладеного напруження σ при розтягу зразків з полімеру. Вимірювання проведені в інфрачервоному хвильовому діапазоні (смуга поглинання $\lambda=5,28$ мкм), випромінювання неполяризоване. Графік залежності $D/d(\sigma)$ у роботі [260] описується рівнянням виду (3.123), що підтверджує справедливість наведених вище викладок (рис. 3.11).

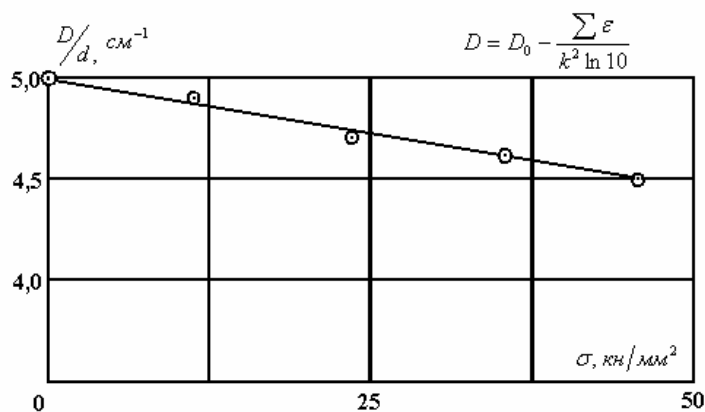


Рис.3.9. Залежність $D/d(\sigma)$, одержана у роботі [260]

2. Диск, виготовлений з полімерного матеріалу на базі епоксидно-діанової смоли ЕД-20М, «заморожений» під стискаючим напруженням (рис.3.10 – 3.12).

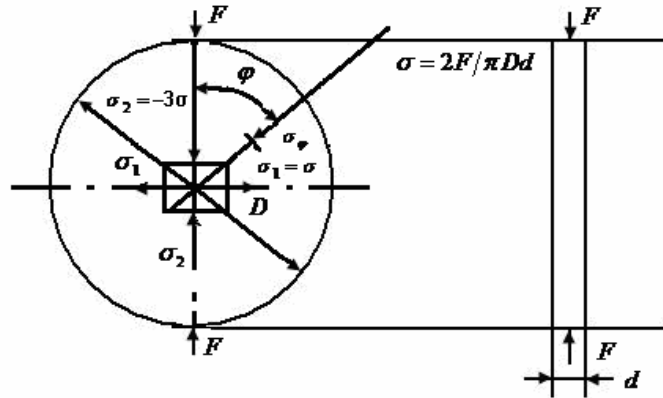


Рис. 3.10. Напружений стан у «замороженому» під стискаючим навантаженням диску

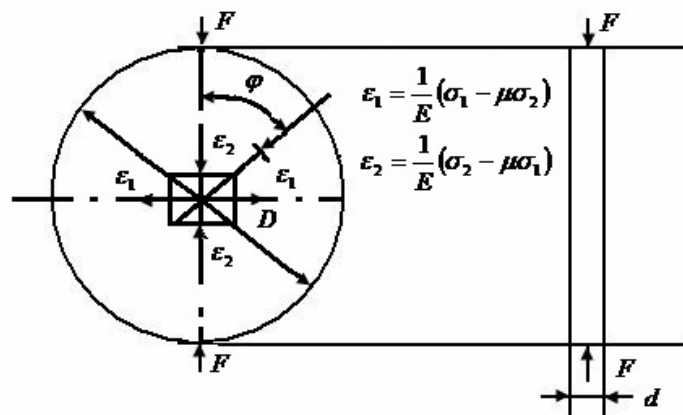


Рис.3.11. Деформований стан у «замороженому» під стискаючим навантаженням диску

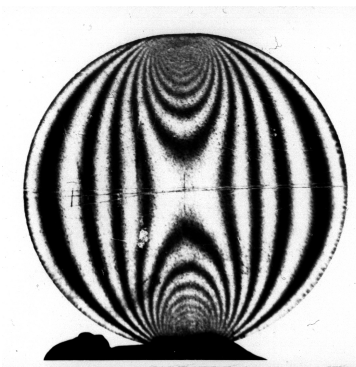


Рис. 3.12. Картина ізохроматичних смуг у "замороженому" під стискаючим навантаженням диску

Розміри диску: діаметр $D=50$ мм, товщина $d=5$ мм, величина стискаючої сили $F=19,6$ Н. Температура «заморожування» матеріалу диску $t_{\text{зам}}=132^0$.

У запропонованому методі визначення НДС за даними вимірювання поглинання світла, головні деформації ε_1 та ε_2 (при $\nu=0,5$) визначаються за формулами (3.30), (3.31):

$$\varepsilon_1 = L^{**} \ln(I_0/I_1);$$

$$\varepsilon_2 = L^{**} \ln(I_0/I_2)$$

Перепишемо формулу (3.30) у вигляді:

$$\varepsilon_1 = L^{**} \ln(I_0/I_1) = L^{**} [\ln(I_0/I^*) - \ln(I_1/I^*)] \quad (3.124)$$

Аналогічно, для ε_2 одержимо:

$$\varepsilon_2 = L^{**} [\ln(I_0/I^*) - \ln(I_2/I^*)] \quad (3.125)$$

У формулах (3.124), (3.125):

I_0 – інтенсивність світла на виході для ненавантаженого об'єкта;

I_1 - інтенсивність поляризованого світла на виході для навантаженого об'єкта, поляризація вздовж головного напрямку 1;

I_2 – інтенсивність поляризованого світла на виході для навантаженого об'єкта, поляризація вздовж головного напрямку 2;

I^* - інтенсивність світла на вході.

Для площадки, розміщеної під кутом φ , запишемо для деформації ε_φ^T :

$$\varepsilon_\varphi^T = \varepsilon_1 \sin^2 \varphi + \varepsilon_2 \cos^2 \varphi \quad (3.126)$$

Підставляємо у (3.126) відповідні вирази з (3.124), (3.125). Одержимо вираз для деформації ε_φ^e :

$$\begin{aligned} \varepsilon_\varphi^e &= L^{**} [\ln(I_0/I^*) \cos^2 \varphi - \ln(I_2/I^*) \cos^2 \varphi + \ln(I_0/I^*) \sin^2 \varphi - \ln(I_1/I^*) \sin^2 \varphi] = \\ &= L^{**} [\ln(I_0/I^*) (\cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi) - \{\ln(I_2/I^*) \cos^2 \varphi + \ln(I_1/I^*) \sin^2 \varphi\}] = \\ &= L^{**} [\ln(I_0/I^*) - \{\ln(I_2/I^*) \cos^2 \varphi + \ln(I_1/I^*) \sin^2 \varphi\}] = \\ &= L^{**} \ln(I_0/I^*) \left[1 - \frac{\ln(I_2/I^*) \cos^2 \varphi + \ln(I_1/I^*) \sin^2 \varphi}{\ln(I_0/I^*)} \right] \end{aligned} \quad (3.127)$$

Оскільки у формулі (3.127), для слабких картин п'єзооптичної анізотропії поглинаючого середовища, величини I^* , I_0 , I_1, I_2 досить мало відрізняються одна від одної (в межах відсотків), співвідношення $\ln(I_2/I^*)/\ln(I_0/I^*)$, $\ln(I_1/I^*)/\ln(I_0/I^*)$ близькі до одиниці, тому зі значним ступенем точності вирази для $\varepsilon_\phi, \sigma_\phi$ можуть бути описані лінійною залежністю зміни відносної інтенсивності поляризованого у площинах ϕ променю зондуючого випромінювання.

У експериментах визначали величину оптичної анізотропії, «замороженої» у стиснутому вздовж центральної осі диску (рис.3.3, 3.4, 3.5). Для цього вимірювали величину відносного (у відсотках) поглинання інтенсивності поляризованого променю світла у центрі диска при двох довжинах хвиль зондуючого випромінювання ($\lambda_1 = 590$ нм, $\lambda_2 = 670$ нм). Площини поляризації орієнтувались, по чергово, під кутами $\phi_1 = 0^0, 10^0, 20^0, 30^0, 40^0, 50^0, 60^0, 70^0, 80^0, 90^0$ по відношенню до осі стиску диска для $\lambda_1 = 590$ нм та під $\phi_2 = 0^0, 5^0, 15^0, 25^0, 35^0, 45^0, 55^0, 65^0, 75^0, 85^0, 90^0$ для $\lambda_2 = 670$ нм.

Результати експериментально визначених та теоретично розрахованих величин σ_ϕ^e , ε_ϕ^e , σ_ϕ^T , ε_ϕ^T представлені у таблицях 3.1, 3.2. Наведено також дані для наступних параметрів:

ϕ_1 , град – кут, який утворює площина поляризації променю та напрямок дії стискаючої сили.

α_ϕ , % - відносне поглинання інтенсивності світла у площині вимірювання (яка утворює кут ϕ з напрямком дії стискаючої сили F).

σ_ϕ^e , МПа – експериментально визначена величина нормального напруження в центрі диска, напрямок якого утворює кут ϕ з напрямком дії стискаючої сили F;

σ_ϕ^T , Мпа – теоретично розрахована величина нормального напруження в центрі диска, напрямок якого утворює кут ϕ з напрямком дії стискаючої сили F;

ε_ϕ^e – експериментально визначена величина нормальної деформації в центрі диска, величина якої утворює кут ϕ з напрямком дії стискаючої сили F;

ε_ϕ^T – теоретично визначена величина нормальної деформації в центрі диска, величина якої утворює кут ϕ з напрямком дії стискаючої сили F;

ξ_{σ} % – відносна похибка експериментально визначеної величини σ_{φ}^e порівняно з відповідним теоретичним значенням σ_{φ}^T .

ξ_{ε} % – відносна похибка експериментально визначеної величини ε_{φ}^e порівняно з відповідним теоретичним значенням ε_{φ}^T .

У центрі стиснутого по вертикальній осі диска напружений стан наведено на рис.3.10: $\sigma = 2F/\pi Dd$. $\sigma_1 = \sigma = 0,05$ МПа, $\sigma_2 = -3\sigma = -0,15$ МПа.

Відповідний деформований стан наведено на рис.3.11.:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu\sigma_2); \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu\sigma_1)$$

Для високоеластичного стану, у якому під стискаючим навантаженням «заморожено» диск (рис. 3.12), маємо: $E=27,25$ МПа; $\nu=0,5$; $\varepsilon_1=4,587 \times 10^{-3}$, $\varepsilon_2=-6,422 \times 10^{-3}$,

де E – модуль пружності матеріалу диска, ν – коефіцієнт Пуассона.

Величина нормальних напружень для площадки, нормаль до якої утворює кут φ з віссю стиску, дорівнює:

$$\sigma_{\varphi}^T = \sigma_1 \sin^2 \varphi + \sigma_2 \cos^2 \varphi \quad (3.128)$$

У результаті вимірювань встановлено, практично, лінійні залежності між відносним поглинанням плоскополяризованого променю α_{φ} та величинами нормальних напружень і деформацій в площині поляризації σ_{φ}^e ε_{φ}^e :

$$\sigma_{\varphi}^e = K_{\sigma} \alpha_{\varphi} + b_{\sigma} \quad (3.129)$$

$$\varepsilon_{\varphi}^e = K_{\varepsilon} \alpha_{\varphi} + b_{\varepsilon} \quad (3.130)$$

Визначено шляхом вимірювання величини α_1 та α_2 (для головних площин ТДП). Знаючи величини σ_1 , σ_2 , ε_1 , ε_2 , визначено параметри K_{σ} , b_{σ} , K_{ε} , b_{ε} для двох довжин хвиль зондуючого випромінювання ($\lambda_1=590$ нм, $\lambda_2=670$ нм).

1. $\lambda=590$ нм

$$K_{\sigma} = 0,244 \quad b_{\sigma} = -4,076$$

$$\sigma_{\varphi}^e = 0,244\alpha_{\varphi} - 4,076 \quad (3.131)$$

$$K_\varepsilon = 0,0134 \quad b_\varepsilon = -0,222$$

$$\varepsilon_\varphi^e = 0,0134\alpha_\varphi - 0,222 \quad (3.132)$$

2. $\lambda_2 = 670$ нм

$$K_\sigma = 0,248 \quad b_\sigma = -4,143$$

$$\sigma_\varphi^e = 0,248\alpha_\varphi - 4,143 \quad (3.133)$$

$$K_\varepsilon = 0,0137 \quad b_\varepsilon = -0,227$$

$$\varepsilon_\varphi^e = 0,0137\alpha_\varphi - 0,227 \quad (3.134)$$

Таблиця 3.3.

Результати тестового експерименту по визначенню НДС шляхом вимірювання поглинання інтенсивності світла ($\lambda = 590$ нм)

φ , град	$\alpha_\varphi = \frac{I_\varphi - I^*}{I^*}$	σ_φ^e , МПа	σ_φ^T , МПа	$\xi_{\sigma\varphi} = \left \frac{\sigma_\varphi^e - \sigma_\varphi^T}{\sigma_\varphi^T} \right $ ×100%	$\varepsilon_\varphi^e \times 10^{-3}$	$\varepsilon_\varphi^T \times 10^{-3}$	$\xi_{\varepsilon\varphi} = \left \frac{\varepsilon_\varphi^e - \varepsilon_\varphi^T}{\varepsilon_\varphi^T} \right $ ×100%
0	16,090	-0,150	-0,150	0	-6,394	-6,422	0,4
10	16,165	-0,132	-0,143	7,69	-5,389	-6,090	11,51
20	16,210	-0,121	-0,128	5,47	-4,786	-5,133	6,76
30	16,320	-0,094	-0,100	6,00	-3,312	-3,670	9,75
40	16,420	-0,070	-0,080	12,50	-1,972	-1,874	5,23
50	16,555	-0,036	-0,033	9,09	-0,163	0	-
60	16,690	-0,004	0	-	1,646	1,834	10,25
70	16,800	0,023	0,025	8,00	3,120	3,299	5,43
80	16,870	0,040	0,043	6,98	4,058	4,255	4,63
90	16,910	0,050	0,050	0	4,594	4,587	0,2

Таблиця 3.4

Результати тестового експерименту по визначенню НДС шляхом вимірювання поглинання інтенсивності світла ($\lambda = 620_{нм}$)

φ , град	$\alpha_{\varphi} = \frac{I_{\varphi} - I^*}{I^*}$	σ_{φ}^e , МПа	σ_{φ}^T , МПа	$\xi_{\sigma\varphi} = \left \frac{\sigma_{\varphi}^e - \sigma_{\varphi}^T}{\sigma_{\varphi}^T} \right $ $\times 100\%$	$\varepsilon_{\varphi}^e \times 10^{-3}$	$\varepsilon_{\varphi}^T \times 10^{-3}$	$\xi_{\varepsilon\varphi} = \left \frac{\varepsilon_{\varphi}^e - \varepsilon_{\varphi}^T}{\varepsilon_{\varphi}^T} \right $ $\times 100\%$
0	16,105	-0,150	-0,150	0	-6,361	-6,422	0,9
5	16,135	-0,142	-0,148	4,05	-5,950	-6,373	6,64
15	16,175	-0,132	-0,138	4,35	-5,403	-5,685	4,96
25	16,275	-0,107	-0,113	5,31	-4,033	-4,456	9,49
35	16,380	-0,081	-0,083	2,41	-2,594	-2,800	7,36
45	16,510	-0,049	-0,050	2,0	-0,813	-0,918	11,11
55	16,640	-0,016	-0,015	6,67	0,968	0,965	0,3
65	16,770	0,016	0,015	6,67	2,749	2,621	4,88
75	16,845	0,035	0,038	7,89	3,777	3,850	1,90
85	16,885	0,044	0,048	8,33	4,385	4,504	3,97
90	16,910	0,05	0,050	0	4,667	4,587	1,74

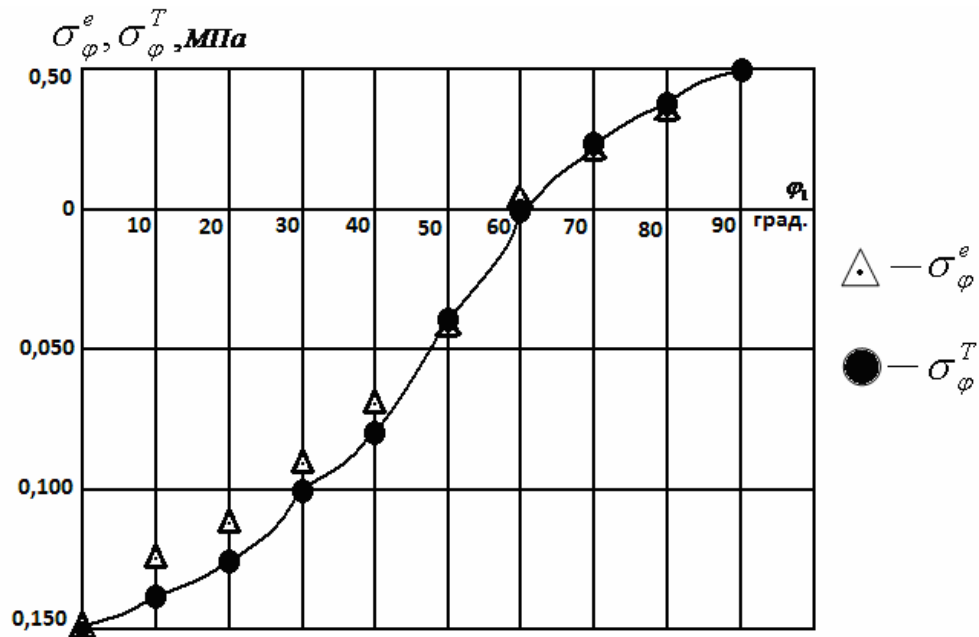


Рис. 3.13. Теоретично розраховані σ_{φ}^T та експериментально визначені величини напружень σ_{φ}^e за даними поглинання інтенсивності світла ($\lambda = 590 \text{ нм}$)

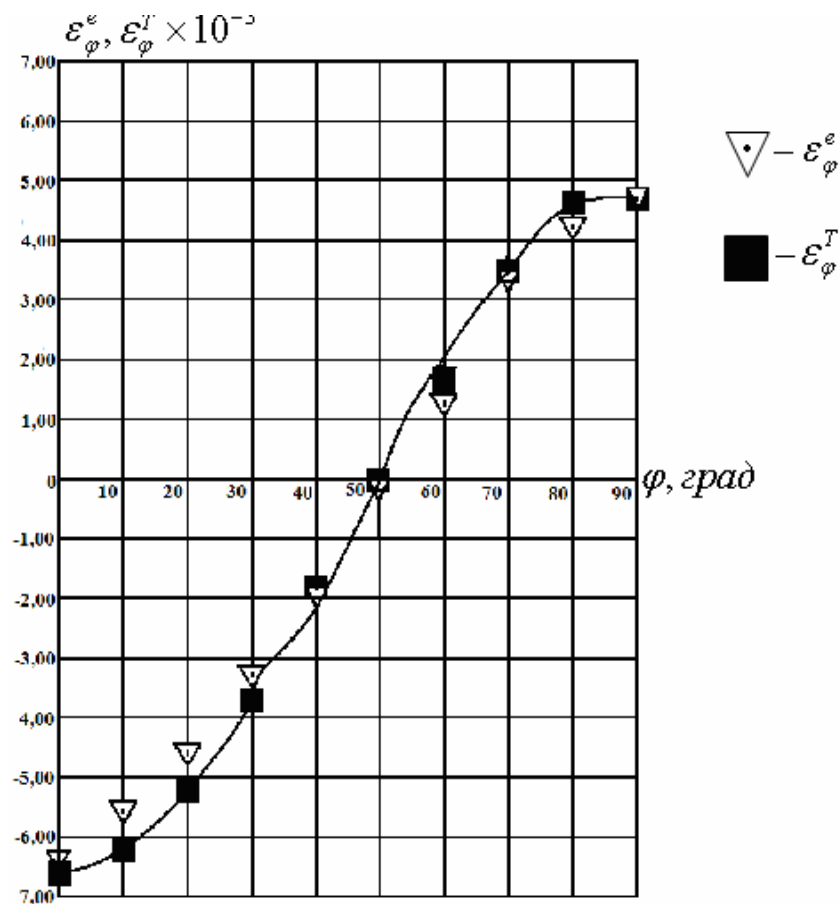


Рис. 3.14. Теоретично розраховані ε_{φ}^T та експериментально визначені величини деформацій ε_{φ}^e за даними поглинання інтенсивності світла ($\lambda = 590 \text{ нм}$)

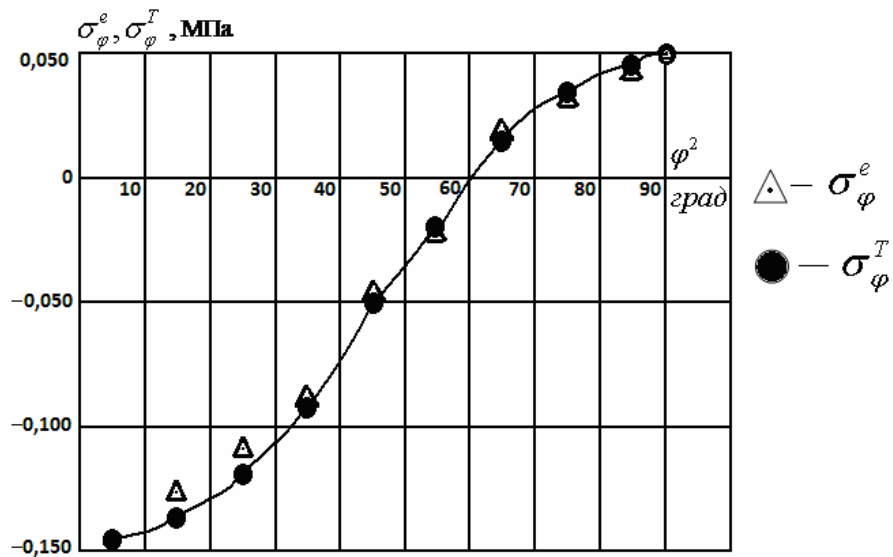


Рис. 3.15. Теоретично розраховані σ_{φ}^T та експериментально визначені величини напружень σ_{φ}^e за даними поглинання інтенсивності світла ($\lambda = 620 \text{ нм}$)

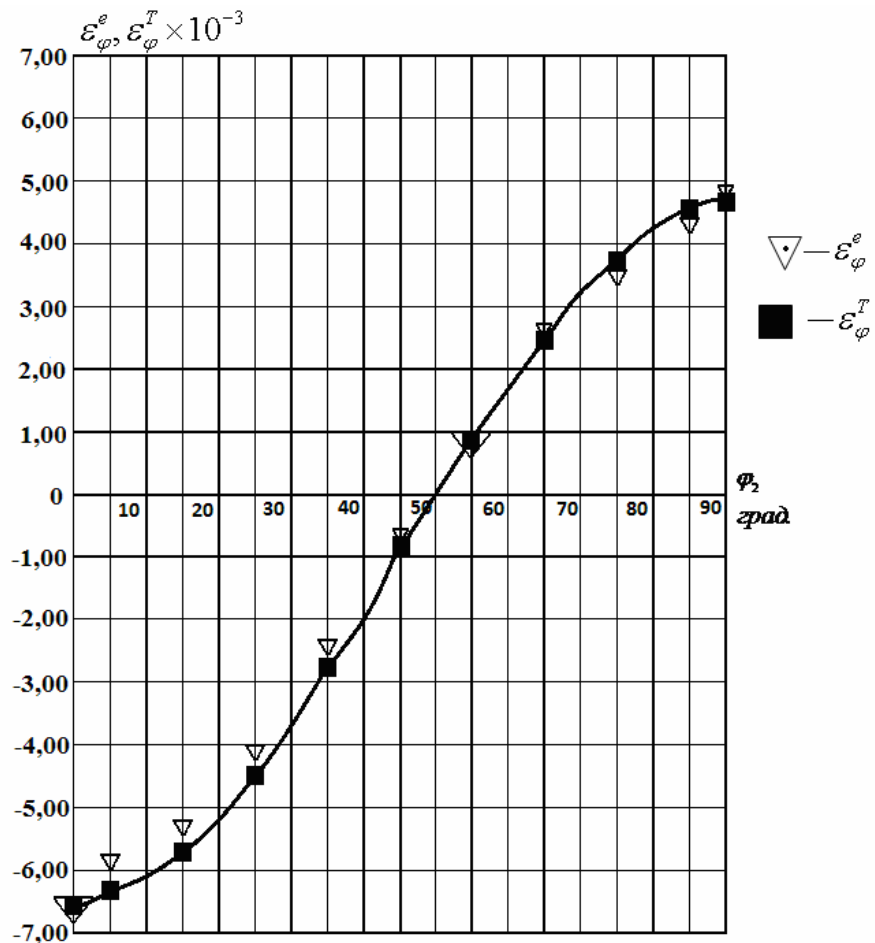


Рис. 3.16. Теоретично розраховані ε_{φ}^T та експериментально визначені величини деформацій ε_{φ}^e за даними поглинання інтенсивності світла ($\lambda = 620 \text{ нм}$)

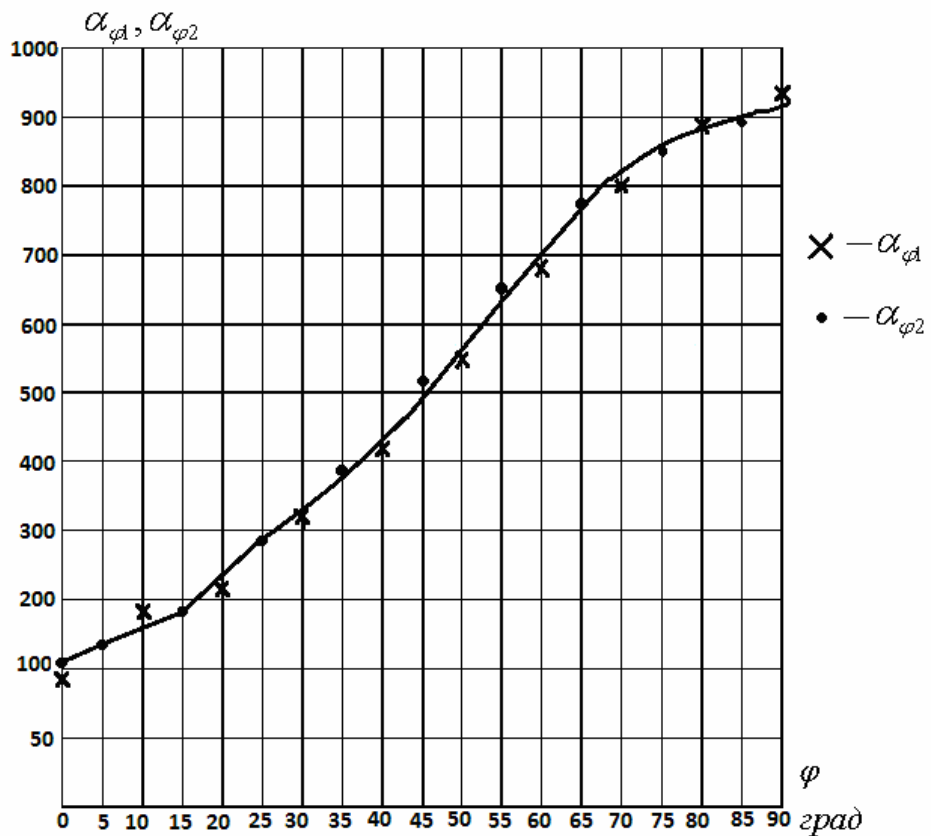


Рис. 3.17. Коефіцієнт відносного поглинання інтенсивності світла

$$\alpha_{\varphi_1} = \frac{I_{\varphi_1} - I^*}{I^*} \text{ та } \alpha_{\varphi_2} = \frac{I_{\varphi_2} - I^*}{I^*} \text{ для двох довжин хвиль } (\lambda_1 = 590 \text{ нм}, \lambda_2 = 620 \text{ нм})$$

Аналізуючи дані таблиць 3.3, 3.4, рис.3.13-3.17 можна зробити висновок про задовільне співпадіння теоретично розрахованих та експериментально визначених за даними вимірювання поглинання інтенсивності світла параметрів НДС. Відносні похибки вимірювання напружень методом поглинання не перевищують 12,50% для $\lambda_2 = 590 \text{ нм}$ та 8,33% для $\lambda_2 = 620 \text{ нм}$. Похибки вимірювання деформацій методом поглинання не перевищують 11,51% для $\lambda_2 = 590 \text{ нм}$ та 11,11% для $\lambda_2 = 620 \text{ нм}$. Середні значення похибок визначення напружень для $\lambda_2 = 590 \text{ нм}$ дорівнюють 7,96% та 5,30% для $\lambda_2 = 620 \text{ нм}$. Для деформацій аналогічні величини будуть дорівнювати 7,65% для $\lambda_2 = 590 \text{ нм}$, та 6,92% для $\lambda_2 = 620 \text{ нм}$.

Підкреслимо, що дифракційні явища не будуть мати місце у експериментальних дослідженнях методом поглинання. Оскільки дифракція має місце при спів розмірності розмірів перешкоди та довжини хвилі зондуючого

випромінювання. Для багатьох досліджуваних матеріалів має місце дифракція рентгенівського випромінювання. Метод поглинання працює у хвильовому діапазоні зміщення смуг поглинання при навантаженні об'єкта (для полімерів – це ближній та середній інфрачервоний діапазон). Тому дифракція у цьому випадку не має місця.

Також, важливо, що при дослідженні об'єктів з тріщинами методом поглинання не спостерігається явище повного внутрішнього поглинання. Воно має місце у випадку виходу променів із середовища (неорганічного та органічного скла, епоксидної смоли) з відповідним показником заломлення n у повітря або вакуум. При цьому кут падіння променів α повинен перевищувати граничний кут, величина якого дорівнює $\alpha_{\text{до}} = \arcsin \frac{1}{n}$. У запропонованому методі дослідження проводять на певній відстані від вершини тріщини, у “інтервалі достовірних значень”, тому явище повного внутрішнього відбивання не має місця.

Таким чином, у даному розділі наведено теоретичне обґрунтування нового оптичного методу визначення параметрів НДС та КІН який базується на п'єзооптичному ефекті поглинаючого середовища [18, 20].

3.4. Порівняння методу поглинання з відомими оптичними методами

Порівняємо метод поглинання та інтерференційно-оптичні методи.



Рис. 3.18. Схема визначення інтегральної картини НДС "на просвіт" у методі поглинання та інтерференційно – оптичних методах

$$\Delta\chi \rightarrow \Delta(\sqrt{\chi}) \rightarrow \Delta n - i \Delta\zeta.$$

1.Інтерференційно – оптичні методи

$$\Delta n \rightarrow \Delta\delta \rightarrow (\sigma_1 - \sigma_2).$$

$$\zeta=0 (\zeta \rightarrow 0).$$

Оптимально: $\Delta n = \max$.

2.Метод поглинання

$\zeta \neq 0$, ζ – невеликий за величиною (частково поглинаюче середовище).

$$\Delta\zeta \rightarrow \Delta I \rightarrow \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$$

Оптимально: $\Delta\zeta = \max$.

Таблиця 3.5

Порівняння МП з існуючими поляризаційно-оптичними методами визначення

НДС

Метод	Вимірювана величина	Можливість дослідження прозорих матеріалів	Можливість дослідження непрозорих матеріалів	Величини, які визначають	Необхідність у додаткових експериментах (обчисленнях)	Порівняльна порогова чутливість	Порівняльна точність	Простота експерименту	Порівняльна вартість експерименту
МП	Інтенсивність світла (I, мВт)	+	+	σ_1, σ_2 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$	+	-	+	+	+
Фото пружність	Оптична різниця ходу (δ , нм)	+	-	$(\sigma_1 - \sigma_2)$ $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$	+	+	+	+	+
Оптично-чутливих покриттів	Оптична різниця ходу (δ , нм)	+	-	$(\sigma_1 - \sigma_2)$ $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$	+	+	+	-	++
Оптично-чутливих вклейок	Оптична різниця ходу (δ , нм)	+	-	$(\sigma_1 - \sigma_2)$ $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$	+	+	+	-	++

Дані, наведені у табл. 3.5 та на рис. 3.18, дозволяють зробити висновок, що метод поглинання можна ефективно застосовувати для експрес-аналізу НДС об'єктів, як прозорих, так і непрозорих, у видимому діапазоні світла.



Рис. 3. 19. Переваги та недоліки МП

Висновки до розділу 3

1. Розроблено експериментально-розрахунковий метод визначення НДС – метод поглинання, дія якого базується на ефекті зміни величини показника поглинання (уявної частини компонент тензора діелектричної проникності) при навантаженні об'єкта, виготовленого із діелектрика [18, 20].
2. Одержано формули визначення величин КІН для об'єктів з тріщинами за допомогою п'єзооптичного ефекту поглинаючого середовища.

3. Метод принципово дозволяє одержати інтегральну картину НДС об'єкта на шляху світлового променю і, на відміну від групи інтерференційно-оптичних методів, визначати не лінійні комбінації головних напружень і деформацій, а відразу окремо їх значення.
4. Порогова чутливість методу поглинання 10^{-6} , що на порядок перевищує порогову чутливість тензометрії (10^{-5}).
5. Метод поглинання дає принципову можливість дослідження НДС об'єктів, непрозорих у видимому діапазоні. Зміщення смуг поглинання для полімерів під навантаженням має місце у ближньому інфрачервоному діапазоні [22].
6. Метод підтверджено на рівні тестового експерименту з визначення НДС для стиснутого вздовж осі диска. Відмінність експериментально визначених даних від розрахованих теоретично, становила: для напружень – 5-8%, для деформацій – 11%.

РОЗДІЛ 4

РОЗРОБКА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-РОЗРАХУНКОВОГО МЕТОДУ ВИЗНАЧЕННЯ НДС ТА КОЕФІЦІЄНТІВ ІНТЕНСИВНОСТІ МОМЕНТІВ, ЯКИЙ БАЗУЄТЬСЯ НА ЕФЕКТІ ДИФУЗНОГО ПОВЕРХНЕВОГО РОЗСІЮВАННЯ.

4.1. Фізичне та математичне обґрунтування методу дифузного поверхневого розсіювання (МДПР)

Запропонований метод не відноситься ні до групи інтерференційних, ні до групи оптико-геометричних і базується на створенні дифузних оптичних полів та вимірюванні змін їх параметрів (інтенсивності) при навантаженні об'єктів [203, 209, 217]. При локальній зміні кривизни дифузнорозсіюючої поверхні, проходить перерозподіл інтенсивностей дзеркальної та дифузної складових розсіяного світлового потоку. Вимірюючи ці зміни, можна визначати НДС об'єктів, а також розраховувати КІН моментів для моментного стану елементів машин, які містять тріщини та тріщиноподібні дефекти і включення.

4.1.1. Фізичне обґрунтування МДПР

Нехай на дифузнорозсіюючу поверхню об'єкта нормально поверхні падає потік променів світла. Виділимо на поверхні (для спрощення опису фізичного процесу) три точки К, L, М. Внаслідок попадання світлового потоку на дифузновідбиваючу поверхню т. К, L, М виступають «вторинними осциляторами» та продукують три дифузні потоки. Нехай $A(\gamma)$ - амплітуда відбитої світлової хвилі, виміряна під кутом дифузного розсіювання γ .

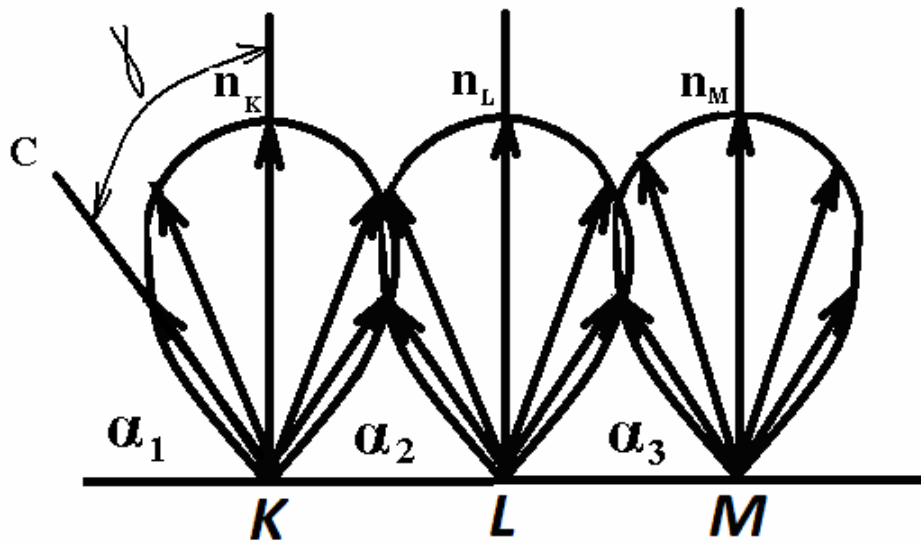


Рис. 4.1. Поле дифузно-відбитих світлових потоків до деформації об'єкта (показані три точкові «вторинні осцилятори», які виникли внаслідок падаючого потоку - К, L, М)

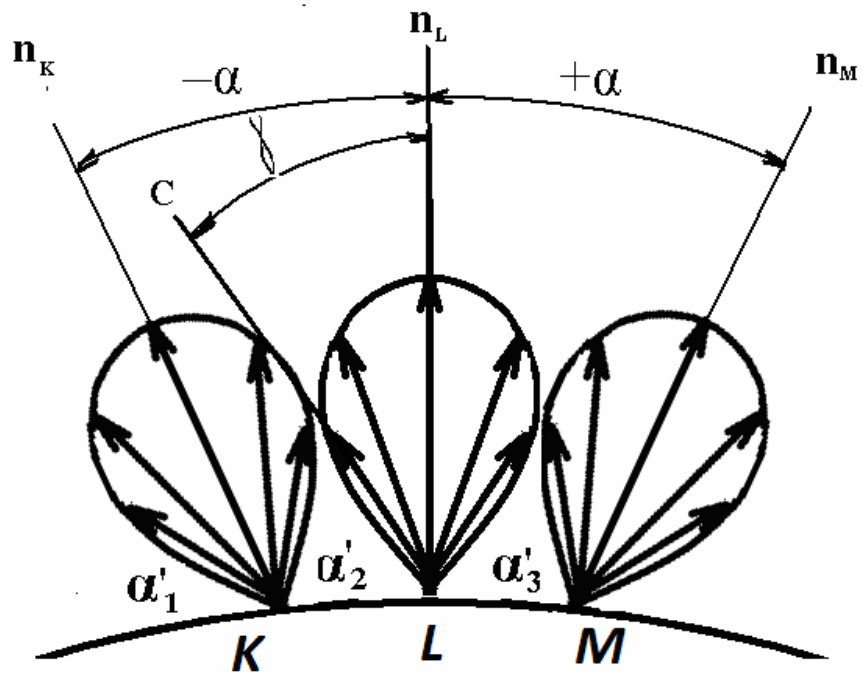


Рис. 4.2 Поле дифузно-відбитих світлових потоків після деформації об'єкта

Якщо виміряти сумарну інтенсивність, відбитого під кутом дифузного розсіювання γ світлового потоку, створеного трьома «вторинними осциляторами», ми одержимо:

$$I_{C0} = 3I'_0 \quad (4.1)$$

де I'_0 - інтенсивність світла, яку створює кожен з «вторинних осциляторів», $I'_0 = A(\gamma)^2$ (оскільки інтенсивність дорівнює квадрату амплітуди світлової хвилі)

$$I_{C0} = 3A(\gamma)^2 = 3A^2 \quad (4.2)$$

Тут позначено: $A(\gamma) = A$. Підкреслимо, що відстань l до точки вимірювання C набагато більша за діаметр світлового потоку $d(l \gg d)$, тому можна прийняти, що у т. C попадають відбиті світлові промені (дифузні складові) від точок K, L, M під однаковим кутом γ (рис.4.1). n_K, n_L, n_M - нормалі до поверхні у т. K, L, M відповідно, до деформації об'єкта.

Нехай після прикладання навантаження кривизна поверхні змінюється. Це може бути викликано певними масштабними факторами (вплив крайових ефектів внаслідок кінцевих розмірів об'єктів дослідження; локальна зміна кривизни біля концентраторів, наприклад, зона «шийкоутворення» біля вершини тріщини). Відбиті оптичні дифузні поля, створені «вторинними осциляторами» K, L, M , які до прикладання навантаження та деформації об'єкта займали положення a_1, a_2, a_3 (рис.4.1), після деформації та зміни кривизни займуть положення a'_1, a'_2, a'_3 (рис.4.2). Відповідно, нормалі до поверхні у т. K, L, M займуть такі положення, що відповідні кути між падаючими променями у ці точки, та нормаллями n'_K, n'_L, n'_M будуть, відповідно, рівні: $-\alpha, 0, +\alpha$, тут прийнято знак «+» - поворот нормалі за годинниковою стрілкою, знак «-» - проти годинникової стрілки (рис.4.2). Розглянемо інтенсивність сумарного світлового потоку у деякій т. C , розміщеній під кутом γ дифузно-відбитого потоку. До деформації об'єкта вона буде дорівнювати сумі інтенсивностей, створених потоками a_1, a_2, a_3 (рис.4.1). Після деформації – сумі інтенсивностей створених потоками a'_1, a'_2, a'_3 (рис.4.2).

$$I_C = I_K + I_L + I_M \quad (4.3)$$

З іншої сторони,

$$I_C = A_K(\gamma)^2 + A_L(\gamma)^2 + A_M(\gamma)^2 \quad (4.4)$$

До деформації об'єкта:

$$A_K(\gamma) = A_L(\gamma) = A_M(\gamma) = A(\gamma) \quad (4.5)$$

Після деформації:

$$\begin{aligned} A_L(\gamma) &= A(\gamma) \\ A_K(\gamma) &= A(\gamma) + \Delta_1 A \\ A_m(\gamma) &= A(\gamma) - \Delta_2 A \end{aligned} \quad (4.6)$$

Для малих змін кривизни поверхні, і, відповідно малих змін кута α , вважаємо що картина зміщення відбитих світлових потоків після деформації симетрична відносно нормалі до поверхні в т. L (рис. 4.2). Тому можемо прийняти:

$$\Delta_1 A = \Delta_2 A = \Delta A \quad (4.7)$$

Нехай $A(\gamma) = A$. Тоді для амплітуд відбитих хвиль у т. К, L, М після деформації об'єкта, можемо записати:

$$\begin{aligned} A_K(\gamma) &= A + \Delta A \\ A_L(\gamma) &= A \\ A_M(\gamma) &= A - \Delta A \end{aligned} \quad (4.8)$$

Тоді інтенсивність у точці С після деформації об'єкта і відповідної зміни кривизни поверхні, буде дорівнювати:

$$I_C = (A + \Delta A)^2 + A^2 + (A - \Delta A)^2 = 3A^2 + 2\Delta A^2 \quad (4.9)$$

Абсолютна зміна інтенсивності світлового потоку у точці С після деформації об'єкта буде дорівнювати:

$$\Delta I_C = I_C - I_{C0} = 3A^2 + 2\Delta A^2 - 3A^2 = 2\Delta A^2 \quad (4.10)$$

(оскільки до деформації об'єкта інтенсивність у т. С дорівнювала $I_{C0} = 3A^2$).

Відносна зміна інтенсивності світлового потоку у точці С після деформації об'єкта буде дорівнювати:

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta I_C}{I_{C0}} = \frac{2\Delta A^2}{3A^2} = \frac{2}{3} \left(\frac{\Delta A}{A} \right)^2 \quad (4.11)$$

Таким чином, формули (4.10) та (4.11) описують, відповідно, абсолютну та відносну зміни інтенсивності дифузної складової світлового потоку, відбитого дифуздорозсіюючою поверхнею. Аналіз формули (4.10) дозволяє зробити висновок, що при деформації об'єкта, яка викликає збільшення кривизни його поверхні, величина інтенсивності дифузної складової відбитого від дифуздорозсіюючої поверхні світлового потоку зростає (рис. 4.3). При деформації об'єкта, яка викликає зменшення кривизни його поверхні, величина інтенсивності дифузної складової відбитого від дифуздорозсіюючої поверхні світлового потоку зменшується (рис. 4.4).

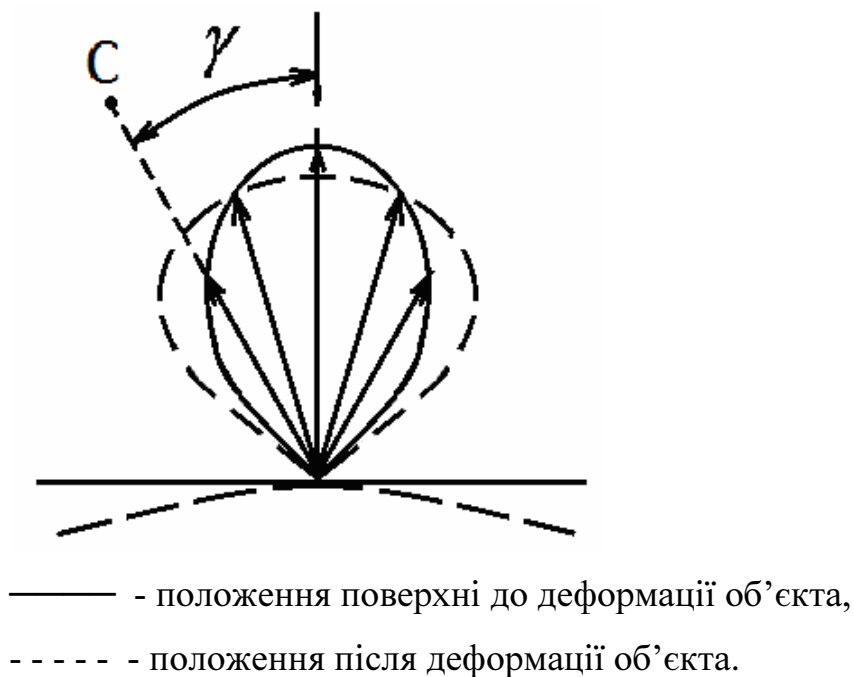
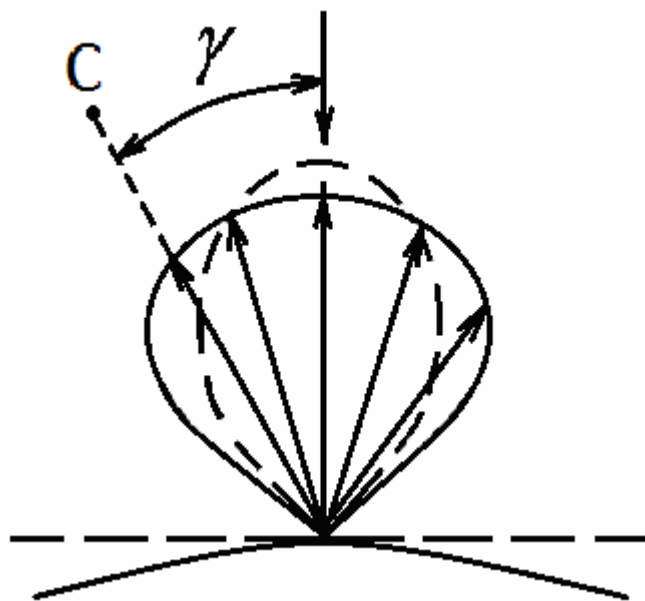


Рис. 4.3. Збільшення інтенсивності дифузної складової світлового потоку, відбитого від дифуздорозсіюючої поверхні при збільшенні її кривизни



—— - положення поверхні до деформації об'єкта,

----- - положення після деформації об'єкта.

Рис. 4.4. Зменшення інтенсивності дифузної складової світлового потоку, відбитого від дифузнорозсіюючої поверхні при зменшенні її кривизни

Проведемо аналіз для інтенсивності дзеркальної складової світлового потоку, відбитого від дифузнорозсіюючої поверхні при деформації об'єкта, який зумовлює зміну її кривизни. Використовуючи аналогічні приведені вище підходи для інтенсивності світла у деякій точці D, для якої кут відбивання $\gamma=0$, до деформації об'єкта (рис. 4.1), можемо записати:

$$I_{D0} = 3A_0^2 \quad (4.12)$$

де A_0 – амплітуда дзеркальної складової світлового потоку, відбитого від дифузнорозсіюючої поверхні об'єкта до його деформації. При цьому для інтенсивності дзеркальної складової світлового потоку, відбитого від дифузнорозсіюючої поверхні об'єкта після деформації, яка викликала зміну його кривизни, (рис. 4.2), можемо записати:

$$I_D = A_K^2 + A_L^2 + A_M^2 \quad (4.13)$$

де $A_K = A_0 - \Delta A_0$

$$\begin{aligned}
A_L &= A_0 \\
A_M &= A_0 - \Delta A_0
\end{aligned}
\tag{4.14}$$

Підставимо вирази (4.14) для інтенсивностей дзеркальних складових дифузновідбитих світлових потоків від точок К, L, М після деформації об'єкта у формулу (4.13) для визначення сумарної (інтегральної) інтенсивності дзеркальної складової відбитого світлового потоку:

$$\begin{aligned}
I_D &= (A_0 - \Delta A_0)^2 + A_0^2 + (A_0 - \Delta A_0)^2 = A_0^2 - 2A_0\Delta A_0 + \Delta A_0^2 + A_0^2 + A_0^2 - \\
&- 2A_0\Delta A_0 + \Delta A_0^2 = 3A_0^2 - 4A_0\Delta A_0 + 2\Delta A_0^2
\end{aligned}
\tag{4.15}$$

Тоді абсолютна зміна інтенсивності дзеркальної складової відбитого світлового потоку після деформації буде дорівнювати:

$$\Delta I_D = I_D - I_{D0} = (3A_0^2 - 4A_0\Delta A_0 + 2\Delta A_0^2) - 3A_0^2 = -4A_0\Delta A_0 + 2\Delta A_0^2 = -2\Delta A_0(2A_0 - \Delta A_0) \tag{4.16}$$

Відносна зміна інтенсивності дзеркальної складової відбитого світлового потоку після деформації, буде дорівнювати:

$$\varepsilon_D = \frac{\Delta I_D}{I_{D0}} = -\frac{2\Delta A_0(2A_0 - \Delta A_0)}{3A_0^2} \tag{4.17}$$

У випадку, коли $\Delta A_0 \ll 2A_0$, рівняння (4.17) прийме вигляд:

$$\varepsilon_D = -\frac{\Delta I_D}{I_{D0}} \approx -\frac{4\Delta A_0}{3A_0} \tag{4.18}$$

Формули (4.16) та (4.18), описують, відповідно, абсолютну та відносну зміни інтенсивності дзеркальної складової світлового потоку, відбитого від дифузнорозсіюючої поверхні об'єкта при його деформації, яка викликає зміну кривизни поверхні. Аналіз формули (4.16) дозволяє зробити висновок, що при деформації об'єкта, яка викликає збільшення кривизни його поверхні, величина інтенсивності дзеркальної складової відбитого від дифузнорозсіюючої поверхні світлового потоку зменшується (рис. 4.5). При деформації об'єкта, яка викликає

зменшення кривизни його поверхні, величина інтенсивності дзеркальної складової відбитого від дифуздорозсіюючої поверхні світлового потоку зростає (рис. 4.6).

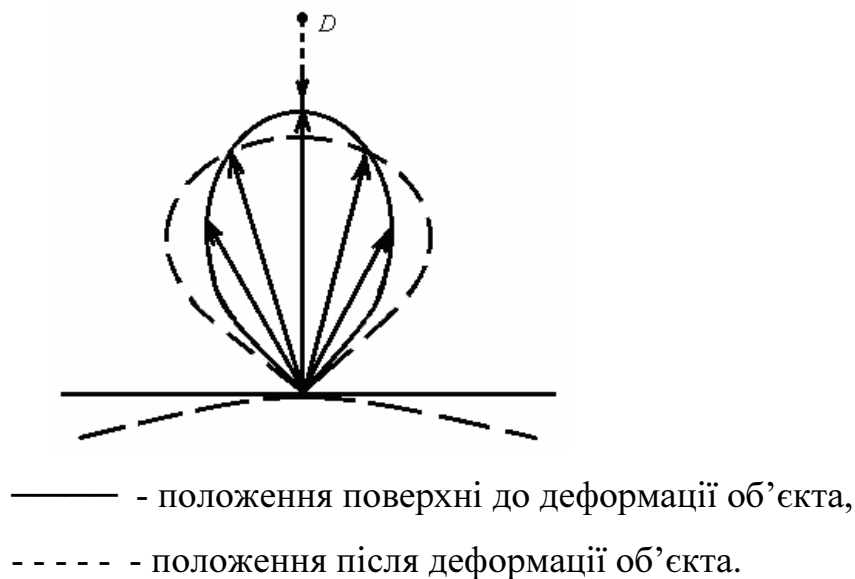


Рис. 4.5. Зменшення інтенсивності дзеркальної складової світлового потоку, відбитого від дифуздорозсіюючої поверхні при збільшенні її кривизни

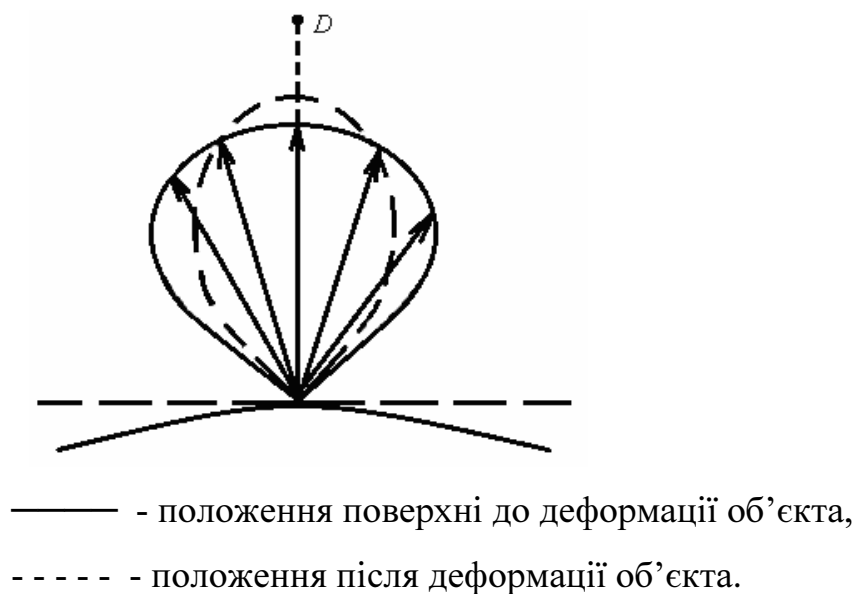


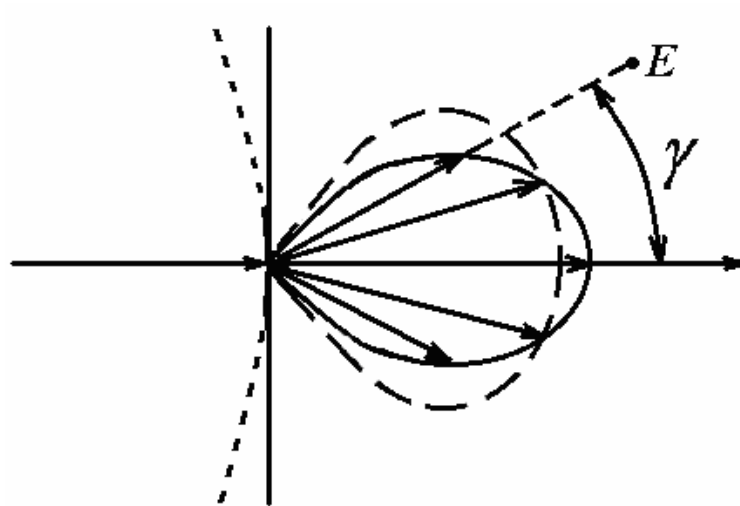
Рис. 4.6. Збільшення інтенсивності дзеркальної складової світлового потоку, відбитого від дифуздорозсіюючої поверхні при зменшенні її кривизни

Підсумовуючи аналіз перерозподілу величин інтенсивностей дзеркальної та дифузних складових світлового потоку, відбитого від дифуздорозсіюючої поверхні

об'єкта при його деформації, яка викликає зміну кривизни його поверхні, можна стверджувати наступне:

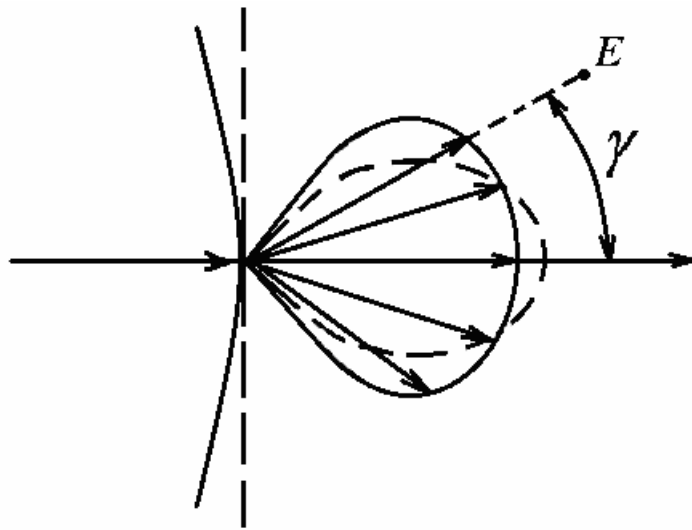
- при збільшенні кривизни поверхні інтенсивність дзеркальної складової відбитого світлового потоку зменшується (рис. 4.5), а дифузної - зростає (рис. 4.3);
- при зменшенні кривизни поверхні інтенсивність дзеркальної складової зростає (рис. 4.6), а дифузної - зменшується (рис. 4.4).

Розглянемо світловий потік, який проходить через прозорий об'єкт, причому поверхня об'єкта, через яку світловий потік виходить з об'єкта є дифуздорозсіююча.



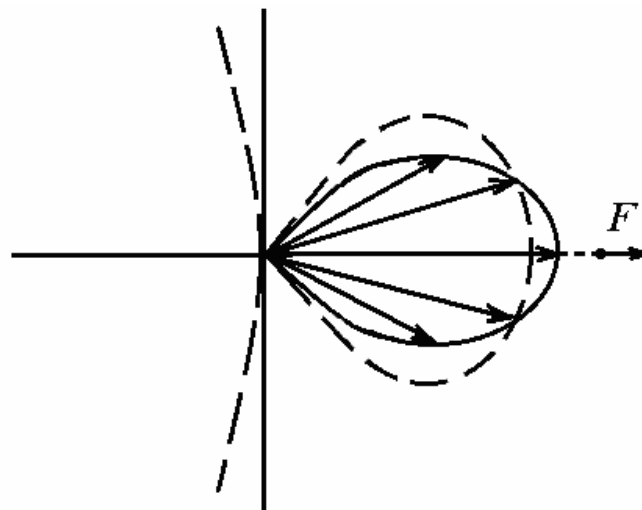
————— - положення поверхні до деформації об'єкта,
----- - положення після деформації об'єкта.

Рис. 4.7. Збільшення інтенсивності дифузної складової світлового потоку, який виходить з прозорого об'єкта через дифуздорозсіюючу поверхню при збільшенні її кривизни



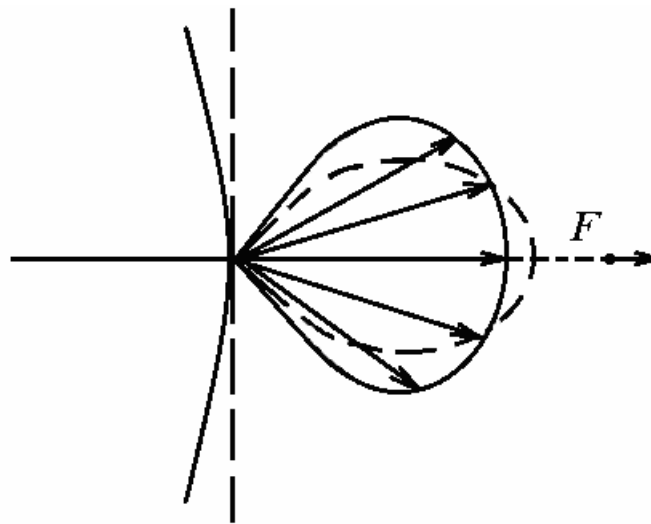
— - положення поверхні до деформації об'єкта,
- - - - - положення після деформації об'єкта.

Рис. 4.8. Зменшення інтенсивності дифузної складової світлового потоку, який виходить з прозорого об'єкта через дифуздорозсіюючу поверхню при зменшенні її кривизни



— - положення поверхні до деформації об'єкта,
- - - - - положення після деформації об'єкта.

Рис. 4.9. Зменшення інтенсивності дзеркальної складової світлового потоку, який виходить з прозорого об'єкта через дифуздорозсіюючу поверхню при збільшенні її кривизни



——— - положення поверхні до деформації об'єкта,
 - - - - - - положення після деформації об'єкта.

Рис. 4.10. Збільшення інтенсивності дзеркальної складової світлового потоку, який виходить з прозорого об'єкта через дифуздорозсіюючу поверхню при зменшенні її кривизни

Тоді для інтенсивностей дзеркальної та дифузних складових світлового потоку, який вийшов через дифуздорозсіюючу поверхню з об'єкта будемо мати той самий характер закономірностей, що і для відбитого потоку.

Тобто:

- при збільшенні кривизни дифуздорозсіюючої поверхні, інтенсивність дзеркальної складової світлового потоку, який виходить з прозорого об'єкта зменшується (рис. 4.9), а дифузної зростає (рис. 4.7).
- при зменшенні кривизни дифуздорозсіюючої поверхні, інтенсивність дзеркальної складової світлового потоку, який виходить з прозорого об'єкта зростає (рис. 4.10), а дифузної зменшується (рис. 4.8).

Нижче, у підрозділі 4.6, наведено чисельні дані визначення НДС за допомогою ефекту дифузного поверхневого розсіювання.

4.1.1. Математичне обґрунтування МДПР

1. Лінійна задача. Об'єкт дослідження – стержень (рис. 4.11).

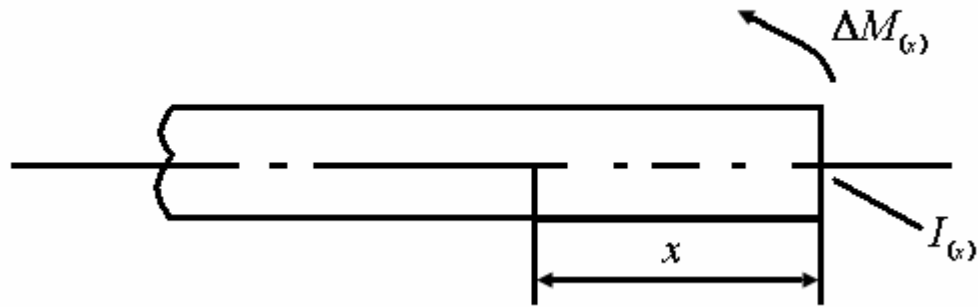


Рис. 4.11. Моментний стан лінійного об'єкта

Нехай до стержня прикладено згинний момент $\Delta M(x)$, який діє у січенні з координатою x . $J(x)$ - осьовий момент інерції січення стержня з координатою x . Тоді зміна радіусу кривизни $\Delta\rho(x)$ поверхні стержня в точці x буде дорівнювати:

$$\Delta\rho(x) = \frac{\rho_0^2 \Delta M(x)}{EJ(x)} \quad (4.19)$$

де E – модуль Юнга I роду матеріалу стержня; ρ_0 – початковий радіус кривизни стержня.

Зміна кривизни стержня зв'язана зі зміною інтенсивності дифузних або дзеркальної складових розсіяного його поверхнею світлового потоку функціональною залежністю виду:

$$\Delta k(x) = f\left(\frac{\Delta I}{I_0}\right) \quad (4.20)$$

де I_0 - інтенсивність відповідної складової падаючого світлового потоку; ΔI - зміна інтенсивності відповідної складової розсіяного поверхневого потоку (відбитого, або який пройшов, якщо об'єкт прозорий).

2. Двовимірна задача. Об'єкти дослідження – тонкі пластини або оболонки.

Згинні моменти та зміни кривизн для тонких пластин та оболонок зв'язані наступними залежностями:

$$\Delta M_x = D(\Delta k_x + \nu \Delta k_y) \quad (4.21)$$

$$\Delta M_y = D(\Delta k_y + \nu \Delta k_x) \quad (4.22)$$

де ΔM_x , ΔM_y , Δk_x , Δk_y – відповідні згинні моменти та зміни кривизни у декартовій системі координат.

У формулах (4.21), (4.22) величина D називається циліндричною жорсткістю і визначається за формулою:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (4.23)$$

де h – товщина пластини; ν – коефіцієнт Пуассона.

Розглянемо два варіанти застосування МДПР.

2.1. Вимірювання проводиться у площинах XOZ декартової системи.

Тоді для змін радіусів кривизн Δk_x та Δk_y можемо записати наступні вирази:

$$\Delta k_x = \psi_1 \left(\frac{\Delta I_x}{I_{ox}} \right) \quad (4.24)$$

$$\Delta k_y = \psi_2 \left(\frac{\Delta I_y}{I_{oy}} \right) \quad (4.25)$$

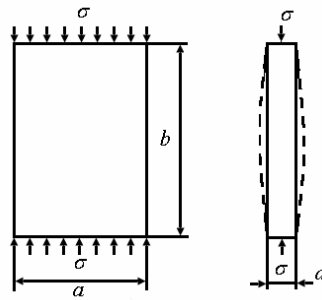
де ψ_1 , ψ_2 – певні функціональні залежності для малих величин Δk_x , Δk_y близькі до лінійних.

Підставимо вирази (4.24), (4.25) у (4.21) та (4.22). Одержимо:

$$\Delta M_x = D \left[\psi_1 \left(\frac{\Delta I_x}{I_{ox}} \right) + \nu \psi_2 \left(\frac{\Delta I_y}{I_{oy}} \right) \right] \quad (4.26)$$

$$\Delta M_y = D \left[\psi_2 \left(\frac{\Delta I_y}{I_{oy}} \right) + \nu \psi_1 \left(\frac{\Delta I_x}{I_{ox}} \right) \right] \quad (4.27)$$

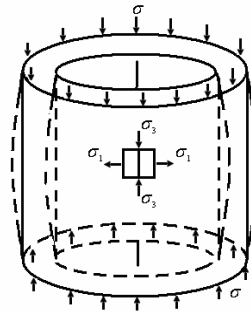
У формулах (4.24), (4.25), (4.26), (4.27) I_{ox} , ΔI_x , I_{oy} , ΔI_y – відповідні інтенсивності складової падаючого у площині x світлового потоку та її зміни, інтенсивності складової падаючого у площині y світлового потоку та її зміни.



— - положення поверхні до деформації об'єкта,
 - - - - - положення після деформації об'єкта.

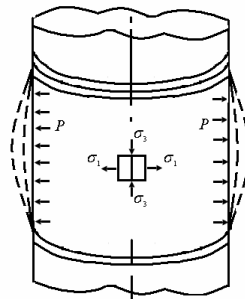
Рис.4.13. Зміна кривизни пластинки кінцевих розмірів a x b x d при прикладанні до неї стискаючих напружень σ

Можуть бути варіанти більш складних напружено-деформованих станів (рис. 4.14, 4.15).



— - положення поверхні до деформації об'єкта,
 - - - - - положення після деформації об'єкта.

Рис. 4.14. Напружений стан у тонкій оболочці, яка знаходиться під стискаючими напруженнями



— - положення поверхні до деформації об'єкта,
 - - - - - положення після деформації об'єкта.

Рис. 4.15. Напружений стан у тонкій оболонці, яка знаходиться між кільцевими зварними швами під дією внутрішнього тиску

Причому, оскільки малим деформаціям ε відповідає мала зміна кривизни Δk , можна провести тарувальні експерименти і побудувати залежність зв'язку деформацій поверхні та зміною інтенсивностей відповідних складових дифуздорозсіяних поверхнею оптичних полів. Для малих деформацій та змін кривизни ця залежність буде близькою до лінійної.

4.2.1. Вимірювання проводиться у площинах XOZ та XOY декартової системи

Формули (4.24) та (4.25) зв'язують зміни кривизн Δk_x , Δk_y та зміни інтенсивностей відповідних складових дифуздорозсіяних поверхнею оптичних полів.

Нехай відповідні деформації поверхні та зміни кривизн зв'язані певною функціональною залежністю:

$$\Delta k_x = \psi_3(\varepsilon_x) \quad (4.30)$$

$$\Delta k_y = \psi_4(\varepsilon_y) \quad (4.31)$$

З врахуванням (4.24), (4.25) перепишемо (4.30), (4.31) у вигляді:

$$\psi_3(\varepsilon_x) = \psi_1 \frac{\Delta I_x}{I_{0x}} \quad (4.32)$$

$$\psi_4(\varepsilon_y) = \psi_2 \frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \quad (4.33)$$

Перепишемо (4.32) та (4.33) таким чином, щоб зв'язати безпосередньо деформації ε_x , ε_y , та відносні зміни інтенсивностей $(\frac{\Delta I_x}{I_{0x}})$, $(\frac{\Delta I_y}{I_{0y}})$ функціональною залежністю:

$$\varepsilon_x = \psi_5 \frac{\Delta I_x}{I_{0x}} \quad (4.34)$$

$$\varepsilon_y = \psi_6 \frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \quad (4.35)$$

Для малих деформацій функціональні залежності ψ_5, ψ_6 будуть наближені до лінійних функцій, тому вирази (4.34), (4.35) можна буде переписати у вигляді:

$$\varepsilon_x = k_{\varepsilon x} \frac{\Delta I_x}{I_{0x}} \quad (4.36)$$

$$\varepsilon_y = k_{\varepsilon y} \frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \quad (4.37)$$

де $k_{\varepsilon x}, k_{\varepsilon y}$ – відповідні коефіцієнти.

Для головних деформацій лінійні залежності (4.36), (4.37) приймуть наступний вигляд:

$$\varepsilon_1 = k_{\varepsilon 1} \frac{\Delta I_1}{I_{01}} \quad (4.38)$$

$$\varepsilon_2 = k_{\varepsilon 2} \frac{\Delta I_2}{I_{02}} \quad (4.39)$$

Аналогічного плану залежності будуть мати місце для головних напружень:

$$\sigma_1 = k_{\sigma 1} \frac{\Delta I_1}{I_{01}} \quad (4.40)$$

$$\sigma_2 = k_{\sigma 2} \frac{\Delta I_2}{I_{02}} \quad (4.41)$$

Відповідно, для напружень σ_x, σ_y будуть мати місце залежності:

$$\sigma_x = k_{\sigma x} \frac{\Delta I_x}{I_{0x}} \quad (4.42)$$

$$\sigma_y = k_{\sigma y} \frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \quad (4.43)$$

У формулах (4.36) - (4.43) коефіцієнти $k_{\varepsilon x}, k_{\varepsilon y}, k_{\varepsilon 1}, k_{\varepsilon 2}, k_{\sigma x}, k_{\sigma y}, k_{\sigma 1}, k_{\sigma 2}$ визначаються на тарувальних експериментах.

4.2.2. Схема експерименту не виділяє певних площин вимірювання.

Формула (4.28) зв'язує суму змін кривизн Δk_x та Δk_y та зміни інтенсивності відповідних складових дифуздорозсіяних поверхнею оптичних полів. Нехай сума деформацій поверхні ε_x та ε_y та сума змін відповідних кривизн Δk_x та Δk_y зв'язані певною функціональною залежністю:

$$(\Delta k_x + \Delta k_y) = \psi_7(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \quad (4.44)$$

З врахуванням (4.28) формула (4.44) прийме вигляд:

$$\psi_7(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = \psi \frac{\Delta I}{I_0} \quad (4.45)$$

Перепишемо (4.45) таким чином, щоб зв'язати безпосередньо суму деформацій $(\varepsilon_x + \varepsilon_y)$ та відповідну зміну інтенсивності $(\frac{\Delta I}{I_0})$ певною функціональною залежністю:

$$(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = \psi_8 \frac{\Delta I}{I_0} \quad (4.46)$$

Для малих деформацій функціональна залежність ψ_8 буде наближена до лінійної функції, тому вираз (4.46) можна буде переписати у вигляді:

$$(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = K \frac{\Delta I}{I_0} \quad (4.47)$$

Для суми головних деформацій вираз (4.47) прийме вигляд:

$$(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = K \frac{\Delta I}{I_0} \quad (4.48)$$

Після визначення суми головних деформацій можна розрахувати суму головних напружень за допомогою узагальненого закону Гука:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)(1-\nu)}{1-2\nu} E \quad (4.49)$$

де E – модуль Юнга,

ν – коефіцієнт Пуассона.

Підставляючи (4.48) у (4.49), одержимо для суми головних напружень вираз:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{K_{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}(1 - \nu)E(\Delta l / l_0)}{1 - 2\nu} \quad (4.50)$$

Оскільки $\sigma_x + \sigma_y = \sigma_1 + \sigma_2$, для суми нормальних напружень у довільній декартовій системі координат xOy , одержимо аналогічний до (4.50) вираз:

$$\sigma_x + \sigma_y = \frac{K_{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}(1 - \nu)E(\Delta l / l_0)}{1 - 2\nu} \quad (4.51)$$

Для роздільного визначення головних напружень та деформацій, необхідно до даних визначення суми головних напружень за даними МДПР (4.50) додати для прозорих об'єктів дані фотопружних вимірювань, які дозволяють за відомою формулою Вертгейма визначити різницю головних напружень (1.8):

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{\delta}{Cd}$$

Сумісне рішення рівнянь (1.8) та (4.50) дозволяє визначити, окремо, величини головних напружень σ_1 та σ_2 . Знаючи σ_1 та σ_2 , визначаємо головні деформації за формулами (для плоского напруженого стану):

$$\varepsilon_1 = (\sigma_1 - \nu\sigma_2) \cdot \frac{1}{E}$$
$$\varepsilon_2 = (\sigma_2 - \nu\sigma_1) \cdot \frac{1}{E}$$

Таким чином, використовуючи МДПР, у комплексі з методом фотопружності, ми можемо безконтактно контролювати зміни НДС об'єкта у процесі його навантаження.

4.3. Визначення величин КІН (моментів) за даними МДПР

При розрахунку елементів машин, які знаходяться у моментному напруженому стані та є оболонковими конструкціями, виникає практична необхідність визначення КІН (моментів) для дефектів типу тріщин [168]. Запропоновано метод визначення КІН (моментів) біля тріщин у тонких пластинах та оболонках, за даними МДПР та фотопружності.

4.3.1. Моментний стан симетричний відносно осі тріщини

Присутній лише згинний момент ΔM_y додаткового напруженого стану (рис. 4.16).

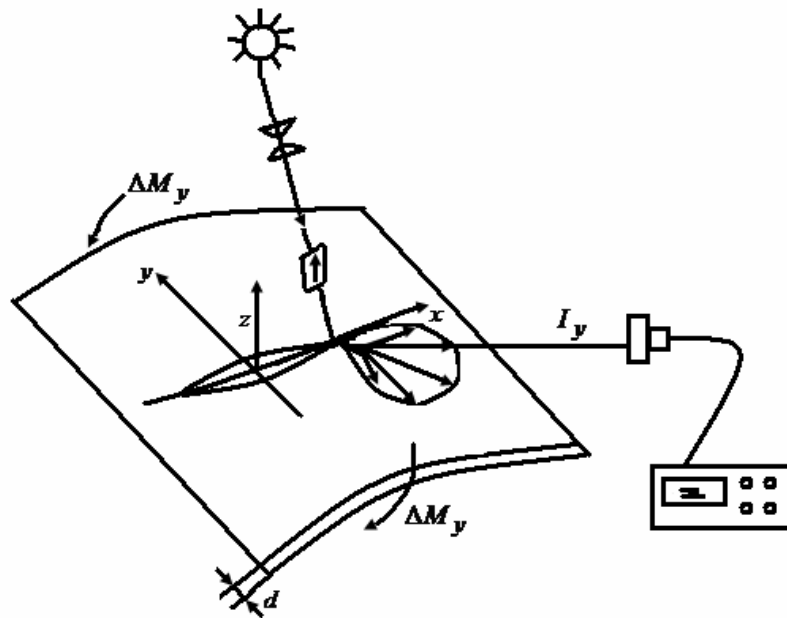


Рис.4.16. Схема експериментальної реалізації визначення величин КІН(моментів) K_3 для симетричного відносно осі тріщини моментного стану

Тоді, використовуючи експериментальну реалізацію МДПР, направляємо світловий потік у зону біля вершини тріщини (де справедлива пружна асимптотика Ірвіна-Вестергаарда). Враховуючи, що у нашому випадку $\Delta M_x = 0$, одержимо:

$$\Delta M_y = D(1 + \nu)\psi \frac{\Delta I_y}{I_{oy}} \quad (4.52)$$

(у схемі експерименту виділена площина вимірювання ZOY),

$$\text{де } D = \frac{Eh^3}{12(1+\nu^2)}.$$

За даними роботи [136], згинний момент ΔM_y можемо записати у вигляді наступного виразу:

$$(3+\nu)\Delta M_y = \frac{K_3}{4\sqrt{2r}} \left[4(1+\nu)\cos\frac{\Theta}{2} + (1-\nu)\cos\frac{3\Theta}{2} + (7+\nu)\cos\frac{7\Theta}{2} \right] \quad (4.53)$$

У нашому випадку $\theta=90^\circ$ і рівність (4.53) прийме вигляд:

$$(3+\nu)\Delta M_y = \frac{K_3}{4\sqrt{2r}} \left[4(1+\nu)\frac{\sqrt{2}}{2} - (1-\nu)\frac{\sqrt{2}}{2} + (7+\nu)\frac{\sqrt{2}}{2} \right] = \frac{K_3(5+3\nu)}{4\sqrt{3}\sqrt{r}} \quad (4.54)$$

Підставляємо у (4.54) вираз для ΔM_y , записаний у вигляді (4.52).

Одержимо:

$$(3+\nu)\frac{Eh^3(1+\nu)}{12(1-\nu^2)}\psi\left(\frac{\Delta I}{I_0}\right) = \frac{K_3(5+3\nu)}{4\sqrt{3}\sqrt{r}} \quad (4.55)$$

$$\frac{(3+\nu)Eh^3}{\sqrt{3}(1-\nu)}\psi(\Delta/I_0) = \frac{K_3(5+3\nu)}{\sqrt{r}}$$

Звідки одержуємо вираз для визначення КІН (моментів) K_3 для випадку, коли моментний стан симетричний відносно берегів тріщин:

$$K_3 = \frac{(3+\nu)\sqrt{r}Eh^3\psi(\Delta_y/I_{oy})}{\sqrt{3}(1-\nu)(5+3\nu)} \quad (4.56)$$

У роботі [169] КІН(моментів) K_3 визначається за даними фотопружних вимірів на зрізі, який містить вершину тріщини (рис. 4.17).

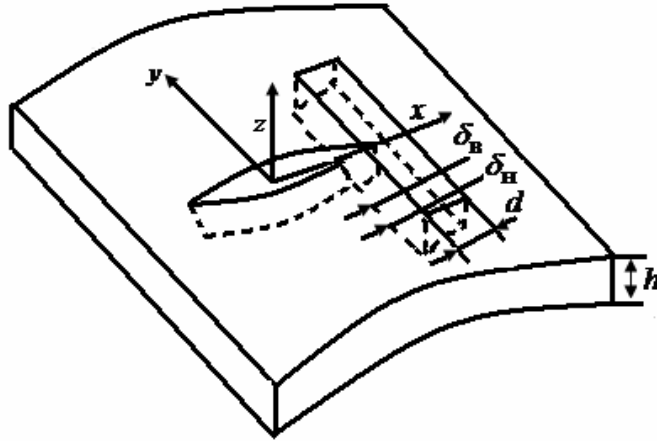


Рис.4.17. Схема експериментального визначення КІН(моментів) K_3 за даними фотопружних вимірювань

$$K_3 = \frac{2(3+\nu)\sqrt{r}h^2(\delta_B - \delta_H)}{3(5+3\nu)Cd} \quad (4.57)$$

де δ_B, δ_H - оптична різниця ходу, виміряна по верхній та нижній грані зрізу, відповідно;

C – оптико-механічна стала (коефіцієнт оптичної чутливості);

d – товщина зрізу.

Прирівнюємо вирази для визначення КІН (моментів) K_3 за даними МПДР (4.56) та фотопружних вимірювань (4.57). Одержимо:

$$\frac{(3+\nu)\sqrt{r}Eh^2\psi(\Delta I_y/I_{oy})}{\sqrt{3}(1-\nu)(5+3\nu)} = \frac{2(3+\nu)\sqrt{r}h^2(\delta_B - \delta_H)}{3(5+3\nu)Cd} \quad (4.58)$$

З виразу (4.58) одержуємо рівняння, яке зв'яже ефект поверхневого дифузного розсіювання з даними фотопружних вимірювань (різницями оптичного ходу променів) при наявності моментного напруженого стану.

$$\psi(\Delta I_y/I_{oy}) = \frac{2(1-\nu)(\delta_B - \delta_H)}{\sqrt{3}ECd} \quad (4.59)$$

4.3.2. Довільний випадок моментного стану біля берегів тріщини

У випадку довільного моментного напруженого стану біля берегів тріщини для величин моментів додаткового напруженого стану ΔM_x , ΔM_y можна записати систему рівнянь, у які параметрами входять КІН(моментів) K_3 , K_4 :

$$\begin{cases} \Delta M_y = \frac{K_3}{\sqrt{2r}} [f_1(\nu, \Theta) + f_3(\nu, \Theta)] + \frac{K_4}{\sqrt{2r}} [f_2(\nu, \Theta) + f_4(\nu, \Theta)] \\ \Delta M_x = \frac{K_3}{\sqrt{2r}} [f_5(\nu, \Theta) + f_7(\nu, \Theta)] + \frac{K_4}{\sqrt{2r}} [f_6(\nu, \Theta) + f_8(\nu, \Theta)] \end{cases} \quad (4.60)$$

Тоді для визначення ΔM_x , ΔM_y одержимо наступні вирази:

$$\Delta M_x = EJ_{(x)} \frac{\Delta I_x}{I_{0x}} \quad (4.61)$$

$$\Delta M_y = EJ_{(y)} \frac{\Delta I_y}{I_{0y}} \quad (4.62)$$

При визначенні ΔM_y вимірювання проводиться у площині ZOY, а при визначенні ΔM_x – у площині ZOX декартової системи координат.

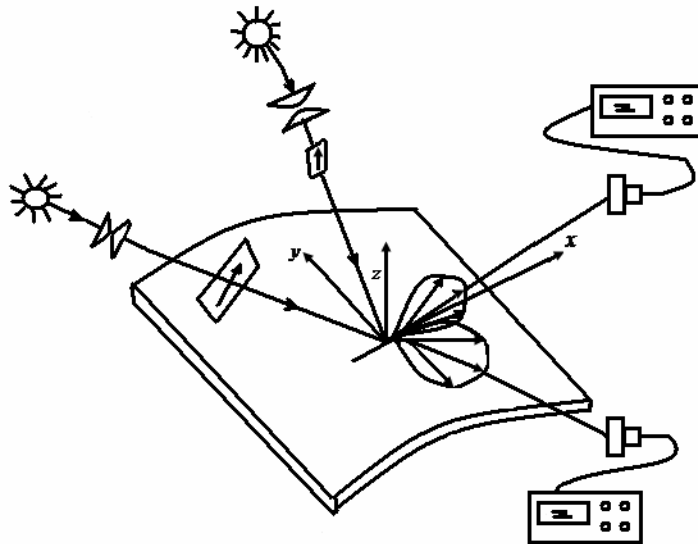


Рис.4.18. Схема експериментальної реалізації визначення величин КІН(моментів) K_3 , K_4 за даними МДПР для довільного випадку моментного стану біля берегів тріщини

Рішення системи (4.60) з врахуванням (4.61), (4.62) у загальному випадку буде мати вигляд:

$$K_3 = \Omega_1(\Delta I_y / I_{oy}, \Delta I_x / I_{ox}, \nu, \Theta, E, h) \quad (4.63)$$

$$K_4 = \Omega_2(\Delta I_y / I_{oy}, \Delta I_x / I_{ox}, \nu, \Theta, E, h) \quad (4.64)$$

Таким чином, застосування МДПР дозволяє визначити величини КІН(моментів) K_3, K_4 і, таким чином, моментний стан біля вершини тріщини.

4.4. Застосування МДПР для оцінки «зони шийкоутворення» біля вершин тріщини

Напружений стан біля вершини тріщини можна умовно розділити на три зони [64], (рис.4.19)

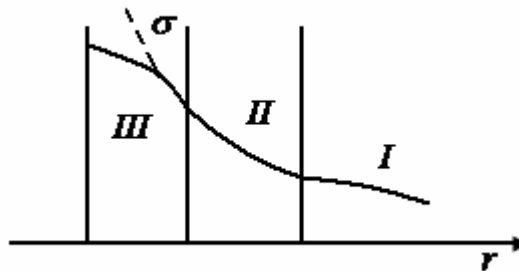


Рис. 4.19. Розподіл додаткового напруженого стану біля вершини тріщини.

У області I вплив тріщини є незначним. У області II справедлива пружна асимптотика Ірвіна-Вестергаарда. У області III деформації не є лінійно-пружними. Напруження та розмір області III залежить від рівня напружень в області II, які визначаються величинами КІН.

Розглянемо область III на прикладі тонкостінного об'єкту, для якого характерні значні локальні деформації. Тоді в області вершини тріщини виникає так звана «зона шийкоутворення».

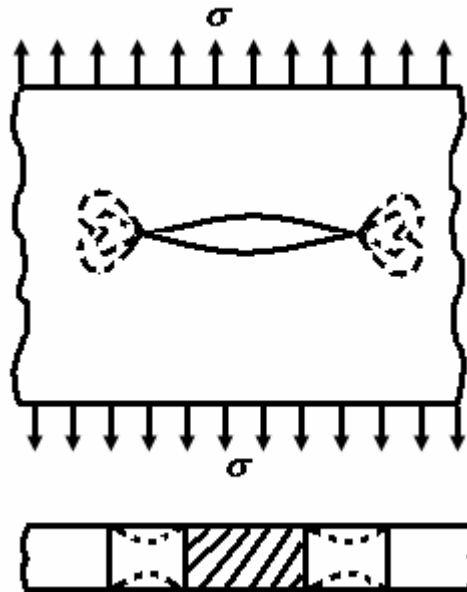


Рис.4.20. Виникнення «зони шийкоутворення» при навантаженні об'єкта з тріщиною у випадку значних локальних деформацій в області вершини

У «зоні шийкоутворення» реалізується об'ємний напружений стан, деформації втрачають лінійно-пружний характер, виникають також значні градієнти оптичних параметрів (наприклад, показника заломлення n). Дослідження параметрів «зони шийкоутворення» досить складна задача, але яка може мати значний практичний інтерес у випадку відносно великих деформацій (пластичні метали, полімери з великим вмістом пластифікатора). Також актуальне вирішення цього питання для задач механіки руйнування у в'язкопружній постановці, коли величина «зони шийкоутворення» змінюється в часі.

Для вирішення даної задачі застосовуються такі оптико-геометричні методи, як метод каустик [291], метод градієнтної фотопружності [94, 242], та метод ізодин [280]. Ці оптичні методи використовують ефект відхилення променя при проходженні або відбиванні від поверхні з великими локальними деформаціями, які виникають внаслідок значного градієнта суми головних напружень.

$$\Delta\gamma = f \left[\frac{\nu d}{E} \text{grad}(\sigma_1 + \sigma_2) \right] \quad (4.65)$$

Використовуючи та розвиваючи рівняння виду (4.65), у методі каустик одержують на екрані криві, вимірюючи характерні розміри яких, визначають величини КІН [291]. У методі градієнтної фотопружності вимірюють відхилення променя при проходженні крізь високоградієнтну зону [94, 242].

Доцільним, на нашу думку, буде застосування МДПР для вимірювання зміни величини кривизни «зони шийкоутворення». Такі вимірювання, у випадку значних локальних деформацій, будуть досить інформативно визначати зміну НДС безпосередньо в області вершини тріщини. Попередньо, провівши ряд тарувальних експериментів, доводячи зразки до руйнування, і при цьому вимірюючи ефект МДПР, можна ввести як критеріальний параметр граничну зміну кривизни «зони шийкоутворення» [207].

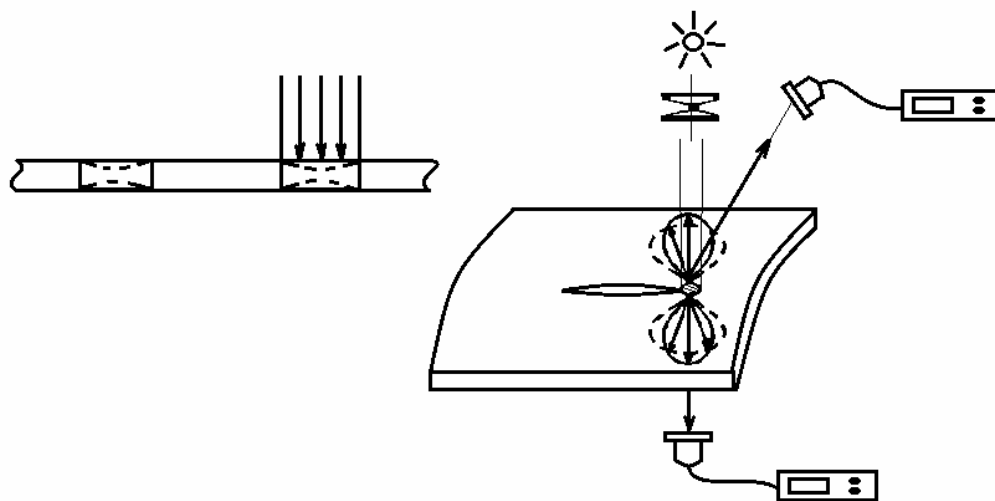


Рис.4.21. Схема вимірювання величини «зони шийкоутворення» за допомогою МДПР

Для застосування МДПР для вимірювання зміни величини кривизни «зони шийкоутворення» необхідно реалізувати наступний технологічний процес:

- 1.Світловий потік направляється в область вершини тріщини (рис.4.21).
2. За формулою (4.28) визначається сума кривизн ($\Delta k_x + \Delta k_y$) за даними вимірювання МДПР:

$$(\Delta k_x + \Delta k_y) = \psi \frac{\Delta I}{I_0}$$

Вимірюються зміни інтенсивностей дзеркальної або дифузних складових світла, дифуздорозсіяного поверхнею «зони шийкоутворення». (рис.4.6, 4.7, 4.8, 4.9).

3. Зразки з тріщинами навантажують, доводячи їх до руйнування. При цьому, для кожного дискретного навантаження фіксують сумарну зміну кривизни за формулою (4.28), вимірюючи зміну інтенсивностей складових дифуздорозсіюючого потоку.

4. Знаходимо граничне значення суми кривизн за формулою:

$$(\Delta k_x + \Delta k_y)_* = \left(\psi \frac{\Delta I}{I_0}\right)_* \quad (4.66)$$

де $\left(\frac{\Delta I}{I_0}\right)_*$ - граничне значення відносної зміни інтенсивності світла.

5. Залишковий ресурс елемента конструкції з тріщиною визначаємо за формулою:

$$\xi = \left[1 - \frac{\Delta I/I_0}{(\Delta I/I_0)_*}\right] 100\% \quad (4.67)$$

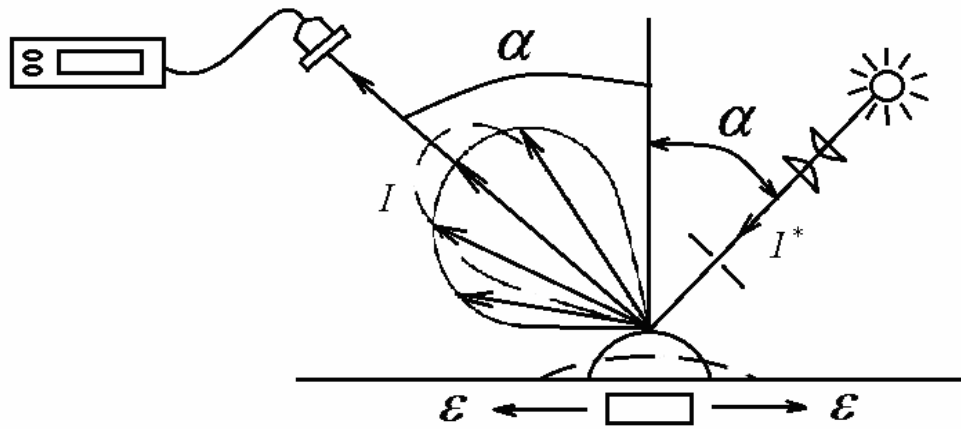
У формулі 4.67 величина $\Delta I/I_0$ - відносна зміна інтенсивності світла для певної існуючої на даний момент, кривизни “зони шийкоутворення”

Таким чином, підходи МДПР дають принципову можливість для контролю «зони шийкоутворення» та введення критерію залишкового ресурсу конструкції за цим параметром. Підкреслимо, що практична реалізація такого підходу для рішення інженерних задач потребує розробки і виготовлення серійної апаратури, яка би працювала на ефекті МДПР.

4.5. Розробка оптичних тензодатчиків, які працюють на ефекті МДПР

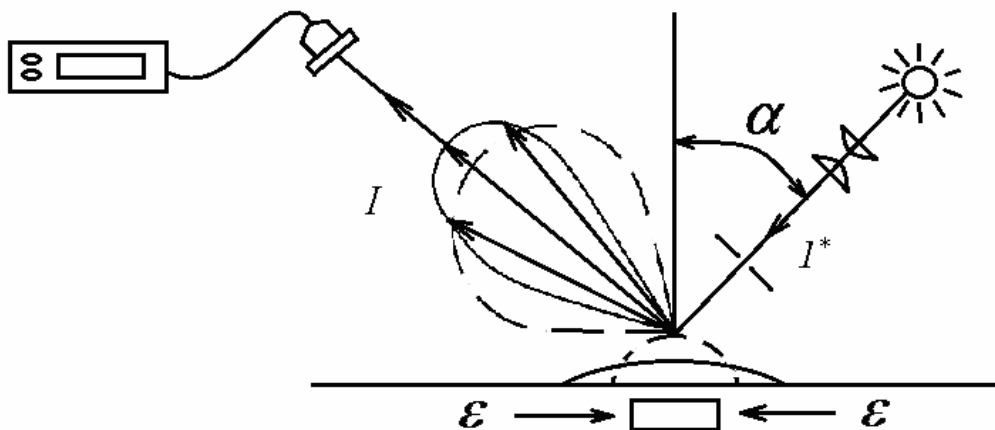
Тензометрія є однією з найбільш ефективних методик визначення деформації поверхні об'єктів [77, 102, 116, 136, 181, 187, 231, 236]. Всі методи тензометрії базуються на фіксації різними способами зміни розмірів бази тензодатчика, тобто відстані між двома близькими фіксованими точками поверхні. Досить ефективно застосування оптичних тензометрів коли для вимірювання деформацій застосовують світловий промінь. Відоме використання оптико-геометричних тензометрів, при цьому відлік ведуть по переміщенню світлового променя по шкалі, яке виникає за рахунок повороту дзеркала при деформації об'єкта [6, 196]. Недоліком цього способу визначення деформацій є відносно велика база вимірювання, досить велика віддаленість шкали тензометра від поверхні об'єкта, висока похибка, особливо при динамічних вимірюваннях, складність конструкції. Відомий також волоконно-оптичний тензодатчик [251]. За його допомогою визначають деформації поверхні шляхом вимірювання втрат інтенсивності світлового потоку в світловоді при зміні його кривизни. Чутливим елементом датчика є волоконний світловод, який має початкову кривизну. При деформації поверхні кривизна світловода змінюється і при цьому змінюються втрати інтенсивності світла. Попередньо проводять тарування датчика. За даними вимірювань втрат інтенсивності світла у світловоді визначають деформації поверхні. Недоліком даного оптичного тензодатчика є відносно низька точність вимірювань малих деформацій ($\sim 10^{-4}$ - 10^{-3}), а також складність конструкції датчика.

Запропоновано створити оптичні датчики деформацій поверхні, які використовують ефект МДПР. У досліджувальній малій локальній зоні закріплюють вузьку пластинку (ширина якої визначається діаметром світлового потоку зондуючого випромінювання), яка має початкову кривизну та дифуздорозсіюючу поверхню. При деформації поверхні абсолютна величина кривизни пластинки змінюється (зменшується при розтягу та збільшується при стиску). Направляють на пластинку світловий потік та реєструють величини інтенсивностей дзеркальної або дифузних складових відбитого дифуздорозсіюючого поверхнею світлового потоку (рис.4.22, 4.23, 4.24, 4.25).



—— - положення поверхні до деформації об'єкта,
 - - - - - положення після деформації об'єкта.

Рис.4.22. Вимірювання дзеркальної складової дифузновідбитого світлового потоку. Оптичний датчик деформацій поверхні на основі ефекту МДПР, вигнута пластинка, розтяг, $I > I_0$



—— - положення поверхні до деформації об'єкта,
 - - - - - положення після деформації об'єкта.

Рис.4.23. Вимірювання дзеркальної складової дифузновідбитого світлового потоку. Оптичний датчик деформацій поверхні на основі ефекту МДПР, вигнута пластинка, стиск, $I < I_0$

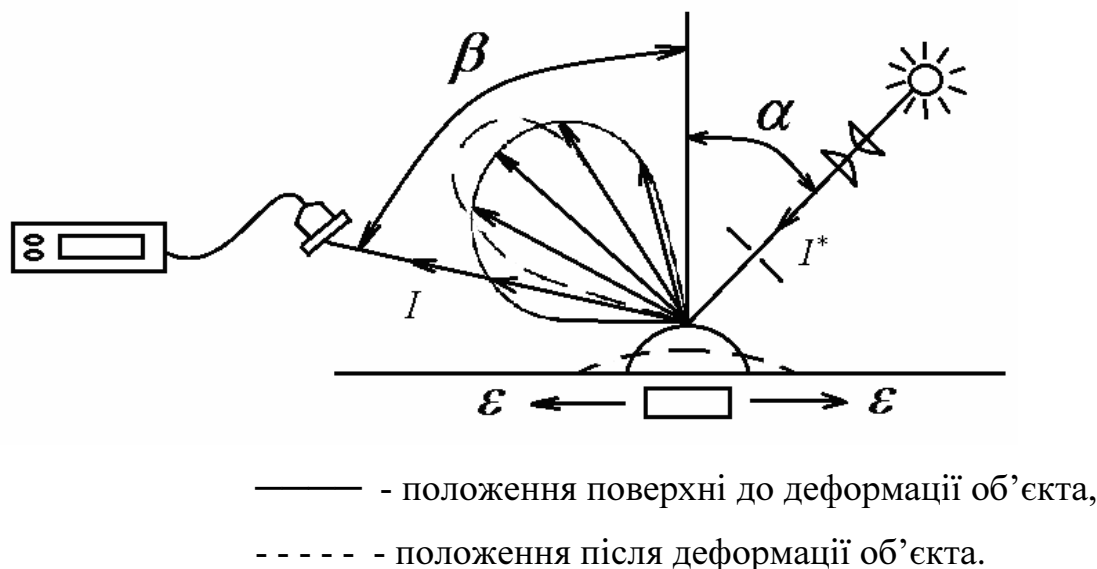


Рис.4.24. Вимірювання дифузної складової дифузновідбитого світлового потоку. Оптичний датчик деформацій поверхні на основі ефекту МДПР, вигнута пластинка, розтяг, $I < I_o$

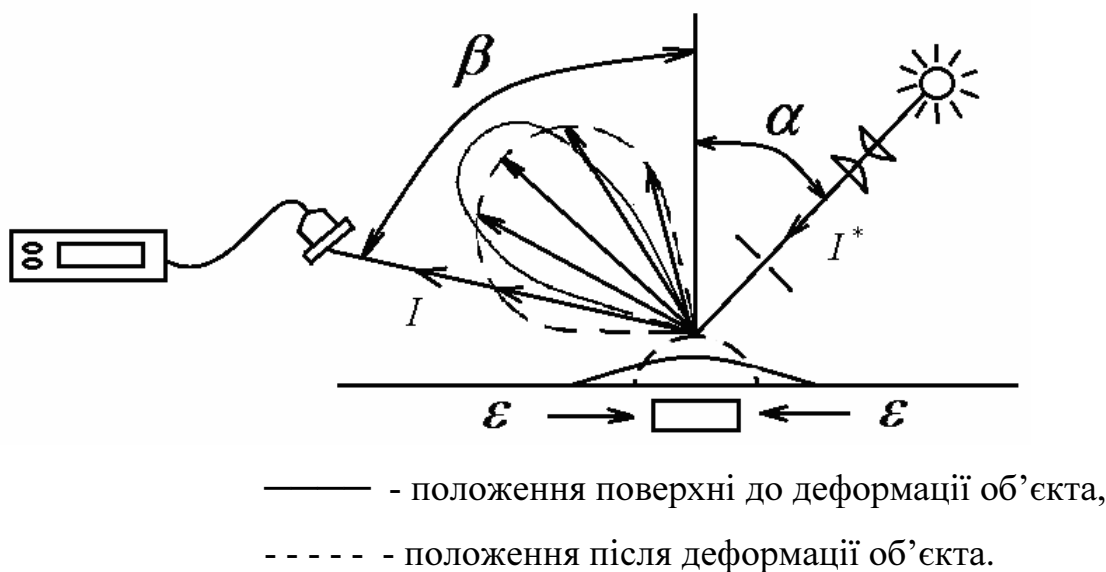


Рис.4.25. Вимірювання дифузної складової дифузновідбиваючого світлового потоку. Оптичний датчик деформацій поверхні на основі ефекту МДПР, вигнута пластинка, стиск, $I > I_o$

При цьому величини деформацій поверхні зв'язані із відповідними змінами інтенсивностей світла залежностями виду (4.34), (4.35):

$$\varepsilon_i = \psi_i \left(\frac{\Delta I_i}{I_{oi}} \right) \quad (4.68)$$

Можливі схеми розеток тензодатчиків, тоді індекс «і» буде стосуватись відповідного напрямку визначення ε_i деформацій поверхні. Для малих деформацій поверхні функціональні залежності ψ_i будуть наближені до лінійних функцій $K_{\varepsilon i}$. Тоді рівняння виду (4.68) приймуть наступний вигляд:

$$\varepsilon_i = K_{\varepsilon i} \left(\frac{\Delta I_i}{I_{oi}} \right) \quad (4.69)$$

Для головних деформацій будуть справедливі вирази виду (4.38), (4.39):

$$\varepsilon_1 = K_{\varepsilon 1} \left(\frac{\Delta I_1}{I_{o1}} \right) \quad (4.70)$$

$$\varepsilon_2 = K_{\varepsilon 2} \left(\frac{\Delta I_2}{I_{o2}} \right) \quad (4.71)$$

При цьому, у формулах (4.70), (4.71) немає необхідності використовувати у якості зондуючого поляризованого світла, достатньо, щоб оптична система, яка включає джерело світла, зігнуту пластинку, приймач світла знаходилась в одній площині.

Запропонований метод дозволяє підвищити точність та надійність проведення вимірювань деформацій поверхні. Коефіцієнти K_{ε} попередньо визначають на тарувальних експериментах.

Можливий варіант реалізації оптичної тензометрії на основі ефекту МДПР, який би ще точніше зв'язував величини деформацій поверхні та зміну інтенсивностей відповідних складових дифуздорозсіяного світлового потоку. Для цього на поверхні об'єкта, у шуканих точках створюються поверхневі виїмки відповідного напрямку з дифуздорозсіюючою поверхнею. Саме ці виїмки і будуть активними елементами оптичних тензометрів. При цьому деформація поверхні безпосередньо змінює кривизну виїмки, без втрат точності у зоні кріплення зігнутої

пластинки до поверхні за допомогою клею. На рис. 4.26, 4.27, 4.28, 4.29 показано принципові схеми вимірювання деформацій поверхні за допомогою таких тензодатчиків.

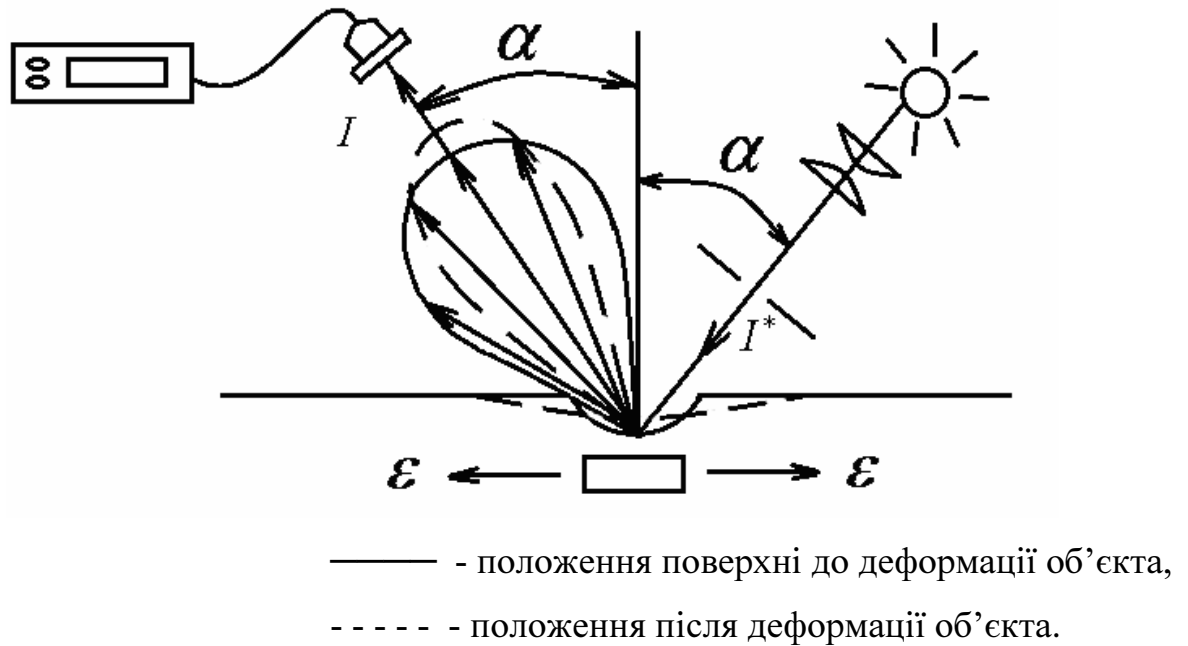


Рис.4.26. Вимірювання дзеркальної складової дифузовідбитого світлового потоку. Оптичний датчик деформацій поверхні на основі ефекту МДПР, виїмка, розтяг, $I > I_0$

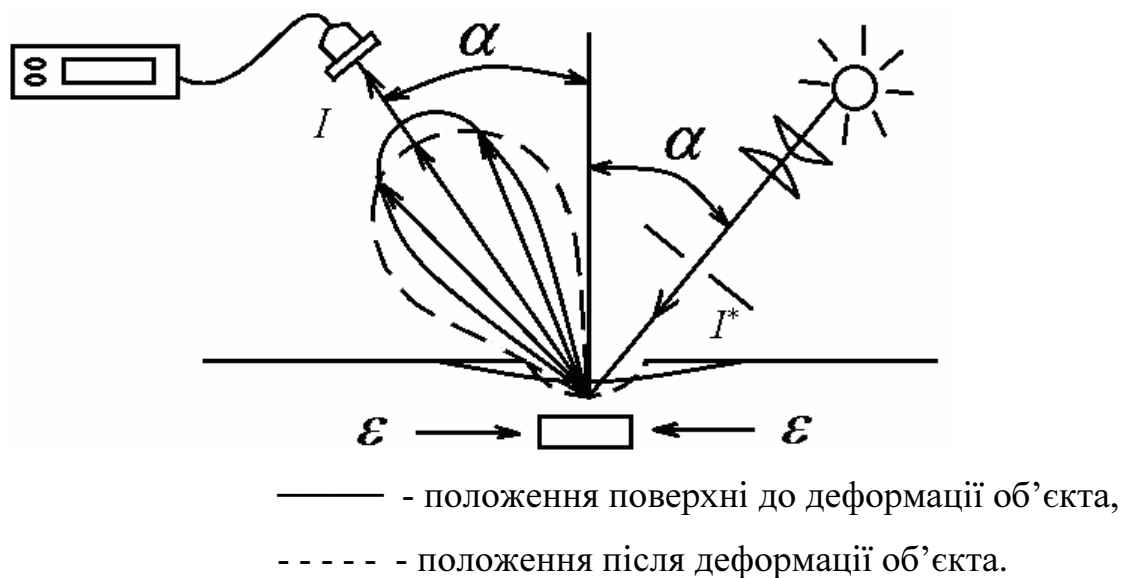


Рис.4.27. Вимірювання дзеркальної складової дифузовідбитого світлового потоку. Оптичний датчик деформацій поверхні на основі ефекту МДПР, виїмка, стиск, $I < I_0$.

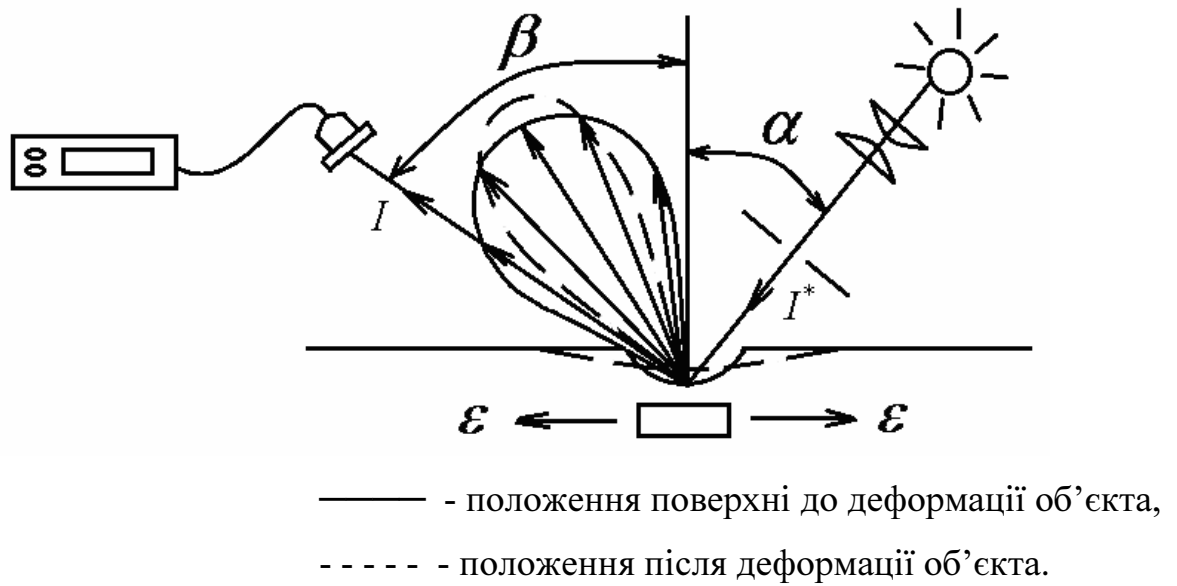


Рис.4.28.. Вимірювання дифузної складової дифузновідбитого світлового потоку. Оптичний датчик деформацій поверхні на основі ефекту МДПР, виїмка, розтяг, $I < I_0$.

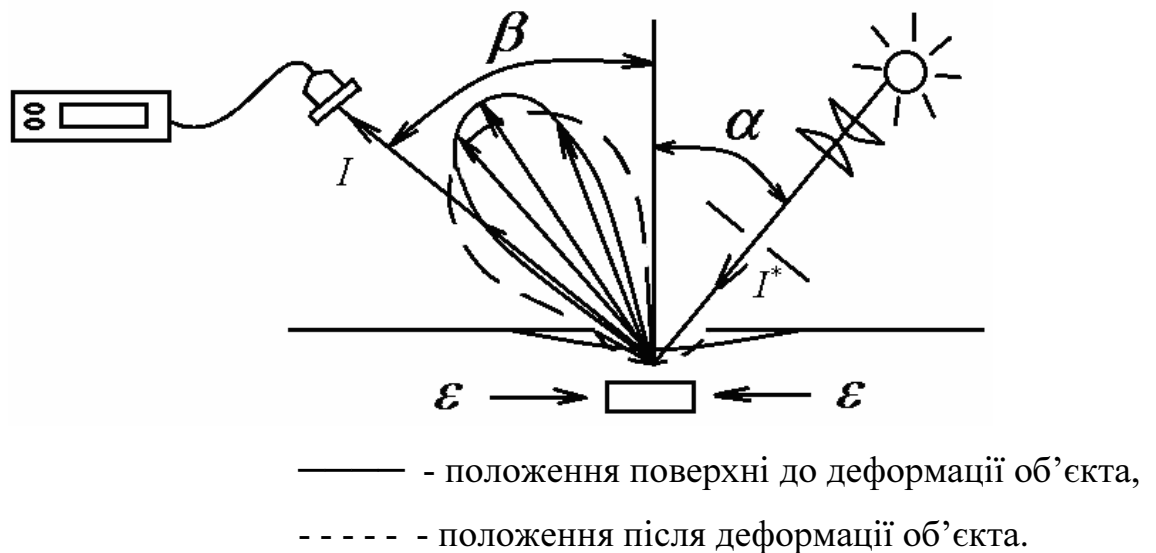


Рис.4.29. Вимірювання дифузної складової дифузновідбитого світлового потоку. Оптичний датчик деформацій поверхні на основі ефекту МДПР, виїмка, стиск, $I > I_0$.

Для визначення деформацій поверхні проводяться вимірювання інтенсивностей складових світлового потоку до навантаження об'єкта і після

деформації. Розрахунок ведуть за формулами виду (4.68). Оптичні датчики деформацій поверхні на основі ефекту МДПР дозволяють досить надійно та точно визначати деформації поверхні.

Нижче (у 4.6) наведено чисельні дані застосування датчиків МДПР для визначення деформацій поверхні.

4.6. Порівняння експериментального визначення НДС за даними МДПР з відомими теоретичними рішеннями

Для експериментальної перевірки можливості визначення НДС за допомогою МДПР були проведені серії експериментів з трьома зразками.

1. Пластина з матеріалу на базі пластифікованої епоксидно-діанової смоли ЕД-20М розмірами 125x31x1,6 мм. Обидві поверхні пластини механічно оброблено фрезеруванням. Після механічної обробки одержано наступні параметри шорсткості $R_z = 100-200$ мкм, $S=5-12$ мкм. За допомогою катетометра визначено модуль Юнга E і коефіцієнт Пуассона матеріалу пластини: $E=570$ МПа, $\nu = 0,37$.

2. Пластина з матеріалу на базі пластифікованої епоксидно-діанової смоли ЕД-20 М розмірами 80x20x1 мм. Обидві поверхні пластини мають шорсткість порядку $R_z = 100-200$ мкм, $S=5-10$ мкм. Попередньо визначені механічні константи матеріалу пластини: $E=954$ МПа, $\nu = 0,36$.

3. Пластина з оргскла (плексигласу) розмірами 110x25x1 мм, одна поверхня якої була гладкою, а на іншу шляхом механічної обробки нанесено шорсткість, яка мала параметри: $R_z = 100-200$ мкм, $S=5-10$ мкм. Механічні константи матеріалу пластини: $E=3120$ МПа, $\mu = 0,35$.

Була зібрана експериментальна установка, описана у розділі 2 (рис.2.6). На рис. 4.30 показано вимірювання дзеркальної складової дифузного потоку, який пройшов крізь пластину, за допомогою цієї установки.

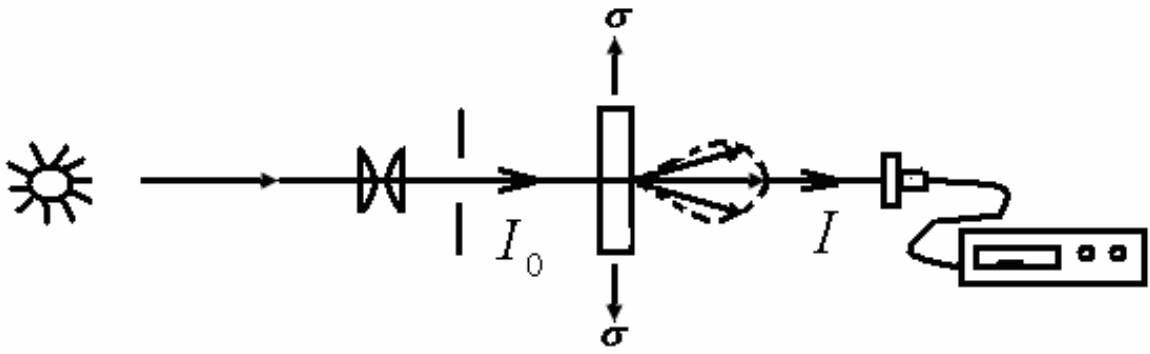


Рис.4.30. Лабораторна установка для проведення експерименту 1 (вимірювання дзеркальної складової дифузного потоку, який пройшов крізь пластину)

З кожним із трьох зразків проводили по чотири експерименти:

1. Проводилось вимірювання інтенсивності світлового потоку, який пройшов крізь пластину для ненавантаженого стану та розтягуючих зусиль 392 н, 784 н, 1176 н, 1568 н (рис.4.30).

2. Проводилось вимірювання інтенсивності світлового потоку, який був відбитий під кутом дзеркального відбивання від дифуздорозсіюючої поверхні пластини для ненавантаженого стану та розтягуючих зусиль 392 н, 784 н, 1176 н, 1568 н. Кут падіння та відбивання $\alpha=30^\circ$ (рис.4.31).

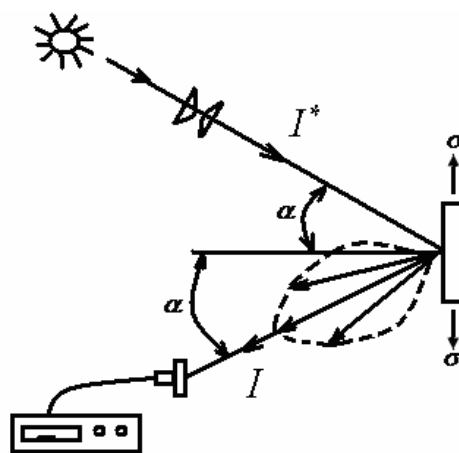


Рис.4.31. Схема проведення експерименту 2 (вимірювання дзеркальної складової дифузновідбитого світлового потоку)

3. Проводилось вимірювання інтенсивності дифузної складової ($\beta=45^\circ$) розсіяного світлового потоку, який пройшов крізь пластину для ненавантаженого стану та розтягуючих зусиль 392 н, 784 н, 1176 н, 1568 н (рис.4.32).

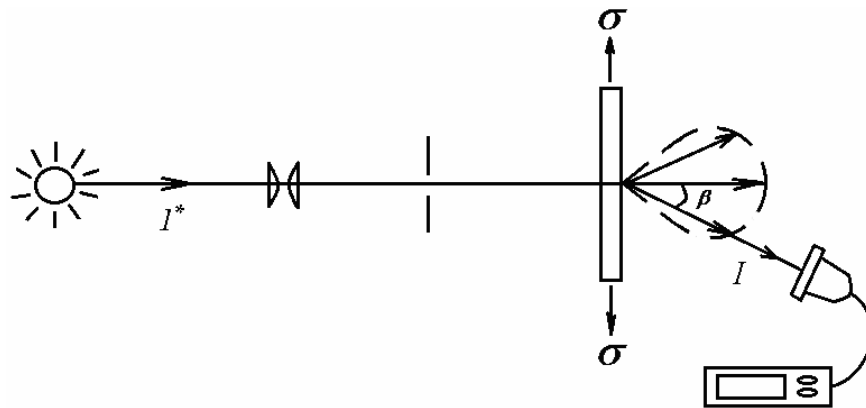


Рис.4.32. Схема проведення експерименту 3 (вимірювання дифузної складової розсіяного світлового потоку, який пройшов крізь пластину)

4. Проводилось вимірювання інтенсивності дифузної складової ($\gamma=30^\circ$) світлового потоку, дифузновідбитого від поверхні пластинки (кут падіння $\alpha=0^\circ$) для ненавантаженого стану та розтягуючих зусиль 392 н, 784 н, 1176 н, 1568 н (рис.4.33).

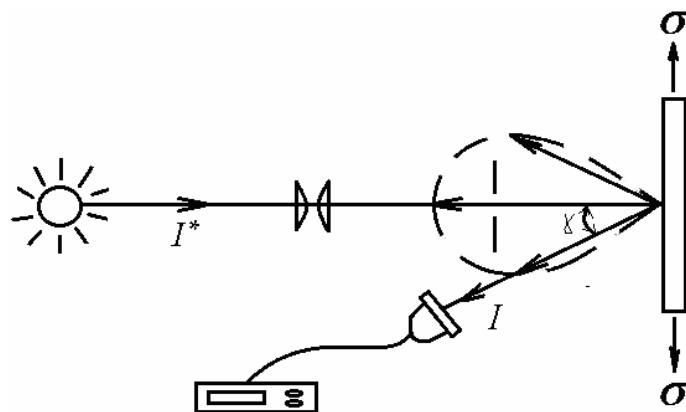


Рис.4.33. Схема проведення експерименту 4 (вимірювання дифузної складової дифузновідбитого світлового потоку)

За результатами вимірювань визначались деформації поверхні за допомогою формул:

$$\varepsilon_1^e = \frac{I_0/I - 1}{K_i(1-\nu)} \quad (4.72)$$

для експериментів 1,2 ($i=1,2$):

$$\varepsilon_1^e = \frac{I/I_0 - 1}{K_i(1-\nu)} \quad (4.73)$$

для експериментів 3,4 ($i=3,4$) визначали головну деформацію ε_1^e .

У формулах (4.72), (4.73):

I_0 , мВт – інтенсивність світла, яке попадає на приймач при ненавантаженому стані об'єкта;

I , мВт – інтенсивність світла, яке попадає на об'єкт при навантаженні об'єкта певним навантаженням;

K_i ($i= 1,2,3,4$) – константи, які залежать від параметрів шорсткості, механічних властивостей матеріалу, масштабного фактору, граничних умов, схеми проведення експерименту. При відбиванні світла від гладкої поверхні оргскла, а також, коли поверхні пластин з епоксидної смоли покривали імерсійною рідиною (типу масла) ефект, практично, не спостерігався. Це пояснюється тим, що ефект пов'язаний із переросподілом дифузних оптичних полів внаслідок малої зміни кривизни дифузнорозсіюючої поверхні при деформації об'єктів скінчених розмірів. Тобто, необхідною умовою даного ефекту, є наявність дифузнорозсіюючої поверхні.

У таблицях 4.1, 4.2, 4.3 та на рис. 4.34 –4.38 наведено результати проведених експериментів та відповідних обчислень. Тут же приведені дані теоретично розрахованих величин деформацій ε_I^T . Бачимо, що теоретично розраховані величини деформацій ε_I^T та експериментально визначені на основі вимірювання ефекту поверхневого розсіювання величини ε_I^e досить добре співпадають (похибки складають, в основному 2%-5%). Таким чином, можна зробити висновок, що МДПР дозволяє з високою точністю визначати деформації поверхні.

Таблиця 4.1.

Порівняння експериментальних даних (МДПР) визначення деформацій та
розрахованих теоретично

Зразок №1. ($E=570$ МПа, $\nu = 0,37$, $A=50$ мм²)

Схема експерименту	F, Н	σ_1 , МПа	K_i	I, мВТ	$\varepsilon_1^T \cdot 10^{-2}$	$\varepsilon_1^e \cdot 10^{-2}$	$\zeta = \left \frac{\varepsilon_1^T - \varepsilon_1^e}{\varepsilon_1^T} \right \cdot 100\%$
1	0	0	1,15	134,9	0	0	-
	392	7,84		133,6	1,38	1,31	5,07
	784	15,68		132,3	2,76	2,68	2,90
	1176	23,52		130,9	4,13	4,21	1,94
	1568	31,36		129,7	5,50	5,62	2,18
2	0	0	1,18	22,90	0	0	-
	392	7,84		22,68	1,38	1,33	3,62
	784	15,68		22,43	2,76	2,84	2,90
	1176	23,52		22,23	4,13	4,08	1,20
	1568	31,36		21,95	5,50	5,84	6,18
3	0	0	2,57	14,92	0	0	-
	392	7,84		15,27	1,38	1,45	5,07
	784	15,68		15,62	2,76	2,88	3,99
	1176	23,52		15,94	4,13	4,21	1,94
	1568	31,36		16,32	5,50	5,79	5,27
4	0	0	1,25	8,64	0	0	-
	392	7,84		8,74	1,38	1,43	3,62
	784	15,68		8,84	2,76	2,91	5,43
	1176	23,52		8,93	4,13	4,32	4,60
	1568	31,36		9,04	5,50	5,84	6,18

Таблиця 4.2.

Порівняння експериментальних даних (МДПР) визначення деформацій та
розрахованих теоретично

Зразок №2 ($E=954$ МПа; $\nu = 0,36$, $A=20$ мм²)

Схема експеримента	F, Н	σ_1 , МПа	K_i	I, мВт	$\varepsilon_1^T \cdot 10^{-2}$	$\varepsilon_1^e \cdot 10^{-2}$	$\zeta = \left \frac{\varepsilon_1^T - \varepsilon_1^e}{\varepsilon_1^T} \right \cdot 100\%$
1	0	0	1,21	142,4	0	0	-
	392	19,6		140,1	2,05	2,12	3,41
	784	39,2		137,9	4,10	4,27	4,15
	1176	58,8		135,8	6,16	6,32	2,60
2	0	0	1,27	21,76	0	0	-
	392	19,6		21,42	2,05	1,96	4,39
	784	39,2		21,05	4,10	4,17	1,71
	1176	58,8		20,71	6,16	6,23	1,14
3	0	0	2,72	12,71	0	0	-
	392	19,6		13,19	2,05	2,17	5,85
	784	39,2		13,65	4,10	4,25	3,66
	1176	58,8		14,13	6,16	6,40	3,90
4	0	0	1,42	8,25	0	0	-
	392	19,6		8,41	2,05	2,13	3,90
	784	39,2		8,57	4,10	4,27	4,15
	1176	58,8		8,73	6,16	6,40	3,90

Таблиця 4.3.

Порівняння експериментальних даних (МДПР) визначення деформацій та
розрахованих теоретично

Зразок №3 ($E=3120$ МПа; $\nu = 0,35$, $A=25$ мм²)

Схема експеримента	F, Н	σ_1 , МПа	K_i	I, мВт	$\varepsilon_1^T \cdot 10^{-2}$	$\varepsilon_1^e \cdot 10^{-2}$	$\zeta = \left \frac{\varepsilon_1^T - \varepsilon_1^e}{\varepsilon_1^T} \right \cdot 100\%$
1	0	0	0,38	257,6	0	0	-
	392	15,68		257,3	0,50	0,52	4,00
	784	31,36		256,9	1,01	1,05	3,96
	1176	47,04		256,6	1,51	1,61	6,62
2	0	0	0,61	61,13	0	0	-
	392	15,68		61,02	0,50	0,47	6,00
	784	31,36		60,88	1,01	1,02	0,99
	1176	47,04		60,75	1,51	1,55	2,65
3	0	0	1,17	35,17	0	0	-
	392	15,68		35,31	0,50	0,54	8,00
	784	31,36		35,43	1,01	0,97	3,96
	1176	47,04		35,59	1,51	1,59	5,30
4	0	0	0,84	21,96	0	0	-
	392	15,68		22,02	0,50	0,53	6,00
	784	31,36		22,09	1,01	1,07	5,94
	1176	47,04		22,14	1,51	1,46	3,31

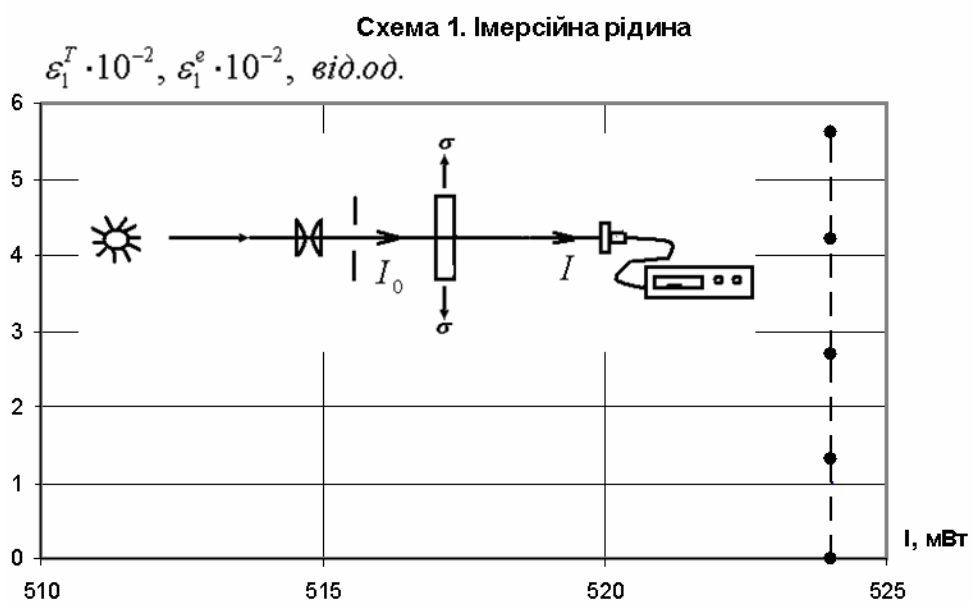


Рис.4.34. Схема 1. Поверхні пластини покриті імерсійною рідиною

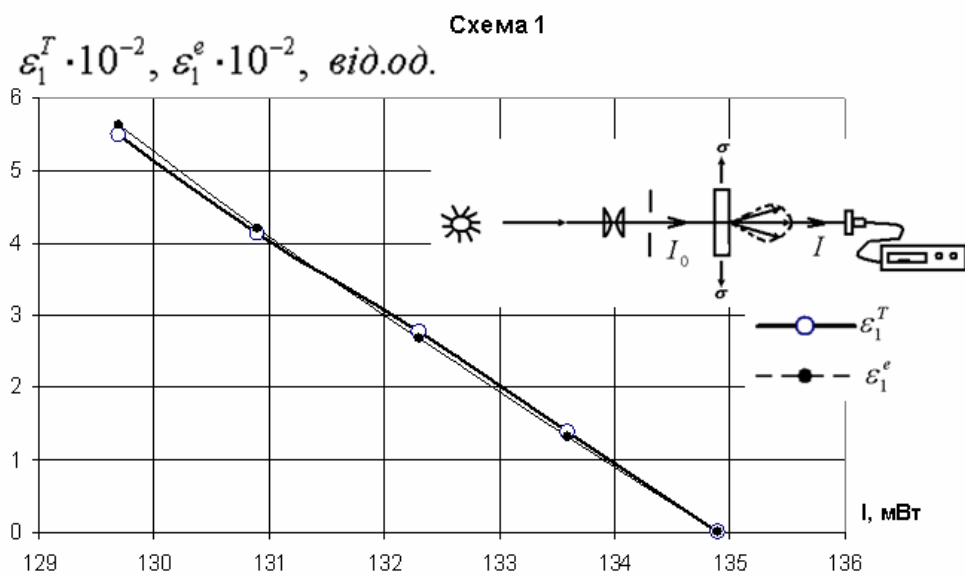


Рис.4.35. Схема 1 (вимірюється інтенсивність дзеркальної складової дифузного потоку, який пройшов крізь зразок)

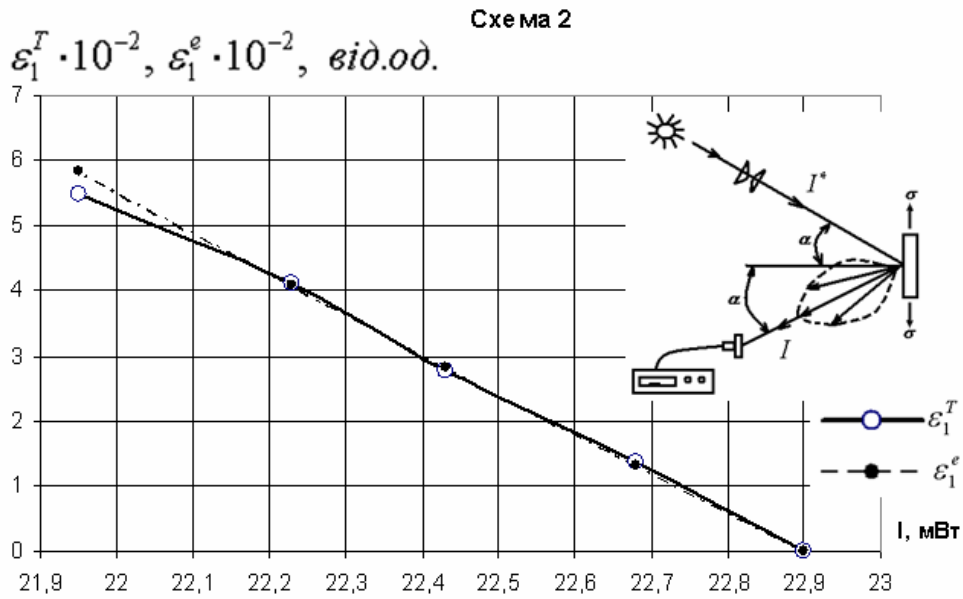


Рис.4.36. Схема 2 (вимірюється інтенсивність дзеркальної складової ($\alpha=30^0$) дифузновідбитого світлового потоку)

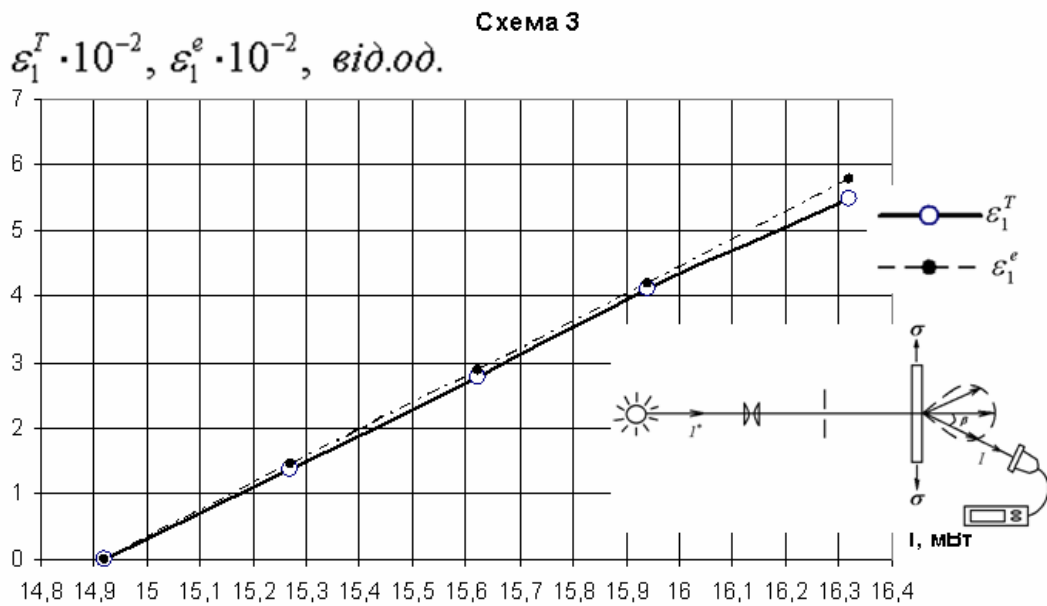


Рис.4.37. Схема 3 (вимірюється інтенсивність дифузної складової ($\beta=45^0$) розсіяного світлового потоку, який пройшов крізь зразок)

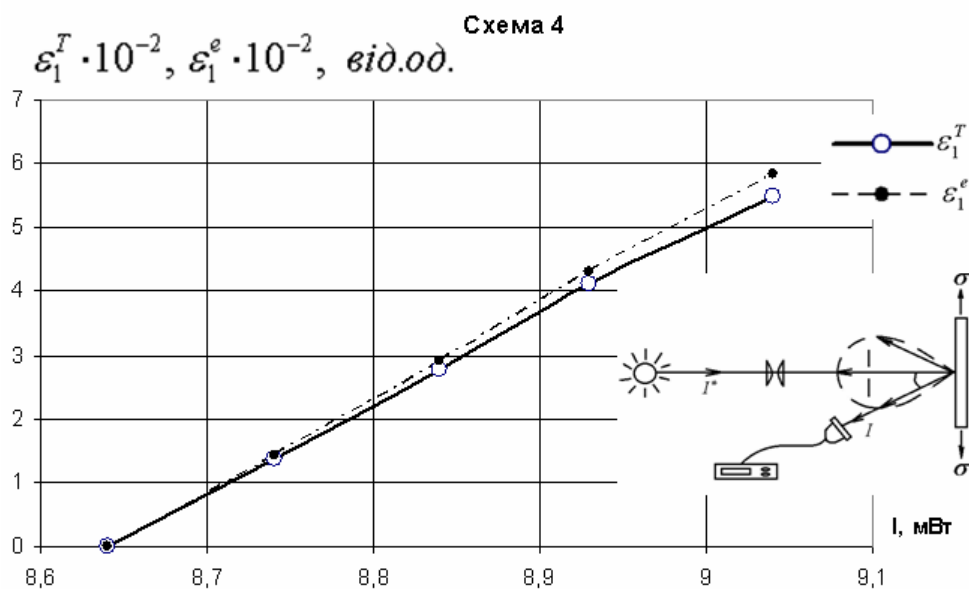


Рис.4.38. Схема 4 (вимірюється інтенсивність дифузної складової ($\gamma=30^\circ$) дифузного відбитого світлового потоку)

Нижче наведено дані експериментального визначення деформацій поверхні за допомогою оптичних датчиків, які базуються на ефекті дифузного поверхневого розсіявання та їх порівняння із розрахованими теоретичними.

4. Пластину з низькомодульного матеріалу на основі полістиролу розмірами $50 \times 10 \times 0,7$ мм вигинали дугою (стріла дуги $h=10$ мм, хорда $l=16$ мм) і у такому положенні приклеювали вздовж осі до пластини з оргскла (плексигласу) розмірами $150 \times 70 \times 4$ мм. Попередньо, за допомогою катетометра були визначені механічні константи оргскла ($E_1 = 3140$ МПа; $\nu_1 = 0,36$) та матеріалу вигнутої пластинки ($E_2 = 560$ МПа, $\nu_2 = 0,36$). Для приклеювання вигнутої пластинки до пластинки з оргскла застосували клей на основі епоксидної смоли ЕД-5, який твердне при кімнатній температурі за допомогою поліетиленполіаміну. На вигнуту пластинку направляли світловий потік під кутом $\alpha=30^\circ$ до нормалі у точці падіння. Поверхня вигнутої пластинки дифузновідбиваюча.

Із виготовленим зразком проводили два експерименти:

1) вимірювали інтенсивність дзеркальної складової світлового потоку, дифузновідбитого поверхнею вигнутої пластинки для ненавантаженого стану та розтягуючих зусиль 392 Н; 784 Н; 1176 Н (рис.4.23).

2) вимірювали інтенсивність дифузної складової ($\beta=45^\circ$) світлового потоку, дифузно відбитого поверхнею вигнутої пластинки для ненавантаженого стану та розтягуючих зусиль 392 Н; 784 Н; 1176 Н (рис.4.24). Попередньо було проведено тарування зразка. За даними вимірів МДПР визначали головні деформації за формулами:

$$\varepsilon_1^e = \frac{I/I_0 - 1}{K_1} \quad (\text{для експерименту 1}) \quad (4.74)$$

$$\varepsilon_1^e = \frac{I_0/I - 1}{K_2} \quad (\text{для експерименту 2}) \quad (4.75)$$

У (4.74), (4.75):

I_0 , мВт – інтенсивність світла, яке попадає на приймач при ненавантаженому стані пластини з оргскла;

I , мВт – інтенсивність світла, яке попадає на приймач при навантаженні пластини з оргскла певним навантаженням;

$K_{1,2}$ – константи, які залежать від параметрів шорсткості вигнутої пластинки, оптичних властивостей матеріалу пластинки, схеми проведення експерименту. Така сама величина деформації ε_1^T розраховувалась за законом Гука:

$$\varepsilon_1^T = \frac{F}{AE} \quad (4.76)$$

де F – прикладене навантаження

A – площа поперечного січення пластини з оргскла;

E_I – модуль Юнга I роду для оргскла.

Експериментально визначені за формулами (4.68), (4.69) деформації ε_1^e порівнювали з теоретичними даними ε_1^T , розрахованими за формулою (4.70). Результати експериментів наведено у таблиці 4.4. та на рис. 4.39 – 4.40.

Таблиця 4.4.

Порівняння експериментально визначених деформацій поверхні (оптичний датчик деформації поверхні на базі МДПР) та розрахованих теоретично

Зразок №4 ($E=3140$ МПа; $\nu=0,36$, $A=280$ мм²)

Схема експеримента	F, Н	σ_1 , МПа	K_i	I, мВт	$\varepsilon_1^T \cdot 10^{-4}$	$\varepsilon_1^e \cdot 10^{-4}$	$\zeta = \left \frac{\varepsilon_1^T - \varepsilon_1^e}{\varepsilon_1^T} \right \cdot 100\%$
1	0	0	8,25	24,88	0	0	-
	392	1,4		24,79	4,46	4,40	1,35
	784	2,8		24,69	8,92	9,33	4,60
	1176	4,2		24,60	13,38	13,80	3,14
2	0	0	12,14	9,43	0	0	-
	392	1,4		9,48	4,46	4,38	1,79
	784	2,8		9,54	8,92	9,48	6,28
	1176	4,2		9,58	13,38	13,20	1,35

5. Зразок виготовлений аналогічно, як і попередній, за виключенням розмірів пластини з оргскла, які були рівні 90x70x4 мм.

1) Вимірювали інтенсивність дзеркальної складової світлового потоку, дифузновідбитого поверхнею вигнутої пластинки для навантаженого стану та стискаючих зусиль 392н; 784н; 1176н (рис.4.23);

2) Вимірювали інтенсивність дифузної складової ($\beta=45^\circ$) світлового потоку, дифузновідбитого поверхнею вигнутої пластини для ненавантаженого стану та стискаючих зусиль 392н; 784н; 1176н (рис.4.25).

Попередньо було проведено тарування зразка. За даними МДПР визначені головні деформації за формулами:

$$|\varepsilon_2^e| = \frac{I_0/I - 1}{K_3} \quad (\text{для експерименту 3}) \quad (4.77)$$

$$|\varepsilon_2^e| = \frac{I/I_0 - 1}{K_4} \quad (\text{для експерименту 4}) \quad (4.78)$$

У формулах (4.77), (4.78) відповідні параметри аналогічні за змістом тим, які входять у формули (4.74), (4.75). Експериментально визначені за формулами (4.77), (4.78) деформації ε_2^e порівнювали з теоретичними даними ε_2^T , розрахованими за формулою (4.76). Результати експериментів наведено у табл. 4.5.

Таблиця 4.5.

Порівняння експериментально визначених деформацій поверхні (оптичний датчик деформації поверхні на базі МДПР) та розрахованих теоретично

Зразок №5 ($E=3140$ МПа; $\nu = 0,36$, $A=280$ мм²)

Схема експеримента	F, Н	σ_1 , МПа	K_i	I, мВт	$\varepsilon_2^T \cdot 10^{-4}$	$\varepsilon_2^e \cdot 10^{-4}$	$\zeta = \left \frac{\varepsilon_2^T - \varepsilon_2^e}{\varepsilon_2^T} \right \cdot 100\%$
3	0	0	8,25	25,26	0	0	-
	392	1,4		25,35	4,46	4,32	3,14
	784	2,8		25,44	8,92	8,64	3,14
	1176	4,2		25,55	13,38	13,92	4,04
4	0	0	12,14	9,76	0	0	-
	392	1,4		9,71	4,46	4,24	4,93
	784	2,8		9,66	8,92	8,53	4,37
	1176	4,2		9,60	13,38	13,73	2,62

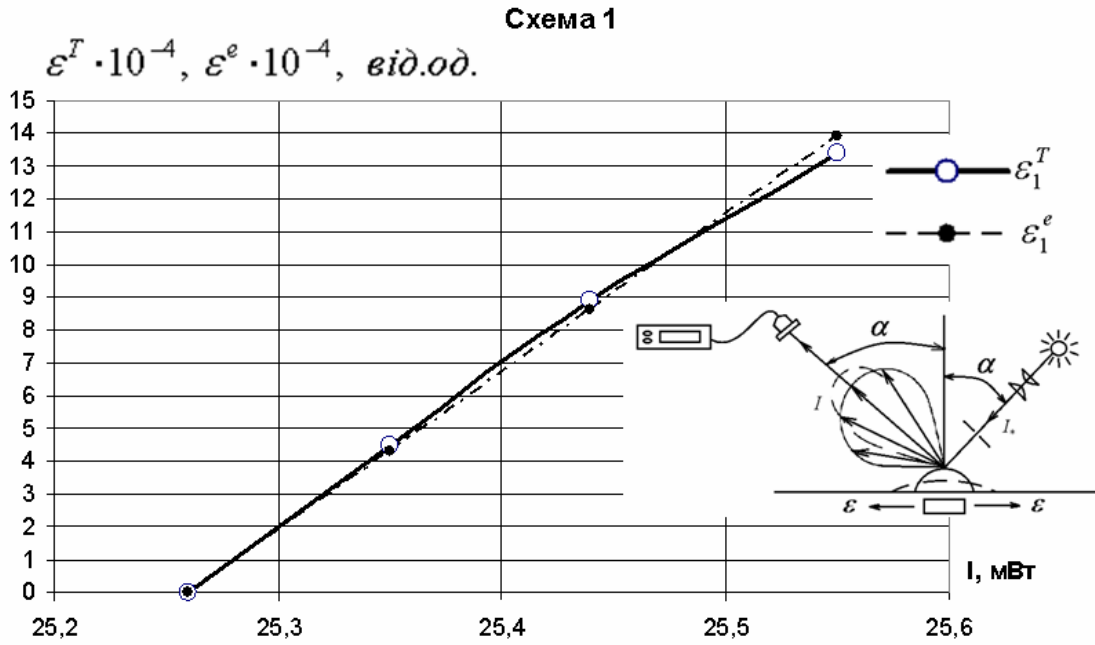


Рис.4.39. Схема 1 (вимірюється інтенсивність дзеркальної складової ($\alpha=30^\circ$) дифузного відбитого від поверхні вигнутої пластинки датчика світлового потоку)

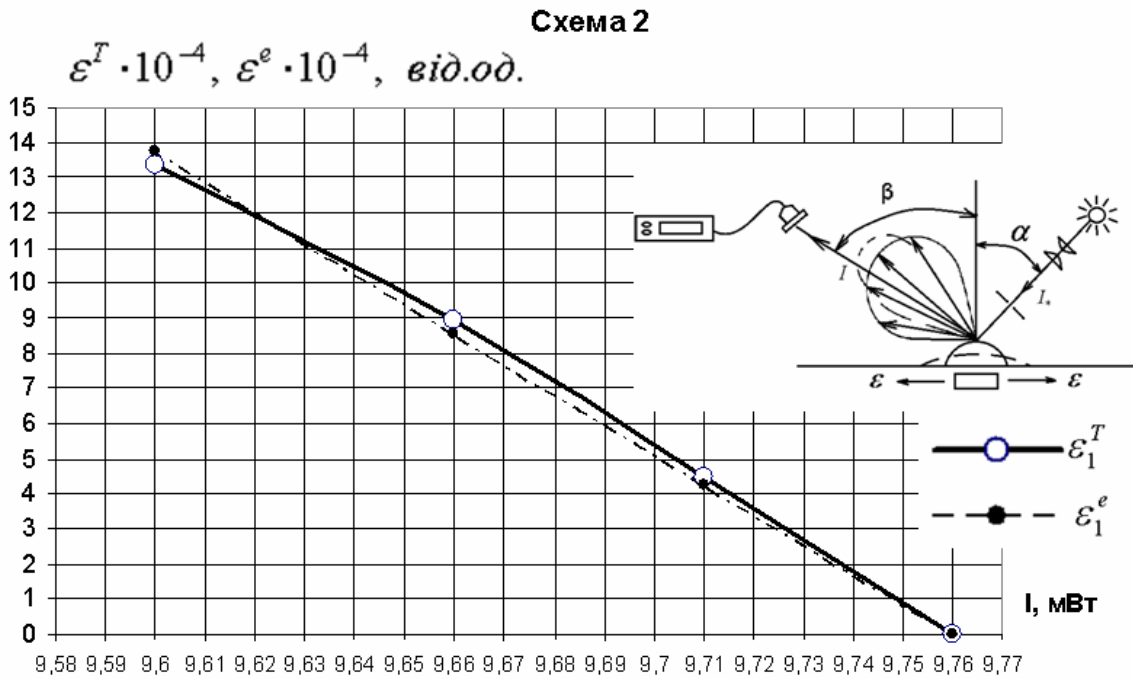


Рис. 4.40. Схема 2 (вимірюється інтенсивність дифузної складової ($\beta=45^\circ$) відбитого від поверхні вигнутої пластинки датчика світлового потоку)

Дані таблиць 4.4, 4.5 та графіків на рис. 4.39, 4.40 дозволяють зробити висновок про досить добре співпадання розрахованих теоретично деформацій поверхні $\varepsilon_1^T, \varepsilon_2^T$ та визначених за допомогою оптичних тензодатчиків, які працюють на ефекті МДПР величин $\varepsilon_1^e, \varepsilon_2^e$ (похибки складають, в основному, 1,5%-4,5%) для малих величин деформації поверхні.

4.7. Порівняння відомих аналітичних та експериментальних методів із запропонованими (поглинання та дифузного поверхневого розсіювання)

Розвиток механіки в останні роки характеризується стрімким прогресом аналітико-чисельних методів [9, 23, 24, 37, 38, 52, 67, 75, 76, 89, 115, 131, 133, 244, 255]. Висока ефективність таких підходів пов'язана із значними успіхами у програмному забезпеченні теоретичних рішень. Крім того, сучасні комп'ютерні технології дозволяють одержати розв'язки великої кількості досить складних задач механіки, вони надають можливість комп'ютерного моделювання сучасних елементів машин та будівельних конструкцій оптимальної геометрії, мінімальної матеріалоемності та підвищеної надійності. На сьогодні стало принципово можливим за допомогою комп'ютерних програм і комп'ютерне моделювання задач механіки руйнування (процесів розвитку поверхневих та наскрізних тріщин, зони передруйнування та «шийкоутворення»). Особливе місце серед чисельних методів займає метод скінчених елементів (МСЕ), за допомогою якого одержано розв'язки значної кількості задач інженерної практики [9, 67]. Може постати питання, чи актуальними у цих умовах є експериментальні методи, чи мають вони право на існування у час надзвичайно динамічного розвитку комп'ютерних технологій. На нашу думку, при беззаперечних успіхах аналітично-чисельних методів, корисно і необхідно розвивати експериментальні методи. Це пов'язано з рядом чинників. По-перше, так чи інакше, аналітико-чисельні методи пов'язані з певними припущеннями та спрощеннями (математична модель враховує певний комплекс механічних та фізичних явищ, але не може цілком достовірно врахувати всі діючі фактори). Тому таке рішення може бути настільки точним, наскільки повно

враховано у базовій гіпотезі всі існуючі чинники. У той же час необхідно підкреслити, що аналітичні методи мають цілий ряд переваг. Вони не потребують серйозних капіталовкладень на апаратуру, матеріали моделей та на реалізацію натурних досліджень. Одержані аналітично (і розраховані чисельно) результати стають базисом для створення банку даних при проектуванні апаратів та вузлів машин. Застосування експериментальних методів у сучасних умовах найбільш ефективно, на нашу думку, у трьох напрямках: дослідженні натурних об'єктів, як тестові задачі при розвитку нових аналітичних методів та для одержання експериментальних даних, які у комплексі з чисельними методами дозволяють підвищити точність та достовірність аналітичних рішень. У роботі [136] наведено дані порівняння деяких експериментальних методів визначення полів деформацій та напружень.

Проаналізуємо переваги та недоліки запропонованого методу дифузного поверхневого розсіювання. Підкреслимо, що у роботі наведено теоретичне обґрунтування та лабораторна реалізація на рівні тестових експериментів (табл.4.1 – 4.5). Експериментальні дані, наведені у таблицях 4.1-4.3 (12 експериментів із трьома зразками) дозволяють зробити висновок про співставність відносних змін величин інтенсивності світла $\Delta I/I_0$ та деформацій ε ($\approx 10^{-2}$). Дані таблиць 4.4-4.5 (лабораторний макет оптичного датчика деформації поверхні) демонструють, що «чутливість реагування» - діапазон відносних змін величин інтенсивності світла $\Delta I/I_0$ у середньому, в 20 разів перевищує відносну деформацію ε ($\Delta I/I_0 \approx 10^{-2}$, $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$). Оскільки інтенсивність світла, як базова вимірювальна характеристика, найбільш оптимально підходить для автоматичного зйому та обробки оптичної інформації [91, 92, 93, 241], можемо вважати, що при створенні серійної апаратури, яка би працювала на ефекті дифузного поверхневого розсіювання, чутливість при нульовій початковій кривизні буде відповідати даним роботи [136] для методу фотопружності – 10^{-6} . Така висока порогова чутливість принципово можлива за рахунок надзвичайно чутливих приймачів оптичного випромінювання [21, 91, 92, 93, 121, 241]. Так, порогова чутливість фоторезисторів СФ-2 складає $(2-4) \cdot 10^{-10}$ лм. Фотоелектропомножувачі ФЕП мають коефіцієнт підсилювання $10^7 - 10^8$ та поріг

чутливості $10^{-15} - 10^{-13}$ Вт/ Гц^{1/2}. Діапазон чутливості галогеносрібних фотошарів складає $10^{-11} - 10^{-5}$ Дж/см². «Розмах» діапазону $10^{-11}/ 10^{-5} = 10^{-6}$, що принципово дозволяє вимірювати деформації порядку 10^{-6} . Крім того, значні результати досягнуто у напрямку обробки візуальної інформації [91, 92, 93]. Все це створює принципові можливості, при належному фінансуванні, створити серійну установку з автоматизованим зйомом та обробкою інформації, яка би працювала на ефекті дифузного поверхневого розсіювання. Разом з тим підкреслимо, що для серійної реалізації апаратури та можливості розв'язання складних задач механіки необхідно буде вирішити ряд технічних завдань: створення високостабілізованого за інтенсивністю світла джерела (що буде, у значній мірі, визначати точність експерименту), можливість чіткого фокусування світлового потоку у досліджувану зону, мінімізації діаметра зондуючого світлового потоку, точного взаєморозміщення елементів оптичної установки у просторі, оптимальна система юстування приладу. Все це принципово можливо вирішити, але важко на необхідному рівні реалізувати в лабораторних умовах.

Проаналізуємо переваги та недоліки запропонованого методу поглинання (МП), який використовує п'єзооптичний ефект поглинаючого середовища. Оскільки базовою величиною, як і у МДПР, є інтенсивність світла, все наведене вище стосовно можливостей методу, діапазону вимірювань, ефективності автоматизованого відеозйому та обробки інформації (при розробці та виготовленні серійної апаратури) буде мати місце і для МП. Специфікою саме цього методу є те, що для кожного досліджувального діелектрика треба експериментально шукати і визначати діапазон зміщення смуг поглинання під навантаженням. Це області часткової прозорості, де має місце п'єзооптичний ефект поглинаючого середовища. При цьому розширюються можливості дослідження матеріалів (діапазон часткової прозорості може виходити за рамки видимого), але ускладнюється створення серійної апаратури (необхідність у високостабілізованих джерелах та приймачах світла, поляризаторах відповідного хвильового діапазону). Крім того, у МП аналізується оптична інформація на виході з об'єкта. Тому він дає інтегральну картину п'єзооптичного ефекту поглинаючого середовища, яка виникла на довжині

ходу променя, рівній товщині об'єкта у точці зондування. Тому безпосереднє застосування МП ефективне для тонкостінних об'єктів, хоча як і інтегральна фотопружність [1], метод поглинання може давати корисну інформацію для масивів. Головне, що об'єднує і надає перевагу, на нашу думку, запропонованим методом МП та МДПР є те, що вони принципово дозволяють відразу визначати головні деформації і напруження. Всі інтерференційні методи «запрограмовані» на лінійну комбінацію головних компонент НДС, так як саме наявність двох когерентних променів, які накладаються і мають у певних точках різницю фаз (різницю оптичного ходу) і створює інтерференційну картину. Тому запропоновані методи МП та МДПР [16, 18, 19, 20], як методи «третьої групи» оптичних експериментальних методів (разом з методами «першої групи» - інтерференційними та «другої групи» - оптико-геометричними) можуть при розробці та виготовленню відповідної серійної апаратури, ефективно використовуватись для рішення складних інженерних задач.

Підкреслимо, що метод поглинання, у порівнянні з таким потужним методом дослідження, як томографія, має меншу точність, але він значно дешевший і простіший у експериментальній реалізації. Обидва запропоновані методи (МП та МДПР) ефективні для експрес аналізу НДС об'єктів.

На рис. 4.41 і 4.42 наведено переваги та проблемні питання («плюси» і «мінуси») МДПР та датчиків деформацій поверхні на основі ефекту дифузного поверхневого розсіювання. У табл. 4.5 –4.6 наведено дані порівняння МДПР з існуючими оптико-когерентними і геометрично-оптичними методами. Виходячи з наведеної інформації, можна зробити висновок, що МДПР та датчики деформації поверхні, які працюють на явищі дифузного поверхневого розсіювання, ефективні для експрес-аналізу НДС об'єктів.

Було проведено експеримент із визначення величини КІН (моментів) K_3 за даними поляризаційно-оптичних вимірювань за формулою (4.57), розподілу величин K_3 а також функції $\psi(\Delta I_y/I_{0y})$, яка описує ефект дифузного поверхневого розсіювання для різних довжин тріщин.

Для цього було «заморожено» оболонку з епоксидної смоли ЕД-20М з наскрізними тріщинами, довжини l яких дорівнювали: 5, 8, 10, 11, 13 мм. Розміри оболонки були наступні: висота $H=110$ мм, товщина стінки $h=1,8$ мм, радіус кривизни $R=48$ мм, товщина зрізу при фотопружних дослідженнях $d=1$ мм.

Таблиця 4. 6
Порівняння МДПР з існуючими оптико-когерентними і геометрично-оптичними методами

Метод	Можливість безпосереднього визначення моментного стану	Можливість вимірювання у відбитому світлі	Можливість вимірювань у світлі, що пройшло крізь об'єкт	Необхідність у додаткових експериментах (обчисленнях)	Необхідність нанесення текстур	Порівняльна точність	Порівняльний діапазон вимірювання (обмеження)	Порівняльна вартість експерименту
МДПР	+	+	+	-	-	+	+++	+
Голографічна інтерферометрія	-	+	-	+	-	++	++	++
Спекл-інтерферометрія	-	+	-	+	+	++	+	+++
Гradientна фотопружність	-	-	+	+	-	+	++	++
Муарових смуг	-	+	-	+	+	++	++	++
Кореляції цифрових зображень	-	+	-	+	+	++	+++	++

Таблиця 4.7
Порівняння датчиків деформацій поверхні МДПР та тензодатчиків

Вид датчика	Порівняльна порогова чутливість	Порівняльний діапазон вимірювання	Наявність втрат точності у системі датчик-клей-поверхня	Порівняльна точність	Простота експерименту	Порівняльна вартість експерименту
Датчик МДПР (виїмка)	++ (10^{-6} від.од.)	++	-	++	++	+
Датчик МДПР (вигнута пластинка)	++ (10^{-6} від.од.)	++	+	+	+	++
Електричні	+	+	+	+++	+	+



Рис. 4.41. Переваги і недоліки методу дифузного поверхневого розсіювання (МДПР)

Для «замороженої» у високоеластичному стані матеріалу оболонки епоксидної смоли ЕД-20М, коефіцієнт Пуассона $\nu=0,5$, коефіцієнт оптичної чутливості матеріалу $C=1,43 \cdot 10^{-5}$ 1/МПа, модуль пружності $E=27$ МПа. Температура «заморожування» оболонки була 135° . Вимірювання оптичної різниці ходу проводилася на відстанях r від вершини тріщини, що дорівнювали 0,2; 0,3; 0,4; 0,5 мм. Результати вимірювань та розрахунків КІН (моментів) K_3 за формулою (4.57), а також функції $\psi(\Delta I_y/I_{oy})$, яка описує ефект дифузного поверхневого розсіювання за формулою (4.59) наведено у вигляді таблиці 4.8 та графіків на рис. 4.43–4.46.

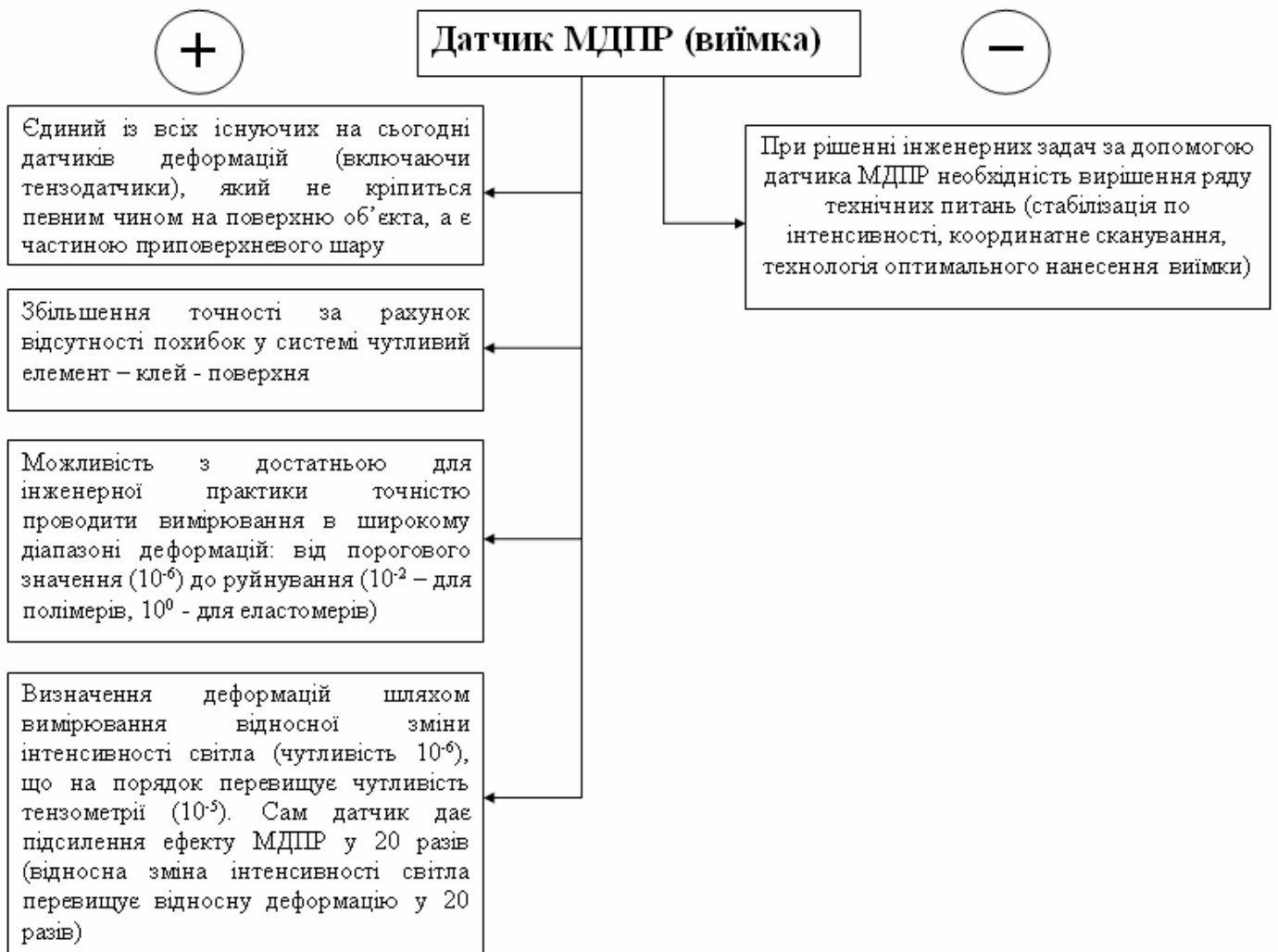


Рис. 4.42. Переваги і недоліки датчика МДПР

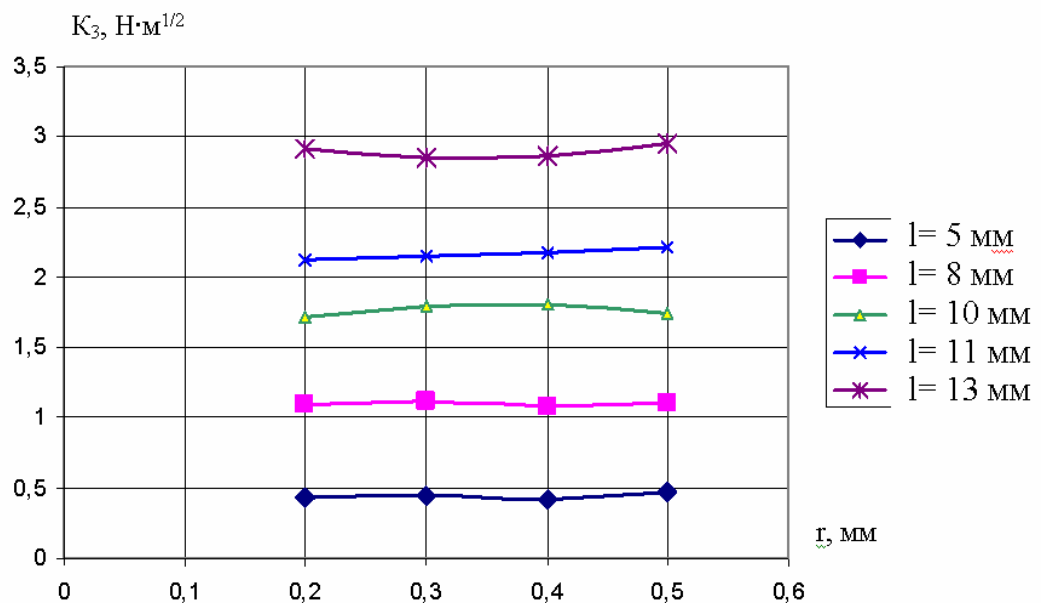


Рис. 4.43. Розподіл величини КІН (моментів) K_3 для різних довжин тріщин

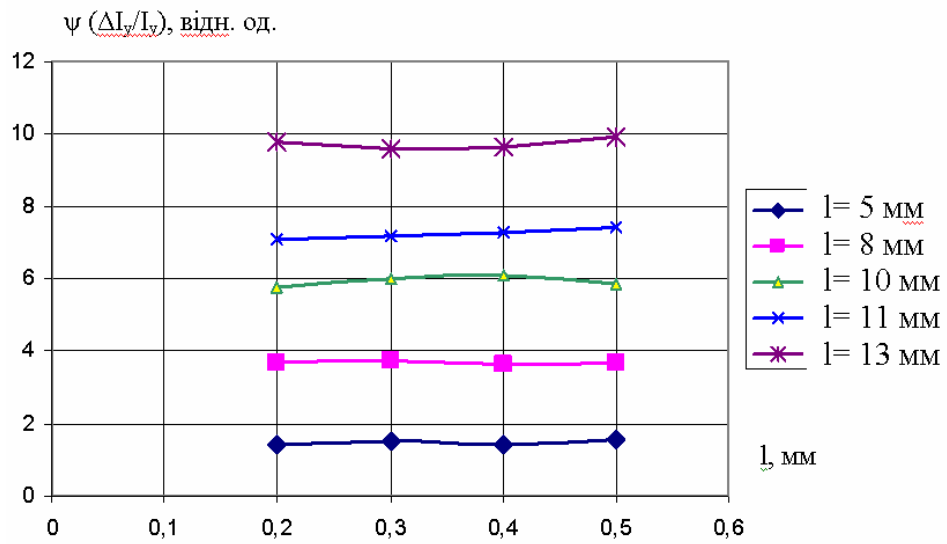


Рис. 4.44. Розподіл величини функції $\psi (\Delta I_y/I_y)$ ефекту дифузного поверхневого розсіювання для різних довжин тріщин

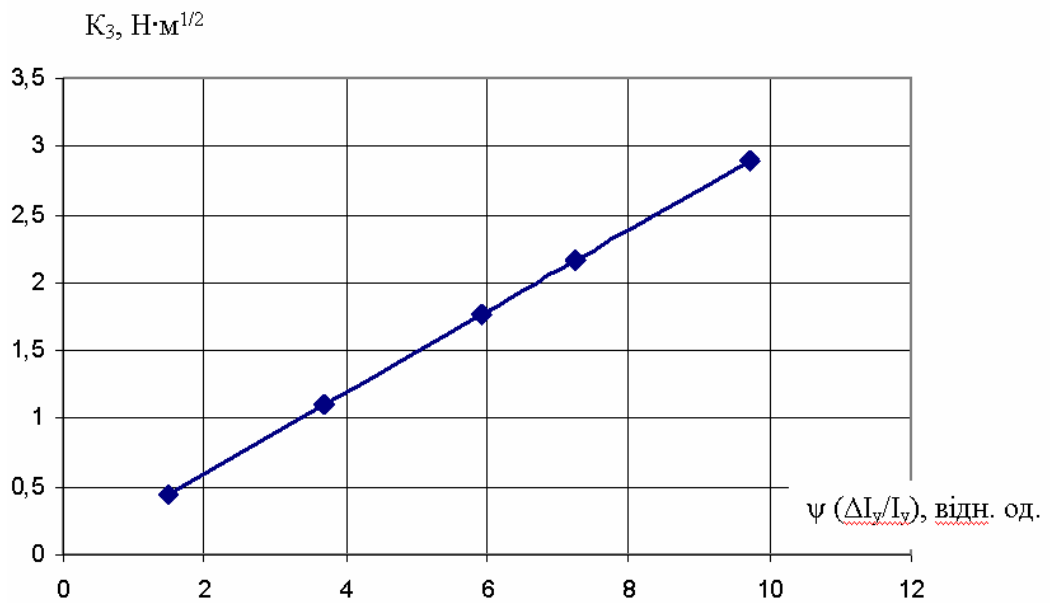


Рис. 4.45. Залежність величини КІН (моментів) K_3 від функції $\psi (\Delta I_y/I_y)$ ефекту дифузного поверхневого розсіювання

Таблиця 4.8.

Визначення величини КІН (моментів) K_3 та значень функції $\psi(\Delta I_y/I_{oy})$ дифузного поверхневого розсіювання для поперечних наскрізних тріщин у тонкій оболонці.

№ п/п	l, мм	r, мм	δ_B	δ_H	ν	E, МПа	$C \cdot 10^{-5}$, 1/МПа	d, мм	K_3 , Н·м ^{1/2}	$\psi(\Delta I_y/I_{oy})$
1	5	0,2	11,0	7,8	0,5	27	1,43	1	0,43	1,44
		0,3	12,1	8,7					0,45	1,53
		0,4	11,2	8,1					0,42	1,4
		0,5	13,0	9,5					0,47	1,58
2	8	0,2	25,7	17,5	0,5	27	1,43	1	1,10	3,69
		0,3	27,2	18,9					1,12	3,74
		0,4	23,4	15,3					1,08	3,65
		0,5	26,5	18,3					1,11	3,7
3	10	0,2	45,8	33,0	0,5	27	1,43	1	1,72	5,76
		0,3	47,1	33,8					1,79	5,99
		0,4	49,3	35,8					1,81	6,08
		0,5	46,4	33,4					1,75	5,85
4	11	0,2	54,6	38,8	0,5	27	1,43	1	2,12	7,11
		0,3	56,2	40,2					2,15	7,20
		0,4	57,9	41,7					2,18	7,29
		0,5	58,1	41,6					2,22	7,43
5	13	0,2	75,2	53,5	0,5	27	1,43	1	2,91	9,77
		0,3	73,1	51,8					2,85	9,59
		0,4	73,8	52,4					2,87	9,63
		0,5	77,3	52,7					2,95	9,90

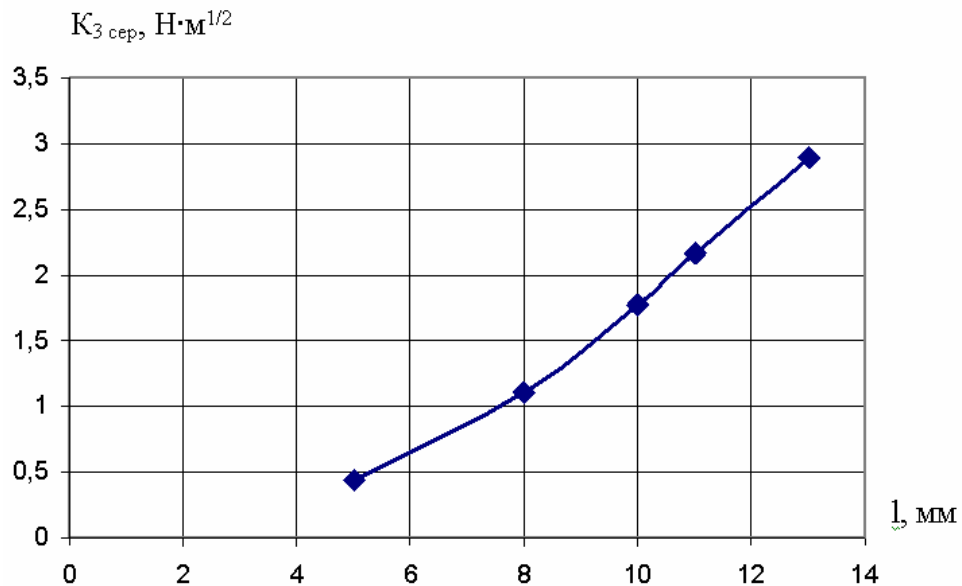


Рис. 4.46. Залежність величини КІН (моментів) K_3 від довжин тріщини l

Висновки до розділу 4

1. Розроблено експериментально-розрахунковий метод визначення НДС – метод дифузного поверхневого розсіювання (МДПР), дія якого базується на вимірюваннях перерозподілу інтенсивностей дзеркальної та дифузних складових розсіяного поверхнею об'єкта світлового потоку при локальній зміні його кривизни.
2. Одержано формули для визначення КІН (моментів) для об'єктів з тріщинами, які перебувають у моментному напруженому стані.
3. МДПР принципово дозволяє визначати моментний стан як металів, так і неметалів, як прозорих, так і непрозорих об'єктів з дифузнорозсіюючою поверхнею.
4. МДПР можна застосувати для визначення моментного НДС у широкому діапазоні (від порогового значення до границі міцності). Для полімерів цей діапазон складає $10^{-6} - 10^{-2}$.
5. Порогова чутливість МДПР за інтенсивністю світла 10^{-6} , що на порядок перевищує чутливість тензометрії (10^{-5}).

6. МДПР підтверджено на тестових експериментах по розтягу пластинок кінцевих розмірів із епоксидної смоли ЕД-20М та органічного скла Е-2. Відмінність експериментально визначених даних від розрахованих теоретично, склала 3-5%.
7. Розроблено та реалізовано моделі датчиків деформацій поверхні, які працюють на МДПР у двох конструктивних виконаннях: з чутливим елементом у вигляді вигнутої пластини та виїмки з дифузновідбиваючою поверхнею.
8. Порогова чутливість датчиків МДПР деформацій поверхні дорівнює 10^{-6} . При цьому вони створюють «коефіцієнт підсилення», рівний 20 (відносна зміна інтенсивності світла перевищує величину деформації поверхні у 20 разів).
9. Датчик МДПР деформацій поверхні, чутливим елементом якого є виїмка – не кріпиться певним чином на поверхню об'єкта, а є частиною приповерхневого шару, що, принципово, збільшує точність вимірювання деформацій.
10. Визначення деформацій за допомогою датчика МДПР перевірено на тестових експериментах. Похибка визначення склала 2-5%.

РОЗДІЛ 5

КРИТЕРІАЛЬНА ОЦІНКА МІЦНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ МАШИН

5.1. Фізико-механічний критерій граничного стану діелектриків

Метою даного розділу роботи була розробка критерію міцності, який би дозволяв більш точно, ніж відомі механічні критерії описувати граничний стан полімерів. Для цього запропоновано підхід, який би поєднував механіку та фізику полімерів на макрорівні (тобто, на рівні застосування законів механіки суцільного середовища) [202, 205, 206, 214, 215, 216]. Крім того, запропонований підхід має бути застосований до оцінки граничного стану об'єктів з тріщинами, що наблизить його до реальних інженерних потреб. Нижче наведено теоретичне обґрунтування запропонованого методу.

Як відомо, полімери відносяться до діелектриків, однією з основних макрофізичних характеристик яких є діелектрична проникність. Оскільки це одна з базових величин, яка інтегрально характеризує фізико-механічний комплекс параметрів діелектрика, логічно зв'язати граничний стан полімера з граничними значеннями компонент тензора діелектричної проникності (ТДП). Такий підхід, на нашу думку, дозволить більш глибоко, в комплексі, оцінювати граничний стан полімерів, ніж існуючі класичні механічні критерії міцності. Крім того, критерій ТДП дозволить більш точно реагувати на, навіть незначні, зміни структури самого полімера, його температури, вологості оточуючого середовища. Оскільки «фізична складова» у питаннях механічної міцності полімерів набагато вагоміша, ніж у випадку виробів з інших матеріалів, наприклад металів [22, 87].

Зв'язок компонент ТДП та параметрів напруженого стану описують відомі рівняння Максвелла:

$$\begin{cases} \chi_1 = \chi_0 + C_1\sigma_1 + C_2(\sigma_2 + \sigma_3) \\ \chi_2 = \chi_0 + C_1\sigma_2 + C_2(\sigma_1 + \sigma_3), \\ \chi_3 = \chi_0 + C_1\sigma_3 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2) \end{cases} \quad (5.1)$$

де χ_i ($i=1,2,3$) - головні компоненти ТДП;

$\sigma_i (i= 1,2,3)$ – головні компоненти напружень;

C_1, C_2 – абсолютні оптико-механічні сталі діелектрика за напруженнями.

Зв'язок компонент ТДП та параметрів деформованого стану описують рівняння Неймана (3.1):

$$\begin{cases} \chi_1 = \chi_0 + \psi_1 \varepsilon_1 + \psi_2 (\varepsilon_2 + \varepsilon_3) \\ \chi_2 = \chi_0 + \psi_1 \varepsilon_2 + \psi_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_3), \\ \chi_3 = \chi_0 + \psi_1 \varepsilon_3 + \psi_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \end{cases}$$

де $\chi_i (i=1,2,3)$ - головні компоненти ТДП;

$\varepsilon_i (i= 1,2,3)$ – головні компоненти деформацій;

ψ_1, ψ_2 – абсолютні оптико-механічні сталі діелектрика за деформаціями.

Перепишемо систему (5.1) у вигляді (5.2):

$$\begin{cases} \chi_1 - \chi_0 = C_1 \sigma_1 + C_2 (\sigma_2 + \sigma_3) \\ \chi_2 - \chi_0 = C_1 \sigma_2 + C_2 (\sigma_1 + \sigma_3), \\ \chi_3 - \chi_0 = C_1 \sigma_3 + C_2 (\sigma_1 + \sigma_2) \end{cases} \quad (5.2)$$

Розділимо праві і ліві частини рівнянь системи (5.2) на C_2 .

Одержимо систему:

$$\begin{cases} \frac{\chi_1 - \chi_0}{C_2} = \frac{C_1}{C_2} \sigma_1 + (\sigma_2 + \sigma_3) \\ \frac{\chi_2 - \chi_0}{C_2} = \frac{C_1}{C_2} \sigma_2 + (\sigma_1 + \sigma_3), \\ \frac{\chi_3 - \chi_0}{C_2} = \frac{C_1}{C_2} \sigma_3 + (\sigma_1 + \sigma_2) \end{cases} \quad (5.3)$$

Введемо позначення:

$$\begin{cases} \chi_1 - \chi_0 = \Delta \chi_1 \\ \chi_2 - \chi_0 = \Delta \chi_2 \\ \chi_3 - \chi_0 = \Delta \chi_3 \end{cases} \quad (5.4)$$

Тоді система (5.3) прийме вигляд:

$$\begin{cases} \frac{\Delta\chi_1}{C_2} = \frac{C_1}{C_2}\sigma_1 + (\sigma_2 + \sigma_3) \\ \frac{\Delta\chi_2}{C_2} = \frac{C_1}{C_2}\sigma_2 + (\sigma_1 + \sigma_3), \\ \frac{\Delta\chi_3}{C_2} = \frac{C_1}{C_2}\sigma_3 + (\sigma_1 + \sigma_2) \end{cases} \quad (5.5)$$

Введемо позначення:

$$\begin{cases} \frac{\Delta\chi_1}{C_2} = \sigma_{*1} \\ \frac{\Delta\chi_2}{C_2} = \sigma_{*2}, \\ \frac{\Delta\chi_3}{C_2} = \sigma_{*3} \end{cases} \quad (5.6)$$

З врахуванням (5.6) перепишемо систему (5.5) у вигляді:

$$\begin{cases} \sigma_{*1} = \frac{C_1}{C_2}\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ \sigma_{*2} = \frac{C_1}{C_2}\sigma_2 + \sigma_1 + \sigma_3, \\ \sigma_{*3} = \frac{C_1}{C_2}\sigma_3 + \sigma_1 + \sigma_2 \end{cases} \quad (5.7)$$

Виходячи з системи (5.7) сформулюємо фізико-механічний критерій (критерій ТДП) для діелектриків наступним чином: граничний стан діелектрика визначається граничною величиною відносної (на одиницю оптичної чутливості) зміною компонент тензора діелектричної проникності. Підкреслено, що вирази $\frac{\Delta\chi_i}{C_2} (i = 1,2,3)$ - напруження, а праві частини рівнянь системи (5.7) - це вирази для еквівалентних напружень за критерієм ТДП:

$$\begin{cases} \sigma_{екв1} = \frac{C_1}{C_2} \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ \sigma_{екв2} = \frac{C_1}{C_2} \sigma_2 + \sigma_1 + \sigma_3, \\ \sigma_{екв3} = \frac{C_1}{C_2} \sigma_3 + \sigma_1 + \sigma_2 \end{cases} \quad (5.8)$$

Тоді систему (5.7) запишемо у наступному вигляді:

$$\begin{cases} \sigma_{*1} = \sigma_{\hat{a}\hat{b}\hat{a}1} \\ \sigma_{*2} = \sigma_{\hat{a}\hat{b}\hat{a}2}, \\ \sigma_{*3} = \sigma_{\hat{a}\hat{b}\hat{a}3} \end{cases} \quad (5.9)$$

Згідно фізико-механічного критерію ТДП руйнування полімеру буде мати місце при виконанні умови:

$$\sigma_{*i \max} = \sigma_*^0, (i=1,2,3) \quad (5.10)$$

де σ_*^0 – граничне значення відносної компоненти ТДП при даних фізичних умовах (температурі, вологості навколишнього середовища, радіаційному фоні) та певних механічних факторах (вид напруженого стану, співвідношення компонент напруженого стану, масштабний фактор).

Нехай $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Тоді, згідно критерію ТДП, умова руйнування діелектрика буде:

$$\sigma_{екв1} = \sigma_{*P}^0, \quad (5.11)$$

де σ_{*P}^0 – границя міцності на розтяг.

Може бути перевірка на міцність за умовою:

$$\sigma_{\hat{a}\hat{b}\hat{a}3} = \sigma_{*C}^0, \quad (5.12)$$

де σ_{*C}^0 – границя міцності на стиск.

Але враховуючи, що для дефектних структур, особливо при наявності тріщиноподібних дефектів, розтяг більш небезпечний, ніж стиск, умова (5.11) буде базовою (рис 5.1).

Додамо почленно відповідні рівняння систем Максвелла та Неймана, щоб одержати рівняння зв'язку компонент ТДП і компонент НДС (напружень та деформацій). Одержимо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 2\chi_1 = 2\chi_0 + C_1\sigma_1 + C_2(\sigma_2 + \sigma_3) + \psi_1\varepsilon_1 + \psi_2(\varepsilon_2 + \varepsilon_3) \\ 2\chi_2 = 2\chi_0 + C_1\sigma_2 + C_2(\sigma_1 + \sigma_3) + \psi_1\varepsilon_2 + \psi_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_3), \\ 2\chi_3 = 2\chi_0 + C_1\sigma_3 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2) + \psi_1\varepsilon_3 + \psi_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \end{cases} \quad (5.13)$$

Перепишемо систему (5.13) у вигляді:

$$\begin{cases} \Delta\chi_1 = \frac{1}{2}[C_1\sigma_1 + C_2(\sigma_2 + \sigma_3) + \psi_1\varepsilon_1 + \psi_2(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)] \\ \Delta\chi_2 = \frac{1}{2}[C_1\sigma_2 + C_2(\sigma_1 + \sigma_3) + \psi_1\varepsilon_2 + \psi_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)], \\ \Delta\chi_3 = \frac{1}{2}[C_1\sigma_3 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2) + \psi_1\varepsilon_3 + \psi_2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)] \end{cases} \quad (5.14)$$

Для випадку лінійного напруженого стану запишемо:

$$\Delta\chi_1 = \frac{1}{2}[C_1\sigma_1 + \psi_1\varepsilon_1], \quad (5.15)$$

За законом Гука для пружної області:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\sigma_1, \quad (5.16)$$

Тоді рівняння (5.15) прийме вигляд:

$$\Delta\chi_1 = \frac{1}{2}\left[C_1\sigma_1 + \frac{\psi_1}{E}\sigma_1\right] = \frac{1}{2}\left(C_1 + \frac{\psi_1}{E}\right)\sigma_1, \quad (5.17)$$

Виходячи з рівняння (5.17), можемо припустити, що оптико-механічні сталі за деформаціями ψ_i та за напруженнями C_i зв'язані певною функціональною залежністю (для найпростіших випадків лінійною), у яку входить величина $\frac{1}{E}$, де (E модуль Юнга I роду):

$$\psi_i = f\left(\frac{1}{E}; C_i\right), \quad (5.18)$$

Тому можемо, для спрощення аналізу, записати систему (5.14) у наступному вигляді:

$$\begin{cases} 2\Delta\chi_1 = C_1\sigma_1 + C_2(\sigma_2 + \sigma_3) + \frac{1}{E}[C_1^*\varepsilon_1 + C_2^*(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)] \\ 2\Delta\chi_2 = C_1\sigma_2 + C_2(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{E}[C_1^*\varepsilon_2 + C_2^*(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)], \\ 2\Delta\chi_3 = C_1\sigma_3 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{E}[C_1^*\varepsilon_3 + C_2^*(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)] \end{cases} \quad (5.19)$$

де C_1^*, C_2^* - приведені оптико-механічні константи деформацій до напружень, які враховують залежність (5.18), $C_1^* = E \cdot \psi_1, C_2^* = E \cdot \psi_2$.

Приведемо систему (5.19) до вигляду системи (5.7), яка описує фізико-механічний критерій ТДП:

$$\begin{cases} \sigma_{*1}^0 = \frac{1}{2} \left\{ C_1\sigma_1 + C_2(\sigma_2 + \sigma_3) + \frac{1}{E}[C_1^*\varepsilon_1 + C_2^*(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)] \right\} \\ \sigma_{*2}^0 = \frac{1}{2} \left\{ C_1\sigma_2 + C_2(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{E}[C_1^*\varepsilon_2 + C_2^*(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)] \right\}, \\ \sigma_{*3}^0 = \frac{1}{2} \left\{ C_1\sigma_3 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{E}[C_1^*\varepsilon_3 + C_2^*(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)] \right\} \end{cases} \quad (5.20)$$

де σ_{*i}^0 ($i=1, 2, 3$) – граничні значення напружень.

Розглянемо варіант граничного стану полімера при довготривалому прикладанні сталого навантаження (рис. 5.2). Тоді руйнування буде мати місце у той момент часу, коли другий член («деформаційний») рівнянь системи (5.20) досягне у своєму зростанні величини, що дорівнює різниці між граничним значенням напруження та першим членом («напруженим») рівнянь системи.(5.20):

$$\begin{cases} \frac{1}{2E}[C_1^*\varepsilon_1 + C_2^*(\varepsilon_2 + \varepsilon_3)] = \sigma_{*1}^0 - \frac{1}{2}[C_1\sigma_1 + C_2(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \frac{1}{2E}[C_1^*\varepsilon_2 + C_2^*(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)] = \sigma_{*2}^0 - \frac{1}{2}[C_1\sigma_2 + C_2(\sigma_1 + \sigma_3)], \\ \frac{1}{2E}[C_1^*\varepsilon_3 + C_2^*(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)] = \sigma_{*3}^0 - \frac{1}{2}[C_1\sigma_3 + C_2(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{cases} \quad (5.21)$$

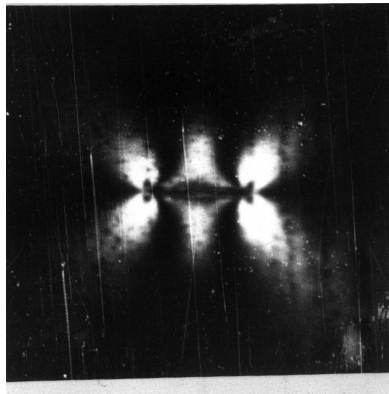


Рис. 5.1. Картина ізохроматичних смуг для короткочасного навантаження (розтягу) пластини з наскрізною тріщиною. (σ_k, ϵ_k)
 $\sigma_0=4,7$ МПа, $t=1$ хв.

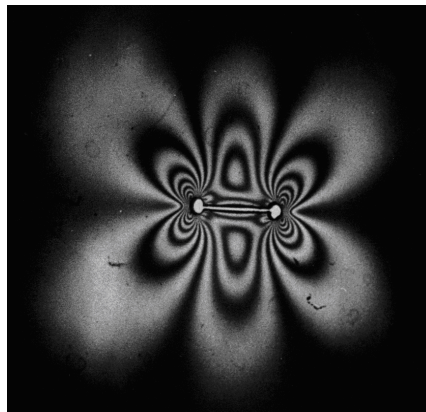


Рис. 5.2. Картина ізохроматичних смуг для довготривалого навантаження (розтяг) пластини з наскрізною тріщиною
 $(\sigma_d = \sigma_k, \epsilon_d \gg \epsilon_k)$, $\sigma_0=4,7$ МПа, $t=60$ хв

Різниця між величиною граничної міцності при короткочасному навантаженні полімерів (рис.5.1) та довготривалому навантаженні (рис. 5.2) може досягати значних величин ([22], табл. 5.1).

Таблиця 5.1.

Порівняльні величини короточасної міцності і довготривалої міцності полімерів для розтягу при 20⁰С (за даними роботи [22])

Матеріал	Короточасна міцність (1 хв) σ_k , МПа	Довготривала міцність (60 хв) σ_d , МПа
Еластомери каучукоподібні м'які	3-10	0,3-2
Жорсткі	30-50	3-10
Наповнені еластомери (гума)	100-200	20-30
Тверді еластомери (пластмаси)	100-200	20-40
Орієнтовані полімери (волокна)	500-1000	100-300

5.2. Визначення абсолютних, відносних та величин відношення оптико-механічних констант як базових фізико-механічних характеристик матеріалу

У фундаментальні рівняння Максвелла (5.1) входять абсолютні оптико-механічні константи діелектрика за напруженнями C_1 та C_2 . У рівняння (5.7), які одержано шляхом перетворень з рівнянь (5.1) і які описують граничний стан діелектрика входить величина співвідношення оптико-механічних констант C_1/C_2 , яка є досить інформативним параметром. У той же час, при моделюванні задач механіки суцільного середовища за допомогою поляризаційно-оптичного методу використовується основне рівняння фотопружності (закон Вертгейма) [6]:

$$\frac{\delta}{Cd} = \sigma_1 - \sigma_2,$$

де C – відносна оптико-механічна константа за напруженнями.

У поляризаційно-оптичному методі C ще називають коефіцієнтом оптичної чутливості прозорого полімера. З вищенаведеного зрозуміло, що визначення абсолютних оптико-механічних констант C_1 та C_2 , їх співвідношення C_1/C_2 та відносного оптико-механічного коефіцієнта $C=C_1-C_2$ є актуальною та необхідною

задачею. Відносний оптико-механічний коефіцієнт $C=C_1-C_2$ визначають на стандартних, вже давно застосованих у поляризаційно-оптичному методі тарувальних експериментах з розтягу вузької пластинки або стиску диска.

Метод градієнтної фотопружності, як і метод ізодин, дозволяє визначати як абсолютні значення C_1 та C_2 , так і їх співвідношення C_1/C_2 . За даними роботи [242] величина співвідношення C_1/C_2 для органічного скла Е-2 дорівнює 1,43, для епоксидної смоли ЕД-16 – 1,78. При цьому, за даними роботи [280], має місце дисперсія величин абсолютних оптико-механічних констант $C_1(\lambda)$ та $C_2(\lambda)$, де λ - довжина хвилі зонduючого випромінювання, але, практично, відсутня дисперсія співвідношення $(C_1/C_2)(\lambda)$.

Нами запропоновано метод визначення величин абсолютних оптико-механічних констант C_1 та C_2 за даними фотопружних вимірювань [44]. Нижче наведено порядок експериментальної реалізації та відповідне теоретичне обґрунтування.

1. Збирається стандартна оптична схема інтерферометра (рис. 5.3).

2. Контрольна пластинка вибирається довільно (тобто, може існувати початкова різниця оптичного ходу променів δ_0).

3. Вимірюється абсолютна різниця оптичного ходу променів δ_1 для поляризації світла вздовж напрямку напружень σ_1 для визначеного навантаження F_1 (рис.5.3).

4. Вимірюється абсолютна різниця оптичного ходу променів δ_1' для поляризації світла вздовж напрямку напруження σ_1' для іншої величини навантаження F_1' .

5. Визначається величина абсолютної оптико-механічної константи C_1 (рис.5.4) шляхом перетворення наведених нижче формул:

$$\delta_1 = n_1 d_1 - \delta_0 = (n_0 - \Delta n_1) d_1 - \delta_0 \quad (5.22)$$

$$\delta_1' = (n_0 - \Delta n_1') d_1' - \delta_0 \quad (5.23)$$

$$\delta_1' - \delta_1 = \Delta n_1' d_1' - \Delta n_1 d_1 = C_1 d_0 \left[\sigma_1' \left(1 - \frac{\nu}{E} \sigma_1'\right) - \sigma_1 \left(1 - \frac{\nu}{E} \sigma_1\right) \right] \quad (5.24)$$

У формулах (5.22), (5.23), (5.24) δ_o , n_o , d_o - відповідно, різниця оптичного ходу променів, абсолютний показник заломлення, товщина пластинки для початкового невантаженого стану; δ_l , n_l , d_l - відповідні параметри, які відповідають навантаженню F_l ; δ_l' , n_l' , d_l' – відповідні параметри, які відповідають навантаженню F_l' ; E , ν – модуль Юнга I роду та коефіцієнт Пуассона полімера.

З рівняння (5.24) визначаємо C_1 :

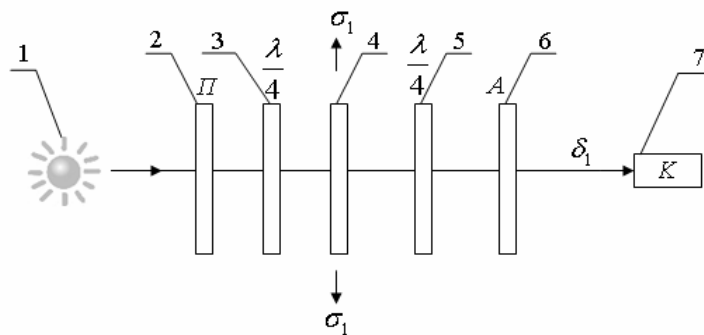
$$C_1 = \frac{\delta_1' - \delta_1}{d_0 \left[\sigma_1' \left(1 - \frac{\nu}{E} \sigma_1' \right) - \sigma_1 \left(1 - \frac{\nu}{E} \sigma_1 \right) \right]} \quad (5.25)$$

6. Вимірюється абсолютна різниця оптичного ходу променів δ_2 при поляризації, яка перпендикулярна (\perp) до напрямку σ_1 при визначеному навантаженні F_1 .

7. Визначається абсолютна різниця оптичного ходу променів δ_2' при поляризації, яка перпендикулярна (\perp) до напрямку σ_1 при іншому навантаженні F_1' .

8. Визначаємо величину C_2 за формулою:

$$C_2 = \frac{\delta_2' - \delta_2}{d_0 \left[\sigma_1' \left(1 - \frac{\nu}{E} \sigma_1' \right) - \sigma_1 \left(1 - \frac{\nu}{E} \sigma_1 \right) \right]} \quad (5.26)$$



1. Джерело світла. 2. Поляризатор. 3. Чверть-хвильова пластинка (розміщена після поляризатора). 4. Контрольна пластинка під навантаженням. 5. Чверть-хвильова пластинка (розміщена перед аналізатором). 6. Аналізатор. 7. Компенсатор.

Рис.5.3. Експериментальна установка на базі інтерферометра для визначення абсолютних оптико-механічних констант C_1 та C_2 (I етап: напруження σ_1 , різниця оптичного ходу променю δ_1)

$$C_2 = \frac{\delta_2' - \delta_2}{d_0 \left[\sigma_1' \left(1 - \frac{\nu}{E} \sigma_1' \right) - \sigma_1 \left(1 - \frac{\nu}{E} \sigma_1 \right) \right]} \quad (5.27)$$

9. Визначаємо величину співвідношення C_1 / C_2 , розділивши, почленно формули (5.26) на (5.27):

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\delta_1' - \delta_1}{\delta_2' - \delta_2} \quad (5.28)$$

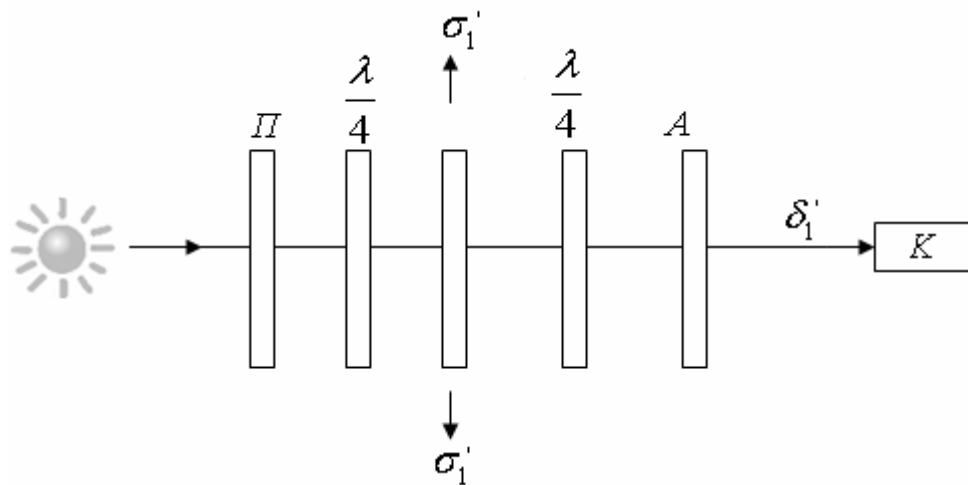


Рис. 5.3. Експериментальна установка на базі інтерферометра для визначення абсолютних оптико-механічних констант C_1 та C_2 (II етап: напруження σ_1' , різниця оптичного ходу променю δ_1')

Якщо порівняти формули (5.26), (5.27) та (5.28), бачимо, що точність визначення величини співвідношення C_1 / C_2 значно вища, ніж значень абсолютних оптико-механічних констант C_1 та C_2 , оскільки у формулу (5.28) входять тільки чотири величини, які є, за фізичним змістом, одним параметром (різницею оптичного ходу променів δ), а у формули (5.26) та (5.27) входять ще величини d_0 (товщина), σ_1 , σ_2 – напруження, E – модуль Юнга I роду, ν – коефіцієнт Пуассона.

Таким чином, запропонований підхід [44] дозволяє визначити величини абсолютних оптико-механічних констант матеріалу C_1 і C_2 , які входять у рівняння

Максвелла та величину їх співвідношення C_1/C_2 , яка входить у рівняння граничного стану діелектриків за фізико-механічним критерієм ТДП (5.7) та відносний оптичний коефіцієнт (коефіцієнт оптичної чутливості) $C=C_1-C_2$, який входить у основний закон фотопружності-закон Вертгейма.

Фізико-механічний критерій зв'язує зміну компонент ТДП та НДС через оптико-механічні константи:

$$\Delta\chi_{ij} = C\sigma_{ij} \quad (5.29)$$

Закон Гука у пружній області зв'язує напруження та деформації наступним чином:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\sigma_1 \quad (5.30)$$

Рівняння (5.29) та (5.30) дозволяють припустити, що між такими базовими константами матеріалу, як оптико-механічна стала C та модуль Юнга I роду існує тісний кореляційний зв'язок.

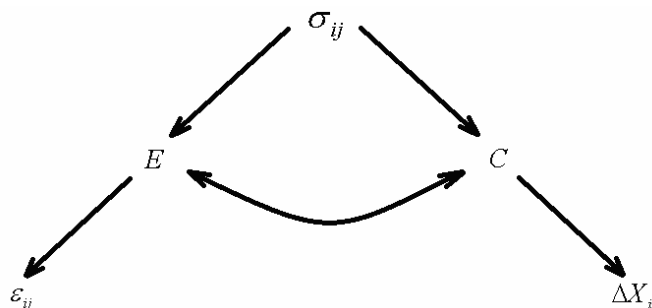


Рис. 5.5. Кореляційний зв'язок між оптико-механічною сталою C та модулем Юнга I роду E

Для підтвердження цього припущення проаналізовано дані роботи [148], де вивчались константи матеріалу на базі епоксидно-діанової смоли ЕД – 20М без та під впливом радіаційного випромінювання. Вплив радіації змінює фізичні характеристики полімерного матеріалу певного хімічного складу. Тому інформативним, на нашу думку, буде аналіз зв'язку між C та E .

Наведено дані цієї роботи у вигляді таблиці 5.2, у якій добавлено стовпчик розрахункових коефіцієнтів кореляції між змінами C та E , при цьому несуттєві для нашого аналізу дані роботи [148] не наводяться.

У таблиці 5.2 дані по зміні величин C та E наведено у формі співвідношень C/C_0 та E/E_0 , відповідно, де C_0 та E_0 – коефіцієнт оптичної чутливості та модуль Юнга I роду для неопроміненого матеріалу, C , E – ті самі значення при певній дозі опромінення. Коефіцієнт кореляції для трьох варіантів складу полімерного матеріалу на базі епоксидно-діанової смоли при різних дозах опромінювання був, практично, однакової величини, і становив, у середньому, $r_{xy}^{сер} = -6,6449 \cdot 10^{-1}$.

Така величина коефіцієнта кореляції вказує на досить тісний кореляційний зв'язок між змінами величин оптико-механічної константи C та модулем Юнга I роду E .

Таблиця 5.2.

Кореляція між коефіцієнтом оптичної чутливості C та модулем Юнга опромінених матеріалів на базі епоксидної смоли ЕД-20 М

№ п/п	$M_{рад}$	E/E_0	C/C_0	r_{xy}
ЕД – 20М	0	1	1	$-6,6578 \cdot 10^{-1}$
	5	1,45	0,72	
	10	1,63	0,58	
ЕД – 20М УП · 0623 5 В.Ч.	0	1	1	$-6,6446 \cdot 10^{-1}$
	5	1,14	0,90	
	10	1,19	0,85	
ЕД – 20М УП · 0623 10 В.Ч.	0	1	1	$-6,6323 \cdot 10^{-1}$
	5	1,09	0,93	
	10	1,10	0,93	

Виходячи з фізико-механічного критерію ТДП, підвищення міцності полімерів можливе двома шляхами: зниженням величини оптико-механічної константи C або підвищенням $|\Delta\chi|_*$ (граничної величини зміни компоненти ТДП), тобто збільшенням

величини співвідношення $|\Delta \chi_i|_*/C$. У критерії ТДП цей параметр позначено σ_{*i} – (5.6), (5.7). Причому, оскільки оптико-механічна константа C , внаслідок тісного кореляційного зв'язку з модулем пружності I роду E , повинна більше реагувати на структурні зміни матеріалу (наприклад, процес переходу епоксидної смоли у високоеластичний стан, армування полімера волокнами – створення композитів, зміни у структурі під впливом опромінювання), то $|\Delta \chi_i|_*$ може залежати і від інших факторів. Так, наприклад, при переході матеріалу на базі епоксидної смоли зі скловидного у високоеластичний стан коефіцієнт оптичної чутливості зростає, у середньому, в 40 разів, міцність при цьому знижується у $30 \div 40$ разів, тобто $|\Delta \chi_i|_*$ при цьому змінюється незначно. У той же час зміна температури полімера у незначному діапазоні (10К- 20 К) може досить суттєво змінювати міцність, при практично, незміненому C . Отже, у цьому випадку більший внесок у зміну міцності вносить зміна $|\Delta \chi_i|_*$

Таким чином, все вищенаведене дозволяє стверджувати, що оптико-механічні константи полімера які є одними з базових фізико-механічних характеристик, у значній степені визначають його граничний стан.

5.3. Критеріальне обґрунтування граничного стану в околі тріщини, на базі фізико-механічної теорії ТДП

Для реалізації критерію ТДП для різних (за величиною і знаком) комбінацій головних напружень σ_i ($i= 1,2,3$) необхідно застосування спеціальних пристроїв, які б дозволяли реалізувати відповідні комбінації компонент напруженого стану при руйнуванні зразків з полімерів. Це досить складно вирішити з технічної точки зору. З іншого боку відомо, що у малій області біля вершини тріщини у пластині реалізується складний напружений стан, компоненти якого записуються у вигляді відомої асимптотики Ірвіна-Вестергаарда.

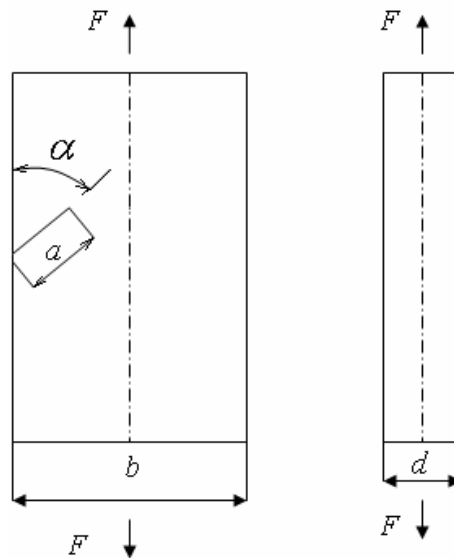


Рис.5.6. Напружений стан біля вершини тріщини в зоні дії пружної асимптотики Ірвіна-Вестергаарда

$$\sqrt{2\pi r} \sigma_r = \cos \frac{\Theta}{2} \left[K_I \left(1 + \sin \frac{\Theta}{2} \right) - K_{II} \sin \frac{\Theta}{2} + K_{III} \operatorname{tg} \frac{\Theta}{2} \right] \quad (5.31)$$

$$\sqrt{2\pi r} \sigma_\Theta = \cos \frac{\Theta}{2} \left[K_I \left(1 + \cos^2 \frac{\Theta}{2} \right) - \frac{3}{2} K_{II} \sin \Theta \right] \quad (5.32)$$

$$\sqrt{2\pi r} \tau_{r,\Theta} = \frac{1}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \left[K_{II} (3 \cos \Theta - 1) - K_I \sin \Theta \right] \quad (5.33)$$

Рівняння (5.31) – (5.33) описують плоский напружений стан біля вершини тріщини. Стан плоскої деформації біля вершини описують ті самі рівняння, до яких додається рівняння (5.34) для компоненти σ_z (вісь z направлена по товщині пластини):

$$\sigma_z = \nu(\sigma_\Theta + \sigma_r) \quad (5.34)$$

У рівняння (5.31) – (5.33) параметрами входять величини КІН K_I та K_{II} . Ці величини можна визначити у випадку конкретної пластини з тріщиною аналітичним або експериментальним шляхом. Наприклад, у випадку крайових тріщин у пластинах кінцевої ширини (рис.5.6) величини КІН визначають за формулами:

$$\sigma = F/bd \quad (5.35)$$

$$K_I^T = 1,12 \sigma \beta_1 \sqrt{\pi a} \sin \alpha \quad (5.36)$$

$$K_{II}^T = 1,12\sigma\beta_2\sqrt{\pi a} \sin \alpha \cos \alpha \quad (5.37)$$

де коефіцієнти β_1 та β_2 враховують кінцеву ширину пластинки [225].

Таким чином, змінюючи величину кута α орієнтації крайової тріщини, ми міняємо співвідношення величин КІН K_I та K_{II} , і, тим самим, величини співвідношення σ_r / σ_Θ при руйнуванні полімерів.

Запишемо критерій ТДП, використовуючи (5.7), (5.10):

$$\sigma_{*1}^0 = \frac{C_1}{C_2} \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (5.38)$$

Перепишемо рівняння (5.38) з урахуванням особливості у розподілі Ірвіна-Вестергаарда наступним чином:

$$\sqrt{2\pi r} \sigma_*^0 = \sqrt{2\pi r} \left[\frac{C_1}{C_2} \sigma_\Theta + \sigma_r \right] \quad (5.39)$$

(для випадку, коли руйнування зразка пройшло в умовах плоского напруженого стану);

$$\sqrt{2\pi r} \sigma_*^0 = \sqrt{2\pi r} \left[\frac{C_1}{C_2} \sigma_\Theta + \sigma_r + \nu(\sigma_\Theta + \sigma_r) \right] \quad (5.40)$$

(для випадку, коли руйнування зразка пройшло в умовах плоскої деформації).

Проведемо деякі перетворення з рівняннями (5.39), (5.40), враховуючи (5.31), (5.32):

$$\begin{aligned} \sigma_*^0 &= \frac{\cos \frac{\Theta}{2}}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \frac{C_1}{C_2} \left[K_I \left(1 + \sin^2 \frac{\Theta}{2} \right) - \frac{3}{2} K_{II} \sin \Theta + 2K_{II} \operatorname{tg} \frac{\Theta}{2} \right] + K_I \cos^2 \frac{\Theta}{2} + \frac{3}{2} K_{II} \sin \Theta \right\} = \\ &= \frac{\cos \frac{\Theta}{2}}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ K_I \left[\cos^2 \frac{\Theta}{2} + \left(1 + \sin^2 \frac{\Theta}{2} \right) \frac{C_1}{C_2} \right] + K_{II} \left[\frac{3}{2} \sin \Theta - \left(\frac{3}{2} \sin \Theta + 2 \operatorname{tg} \frac{\Theta}{2} \right) \frac{C_1}{C_2} \right] \right\} = \\ &= \frac{K_I \cos \frac{\Theta}{2}}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \cos^2 \frac{\Theta}{2} + \left(1 + \sin^2 \frac{\Theta}{2} \right) \frac{C_1}{C_2} + \frac{K_{II}}{K_I} \left[\frac{3}{2} \sin \Theta - \left(\frac{3}{2} \sin \Theta + 2 \operatorname{tg} \frac{\Theta}{2} \right) \frac{C_1}{C_2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.41)$$

Підставимо у вираз (5.41) значення кута $\theta = 90 - \alpha$. За даними роботи [228], це буде очікуваний кут руйнування. Одержимо:

$$\sigma_*^o = \frac{K_I \cos\left(45 - \frac{\alpha}{2}\right)}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \cos^2\left(45 - \frac{\alpha}{2}\right) + \left[1 + \sin^2\left(45 - \frac{\alpha}{2}\right)\right] \frac{C_1}{C_2} + \right. \\ \left. + \frac{K_{II}}{K_I} \left[\frac{3}{2} \sin(90 - \alpha) - \left[\frac{3}{2} \sin(90 - \alpha) + 2 \operatorname{tg}\left(45 - \frac{\alpha}{2}\right) \right] \frac{C_1}{C_2} \right] \right\} = \quad (5.42)$$

$$= \frac{K_I \cos\left(45 - \frac{\alpha}{2}\right)}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \cos^2\left(45 - \frac{\alpha}{2}\right) + \left[1 + \sin^2\left(45 - \frac{\alpha}{2}\right)\right] \frac{C_1}{C_2} + \frac{K_{II}}{K_I} \left[\frac{3}{2} \left(1 - \frac{C_1}{C_2}\right) \cos \alpha + 2 \frac{C_1}{C_2} \operatorname{tg}\left(45 - \frac{\alpha}{2}\right) \right] \right\}$$

Подамо вираз (5.41) у наступному вигляді:

$$\sigma_*^o = \frac{AK_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(B + D \frac{K_{II}}{K_I} \right) \quad (5.43)$$

де введено позначення:

$$A = \cos\left(45 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

$$B = \cos^2\left(45 - \frac{\alpha}{2}\right) + \left[1 + \sin^2\left(45 - \frac{\alpha}{2}\right)\right] \frac{C_1}{C_2} \quad (5.44)$$

$$D = \frac{3}{2} \left(1 - \frac{C_1}{C_2}\right) \cos \alpha + 2 \frac{C_1}{C_2} \operatorname{tg}\left(45 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

Введемо додаткові позначення:

$$A^* = AB$$

$$B^* = AD \quad (5.45)$$

Тоді вираз (5.42) прийме наступний вигляд:

$$\sigma_*^o = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} (A^* K_I + B^* K_{II}) \quad (5.46)$$

Рівняння виду (5.43) та (5.44) з врахуванням позначень (5.44) та (5.45) будуть описувати граничний стан полімера, коли руйнування елемента машини або конструкції проходить в умовах плоского напруженого стану.

Проведемо аналогічні перетворення для випадку, коли руйнування зразка пройшло в умовах плоскої деформації.

$$\begin{aligned}
\sigma_*^0 &= \left[\frac{C_1}{C_2} \sigma_\Theta + \sigma_r + \nu(\sigma_\Theta + \sigma_r) \right] = \left[\left(\frac{C_1}{C_2} + \nu \right) \sigma_\Theta + (1 + \nu) \sigma_r \right] = \\
&= \frac{\cos \frac{\Theta}{2}}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \left(\frac{C_1}{C_2} + \nu \right) \left[K_I \cos^2 \frac{\Theta}{2} + \frac{3}{2} K_{II} \sin \Theta \right] + (1 + \nu) \left[K_I \left(1 + \sin^2 \frac{\Theta}{2} \right) - K_{II} \left(\frac{3}{2} \sin \Theta + 2 \operatorname{tg} \frac{\Theta}{2} \right) \right] \right\} = \\
&= \frac{\cos \frac{\Theta}{2}}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \left(\frac{C_1}{C_2} + \nu \right) K_I \cos^2 \frac{\Theta}{2} + \left(\frac{C_1}{C_2} + \nu \right) \frac{3}{2} K_{II} \sin \Theta + (1 + \nu) K_I \left(1 + \sin^2 \frac{\Theta}{2} \right) - (1 + \nu) K_{II} \left(\frac{3}{2} \sin \Theta + 2 \operatorname{tg} \frac{\Theta}{2} \right) \right\} = \quad (5.47) \\
&= \frac{\cos \frac{\Theta}{2}}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ K_I \left[\left(\frac{C_1}{C_2} + \nu \right) \cos^2 \frac{\Theta}{2} + (1 + \nu) \left(1 + \sin^2 \frac{\Theta}{2} \right) \right] + K_{II} \left[\frac{3}{2} \left(\frac{C_1}{C_2} + \nu \right) \sin \Theta - (1 + \nu) \left(\frac{3}{2} \sin \Theta + 2 \operatorname{tg} \frac{\Theta}{2} \right) \right] \right\} = \\
&= \frac{K_I \cos \frac{\Theta}{2}}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \left(\frac{C_1}{C_2} + \nu \right) \cos^2 \frac{\Theta}{2} + (1 + \nu) \left(1 + \sin^2 \frac{\Theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{K_I} \left[\left(\frac{C_1}{C_2} + \nu \right) \frac{3}{2} \sin \Theta - (1 + \nu) \left(\frac{3}{2} \sin \Theta + 2 \operatorname{tg} \frac{\Theta}{2} \right) \right] \right\}
\end{aligned}$$

Підставимо у вираз (5.47) значення $\theta = 90 - \alpha$ (очікуваний кут руйнування).

Одержимо:

$$\begin{aligned}
\sigma_*^0 &= \frac{K_I \cos \left(45 - \frac{\alpha}{2} \right)}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \left(\frac{C_1}{C_2} + \nu \right) \cos^2 \left(45 - \frac{\alpha}{2} \right) + (1 + \nu) \left(1 + \sin^2 \left(45 - \frac{\alpha}{2} \right) \right) + \frac{K_{II}}{K_I} \left[\left(\frac{C_1}{C_2} + \nu \right) \frac{3}{2} \sin(90 - \alpha) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - (1 + \nu) \left(\frac{3}{2} \sin(90 - \alpha) + 2 \operatorname{tg} \left(45 - \frac{\alpha}{2} \right) \right) \right] \right\} = \quad (5.48) \\
&= \frac{K_I \cos \left(45 - \frac{\alpha}{2} \right)}{\sqrt{2\pi r}} \left\{ \left(\frac{C_1}{C_2} + \nu \right) \cos^2 \left(45 - \frac{\alpha}{2} \right) + (1 + \nu) \left[1 + \sin^2 \left(45 - \frac{\alpha}{2} \right) \right] + \right. \\
&\quad \left. + \frac{K_{II}}{K_I} \left[\left(\frac{C_1}{C_2} + \nu \right) \frac{3}{2} \cos \alpha - (1 + \nu) \left(\frac{3}{2} \cos \alpha + 2 \operatorname{tg} \left(45 - \frac{\alpha}{2} \right) \right) \right] \right\}
\end{aligned}$$

Подамо вираз (5.48) у наступному вигляді:

$$\sigma_*^0 = \frac{A^0 K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(B^0 + D^0 \frac{K_{II}}{K_I} \right) \quad (5.49)$$

де введено позначення:

$$\begin{aligned}
A^0 &= \cos \left(45 - \frac{\alpha}{2} \right) \\
B^0 &= \left(\frac{C_1}{C_2} + \nu \right) \cos^2 \left(45 - \frac{\alpha}{2} \right) + (1 + \nu) \left[1 + \sin^2 \left(45 - \frac{\alpha}{2} \right) \right]
\end{aligned} \quad (5.50)$$

$$D^0 = \frac{3}{2} \left(\frac{C_1}{C_2} + \nu \right) \cos \alpha - (1 + \nu) \left[\frac{3}{2} \cos \alpha + 2 \operatorname{tg} \left(45 - \frac{\alpha}{2} \right) \right]$$

Введемо додаткові позначення:

$$\begin{aligned} A^{0*} &= A^0 B^0 \\ B^{0*} &= A^0 D^0 \end{aligned} \quad (5.51)$$

Тоді вираз (5.48) прийме наступний вигляд:

$$\sigma_*^0 = (A^{0*} K_I + B^{0*} K_{II}) \quad (5.52)$$

Рівняння виду (5.49) та (5.52) з врахуванням позначень (5.50) та (5.51) будуть описувати граничний стан полімера з тріщиною, коли руйнування елемента машини або конструкції проходить в умовах плоскої деформації. Бачимо, що рівняння виду (5.52), яке описує руйнування полімера з тріщиною в умовах плоскої деформації за загальною формулою відповідають рівнянню (5.46), яке описує руйнування в умовах плоского напруженого стану. Різниця заключається в тому, що у рівняння граничного стану в умовах плоскої деформації входить коефіцієнт Пуассона ν .

При наявності додаткового напруженого стану біля берегів тріщини, який характеризується суперпозицією всіх трьох видів деформації, тобто наявністю всіх трьох КІН K_I , K_{II} , K_{III} , рівняння (5.52) прийме наступний вигляд:

$$\sigma_*^0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} [A^{0*} K_I + B^{0*} (K_{II} + K_{III})] \quad (5.53)$$

Тоді, виходячи з фізико-механічного критерію ТДП граничного стану, еквівалентний КІН буде дорівнювати:

$$K_{\text{еєє}} = A^{0*} K_I + B^{0*} (K_{II} + K_{III}) \quad (5.54)$$

5.4 Експериментальні дослідження граничного стану оболонок з епоксидної смоли з тріщинами згідно фізико-механічного критерію ТДП

Для експериментальної реалізації запропонованого підходу було виготовлено дві циліндричні оболонки розмірами:- діаметр $D=120$ мм, висота $H=120$ мм, товщина стінки $h=1,8$ мм. У першій моделі було створено тріщину довжиною 8 мм. У другій

моделі – тріщину довжиною 15 мм. Тріщини були розміщені вздовж формуючих циліндра. Матеріалом зразків була епоксидна смола ЕД-20М. Кожна з оболонок піддавалась комбінації навантажень: крутного моменту, розтягуючого зусилля, внутрішнього тиску. Експериментальна установка для навантаження оболоноквих конструкцій показана на рис. 5.7.

При цьому у термошафі оболонки нагрівались до температури переходу смоли у високоеластичний стан. У момент переходу смоли у високоеластичний стан проходило руйнування моделей. Руйнування проходило шляхом проростання поздовжньої тріщини під кутом θ до початкової площини дефекта. За результатами експеримента визначено величини КІН K_I та K_{II} та кути $\theta_{об1}$ та $\theta_{об2}$.

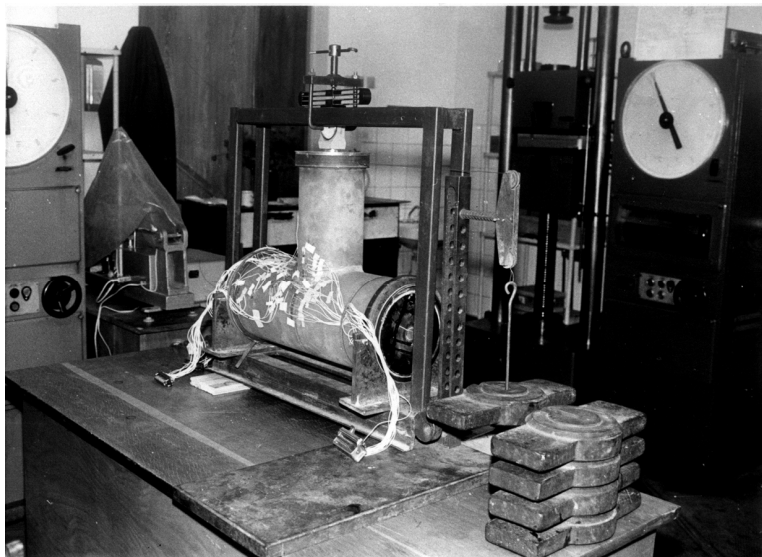


Рис. 5.7. Експериментальна установка для навантаження оболоноквих конструкцій

Основні експериментальні дані наведено у табл. 5.3.

Таблиця 5.3.

Дані руйнування оболонок з епоксидної смоли ЕД-20М з тріщинами, розміщеними вздовж формуючої

№ п/п	$l \cdot 10^{-3}$ м	Θ_1 град.	Θ_2 град.	λ	K_I КПа· м ^{1/2}	K_{II} КПа· м ^{1/2}
1	15	35	41	- 0,45	19,6	- 8,9
2	8	23	30	- 0,28	28,1	- 7,8

Визначаємо величину кута поширення тріщини $\Theta_{i\bar{e}}$ для площини за формулою, наведеною в роботі [228]:

$$\Theta_1 = 2 \arctg \left[2 \left(1 - \sqrt{1 + 8\lambda^2} \right) / 4\lambda \right],$$

$$\lambda = K_{II} / K_I$$

Вважаємо, що руйнування оболонок пройшло в умовах плоского напруженого стану. Критерій ТДП у даному випадку записаний у формі (5.44). Прирівняємо величини еквівалентних КІН для обох моделей оболонок, оскільки в момент руйнування вони дорівнювали критичному значенню КІН. Згідно формули (5.46) для першої оболонки:

$$K_{екв1} = A_1 K_I^{(1)} + B_1 |K_{II}^{(1)}| \quad (5.55)$$

$$K_{екв2} = A_2 K_I^{(2)} + B_2 |K_{II}^{(2)}| \quad (5.56)$$

$$K_{\bar{a}\bar{e}\bar{a}1} = K_{\bar{a}\bar{e}\bar{a}2} = K_{\bar{a}\bar{e}\bar{a}} \quad (5.57)$$

Прирівняємо праві частини рівнянь (5.55) та (5.56), враховуючи (5.57).

Одержимо:

$$A_1 K_I^{(1)} + B_1 |K_{II}^{(1)}| = A_2 K_I^{(2)} + B_2 |K_{II}^{(2)}| \quad (5.58)$$

Оскільки запис у формі (5.46) носить загальний характер, позначимо:

$$A_1 = A_2 = A, B_1 = B_2 = B \quad (5.59)$$

З врахуванням (5.58) рівняння (5.57) прийме вигляд:

$$AK_I^{(1)} + B|K_{II}^{(1)}| = AK_I^{(2)} + B|K_{II}^{(2)}| \quad (5.60)$$

Підставляємо у (5.60) експериментальні значення, наведені у таблиці 5.3.

Одержимо:

$$A \cdot 19,6 + B \cdot 8,9 = A \cdot 28,1 + B \cdot 7,8 \quad (5.61)$$

Розділимо ліву і праву частину рівняння (5.61) на B. Одержимо:

$$\frac{A}{B} \cdot 19,6 + 8,9 = \frac{A}{B} \cdot 28,1 + 7,8 \quad (5.62)$$

Рішаємо (5.62) відносно $\frac{A}{B}$:

$$(28,1 - 19,6) \frac{A}{B} = 8,9 - 7,8$$

$$\frac{A}{B} = \frac{1,1}{8,5} = 0,1$$

$$0,13 \cdot K_I + K_{II} = K_{kp} \quad (5.63)$$

де K_* - граничне значення КІН.

Підставимо дані, одержані з експерименту у рівняння (5.63).

Одержимо:

$$0,13 \cdot 19,6 + 8,9 \approx 0,13 \cdot 28,1 + 7,8 = 11,45 \text{ (КПа} \cdot \text{м}^{1/2}\text{)}$$

Бачимо, виходячи з (5.63), що руйнування пройшло, в основному за другим типом (внесок K_{II} у K_* набагато більший, у даному випадку, ніж K_I).

Аналізуючи дані, наведені у таблиці 5.3 можна зробити висновок, що кривизна оболонки зменшує величину кута θ поширення тріщини. Так, для першого експерименту $\theta_{пл} = 41^\circ$, $\theta_{об} = 35^\circ$, $\Delta\theta_{пл} - \theta_{об} = 41^\circ - 35^\circ = 6^\circ$.

Для другої моделі $\theta_{пл} = 30^\circ$, $\theta_{об} = 23^\circ$, $\Delta\theta_{пл} - \theta_{об} = 30^\circ - 23^\circ = 7^\circ$.

Таким чином, кривизна оболонки зменшує кут поширення тріщини ($\theta_{об} < \theta_{пл}$) на (6-7)%.

Співвідношення абсолютних величин оптико-механічних констант C_1/ C_2 характеризує питомий внесок «базового» головного напруження у рівняння граничного стану, згідно фізико-механічного критерію ТДП (5.38).

На рис. 5.8 наведено аналіз переваг та проблемних питань («плюсів» та «мінусів») розробленого фізико-механічного критерію тензора діелектричної проникності.



Рис. 5.8. Переваги і недоліки фізико-механічного критерію тензора діелектричної проникності (ТДП)

Порівняння фізико-механічного критерію ТДП з відомими теоріями
граничного стану

Критерій граничного стану	Обмеження застосування (оптимальний варіант)	Врахування механічних чинників	Врахування фізичних чинників	Можливі оцінки миттєвої міцності	Можливі оцінки довготривалої міцності	Зміна, границі міцності при зміні фізичних чинників	Зміна виразу еквівалентного напруження, при зміні фізичних чинників	Порівняльна надійність критерію	Порівняльна точність критерію	Простота реалізації
ТДП	Діелектрики	+	++	+	++	+	+	+	+	+
Найбільших нормальних напружень	Крихкі матеріали	+	+	+	+	+	-	+	+	++
Найбільших дотичних напружень	Пластичні малозміцнюючі матеріали	+	+	+	+	+	-	+	+	++
Питомої енергії формозміни	Пластичні матеріали	+	+	+	+	+	-	+	+	+
Волкова	Мікроскопічно неоднорідне середовище	++	+	+	+	+	-	+	++	+
Писаренко- Лебедева 1	Достатньо однорідні матеріали	++	+	++	+	+	-	++	++	+
Писаренко- Лебедева 2	Неоднорідні матеріали	++	+	++	+	+	-	++	++	+

Висновки до розділу 5

1. Розроблено фізико-механічний критерій граничного стану діелектриків – критерій ТДП.
2. Критерій ТДП – це критерій граничного стану, у якому комплексно враховано вплив зміни фізичних факторів (температури, вологості, радіації) на механічний стан об'єкта. При цьому змінюється не лише границя міцності (як у класичних механічних критеріях), а і вираз для еквівалентного напруження.
3. У вираз для еквівалентного напруження входить величина співвідношення оптико-механічних констант C_1/C_2 , яка не є сталою величиною, і інтегрально враховує комплекс фізичних чинників (для нормальних умов відповідні співвідношення дорівнюють: для епоксидної смоли $C_1/C_2=1,78$, для органічного скла $C_1/C_2=1,43$, для неорганічного силікатного скла $C_1/C_2=1,07$).
4. За допомогою критерію ТДП можна пояснити довготривалу міцність полімерів. Так граничні значення довготривалої міцності полімерів, при температурі $T=293K$ і часу навантаження $t=60xв$, у 5 разів менше границі міцності при короткочасному прикладанні навантаження. При цьому деформаційна складова ТДП складає 80%, напружена – 20%.
5. Показано існування тісного кореляційного зв'язку ($r = -0,664$) між змінами величин оптико-механічної константи C та модуля Юнга I роду E при опроміненні епоксидної смоли. Такий зв'язок пояснюється за допомогою теорії ТДП.
6. Фізико-механічний критерій ТДП експериментально реалізовано при руйнуванні пластинок з органічного скла СО з крайовими тріщинами та оболонки з епоксидної смоли ЕД-20М з тріщинами, розміщеними вздовж формоутворюючих.

РОЗДІЛ 6

РОЗВИТОК МЕТОДУ ФОТОПРУЖНОСТІ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ВЕЛИЧИН КІН В ЕЛЕМЕНТАХ МАШИН ТА КОНСТРУКЦІЙ

6.1. Метод визначення КІН K_I та K_{II} для неоднорідного основного напруженого стану

Перед нами стояло завдання розвинути поляризаційно-оптичний метод для рішення задач механіки руйнування (визначення величин КІН) для малих величин оптичної анізотропії (коли оптична різниця ходу не перевищує однієї довжини хвилі λ зондуючого випромінювання) у випадку неоднорідного основного напруженого стану. Експериментальну реалізацію модифікації поляризаційно-оптичного методу проведено разом із співробітниками кафедри технічної механіки Тернопільського приладобудівного інституту (пізніше перейменованого у Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя) доцентом Мильніковим О.В. і кандидатом фізико-математичних наук Твердоступом Р.Б., яким автор висловлює щире подяку [208, 211, 235, 287], у ході виконання госпдоговірних робіт «Исследования коэффициентов интенсивностей напряжения (КИН) в образцах электровакуумных стекол», № г/р 01870097984, 1988 та «Определение кинетики длительной прочности электровакуумного стекла», № г/р 0189007786, 1990. Автор був відповідальним виконавцем цих робіт та розробником аналітичного апарату модифікованого методу фотопружності.

У роботі [97] одержано формули для визначення величин КІН у тонкостінних елементах конструкцій для випадку однорідного основного напруженого стану. При неоднорідному основному напруженому стані визначати вказані параметри дещо складніше. У цьому випадку пропонується проводити виміри напруженого стану в двох різних точках 1 та 2, що знаходяться в області дії пружної асимптотики Ірвіна-Вестергаарда [211].

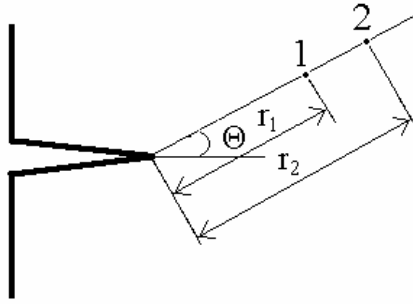


Рис. 6.1. Вимірювання параметрів оптичної анізотропії в т.1,2 у зоні дії пружної асимптотики Ірвіна-Вестергаарда

Відомо, що напружений стан тіла з тріщиною можна записати у вигляді суми:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \sigma_{ij}, \quad (6.1)$$

де σ'_{ij} – компоненти загального напруженого стану;

σ_{ij}^0 – компоненти основного напруженого стану;

σ_{ij} – компоненти додаткового напруженого стану.

Звідки

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - \sigma_{ij}^0. \quad (6.2)$$

Для першого та другого типів деформації берегів тріщини, компоненти додаткового напруженого стану описуються, відповідно, приведеними нижче системами рівнянь:

I тип деформації берегів тріщини (нормальний відрив)

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) \\ \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) \\ \tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} \end{cases} \quad (6.3)$$

II тип деформації берегів тріщини (поперечний зсув)

$$\begin{cases} \sigma_x = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\Theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} \right) \\ \sigma_y = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} \\ \tau_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) \end{cases} \quad (6.4)$$

де σ_x , σ_y , τ_{xy} – компоненти додаткового напруженого стану в околі вершини тріщини;

Θ – кут наближення до вершини тріщини;

r – радіус-вектор точки вимірювання.

Для компонент додаткового напруженого стану в т.1 при сумісній дії деформації нормального відриву та поперечного зсуву можна записати, використовуючи принцип суперпозиції, наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} \sigma_{x(1)} = \sigma'_{x(1)} - \sigma^0_{x(1)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_1}} \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r_1}} \sin \frac{\Theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} \right) \\ \sigma_{y(1)} = \sigma'_{y(1)} - \sigma^0_{y(1)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_1}} \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r_1}} \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} \\ \tau_{xy(1)} = \tau'_{xy(1)} - \tau^0_{xy(1)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r_1}} \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r_1}} \cos \frac{\Theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) \end{cases} \quad (6.5)$$

Аналогічно можна записати вирази для компонент додаткового напруженого стану в т.2. Для різниць нормальних та дотичних напружень в точках 1 та 2, одержимо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \left\{ \sigma_{x(1)} - \sigma_{y(1)} \right\} - \left\{ \sigma_{x(2)} - \sigma_{y(2)} \right\} = \left\{ \sigma'_{x(1)} - \sigma'_{y(1)} \right\} - \left\{ \sigma'_{x(2)} - \sigma'_{y(2)} \right\} + \left\{ \sigma^0_{x(2)} - \sigma^0_{x(1)} \right\} + \\ + \left\{ \sigma^0_{y(2)} - \sigma^0_{y(1)} \right\} \approx \frac{2}{2\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{r_1}} - \frac{1}{\sqrt{r_2}} \right) \times \\ \times \left\{ -K_I \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} - K_{II} \sin \frac{\Theta}{2} \left(1 + \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} \right) \right\} \\ \left\{ \tau_{xy(1)} - \tau_{xy(2)} \right\} = \left\{ \tau'_{xy(1)} - \tau'_{xy(2)} \right\} + \left\{ \tau^0_{xy(2)} - \tau^0_{xy(1)} \right\} \approx \\ \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{\sqrt{r_1}} - \frac{1}{\sqrt{r_2}} \right) \left\{ -K_I \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} - K_{II} \sin \frac{\Theta}{2} \left(1 + \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} \right) \right\} \end{cases} \quad (6.6)$$

У формулах системи (6.6) враховано, що градієнт параметрів основного напруженого стану набагато менший градієнта параметрів загального напруженого стану, тому $\sigma_{ij(1)}^0 - \sigma_{ij(2)}^0 \approx 0$, $\tau_{ij(1)}^0 - \tau_{ij(2)}^0 \approx 0$.

Переписуємо систему рівнянь (6.6) у наступному вигляді:

$$\begin{cases} K_I \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} + K_{II} \left(1 + \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} \right) = - \frac{\sqrt{\pi} \{ (\sigma'_{x(1)} - \sigma'_{y(1)}) - (\sigma'_{x(2)} - \sigma'_{y(2)}) \}}{\sqrt{2} \left(\frac{1}{\sqrt{r_2}} - \frac{1}{\sqrt{r_2}} \right) \sin \frac{\Theta}{2}} \\ K_I \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} + K_{II} \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) = - \frac{\sqrt{2\pi} \{ \tau'_{xy(1)} - \tau'_{xy(2)} \}}{\left(\frac{1}{\sqrt{r_1}} - \frac{1}{\sqrt{r_2}} \right) \sin \frac{\Theta}{2}} \end{cases} \quad (6.7)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (6.7), одержуємо наступні вирази для визначення КІН K_I та K_{II} :

$$K_I = \frac{A_1 \{ \sigma'_{x(1)} - \sigma'_{y(1)} \} - \{ \sigma'_{x(2)} - \sigma'_{y(2)} \} + 2B_1 \{ \tau'_{xy(1)} - \tau'_{xy(2)} \}}{\left(\frac{1}{\sqrt{r_1}} - \frac{1}{\sqrt{r_2}} \right)}; \quad (6.8)$$

$$K_{II} = \frac{A_2 \{ \sigma'_{x(1)} - \sigma'_{y(1)} \} - \{ \sigma'_{x(2)} - \sigma'_{y(2)} \} + 2B_2 \{ \tau'_{xy(1)} - \tau'_{xy(2)} \}}{\left(\frac{1}{\sqrt{r_1}} - \frac{1}{\sqrt{r_2}} \right)}; \quad (6.9)$$

де введено позначення:

$$A_1 = \frac{\pi \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \right) \sin \frac{3\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2}}{2C^*} \quad (6.10)$$

$$A_2 = \frac{\pi \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2}}{2C^*} \quad (6.11)$$

$$B_1 = \frac{\pi \left(1 - \cos \frac{\Theta}{2} \right) \cos \frac{3\Theta}{2} \sin \frac{\Theta}{2}}{2C^*} \quad (6.12)$$

$$B_2 = \frac{\pi \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2}}{2C^*} \quad (6.13)$$

$$C^* = \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \left\{ \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \right) - \sin \frac{\Theta}{2} \cos^2 \frac{3\Theta}{2} \left(1 + \cos \frac{\Theta}{2} \right) \right\} \quad (6.14)$$

Основний закон поляризаційно-оптичного методу – закон Вертгейма, пов'язує різницю нормальних напружень з різницею оптичного ходу променів:

$$\frac{\delta}{Cd} = \sigma_1 - \sigma_2$$

де δ – оптична різниця ходу променів;

C – оптико-механічна константа (коефіцієнт оптичної чутливості матеріалу);

d – товщина зразку (довжина ходу променю зондуючого випромінювання у матеріалі);

σ_1, σ_2 – головні нормальні напруження.

У декартовій системі координат закон Вертгейма набуває вигляду наступної системи рівнянь:

$$\begin{cases} \sigma_x - \sigma_y = \frac{\delta}{Cd} \cos 2\varphi; \\ \tau_{xy} = \frac{\delta}{2Cd} \sin 2\varphi \end{cases} \quad (6.15)$$

де σ_x, σ_y – нормальні напруження;

τ_{xy} – дотичне напруження;

φ – кут ізокліни (кут між напрямком квазіголовного напруження σ_1 та віссю x).

Підставляємо відповідні вирази системи (6.15) у формули для визначення K_I (6.8) та K_{II} (6.9). Одержимо систему рівнянь:

$$\begin{cases} K_I = \frac{A_1(\delta_1 \cos 2\varphi_1 - \delta_2 \cos 2\varphi_2) + B_1(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)}{Cd(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})} \\ K_{II} = \frac{A_2(\delta_1 \cos 2\varphi_1 - \delta_2 \cos 2\varphi_2) + B_2(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)}{Cd(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})} \end{cases} \quad (6.16)$$

Вирази системи (6.16) – це формули експериментального визначення K_I та K_{II} поляризаційно-оптичним методом (при зміні кута Θ будуть змінюватись величини A_1, A_2, B_1, B_2).

У випадку однорідного основного напруженого стану, при значному збільшенні r ($1/\sqrt{r_2} \ll 1/\sqrt{r_1}$, $\delta_2 \rightarrow \delta_0$, $\varphi_2 \rightarrow \varphi_0$) система (6.16) прийме наступний вигляд:

$$\begin{cases} K_I = \frac{\sqrt{r_1}}{Cd} \{A_1(\delta_1 \cos 2\varphi_1 - \delta_0 \cos 2\varphi_0) + B_1(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_0 \sin 2\varphi_0)\} \\ K_{II} = \frac{\sqrt{r_1}}{Cd} \{A_2(\delta_1 \cos 2\varphi_1 - \delta_0 \cos 2\varphi_0) + B_2(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_0 \sin 2\varphi_0)\} \end{cases} \quad (6.17)$$

Якщо проводити фотопружні вимірювання при $\theta = \frac{\pi}{2}$, формули системи (6.16) для неоднорідного основного напруженого стану суттєво спростяться. Для цього випадку одержимо систему рівнянь:

$$\begin{cases} K_I = \frac{\sqrt{\pi} [\delta_1 (\sin 2\varphi_1 + \cos 2\varphi_1) + \delta_2 (\sin 2\varphi_2 + \cos 2\varphi_2)]}{Cd(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})} \\ K_{II} = \frac{\sqrt{\pi} [\delta_1 (\sin 2\varphi_1 - \cos 2\varphi_1) + \delta_2 (\sin 2\varphi_2 - \cos 2\varphi_2)]}{Cd(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})} \end{cases} \quad (6.18)$$

Для однорідного основного напруженого стану одержимо у цьому випадку наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} K_I = -\frac{\sqrt{\pi r_1}}{Cd} \{\delta_1 (\sin 2\varphi_1 + \cos 2\varphi_1) - \delta_0 (\sin 2\varphi_0 + \cos 2\varphi_0)\} \\ K_{II} = -\frac{\sqrt{\pi r_1}}{Cd} \{\delta_1 (\sin 2\varphi_1 - \cos 2\varphi_1) - \delta_0 (\sin 2\varphi_0 - \cos 2\varphi_0)\} \end{cases} \quad (6.19)$$

Формули системи (6.19) тотожні відповідним формулам роботи [169]. Таким чином, можна констатувати, що розвинуто поляризаційно-оптичний метод рішення задач механіки руйнування для випадків малих величин оптичної анізотропії (до $1/\lambda$, де λ – довжина хвилі зондуючого випромінювання). Одержано формули для визначення величин КІН у випадку неоднорідного основного напруженого стану.

6.2. Експериментально-розрахунковий метод визначення КІН K_{III}

Часто вважають, що основними, які визначають граничну міцність елемента машини з тріщиною є величини КІН K_I , K_{II} (причому, вплив КІН K_I прийнято

вважати основним [46, 49, 76, 144]). Але в багатьох випадках не можна нехтувати впливом КІН K_{III} (поздовжнього зсуву) на комплексну картину напруженого стану поблизу границі тріщини. Принципова можливість визначення K_{III} на зрізах при косому просвічуванні показана в роботі [228]. Тріщина перебувала під дією лише деформації поздовжнього зсуву, отже в експерименті мав місце тільки КІН K_{III} .

Перед нами стояло завдання розробити експериментально-розрахунковий метод визначення КІН K_{III} для довільного випадку НДС поблизу берегів тріщини (при наявності всіх трьох КІН: K_I , K_{II} , K_{III}) для неоднорідного основного напруженого стану.

Розглянемо елементарний об'єм на відстані r від вершини тріщини і кутом наближення до вершини Θ . Напрямок променів зондуючого випромінювання перпендикулярний до осі y та утворює кут α з віссю x (рис. 6.2). При цьому утворюється нова декартова система координат, яку позначимо $x_\alpha y_\alpha z_\alpha$ (вісь y_α співпадає з віссю y). У цій системі координат діють компоненти напруженого стану $\sigma_z^\alpha, \sigma_y^\alpha, \tau_{xy}^\alpha$.

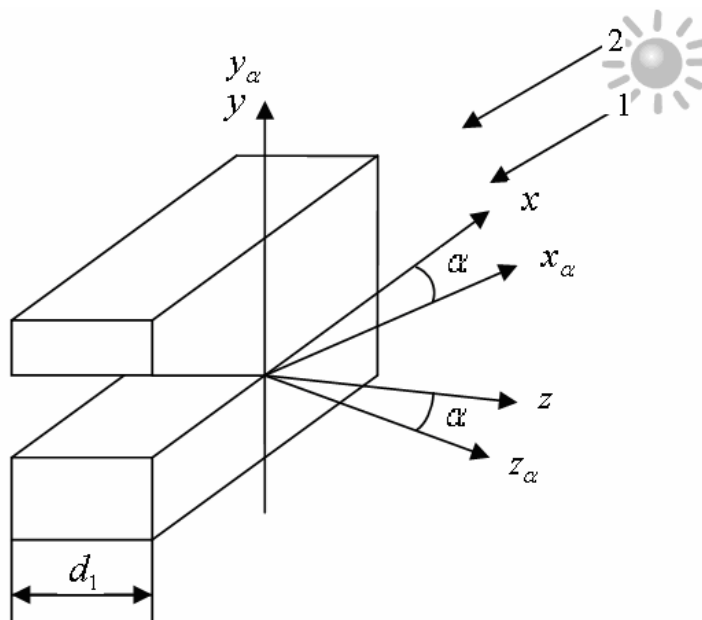


Рис.6.2.Схема визначення КІН K_{III} при косому просвічуванні

При цьому через $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}$ ці компоненти можна записати наступним чином:

$$\sigma_x^\alpha = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_z \sin^2 \alpha + \tau_{xz} \sin 2\alpha \quad (6.20)$$

$$\sigma_y^\alpha = \sigma_y \quad (6.21)$$

$$\tau_{xy}^\alpha = \frac{(\sigma_x - \sigma_z) \sin 2\alpha}{2} - \tau_{xz} \cos 2\alpha \quad (6.22)$$

Перетворимо рівняння (6.20), (6.21), (6.22)

$$\sigma_x^\alpha - \sigma_y^\alpha = \sigma_x \cos^2 \alpha - \sigma_y + \sigma_z \sin^2 \alpha + \tau_{xz} \sin 2\alpha \quad (6.23)$$

$$\tau_{xy}^\alpha = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\alpha - \frac{\sigma_z}{2} \sin 2\alpha - \tau_{xz} \cos 2\alpha \quad (6.24)$$

Використовуючи основні формули поляризаційно-оптичного методу (закон Вертгейма) при вимірюванні оптичних величин у точках 1 та 2, одержимо для визначення K_{III} наступний вираз:

$$K_{III} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)}{Cd_1(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2}) \cos 2\alpha \sin\left(\frac{\Theta}{2}\right)} - \frac{1}{2} \left\{ K_I \operatorname{ctg} \frac{\Theta}{2} \left(1 - 2\nu - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) - K_{II} \left(2 - 2\nu + \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} \right) \right\} \operatorname{tg} 2\alpha \quad (6.25)$$

Цей підхід доцільно застосовувати для випадків, коли величини КІН K_I та K_{II} дуже малі або відсутні (у визначення КІН K_{III} плюуються похибки визначення K_I та K_{II}). Крім того, визначення величини КІН K_{III} за формулою (6.25) потребує точного визначення дев'яти параметрів: величин КІН K_I та K_{II} , різниці оптичного ходу променів δ_1 та δ_2 , кута нахилу α , радіус-векторів точок вимірювання r_1 та r_2 , кутів ізоклін φ_1 та φ_2 .

Як частковий випадок цього рішення розглянемо варіант дослідження на субзрізах (рис.6.3) при якому кут $\alpha = 0$ (це один з основних методів дослідження КІН для поверхневих тріщин у «заморожених» пластинах та оболонках).

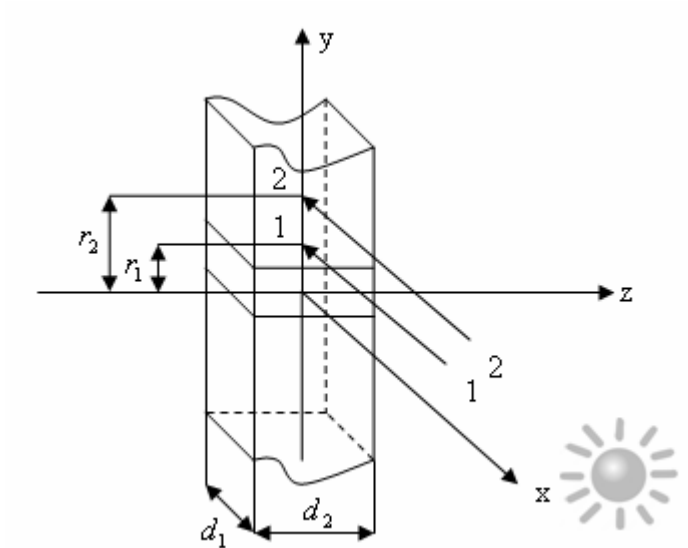


Рис. 6.3. Субзріз для визначення величин КІН K_{III}

Тоді для визначення K_{III} одержимо вираз:

$$K_{III} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)}{Cd_1(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})\sin\left(\frac{\Theta}{2}\right)} \quad (6.26)$$

При $\theta = \frac{\pi}{2}$, формула (6.26) прийме вигляд:

$$K_{III} = \frac{\sqrt{\pi}}{Cd_1} \frac{(\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_2 \sin 2\varphi_2)}{(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})} \quad (6.27)$$

Для випадку однорідного основного напруженого стану та при збільшенні r ($r_2 \gg r_1$), одержимо:

$$K_{III} = \frac{\sqrt{\pi r_1}}{Cd_1} (\delta_1 \sin 2\varphi_1 - \delta_0 \sin 2\varphi_0) \quad (6.28)$$

У формулі (6.28) δ_0 та φ_0 - оптична різниця ходу та кут ізокліни для однорідного основного напруженого стану. Формула (6.28) тотожна відповідній формулі роботи [97]. Досить цікаво розглянути варіант визначення K_{III} без

додаткового вимірювання різниці оптичного ходу променів при відносно великих значеннях K_I та K_{II} . З цією метою розділимо почленно рівняння (6.24) та (6.23) і використаємо співвідношення:

$$\frac{2\tau_{xy}^\alpha}{\sigma_x^\alpha - \sigma_y^\alpha} = \operatorname{tg} 2\varphi \quad (6.29)$$

Тоді для K_{III} одержуємо вираз:

$$K_{III} = \left[\begin{array}{l} K_I \operatorname{ctg} \frac{\Theta}{2} \left\{ \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) \times (\cos^2 \alpha \operatorname{tg} 2\varphi - \sin 2\alpha) - \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} \right) + \right\} - \\ \left\{ + 2\nu (\sin 2\alpha + \sin^2 \alpha \operatorname{tg} 2\varphi) \right\} \\ - K_{II} \left\{ \left(2 + \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} \right) (\cos^2 \alpha \operatorname{tg} 2\alpha - \sin 2\alpha) + \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2} - \right\} \\ \left\{ - 2\nu (\sin 2\alpha + \sin^2 \alpha \operatorname{tg} 2\varphi) \right\} \end{array} \right] / \quad (6.30)$$

$$/ \cos 2\alpha (2 - \operatorname{tg} 2\varphi)$$

При $\theta = \frac{\pi}{2}$, для K_{III} одержимо:

$$K_{III} = \left[\begin{array}{l} K_I \left\{ (\cos^2 \alpha \operatorname{tg} 2\varphi - \sin 2\alpha - 3 + 4\nu (\sin 2\alpha + \sin^2 \alpha \operatorname{tg} 2\varphi)) \right\} - \\ - K_{II} \left\{ 3(\cos^2 \alpha \operatorname{tg} 2\varphi - \sin 2\alpha) + 1 - 4\nu (\sin 2\alpha + \sin^2 \alpha \operatorname{tg} 2\varphi) \right\} \end{array} \right] / 2 \cos 2\alpha (2 - \operatorname{tg} \varphi) \quad (6.31)$$

Формула (6.31) дозволяє визначати КІН K_{III} методом косоного просвічування для натурних об'єктів (неорганічне та органічне скло, епоксидна смола у скловидному стані). При використанні методу «заморожування» коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,5$. Враховуючи це, перетворимо формулу (6.31) до вигляду:

$$K_{III} = \left[K_I \left\{ \operatorname{tg} 2\varphi (1 + \sin^2 \alpha) - 3 + \sin 2\alpha \right\} - K_{II} \left\{ \operatorname{tg} 2\varphi (3 \cos^2 \alpha - 2 \sin^2 \alpha) + 1 - \sin 2\alpha \right\} \right] / \quad (6.32)$$

$$/ 2 \cos 2\alpha (2 - \operatorname{tg} \varphi)$$

Формула (6.32) дозволяє визначати КІН K_{III} методом косоного просвічування для епоксидних смол у високоеластичному стані та прозорих еластомерів при відносно невеликих деформаціях. У випадку проведення досліджень на субзрізах «заморожених» моделей, просвічування ведуть під кутом $\alpha = \frac{\pi}{2}$. Тоді для визначення K_{III} одержуємо вираз:

$$K_{III} = \frac{[K_I(\operatorname{tg}2\varphi - 3) - K_{II}(3\operatorname{tg}2\varphi + 1)]}{4(2 - \operatorname{tg}2\varphi)} \quad (6.33)$$

Підкреслимо, що точність визначення КІН K_{III} за формулою (6.33) у випадку, коли значення КІН K_I та K_{II} набувають відносно великих значень, вища, ніж за формулою (6.25), так як містить тільки три величини: K_I , K_{II} та кут ізокліни φ , а не дев'ять параметрів, як у формулі (6.25).

Таким чином, розроблено метод визначення КІН K_{III} за даними фотопружних вимірювань при неоднорідному основному напруженому стані. Даний метод має застосування і у випадку наявності поблизу берегів тріщини всіх трьох КІН: K_I , K_{II} , K_{III} (деформацій нормального відриву, поперечного та поздовжнього зсуву).

Підкреслимо, що у формули (6.18), (6.25), (6.27) визначення КІН K_I , K_{II} , K_{III} входить радіус-вектор точки вимірювання r . Це пов'язано з тим, що вимірювання ведуть у “інтервалі достовірних значень” дії пружної асимптотики Ірвіна-Вестергаарда, при цьому, меншим значення радіус-вектора r відповідають більші значення величин оптичної анізотропії δ . Тому, наявність у формулах (6.18), (6.25), (6.27) радіус-вектора r дозволяє одержати близькі між собою значення КІН для різних величин r . При цьому “інтервал достовірних значень” визначається величиною співвідношення r/l , де r – радіус-вектор точки вимірювання, l – довжина тріщини. Так, для тріщин у склопластинках, $0.4 \leq r/l \leq 0.8$.

6.3 Метод визначення величин КІН для випадків великих різниць оптичного ходу променів

Розглянемо випадок, коли оптична картина біля вершини тріщини, при моделюванні задач механіки руйнування методом фотопружності, характеризується високоградієнтною картиною, при якій важко визначити нульову смугу, і, як наслідок, порядок смуг у точках виміру (у зоні дії пружної асимптотики Ірвіна-Вестергаарда). У цьому випадку безпосередньо застосовувати метод смуг досить складно, оскільки існують труднощі у визначенні порядку смуги. Застосування класичних компенсаційних методів (Бабіне-Солейля, Краснова та, найбільш

поширеного, Сенармона) теж ускладнене. Різниця ходу променів визначається за формулою:

$$\delta = n\lambda \quad (6.34)$$

де λ – довжина хвилі зондуючого випромінювання;

n – порядок ізохром (лінії однакової різниці ходу променів, кратної довжині хвилі λ)

Запишемо для n наступний вираз:

$$n = n' + \psi/180 \quad (6.35)$$

де n' – цілий порядок ізохром;

ψ – кут повороту аналізатора, який визначає дробову частину.

Для великих різниць оптичного ходу ($\delta > 8\lambda$), та при складнощах у визначенні порядку ізохром, метод Сенармона може давати досить великі похибки [6].

При визначенні КІН для випадку великих різниць оптичного ходу променів δ , доцільно застосовувати підходи, запропоновані у роботі [15]. На рис 6.4 показано картини ізохроматичних смуг у стиснутому диску для двох різних довжин хвиль.

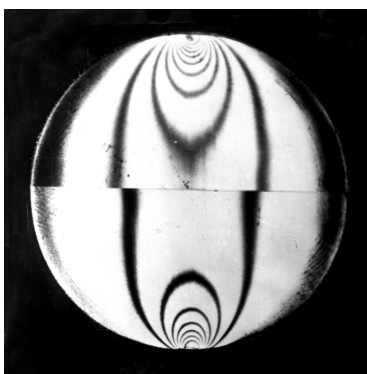


Рис 6.4. Картини ізохроматичних смуг у стиснутому диску з епоксидної смоли ЕД-20М для двох різних довжин хвиль (суміщення півкартин)

Беремо базові формули системи (6.17) для визначення величин K_I та K_{II} . Вимірювання проводимо, як і запропоновано вище, у т.1 та т.2. Застосовуємо

монохроматор з можливістю змінювати довжину хвилі зондуючого випромінювання. Нехай через точку 1 проходять хвилі з довжинами λ_1 та λ_2 , яким відповідають порядки смуг n_1 та n_2 , відповідно. Якщо $\lambda_1 > \lambda_2$, $n_1 < n_2$. Нехай $n_2 = n_1 + k_1$. Тоді, для т.1 можемо записати:

$$\delta_1 = n_1 \lambda_1 \quad (6.36)$$

$$\delta_1 = n_2 \lambda_2 = (n_1 + k_1) \lambda_2 \quad (6.37)$$

Звідки

$$\delta_1 = \frac{k_1 \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad (6.38)$$

Для т.2, при аналогічних підходах, одержимо:

$$\delta_2 = \frac{k_2 \lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \quad (6.39)$$

Хоча, у загальному, оптичну різницю ходу можна визначати, використовуючи, в принципі, інші довжини хвиль λ_3 та λ_4 .

Запишемо відповідний вираз для т.2:

$$\delta_2 = \frac{k_2^* \lambda_3 \lambda_4}{\lambda_3 - \lambda_4} \quad (6.40)$$

Для випадку, коли ми для визначення δ_1 та δ_2 використовували дві довжини хвилі λ_1 та λ_2 , і, відповідно, формули (6.38) та (6.39), вирази для визначення КІН K_I та K_{II} приймуть вигляд:

$$K_I = -\frac{\sqrt{\pi} \lambda_1 \lambda_2 [k_1 (\sin 2\varphi_1 + \cos 2\varphi_1) + k_2 (\sin 2\varphi_2 + \cos 2\varphi_2)]}{Cd(\lambda_1 - \lambda_2)(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})} \quad (6.41)$$

$$K_{II} = -\frac{\sqrt{\pi} \lambda_1 \lambda_2 [k_1 (\sin 2\varphi_1 - \cos 2\varphi_1) + k_2 (\sin 2\varphi_2 - \cos 2\varphi_2)]}{Cd(\lambda_1 - \lambda_2)(1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})} \quad (6.42)$$

Ті ж формули при використанні чотирьох довжини хвиль λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 приймуть наступний вигляд:

$$K_I = -\frac{\sqrt{\pi} \left[\frac{k_1 \lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)} (\sin 2\varphi_1 + \cos 2\varphi_1) + \frac{k_2^* \lambda_3 \lambda_4}{(\lambda_3 - \lambda_4)} (\sin 2\varphi_2 + \cos 2\varphi_2) \right]}{Cd (1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})} \quad (6.43)$$

$$K_{II} = -\frac{\sqrt{\pi} \left[-\frac{k_1 \lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)} (\sin 2\varphi_1 - \cos 2\varphi_1) + \frac{k_2^* \lambda_3 \lambda_4}{(\lambda_3 - \lambda_4)} (\sin 2\varphi_2) \right]}{Cd (1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})} \quad (6.44)$$

Формула (6.27) для визначення КІН K_{III} при використанні двох довжин хвиль λ_1 та λ_2 прийме вигляд:

$$K_{III} = -\frac{\sqrt{\pi} \lambda_1 \lambda_2 (k_1 \sin 2\varphi_1 - k_2 \sin 2\varphi_2)}{Cd_1 (\lambda_1 - \lambda_2) (1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})} \quad (6.45)$$

При використанні чотирьох довжини хвиль $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$, одержимо наступний вираз для визначення КІН K_{III} :

$$K_{III} = -\frac{\sqrt{\pi} \left(\frac{k_1 \lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)} \sin 2\varphi_1 - \frac{k_2^* \lambda_3 \lambda_4}{(\lambda_3 - \lambda_4)} \sin 2\varphi_2 \right)}{Cd_1 (1/\sqrt{r_1} - 1/\sqrt{r_2})} \quad (6.46)$$

Таким чином, для випадків, коли оптична картина поблизу берегів тріщини характеризується великими різницями оптичного ходу ($>8\lambda$), при яких важко визначити нульову смугу та порядок ізохром, раціонально використовувати для визначення величин КІН K_I, K_{II} формули (6.41), (6.42), (6.42), (6.44), а для визначення величини КІН K_{III} – формули (6.45), (6.47), які базуються на вимірюванні оптичної різниці ходу при використанні різних довжин хвиль [17]. Використання чотирьох довжин хвиль замість двох при визначенні КІН дещо ускладнює експеримент, але підвищує його точність (оскільки можна підбирати довжини хвиль $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$, таким чином, щоб максимально зручно визначати величини K_I, K_{II}, K_{III}).

6.4. Оптимізація експериментально-розрахункового методу рішення задач механіки руйнування

При визначенні величин КІН та швидкості зміни КІН для крайових тріщин у склі, не перпендикулярних до краю пластинки, виникає декілька проблем. Так, досить складно виготовити зразки склопластинок з тріщинами, що утворюють певний фіксований кут з напрямком розтягу. Виникає питання й з визначенням оптимального кута, під яким краще вести вимірювання. Проводити їх під кутом $\Theta = \frac{\pi}{2}$, як це робилось для тріщини І типу в даному випадку недоцільно, так як вздовж лінії виміру проходить різка зміна параметрів ізоклін, що значно знижує точність визначення величин КІН.

Перед нами стояло завдання визначити величини КІН за даними фотопружних вимірів для склопластинок з крайовими тріщинами.

Відомо, що для компонент додаткового напруженого стану σ_{ij} біля вершини тріщини можна записати:

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} - \sigma_{ij}^0$$

Компоненти додаткового напруженого стану є функціями радіус-вектора точки виміру r та кута Θ і параметрично описуються КІН:

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_1(\Theta) + \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_2(\Theta) \\ \sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_3(\Theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_4(\Theta) \\ T_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_5(\Theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_6(\Theta) \end{cases} \quad (6.47)$$

У зоні дії пружної асимптотики Ірвіна-Вестергаарда величини КІН K_I та K_{II} мають постійні значення, а отже, постійною буде величина співвідношення $n = K_{II}/K_I$.

Після ряду перетворень, одержимо наступний вираз для визначення n :

$$n = \frac{\psi_1(\Theta)(\delta_1 \cos 2\varphi_1 - \delta_0 \cos 2\varphi_0) + \psi_2(\Theta)(\delta_1 \cos 2\varphi_1 - \delta_0 \cos 2\varphi_0)}{\psi_3(\Theta)(\delta_1 \cos 2\varphi_1 - \delta_0 \cos 2\varphi_0) + \psi_4(\Theta)(\delta_1 \cos 2\varphi_1 - \delta_0 \cos 2\varphi_0)} \quad (6.48)$$

У формулі (6.48) δ_1, φ_1 – виміряні в т.1 оптичні величини, що характеризують параметри загального напруженого стану. Враховуючи, що для скла $\sigma_{ij} \gg \sigma_{ij}^0$, для n одержимо:

$$n = \frac{\cos 2\varphi \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \cos \frac{3\Theta}{2} + \sin 2\varphi \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2}}{\cos 2\varphi \left(1 - \sin \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2}\right) \cos \frac{\Theta}{2} + \sin 2\varphi \left(1 + \cos \frac{\Theta}{2} \sin \frac{3\Theta}{2}\right) \sin \frac{\Theta}{2}} \quad (6.49)$$

З формули (6.49) бачимо, що величина n для певного напрямку вимірювань однозначно визначається параметром ізокліни. Доцільно проводити виміри в точках, де параметр ізокліни постійний і довжина прямолінійної ділянки максимальна, так як у цьому випадку можливе проведення ряду вимірів. Логічно вважати, що ізокліни з максимальною лінійною ділянкою знаходяться в зонах максимальної концентрації напружень. Тому розмір «інтервалу достовірності» (області дії пружної асимптотики) є функцією кута Θ наближення до вершини тріщини. У роботі [228] наведено формулу, що дозволяє визначати кут Θ як функцію n :

$$\operatorname{tg} 2\Theta = \frac{4n}{n^2 - 1} \quad (6.50)$$

Формула (6.49) при $\Theta = \frac{\pi}{2}$ прийме вигляд:

$$n = -\operatorname{tg} \left(2\varphi^* - \frac{\pi}{4} \right) \quad (6.51)$$

де φ^* – кут ізокліни точок, що лежать на лінії $\Theta = \frac{\pi}{2}$.

Враховуючи (6.51), формула (6.50) прийме вигляд:

$$\operatorname{tg} 2\Theta_0 = \frac{4\operatorname{tg} \left(2\varphi^* - \frac{\pi}{4} \right)}{3\operatorname{tg}^2 \left(2\varphi^* - \frac{\pi}{4} \right) - 1} \quad (6.52)$$

Таким чином, знаючи величину φ^* , визначаємо Θ_0 за формулою:

$$\Theta_0 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{4 \operatorname{tg} \left(2\varphi^* - \frac{\pi}{4} \right)}{3 \operatorname{tg}^2 \left(2\varphi^* - \frac{\pi}{4} \right) - 1} \right) \quad (6.53)$$

де Θ_0 - оптимальний кут наближення до вершини тріщини. Відповідний параметр ізокліни φ_0 буде дорівнювати:

$$\varphi_0 = \frac{1}{2} \left[k\pi - \operatorname{arctg} \left(\frac{n \left(1 - \sin \frac{\Theta_0}{2} \sin \frac{3\Theta_0}{2} \right) + \sin \frac{\Theta_0}{2} \cos \frac{3\Theta_0}{2}}{n \left(1 + \cos \frac{\Theta_0}{2} \cos \frac{3\Theta_0}{2} \right) + \cos \frac{\Theta_0}{2} \sin \frac{3\Theta_0}{2}} \operatorname{ctg} \frac{\Theta_0}{2} \right) \right] \quad (6.54)$$

З врахуванням (6.53), формула (6.54) прийме вигляд:

$$\varphi_0 = \frac{1}{2} \left[k\pi - \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} \left(2\varphi^* - \frac{\pi}{4} \right) \left(1 - \sin \frac{\Theta_0}{2} \sin \frac{3\Theta_0}{2} \right) - \sin \frac{\Theta_0}{2} \cos \frac{3\Theta_0}{2}}{\operatorname{tg} \left(2\varphi^* - \frac{\pi}{4} \right) \left(1 + \cos \frac{\Theta_0}{2} \cos \frac{3\Theta_0}{2} \right) - \cos \frac{\Theta_0}{2} \sin \frac{3\Theta_0}{2}} \operatorname{ctg} \frac{\Theta_0}{2} \right) \right] \quad (6.55)$$

Таким чином, формули (6.53) та (6.55) дозволяють оптимізувати застосування експериментально-розрахункового методу визначення величин КІН для довільного розміщення тріщини в силовому полі.

Таким чином, оптимізовано процес визначення величин КІН для склопластинок з крайовими тріщинами. Одержано формули, які дозволяють більш точно визначати величини КІН для довільного розміщення тріщини в силовому полі.

Формули (3.51) і (3.52) дозволяють визначити додатковий порядок смуги К для відомих величин оптичної різниці ходу δ та довжин хвиль зонду чого випромінювання λ_1 і λ_2 :

$$k = \frac{\delta(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1 \cdot \lambda_2}.$$

На рис. 6.5 наведено графіки відповідних залежностей для таких числових значень вказаних величин: $\lambda_1=620$ нм, $\lambda_2=420$ нм, $\delta=2750$ нм; $\lambda_1=580$ нм, $\lambda_2=420$ нм, $\delta=1740$ нм. Залежності мають лінійний характер. Найбільш інформативними та

зручними для експериментальної реалізації є довжини хвиль, при яких додаткові порядки смуг будуть набувати цілих значень. Так, для першого графіка це $\lambda=428$ нм (при цьому $k=2$) та $\lambda=526$ нм (при цьому $k=1$), для другого графіка – $\lambda=440$ нм.

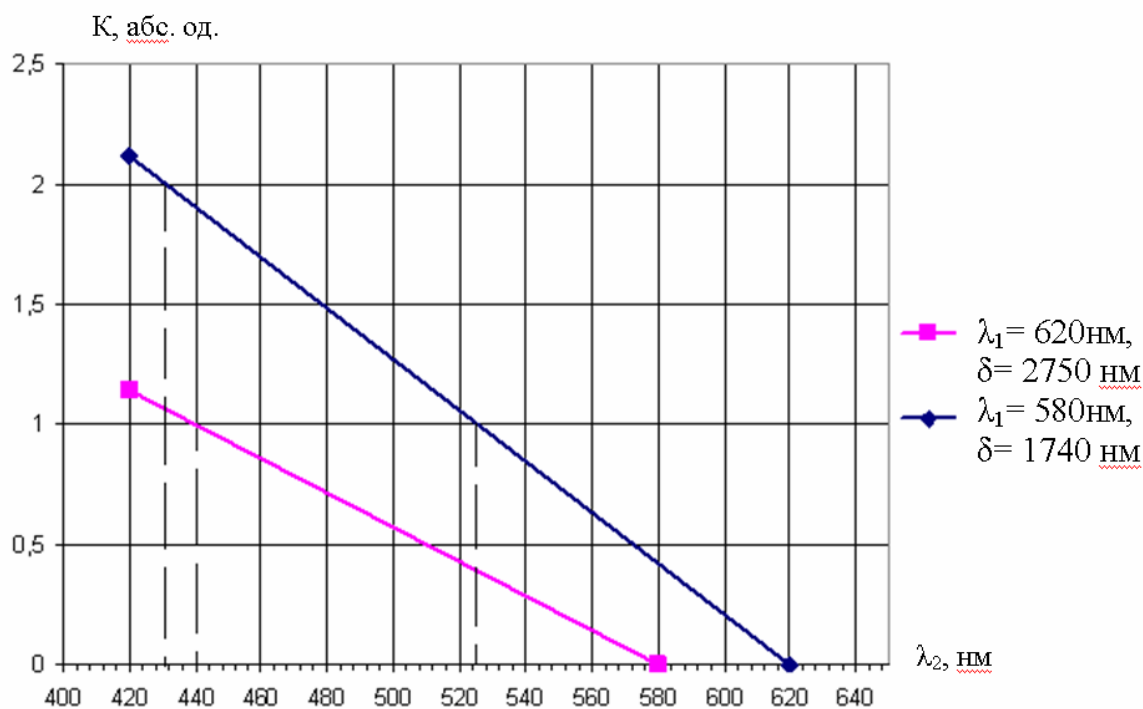


Рис. 6.5. Графік залежності додаткового порядку смуги k від довжини хвилі λ_2

6.5. Порівняння експериментальних та відомих теоретичних рішень

Для перевірки вірності запропонованих розрахунково-експериментальних методів механіки руйнування, які базуються на фотопружних вимірюваннях, проведено ряд тестових експериментів. При цьому одержані експериментально величини КІН порівнювались з відомими теоретичними рішеннями.

Нижче наведено дані тестових експериментів, де визначалися величини КІН для наскрізних тріщин у склопластинках. У пластинках зі скла визначались величини КІН для наскрізної крайової тріщини, яка розміщена під прямим кутом до краю склопластинки та знаходиться під дією розтягу; триточкового згину; а також для випадку, коли тріщина розміщена під гострим кутом до розтягуючих зусиль. Вимірювання параметрів оптичної анізотропії в області вершини тріщин проводилось на поляризаційному агрегатному мікроскопі ПОЛАМ Р-312 згідно запропонованої методики.

1. Пластинка зі скла з наскрізною крайовою тріщиною, яка розміщена під прямим кутом до краю, знаходиться під дією розтягуючого зусилля $F=30$ н. Розміри пластинки:

$$a = 10.0 \text{ мм}; b = 40 \text{ мм}; d = 0,70 \text{ мм}.$$

Відстань між захватами $b_1 = 30$ мм.

Довжина тріщини $l = 2$ мм.

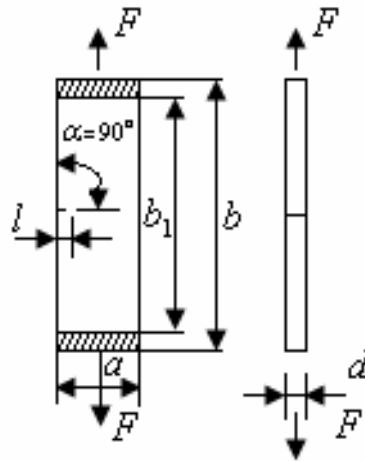


Рис. 6.6. Тестовий експеримент 1 (розтяг склопластинки з крайовою тріщиною, $\alpha = 90^\circ$)

Розрахункове значення КІН K_I^P визначалось за формулою:

$$K_I^P = \sigma \sqrt{\pi l} \xi_1 \quad (6.56)$$

Поправочний коефіцієнт ξ_1 у формулі (6.56) розраховуємо за методикою, наведеною в роботі [229]:

$$\xi_1 = 1,12 - 0,231 \frac{l}{a} + 10,55 \left(\frac{l}{a} \right)^2 - 21,72 \left(\frac{l}{a} \right)^3 + 30,39 \left(\frac{l}{a} \right)^4 \quad (6.57)$$

де a – ширина зразка.

У таблиці 6.1 наведено результати експерименту по визначенню величини КІН K_I шляхом вимірювання оптичної анізотропії у т.1 та 2.

Аналізуючи графіки на рис.6.7, можна зробити висновок про ідеальне співпадіння теоретичних та експериментальних даних при вимірюванні оптичної анізотропії у т. 1, для якої співвідношення r_1/l дорівнює 0,07. При виборі точки 1

поблизу вершини тріщини (в діапазоні $r_1/l = 0,05-0,10$) похибка експерименту склала 1,1%-1,4%, при збільшенні r_1/l до 0,15 – похибка зростає до 9,2%. Точка вимірювання 2 вибиралась в кінці прямолінійної ділянки ізокліни ($r_2/l = 0,25$).

Таблиця 6.1.

Дані тестового експерименту 1

r_1	r_1/l	r_2	r_2/l	K_I^e	K_I^P	ε
$м \cdot 10^{-3}$		$м \cdot 10^{-3}$		$МПа \cdot м^{1/2}$	$МПа \cdot м^{1/2}$	%
0,10	0,05	0,50	0,25	0,431	0,436	1,1
0,20	0,10	0,50	0,25	0,442	0,436	2,4
0,25	0,13	0,50	0,25	0,458	0,436	5,0
0,30	0,15	0,50	0,25	0,480	0,436	9,2

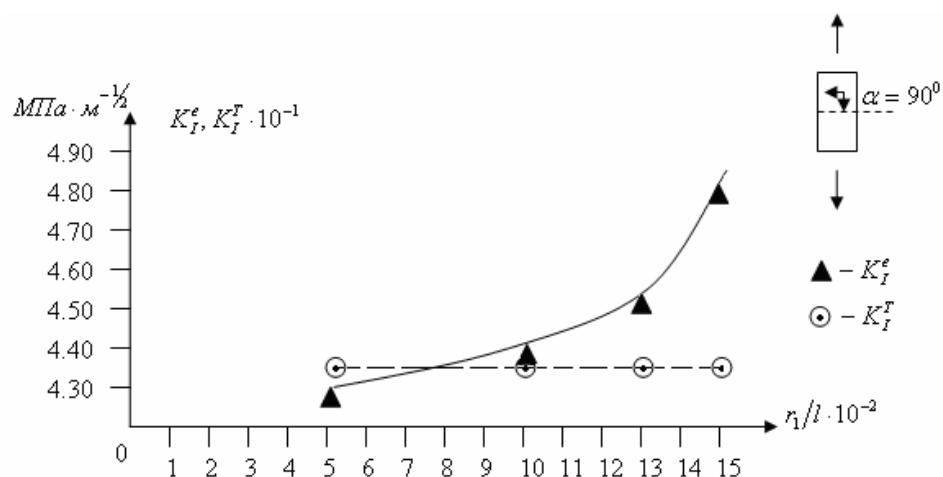


Рис. 6.7. Експериментальні та розрахункові величини КІН K_I для тестового експерименту 1 (розтяг, $\alpha = 90^0$)

2. Пластинка зі скла з наскрізною крайовою тріщиною, яка розміщена під прямим кутом до краю, знаходиться під дією триточкового згину. Зусилля $F=4,5Н$, відстань між опорами $b_1 = 32$ мм, довжина тріщини $l= 2$ мм.

Розміри пластинки:

$a = 10,0$ мм; $b = 38$ мм; $d = 0,78$ мм.

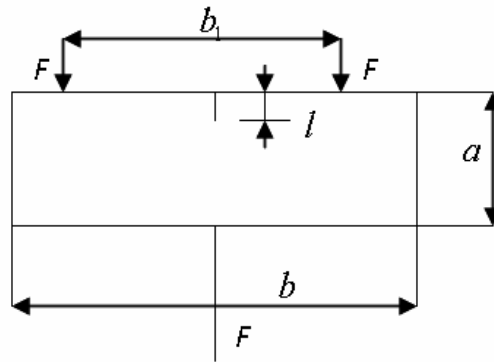


Рис. 6.8. Схема навантаження склопластинки при триточковому згині

Розрахункове значення КІН K_I^P визначалось за формулою:

$$K_I^P = \sigma \sqrt{\pi l} \xi_2 \quad (6.58)$$

Величина поправочного коефіцієнту ξ_2 розраховувалась за методикою за методикою, наведеного в роботі [229]:

$$\xi_2 = 1,09 - 1,735 \frac{l}{a} + 8,2 \left(\frac{l}{a}\right)^2 - 14,18 \left(\frac{l}{a}\right)^3 + 14,57 \left(\frac{l}{a}\right)^4 \quad (6.59)$$

У таблиці 6.2. наведено результати експериментальних та розрахункових даних визначення КІН K_I . Експериментально одержані значення K_I^l визначались за наведеною вище методикою, шляхом вимірювання оптичної анізотропії у т.1 та 2.

Таблиця 6.2.

Дані тестового експерименту 2

r_1	r_1/l	r_2	r_2/l	K_I^e	K_I^P	ε
$m \cdot 10^{-3}$		$m \cdot 10^{-3}$		$МПа \cdot м^{1/2}$	$МПа \cdot м^{1/2}$	%
0,10	0,04	0,45	0,18	0,418	0,425	1,6
0,20	0,07	0,45	0,18	0,436	0,425	2,6
0,25	0,09	0,45	0,18	0,445	0,425	4,7
0,30	0,11	0,45	0,18	0,472	0,425	11,1

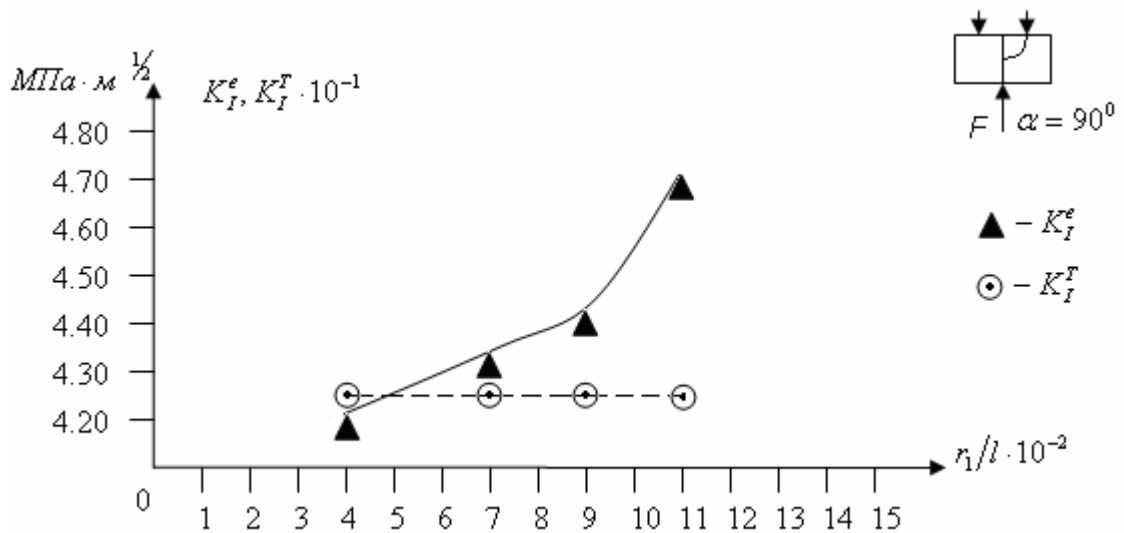


Рис. 6.9. Експериментальні та розрахункові величини КІН K_I для тестового експерименту 2 (треточковий згин)

Аналізуючи графіки на рис.6.9, можна зробити висновок про ідеальне співпадання теоретичних та експериментальних даних при вимірюванні оптичної анізотропії у т.1, для якої співвідношення r_1/l дорівнює 0,055. При виборі т.1 поблизу вершини тріщини (в діапазоні $r_1/l = 0,04-0,07$), похибка експерименту склала 1,6%-2,6%, при збільшенні r_1/l до 0,11- похибка зростає до 11,1%. Точка вимірювання 2 вибиралась в кінці прямолінійності ділянки ізокліни ($r_2/l = 0,18$).

3. Пластинка зі скла з наскрізною крайовою тріщиною, яка розташована під кутом $\alpha = 30^\circ$ до краю пластинки знаходяться під дією розтягуючого зусилля $F=30\text{Н}$.

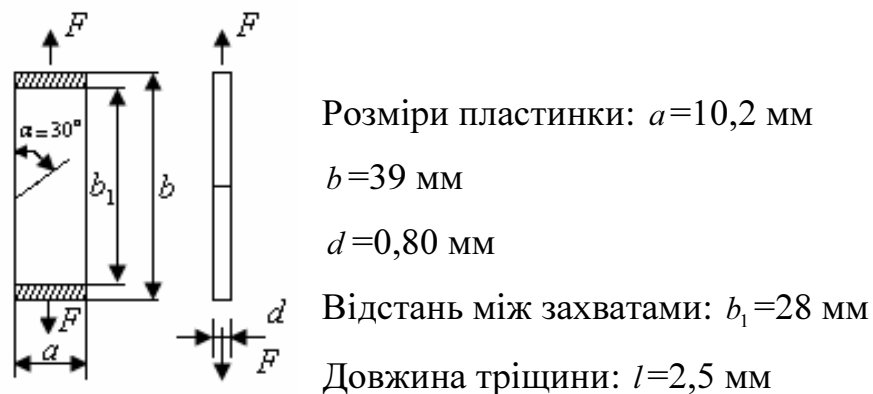


Рис. 6.10. Тестовий експеримент 3 (Розтяг склопластинки з крайовою тріщиною, $\alpha = 30^\circ$)

Розрахункові значення величин КІН K_I та K_{II} визначались за формулою:

$$K_I^P = \sigma \sqrt{\pi l} \xi_1 \quad (6.60)$$

$$K_{II}^P = \sigma \sqrt{\pi l} \xi_2 \quad (6.61)$$

Поправочні коефіцієнти ξ_1 та ξ_2 вибирались за даними літератури [188], і відповідно, дорівнювали:

$$\xi_1 = 1,19; \quad \xi_2 = 0,461$$

Величини K_I^e та K_{II}^e визначали за наведеною вище методикою шляхом вимірювання оптичної анізотропії у т.1 та т.2 – відповідні формули системи (6.17). Результати порівняння експериментально визначених величин K_I^l, K_{II}^l та теоретично розрахованих K_I^P, K_{II}^P для зручності наведено у двох таблицях – 6.3 та 6.4.

Таблиця 6.3

Дані тестового експерименту 3 (визначення КІН K_I)

r_1	r_1/l	r_2	r_2/l	K_I^e	K_I^P	ε
$m \cdot 10^{-3}$		$m \cdot 10^{-3}$		$МПа \cdot м^{1/2}$	$МПа \cdot м^{1/2}$	%
0,10	0,04	0,45	0,18	0,450	0,458	1,7
0,20	0,08	0,45	0,18	0,468	0,458	2,2
0,25	0,10	0,45	0,18	0,476	0,458	3,9
0,30	0,13	0,45	0,18	0,498	0,458	8,7

Таблиця 6.4.

Дані тестового експерименту 3 (визначення КІН K_{II})

r_1	r_1/l	r_2	r_2/l	K_{II}^e	K_{II}^P	ε
$m \cdot 10^{-3}$		$m \cdot 10^{-3}$		$МПа \cdot м^{1/2}$	$МПа \cdot м^{1/2}$	%
0,10	0,04	0,45	0,18	0,166	0,171	2,9
0,20	0,08	0,45	0,18	0,180	0,171	5,3
0,25	0,10	0,45	0,18	0,184	0,171	7,6
0,30	0,13	0,45	0,18	0,188	0,171	9,9

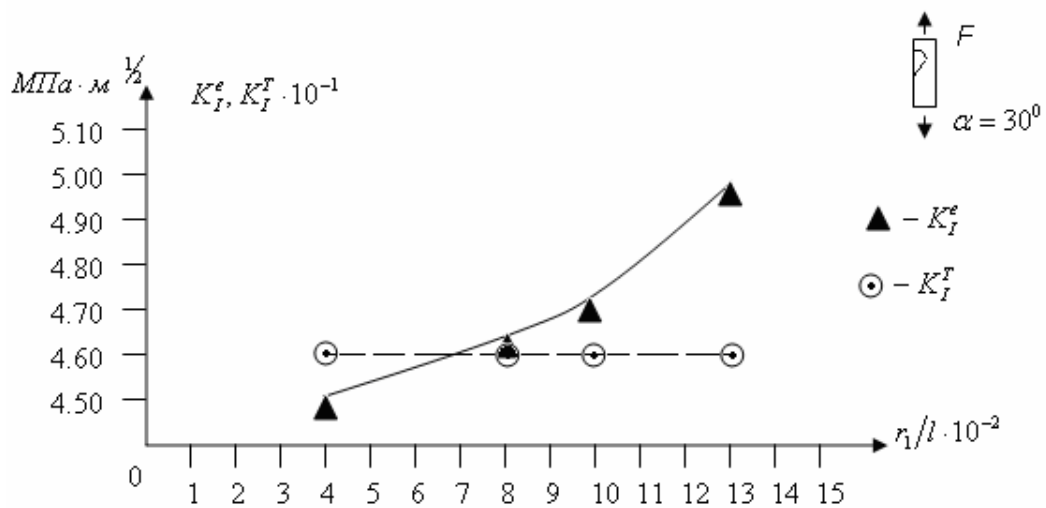


Рис. 6.11. Експериментальні та розрахункові величини КІН K_I для тестового експерименту 3 (розтяг пластинки з крайовою тріщиною, $\alpha = 30^\circ$)

Аналізуючи графіки на рис. 6.11, можна зробити висновок про ідеальне співпадання теоретичних та експериментальних даних визначення КІН K_I при вимірюванні оптичної анізотропії в т.1, для якої $r_1/l=0,06$. При виборі т.1 поблизу вершини тріщини (в діапазоні $r_1/l=0,04-0,08$), похибка експерименту при визначенні КІН K_I склала 1,7%-2,2%, при збільшенні r_1/l до 0,13 – похибка зростає до 8,7%. Точка вимірювання 2 вибиралась в кінці прямолінійної ділянки ізокліни ($r_2/l=0,18$).

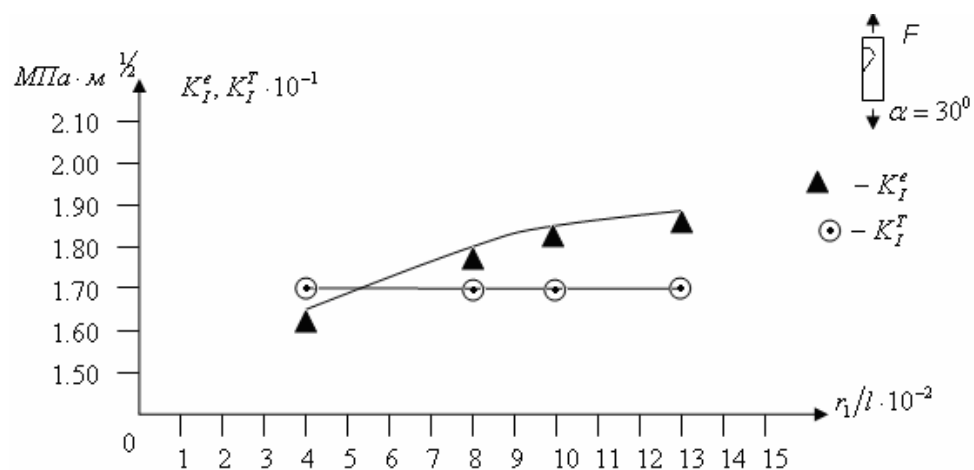


Рис. 6.12. Експериментальні та розрахункові величини КІН K_{II} для тестового експерименту 3 (розтяг пластинки з крайовою тріщиною, $\alpha = 30^\circ$)

Аналізуючи графіки на рис. 6.12, можна зробити висновок про ідеальне співпадання теоретичних та експериментальних даних визначення КІН K_{II} при вимірюванні оптичної анізотропії в т.1, для якої $r_1/l=0,060$. При виборі т.1 поблизу вершини тріщини (в діапазоні $r_1/l=0,04-0,08$), похибка експерименту при визначенні КІН K_{II} склала 2,9%-5,3%, при збільшенні r_1/l до 0,13 – похибка зростає до 9,9%. Бачимо, що похибка визначення КІН K_{II} у 1,7-2,7 рази перевищує відповідну похибку визначення величин КІН K_I . Але при вимірюванні оптичної анізотропії в т.1, для якої $r_1/l=0,06$ маємо, практично, ідеальне співпадіння експериментально визначених та теоретично розрахованих значень величин КІН K_I та K_{II} .

Таким чином, запропонована методика ефективна, коли необхідно визначати одночасно комплекс існуючих КІН, наприклад КІН K_I та K_{II} для нахиленої до краю крайової тріщини.

4. Досліджувались склопластинка розмірами 39x10x0,8 мм з тріщинами, довжини яких дорівнювали 2,3,4 мм. Точки вимірювання 1, у якій величини оптичної анізотропії визначались за методом Сенармона, знаходилися від вершини тріщини на відстанях $r_1=0,10; 0,20; 0,30; 0,40$ мм.

Приведемо деякі теоретичні викладки. Покажемо, чому дорівнює кут ізокліни у безпосередній близькості до вершини тріщини нормального відриву при вимірюваннях вздовж лінії з кутом $\Theta = \frac{\pi}{2}$. Розділимо вираз для визначення дотичного напруження τ_{xy} системи (6.3) на різницю $(\sigma_x - \sigma_y)$, яка визначається першими двома рівняннями цієї системи. Одержані вирази співставимо з відповідними, записаними через фотопружні параметри – система (6.15). Одержимо:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = -\operatorname{ctg}(3\Theta/2) \quad (6.62)$$

Звідки

$$\begin{aligned} \varphi &= (\operatorname{arctg} 1 + k\pi)/2 \\ k &= 0, 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (6.63)$$

$$\text{для } k = 0 \quad \varphi = 22,5^\circ$$

$$k = 1 \quad \varphi = 112,5^\circ$$

Вважаємо, що для r_1 , $\sigma' \gg \sigma_0$, тоді перша формула системи (6.19) прийме вигляд:

$$K_I = \frac{\delta \sqrt{2\pi r_1}}{Cd} \quad (6.64)$$

При компенсації за методом Сенармона, різниця ходу променів визначається за формулою (6.34):

$$\delta = n\lambda$$

де λ - довжина хвилі світлового променя;

n - порядок ізохром.

Порядок ізохром n може мати цілу та дробну частини (6.35):

$$n = n' + \psi/180$$

де n' - цілий порядок ізохром;

ψ - кут повороту аналізатора

Враховуючи, що для скла $n' = 0$ (різниця оптичного ходу не перевищує довжину хвилі світла), одержимо:

$$K_I^I = \frac{\psi \lambda \sqrt{2\pi r_1}}{180Cd} \quad (6.65)$$

Отже для визначення K_I^I достатньо провести заміри оптичної анізотропії, яка буде визначатись кутом повороту аналізатора ψ для мінімального r_1 .

При реалізації триточкового згину теоретично розраховувались величини КІН K_I^P за даними літератури [229] та експериментально визначались за формулою (3.65) за даними фотопружних вимірювань. Результати у вигляді графіків наведено на рис.6.13.

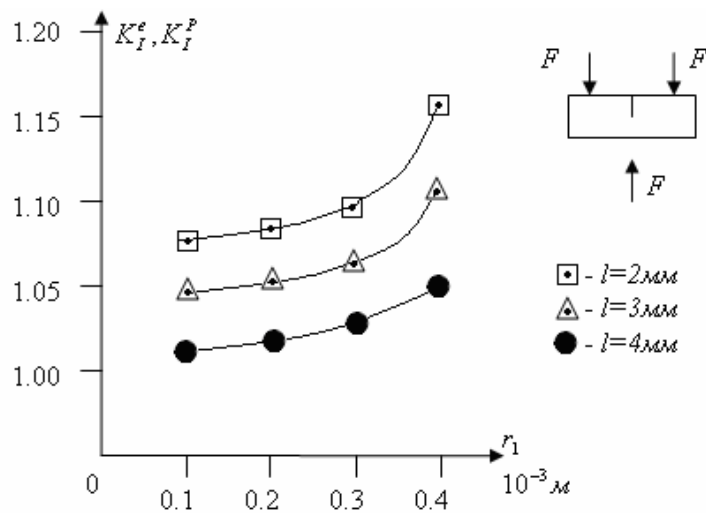


Рис. 6.13. Співвідношення величин експериментально визначеного КІН K_I^e до розрахункового K_I^P для різних довжин тріщин l та радіус-векторів точок виміру r_1 (тестовий експеримент 4)

Аналізуючи графіки на рис.6.13 можна зробити висновок, що точність визначення КІН K_I залежить як від довжини тріщини l , так і від радіус-вектора точки вимірювання r_1 . При збільшенні l від 2 мм до 4 мм точність визначення КІН K_I зростає. Точність вимірювання K_I зростає із зменшенням r_1 від 0,4мм до 0,1 мм. При цьому, для $l=2$ мм похибка визначення K_I для $r_1=0,1-0,3$ мм дорівнює 7%-8%, для $l=3$ мм – 4%-4,5%, для $l=4$ мм -2%-2,5%.

Таким чином, тестові експерименти 1-4 показали ефективність застосування запропонованої методики визначення величин КІН навіть для таких складних для аналізу склоразків з тріщинами, для яких характерна мала величина оптичної анізотропії.

Порівняння модифікованого поляризаційно-оптичного методу визначення КІН
(методу різниць) та відомих методів

Метод	Можливість застосування для картин оптичної анізотропії до 1λ	Ефективність дослідження натурних об'єктів з тріщинами	Порівняльна ефективність при неоднорідному основному напруженому стані	Необхідний час для проведення дослідження (мобільність експерименту)	Порівняльна точність	Порівняльна простота експерименту	Порівняльна вартість
Метод різниць	++	+++	++	+	+	+	++
Метод смуг	-	+	+	++	+	++	+
Одно-параметричний	+	++	+	+	+	+	++
Метод, при якому $\sigma_0, \tau_0 = f(K_I, K_{II})$	+	++	++	+	++	+	++

Висновки до розділу 6

1. Розвинуто (модифіковано) поляризаційно-оптичний метод для визначення величин КІН біля вершин тріщин у натурних об'єктах, виготовлених із оптично

малочутливих матеріалів (для яких величина оптичної анізотропії не перевищує $1 \cdot \lambda$).

2. Одержано формули визначення КІН K_I , K_{II} і K_{III} для наскрізних та поверхневих тріщин у випадку малих за величиною картин оптичної анізотропії та неоднорідного основного напруженого стану. При цьому вимірювання проводять для двох точок у зоні дії пружної асимптотики Ірвіна-Вестергаарда.
3. Технологічно експеримент з визначення КІН поздовжнього зсуву K_{III} проводять шляхом косоного просвічування та дослідження субзрізів «заморожених» моделей.
4. Справедливість запропонованих підходів з модифікації поляризаційно-оптичного методу перевірена на ряді тестових експериментів (розтяг та триточковий згин склопластинок з крайовими тріщинами). Похибка експериментальних даних у діапазоні максимальної точності визначення оптичної анізотропії склала 1-2%.
5. Розвинуто поляризаційно-оптичний метод для визначення величин КІН у випадках значних градієнтів і великих картин оптичної анізотропії ($>8\lambda$), коли важко визначити нульову ізохрому і коректно застосувати компенсаційні методи. Одержано формули визначення КІН при використанні двох або чотирьох довжин хвиль монохроматичного випромінювання.

РОЗДІЛ 7

КОМПЛЕКСНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ БАГАТОШАРОВИХ СТРУКТУР (ТРИПЛЕКСІВ)

У розділі 6 розвинуто метод фотопружності для рішення деяких спеціальних задач експериментальної механіки. При цьому модифіковані методики поляризаційно-оптичного методу направлені, в основному, на дослідження натурних об'єктів, виготовлених з прозорих діелектриків. Розділи 3 та 4 роботи присвячені розробці нових експериментальних оптичних методів дослідження прозорих діелектриків (органічного та неорганічного скла, епоксидної смоли). Розділи 3, 4, 6 разом, принципово дають додаткові можливості у визначенні НДС таких об'єктів (розподіл полів напружень та деформацій, визначення величин КІН біля поверхневих та наскрізних тріщин). У розділі 5 запропоновано фізико-механічний критерій ТДП, який описує граничний стан діелектриків, враховуючи, комплексно, як механічні, так і фізичні чинники. У розділі 7 наведено дані комплексного дослідження багатошарових структур (триплексів). За допомогою модифікованих методик поляризаційно-оптичного методу (розділ 6) досліджено кінетику руйнування неорганічного силікатного скла, вивчено на моделях з епоксидної смоли вплив обрамлення на розподіл КІН при проростанні поверхневих тріщин (надрізів) у наскрізні в склеюючому шарі. Крім того, проаналізовано дані руйнування органічного скла, досліджено напружений стан триплексів при знижених температурах (до 213 К). За допомогою розробленого у розділі 5 фізико-механічного критерію ТДП оцінено граничний стан триплексів при можливій наявності тріщиноподібних дефектів у їх складових частинах (елементах).

7.1 Дослідження складових частин (елементів) триплексів

7.1.1 Дослідження кінетики руйнування неорганічного силікатного скла

Силікатне неорганічне скло є конструкційним матеріалом для багатьох елементів машин і конструкцій. Це і таке класичне застосування, як віконні та дверні конструкції, скло кабін автомобілів та спеціалізованих машин (зрозуміло, зі спеціальними добавками і модифікаціями), електровакуумне скло багатьох приладів [125, 126, 127, 191], оглядові вікна апаратів харчової промисловості [212] і складова частина більш складних елементів, таких як триплекси (ілюмінатори літаків та підводних човнів). Тому проблема вивчення НДС, розподілу величин КІН при появі мікротріщин, довготривалого зберігання (для приладів), експлуатації при різних температурах і вологості (для машин різного призначення) є дуже актуальною. Рішення цієї проблеми не завжди можливе у рамках чисто теоретичних підходів та застосування чисельних методів, оскільки фізико-механічні властивості неорганічного силікатного скла суттєво залежать від ряду факторів (наприклад наявності поверхневих мікротріщин, температури, вологості), які важко комплексно врахувати чисто аналітично [125, 191, 278]. Тому, для вирішення цієї проблеми необхідно залучати експериментальні методи. Один з найбільш ефективних, класичний поляризаційно-оптичний метод, без його удосконалення для рішення задач механіки руйнування при малій величині оптичної анізотропії (що має місце для такого оптично малочутливого матеріалу, як силікатне неорганічне скло) важко було би застосувати для рішення таких задач. Але у розділі 6 одержано формули, які дозволяють визначати величини КІН для зразків зі скла з тріщинами за даними фотопружних вимірювань [211, 213, 287]. Вимірювання оптичної анізотропії проводилось за допомогою поляризаційного агрегатного мікроскопа ПОЛАМ Р-312. Навантаження зразків із силікатного неорганічного скла з тріщинами здійснювалось за допомогою спеціально розроблених навантажуючих пристроїв для реалізації розтягу та триточкового згину. Нижче наведено дані експериментального дослідження кінетики руйнування електровакуумного скла, одержані разом із співробітниками лабораторії оптичних методів Тернопільського національного

технічного університету доцентом Мильніковим О.В., професором Підгурським М.І., кандидатом фізико-математичних наук Твердоступом Р.Б., яким автор висловлює щиру подяку [208, 287].

Проведено дослідження кінетики руйнування силікатного неорганічного скла на 80 зразках з крайовими тріщинами у діапазоні температур 7 – 26°C і вологості 46–100%. Визначались величини КІН, швидкості зміни величин КІН, зміна в часі довжини тріщини. Результати проаналізовано для безпосередніх чисельних величин відповідних параметрів, а також, згідно підходам фізико-механічного критерію ТДП. Нижче наведено ряд графіків і таблиць, які ілюструють обробку експериментальних даних. На рисунку 7.1 наведено характерні усереднені графіки зміни довжини тріщини в часі при розтягу та триточковому згині. Бачимо, що характер графіків принципово схожий, складається з двох основних ділянок: ділянки повільного росту тріщини та ділянки стрімкого поширення, яке безпосередньо веде до руйнування. При розтягу ділянка повільного зростання в часі рівна 70с, при триточковому згині процес іде швидше і відповідний час дорівнює 36с. Відповідно, при розтягу довжина тріщини на першій ділянці зростає від 2,1 мм до 2,7 мм; при триточковому згині – від 2,0 мм до 2,6 мм. Друга ділянка (швидкого поширення тріщини) триває і для випадку розтягу, і для триточкового згину 4с. У зоні швидкого поширення довжина тріщини зростає від 2,7 мм до 4,2 мм при розтягу, та від 2,6 мм до 4,8 мм при триточковому згині, після чого настає швидке руйнування зразка. При цьому швидкості зміни довжини тріщини, як і для розтягу, так і для триточкового згину, рівні, відповідно, на першій ділянці повільного зростання, так і на другій ділянці швидкого поширення. Про це свідчать однакові, практично, кути нахилу відповідних ділянок графіків на рис.7.1.

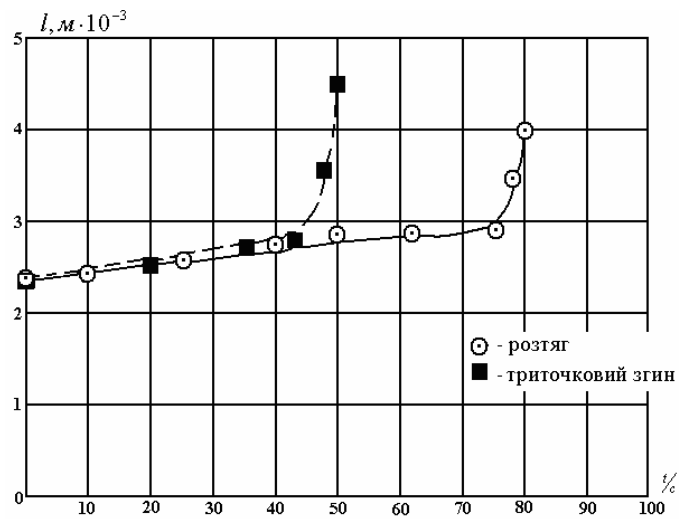


Рис.7.1. Кінетика зміни довжини крайової тріщини в пластинках з силікатного неорганічного скла при розтязі та триточковому згині

Схожий характер зміни величини КІН K_I в часі для розтягу та триточкового згину (рис.7.2.)

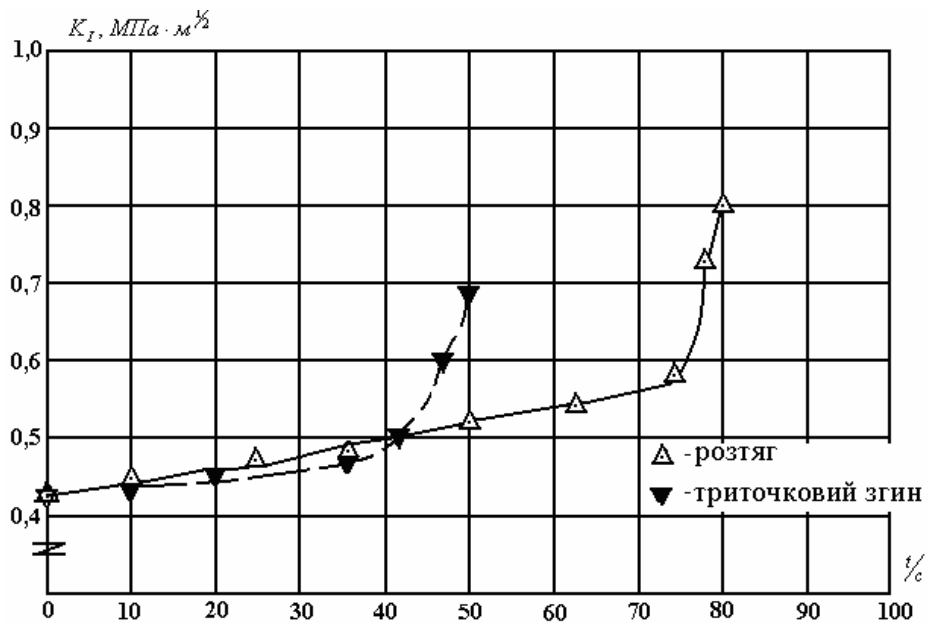


Рис.7.2. Кінетика зміни величини КІН K_I для крайової тріщини в пластинках з силікатного неорганічного скла при розтязі та триточковому згині

Аналізуючи графіки залежності $K_I(t)$, бачимо, що їх характер аналогічний, як і для $l(t)$, в залежності від виду навантаження. Ті самі дві ділянки (повільного та швидкого поширення тріщини), ті самі терміни часу, ті самі нахили кривих (рівність

відповідних величин $K_1^p = K_1^{CA}$ на ділянках). Для розтягу зона повільного проростання тріщини знаходиться в межах $K_1^p = 0,45 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2} - 0,60 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$, для триточкового згину - $K_1^{CA} = 0,41 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2} - 0,52 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$. Відповідно, зона швидкого поширення тріщини при розтягу $0,60 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2} - 0,83 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$, для триточкового згину $0,50 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2} - 0,72 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$.

Вплив зміни температури має наступний характер. При підвищенні температури від 280К до 300К початковий ріст тріщини починається при більш низьких значеннях КІН. Але руйнування проходить, практично, при тих самих значеннях КІН: 0,70-0,80 $\text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$. Вплив вологості на кінетику росту тріщини та граничний стан був мінімальним. Визначивши величини КІН за даними фотопружних вимірювань, можна розрахувати час життя склозразка τ , виходячи з підходів роботи [70]:

$$\tau = \int_{l_0}^{l_*} \frac{dl}{i(t)} \quad (7.1)$$

де l_0 - початковий розмір тріщини; l_* - гранична величина розміру тріщини, при якій іде процес стрімкого руйнування; $i(t)$ – швидкість руху тріщини.

У роботі [125] вираз (7.1) перетворено до виразу (7.2):

$$\tau = \frac{1}{Qq} e^{-q(k_\delta/\sqrt{2\pi r})\sigma\sqrt{l}} \quad (7.2)$$

де Q і q - статично усереднені константи скла; σ - локальне напруження;
 k_δ - параметр, який визначається геометрією зразка і розміром тріщини;
 r - структурний параметр скла.

Величина КІН K_I визначається за формулою [229]:

$$K_I = k_\delta \sigma \sqrt{l} \quad (7.3)$$

З врахуванням (7.3), перепишемо вираз для визначення часу життя склозразків (7.2) у вигляді:

$$\tau = \frac{1}{Qq} e^{-\frac{qK_I}{\sqrt{2\pi_0}}} \quad (7.4)$$

Вираз (7.4) за формою нагадує рівняння довговічності Журкова, таким чином, визначивши методом фотопружності величини КІН, можна розраховувати такий базовий параметр, як час життя склозразків.

На наведених нижче рисунках показано графіки відношення величин КІН K_I/K_{II} , а також еквівалентний КІН для пластинок із силікатного неорганічного скла, коли крайова тріщина складає кут α з краєм пластинки.

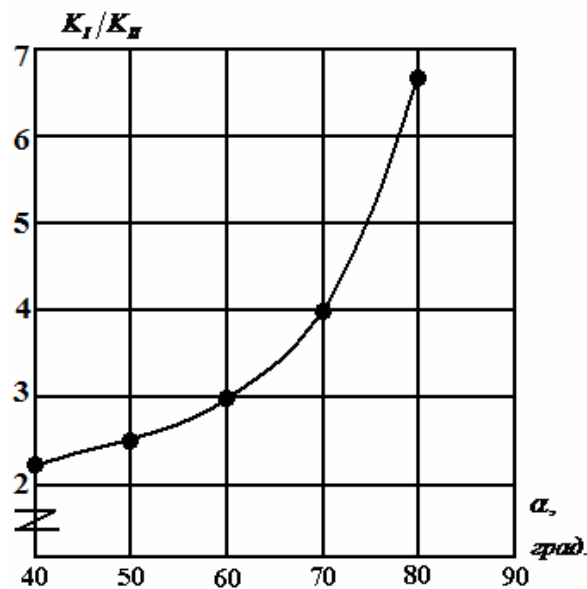


Рис.7.3. Графік залежності величини співвідношення K_I/K_{II} від кута α нахилу крайової тріщини до краю пластинки

Розрахуємо еквівалентний КІН за формулою (7.1) [249]:

$$K_{\text{еєа}} = \sqrt{K_I^2 + K_{II}^2 + K_{III}^2} \frac{1}{1-\nu} \quad (7.5)$$

Врахуємо, що для силікатного скла, матеріалу з дуже малою оптичною чутливістю, величини оптико-механічних констант C_1 і C_2 досить близькі, що, опосередковано впливає з даних роботи [94], тому у (5.2) та (5.3) прийmemo

$A^{0*} \approx B^{0*}$. За формулами фізико-механічного критерію ТДП (5.2) і (5.3) $K_{екв}$ дорівнює:

$$K_{\hat{a}\hat{e}\hat{a}1}(K_I/K_{II} = 2,2) = A^{0*} \cdot 7 + B^{0*} \cdot 3,1 \approx 10,1 \cdot A^{0*} \quad (7.6)$$

$$K_{\hat{a}\hat{e}\hat{a}2}(K_I/K_{II} = 2,63) = A^{0*} \cdot 8 + B^{0*} \cdot 3 \approx 11 \cdot A^{0*} \quad (7.7)$$

$$K_{\hat{a}\hat{e}\hat{a}3}(K_I/K_{II} = 3) = A^{0*} \cdot 9 + B^{0*} \cdot 3 \approx 12 \cdot A^{0*} \quad (7.8)$$

$$K_{\hat{a}\hat{e}\hat{a}4}(K_I/K_{II} = 4) = A^{0*} \cdot 10 + B^{0*} \cdot 2,5 \approx 12,5 \cdot A^{0*} \quad (7.9)$$

$$K_{\hat{a}\hat{e}\hat{a}5}(K_I/K_{II} = 4) = A^{0*} \cdot 10 + B^{0*} \cdot 1,5 \approx 11,5 \cdot A^{0*} \quad (7.10)$$

Результати розрахунків представлені у вигляді таблиці 7.1. та графіків на рис.7.4.

Таблиця 7.1.

Розрахунки величин КІН та еквівалентних КІН для крайових тріщин різної орієнтації в склопластинках

№ п/п	α , град.	K_I/K_{II}	$K_I \cdot 10 \text{ кПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	$K_{II} \cdot 10 \text{ кПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	$K_{\hat{a}\hat{e}\hat{a}}^{\hat{O}\hat{A}} / A \cdot$ $\cdot 10 \text{ кПа} \cdot \text{м}^{1/2}$
1	40	2,20	3,1	7,0	10,1
2	50	2,63	3,0	8,0	11,0
3	60	3,0	3,0	9,0	12,0
4	70	4,0	2,5	10,0	12,5
5	80	6,67	1,5	10,0	11,5

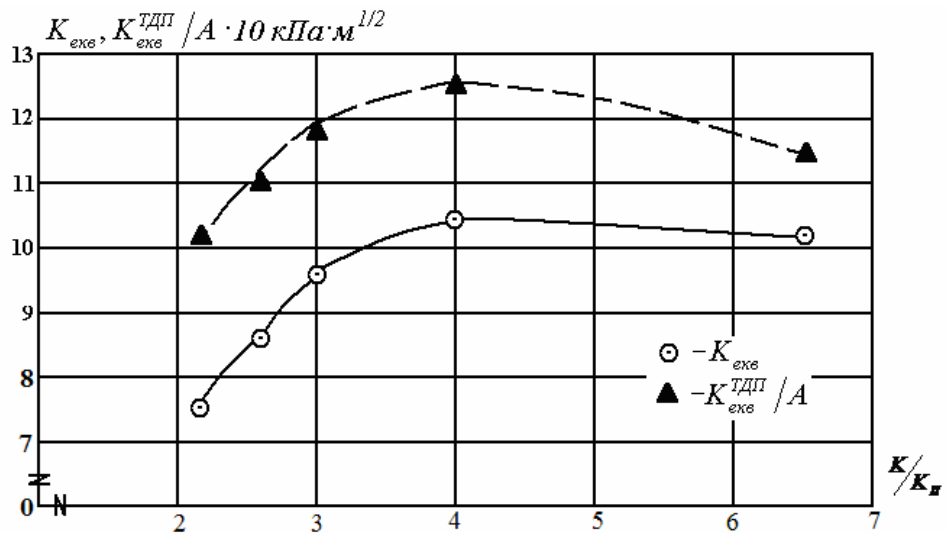


Рис.7.4. Графіки залежності еквівалентних КІН $K_{екв}$ та $K_{екв}^{TДП} / A^{0*}$ від величин співвідношення КІН K_I / K_{II}

Якщо проаналізувати графіки на рис.7.4, можна побудувати графік залежності параметра A , який входить у формулу (2) для визначення еквівалентного КІН K_0 згідно критерію ТДП від кута нахилу крайової тріщини α (рис.2).

Середнє значення A в діапазоні зміни кута α від 40° до 80° буде дорівнювати 0,806. Якщо у формулу (2) для визначення еквівалентного кін K_0 згідно критерію ТДП підставити середнє значення параметру $A=0,806$, похибка експериментальних та розрахункових [12] даних становитиме: від 6,08% (для $\alpha=40^\circ$) до 9,06% (для $\alpha=80^\circ$). Найточніше співпадання даних експерименту та теорії буде для кутів $\alpha=50^\circ$, 60° , 70° , для яких похибка складе: 3,60%, 1,86%, 2,36%, відповідно.

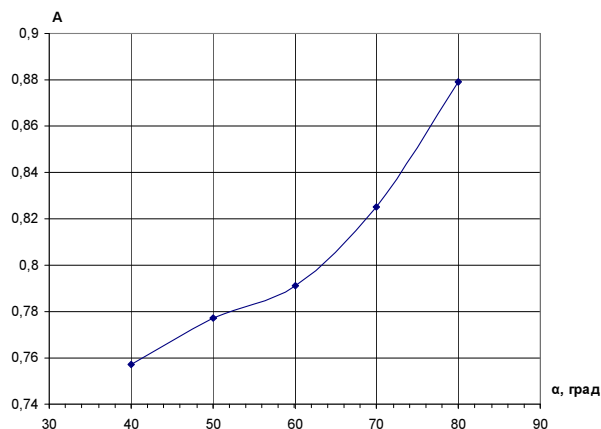


Рис. 2. Графік залежності величини параметра A від кута нахилу крайової тріщини α .

На рис 7.5 показано картину оптичної анізотропії біля вершини тріщини у пластині з електровакуумного неорганічного силікатного скла (ЕВС).

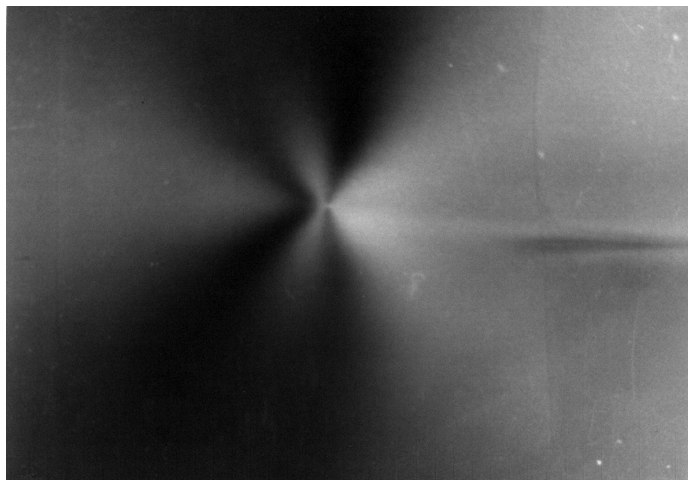


Рис. 7.5. Картина оптичної анізотропії в околі вершини тріщин у пластині з електровакуумного неорганічного силікатного скла $K_1=0,40 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$.

Таким чином, у даному підрозділі застосовано розроблені вище, у розділі 6 підходи для визначення основних параметрів кінетики руйнування силікатного неорганічного скла. Початок руйнування настає при досягненні величини $K_{екв} = 0,45 - 0,60 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$ (розтяг) та $0,41 - 0,52 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$ (треточковий згин). Відповідна величина середнього руйнуючого напруження $\sigma_{\text{ндо}}^* = 4,48 \text{ МПа}$

7.1.2 Аналіз даних руйнування органічного скла

Для експериментальної реалізації процесу руйнування органічного скла проведено серію експериментів на зразках, виготовлених з органічного скла марок СОС-174, СОС3-033,5, СОО-112, СОЗ-083. СОЗ-062.

Досліджувані матеріали являли собою непластифіковані полімери метилового ефіру метакрилової кислоти з іншими вініловими мономерами, пофарбованими рівномірно у масі молекулярно-розчинними синтетичними органічними фарбниками. Всі досліджувані зразки являли собою пластинки шириною $b=25 \text{ мм}$ з крайовими прорізами з радіусом закруглення у вершині $R=0,3 \text{ мм}$, довжиною $a=5 \text{ мм}$,

з різними кутами нахилу прорізі до краю пластинок (рис.5.4). Зразки були виготовлені із наступних матеріалів:

- синього органічного скла СОС-174 товщиною листа 4 мм – 5 зразків ($\alpha = 20^0, 40^0, 50^0, 68^0, 84^0$);
- зеленого органічного скла СОС3- 033,5 товщиною листа 3,5 мм – 5 зразків ($\alpha = 25^0, 40^0, 55^0, 70^0, 85^0$);
- оранжевого органічного скла СОО – 112 товщиною листа 2 мм – 5 зразків ($\alpha = 28^0, 40^0, 55^0, 70^0, 85^0$);
- зеленого органічного скла СОЗ-083 товщина листа 2 мм – 5 зразків ($\alpha = 25^0, 45^0, 40^0, 50^0, 85^0$);
- зеленого органічного скла СОЗ -062 товщиною листа 2 мм -3 зразків ($\alpha = 17^0, 65^0, 80^0$).

Експерименти зі зразками з органічного скла проводились наступним чином. Зразки встановлювали у захвати розривної машини і шляхом повільного поступового прикладання навантаження доводили до руйнування. При цьому фіксувалися величини руйнуючого навантаження F та кута поширення тріщини θ . Картина ізохроматичних смуг для крайової тріщини у пластині показана на рис. 6.5. Результати обробки експериментальних даних представлені у вигляді графіків на рис.7.7 - 7.10 [216].

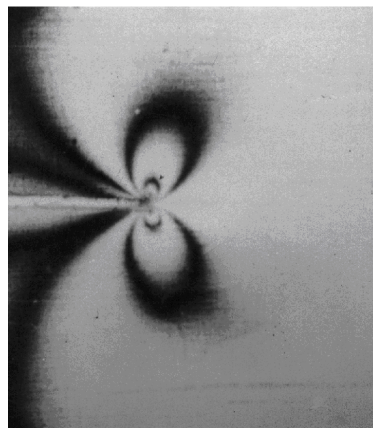


Рис. 7.6. Картина ізохроматичних смуг для крайової тріщини, нормальної до розтягуючих зусиль у пластині

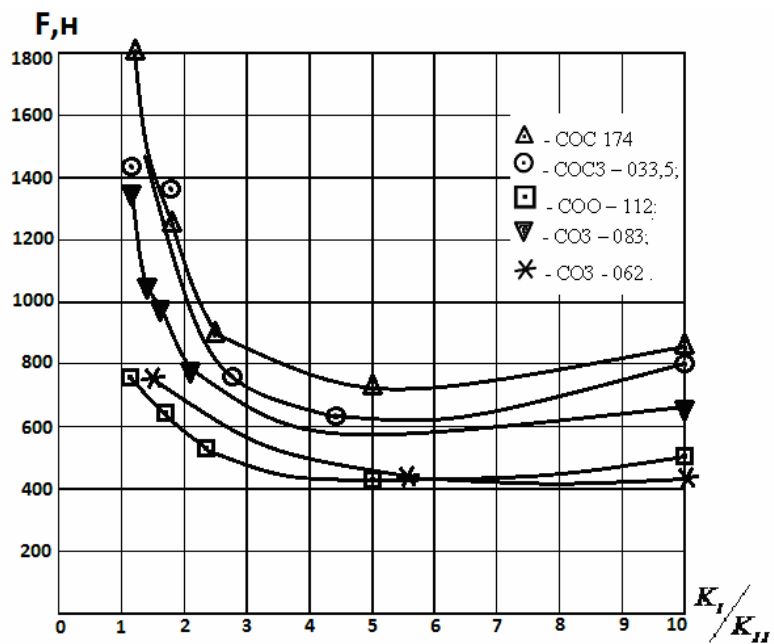


Рис.7.7. Графіки залежності руйнуючих зусиль F від величини співвідношення КІН K_I/K_{II}

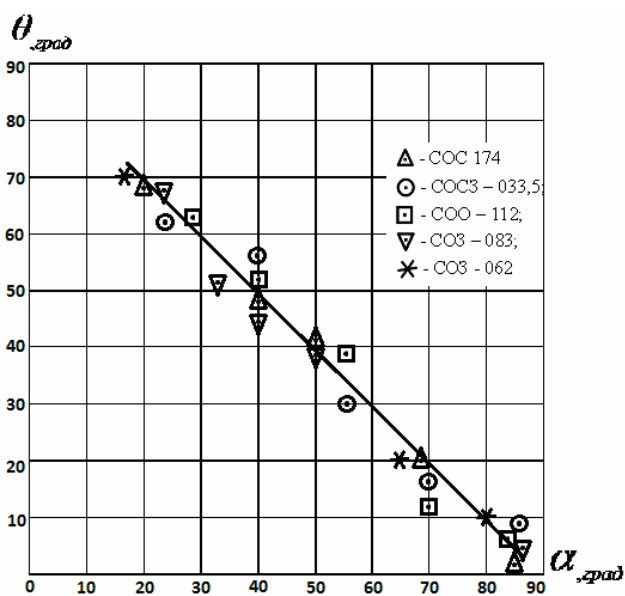


Рис.7.8. Графіки залежності кута поширення тріщини θ від кута орієнтації прорізи α відносно краю пластини

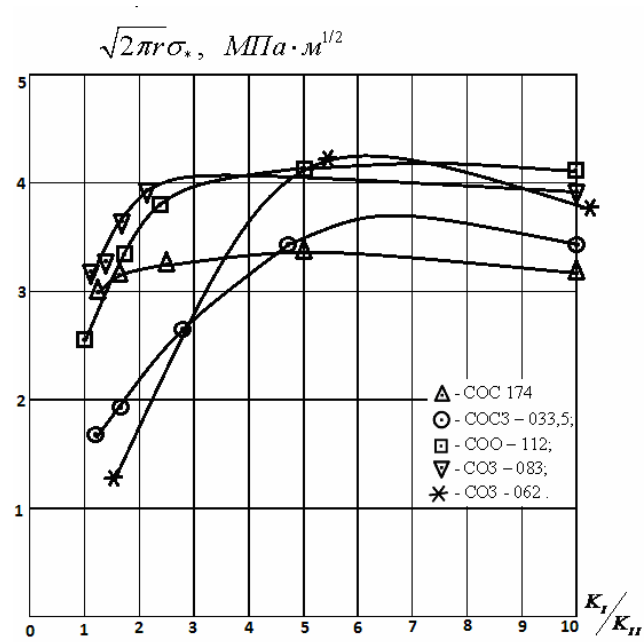


Рис. 7.9. Графіки залежності граничного значення фізико-механічного критерію ТДП від величини співвідношення КІН K_I/K_{II}

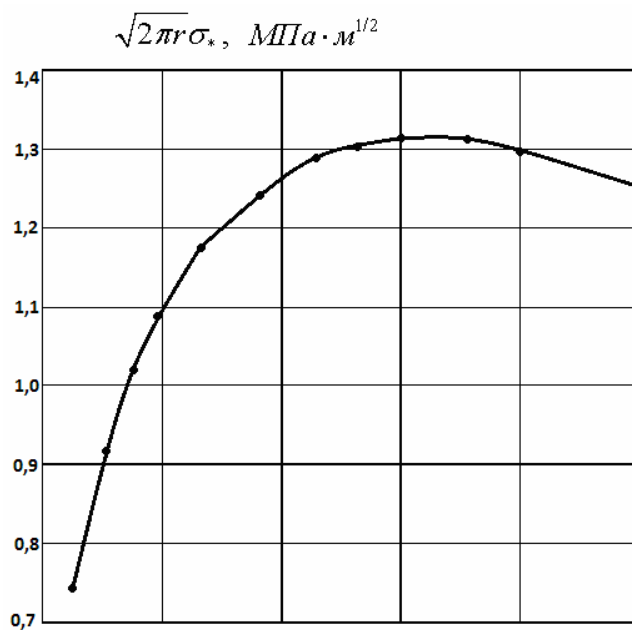


Рис. 7.10. Графік залежності критерія ТДП від величини співвідношення КІН K_I/K_{II} (обробка згідно фізико-механічного критерію ТДП даних роботи [192])

Аналіз графіків на рис.7.7-7.9 дозволяє зробити висновок про однаковий закономірний характер руйнування різних видів органічного силка. В діапазоні

співвідношення величин $K_I / K_{II} = 1,2 - 2,5$, еквівалентний КІН зростає, і при $K_I / K_{II} > 2,5$ переходить у «полку» (рис.7.9). Оскільки, внаслідок менших значень $K_{екв}$ в діапазоні $K_I / K_{II} = 1,2 - 2,5$ величина додаткового НДС і концентрація напружень менша, відповідні сили, необхідні для руйнування зразків, більші, ніж у діапазоні співвідношення $K_I / K_{II} > 2,5$ (рис.7.7).

Величина кута поширення тріщини θ для всіх зразків приблизно визначається за формулою

$$\theta = 90 - \alpha \quad (7.11)$$

що відповідає даним роботи [228].

Співвідношення абсолютних величин оптико-механічних констант C_1/C_2 характеризує питомий внесок «базового» головного напруження у рівняння граничного стану, згідно фізико-механічного критерію ТДП.

Величини руйнуючих напружень для максимальних кутів нахилу тріщин, відповідно становлять:

Оргскло СОС-174 (товщина листа $d=4$ мм, кут нахилу тріщини $\alpha = 84^0$) – 8,5 МПа;

СОС3-033,5 ($d=3,5$ мм, $\alpha=85^0$) – $\sigma_* = 9,1$ МПа;

СО3-083 ($d=2$ мм, $\alpha=85^0$) – $\sigma_* = 13,54$ МПа;

СОО-112 ($d=2$ мм, $\alpha=85^0$) – $\sigma_* = 10,0$ МПа;

СО3-062 ($d=2$ мм, $\alpha=80^0$) – $\sigma_* = 8,6$ МПа.

Відповідно, середнє значення руйнуючого напруження для оргскла становило: 9,92 МПа.

7.1.3. Моделювання впливу обрамлення (конструкційного та технологічного) на розподіл КІН при проростанні поверхневих тріщин (надрізів) у наскрізні в склеюючому шарі

З метою оцінки комплексного впливу обрамлення (конструкційного та технологічного) на величини КІН для тріщиноподібних дефектів у склеюючому

шарі, нами було проведено три серії експериментів по визначенню величин КІН для поверхневих тріщин різної відносної глибини та наскрізних тріщин аналогічної орієнтації. При цьому аналізувався конструкційний вплив (локальне збільшення жорсткості) обрамлення, вплив поля залишкових напружень на величини КІН K_I K_{II} K_{III} та еквівалентний КІН $K_{екв}$.

1. Три пластини з матеріалу ЕПСА з тріщинами були «заморожені» під розтягуючим напруженням $\sigma=1,0$ МПа. Розміри пластин 175x90x2,2 мм. Всі тріщини довжиною в плані 10 мм були орієнтовані під кутом $\alpha=65^\circ$ до розтягуючих напружень. Перша пластина містила поверхневу тріщину, прямокутну в плані, відносної глибини $(a/h)_1=0,5$; друга – аналогічну поверхневу тріщину відносної глибини $(a/h)_2=0,7$; третя – наскрізну тріщину $(a/h)_3=1$.

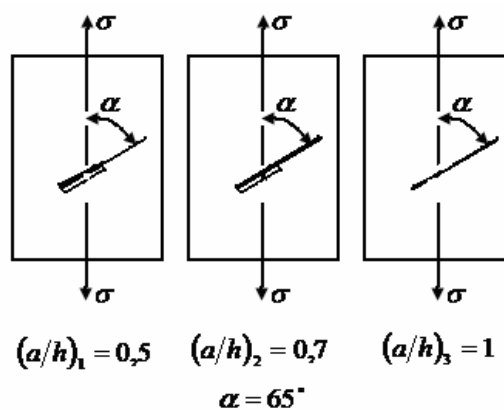


Рис.7.11. Серія експериментів по визначенню величин КІН для тріщин різної відносної глибини a/h та однакової орієнтації відносно розтягуючих зусиль в тонких пластинах

За методикою, розробленою у розділі 6, визначали величини КІН K_I на зрізах, нормальних фронту тріщини та величини КІН K_{III} на субзрізах. Для наскрізних тріщин методом безпосереднього просвічування пластин в області вершин тріщини визначали величини КІН K_I та K_{II} . Вимірювання величин оптичної анізотропії проводилась на координатно-синхронному поляриметрі КСП-10. Результати першої серії експериментів наведено у вигляді таблиці 7.2. та графіків на рис.7.12, 7.13.

Таблиця 7.2

Величини КІН K_I , K_{II} , K_{III} для тріщин різної відносної глибини a/h в розтягнутій пластині

№ п/п	L , $m \cdot 10^{-3}$	α град	a/h	K_I $KPa \cdot m^{1/2}$	K_{II} $KPa \cdot m^{1/2}$	K_{III} $KPa \cdot m^{1/2}$
1	10	65°	0,5	4,8	-	1,1
2	10	65°	0,7	5,6	-	1,2
3	10	65°	1,0	7,1	3,3	-

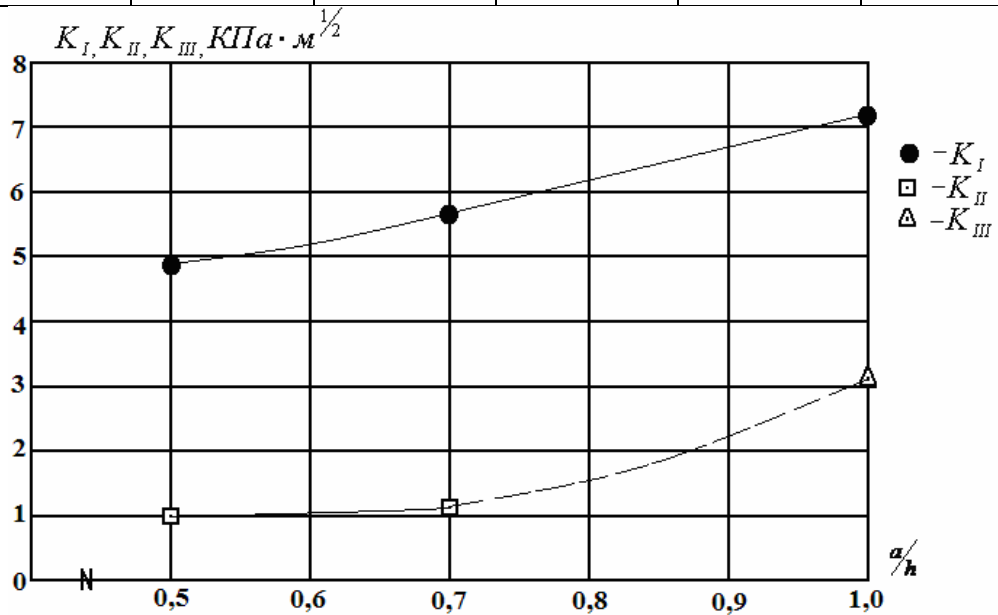


Рис.7.12. Графіки розподілу величин КІН K_I, K_{II}, K_{III} залежно від відносної глибини тріщин (a/h) у розтягнутій пластині

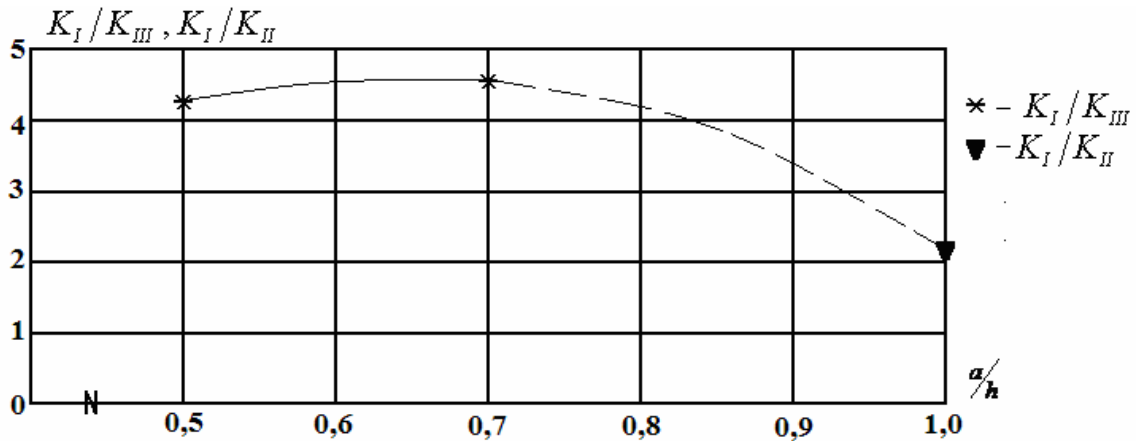


Рис.7.13. Відношення величин КІН K_I/K_{III} , K_I/K_{II} залежно від відносної глибини тріщин (a/h) у розтягнутій пластині

Еквівалентний КІН (при переважаючому I типу руйнування) за даними роботи [249] визначають за формулою:

$$K_{\text{екв}} = \sqrt{K_I^2 + K_{II}^2 + K_{III}^2} \frac{1}{1-\nu} \quad (7.12)$$

де ν -коефіцієнт Пуассона «замороженої» моделі ($\nu=0,5$). Результати розрахунку за формулою (7.1) наведено у вигляді таблиці 7.3 та графіка на рис.7.14.

Таблиця 7.3.

Еквівалентний КІН для тріщин різної відносної глибини a/h у розтягнутій пластині

№ п/п	L, м·10 ⁻³	α град	a/h	$K_{\text{екв}}$, КПа·м ^{1/2}
1	10	65	0,5	6,8
2	10	65	0,7	7,79
3	10	65	1,0	7,88

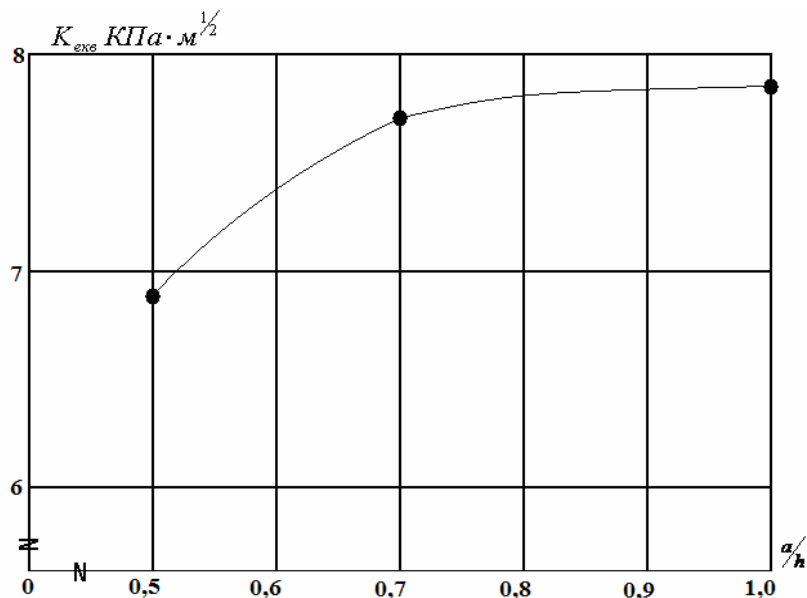


Рис.7.14. Еквівалентний КІН $K_{\text{екв}}$ для тріщин різної відносної глибини a/h у розтягнутій пластині

Згідно фізико-механічного критерію ТДП, еквівалентний КІН буде визначатись за формулою (5.52):

$$K_{\text{екв.}} = A^{0*} K_I + B^{0*} (K_{II} + K_{III}).$$

Для поверхневих тріщин:

$$K_{\text{екв.}} = A^{0*} K_I + B^{0*} K_{III} \quad (7.13)$$

Для наскрізних:

$$K_{\text{екв.}} = A^{0*} K_I + B^{0*} K_{II} \quad (7.14)$$

Для $(a/h)=0,5$ еквівалентний КІН буде дорівнювати:

$$K_{\text{екв.}} = A^{0*} \cdot 4,8 + B^{0*} \cdot 1,1 \quad (7.15)$$

Для $(a/h)=0,7$:

$$K_{\text{екв.}} = A^{0*} \cdot 5,6 + B^{0*} \cdot 1,2 \quad (7.16)$$

Для наскрізної тріщини $(a/h)=1$:

$$K_{\text{екв.}} = A^{0*} \cdot 7,1 + B^{0*} \cdot 3,3 \quad (7.17)$$

Бачимо, що згідно критерію ТДП, еквівалентний КІН для наскрізної тріщини буде суттєво більшим, ніж $K_{\text{екв}}$ для поверхневих тріщин. Тобто, підходи, описані у розділі 5, дозволяють оцінити КІН $K_{\text{екв}}$ за критерієм ТДП для епоксидної смоли більш точно, ніж за запропонованою автором роботи [249] формулою 7.12.

2. Було виготовлено три пластинчасті моделі з поздовжнім ребром жорсткості, які містили поверхневі та наскрізні тріщини аналогічних розмірів і орієнтації, як і в серії експериментів 1.

Ребро жорсткості, яке моделювало конструкційний вплив обрамлення, було виготовлено із бруска з матеріалу на базі епоксидної смоли ЕД-20М, який був склеєний за допомогою епоксидного клею холодного тверднення ЕД-5 з

пластинами, виготовленими з матеріалу ЕПСА. У даній серії експериментів моделювався тільки конструкційний вплив обрамлення на розподіл величин КІН, без впливу залишкових технологічних напружень. Матеріал обрамлення (ребра жорсткості) мав вищі характеристики жорсткості (модуль Юнга I роду), ніж матеріал пластин. Три пластини з поздовжнім ребром жорсткості, кожна з яких містила по одній тріщині, були «заморожені» під розтягуючим напруженням $\sigma=1,0$ МПа (рис.7.15).

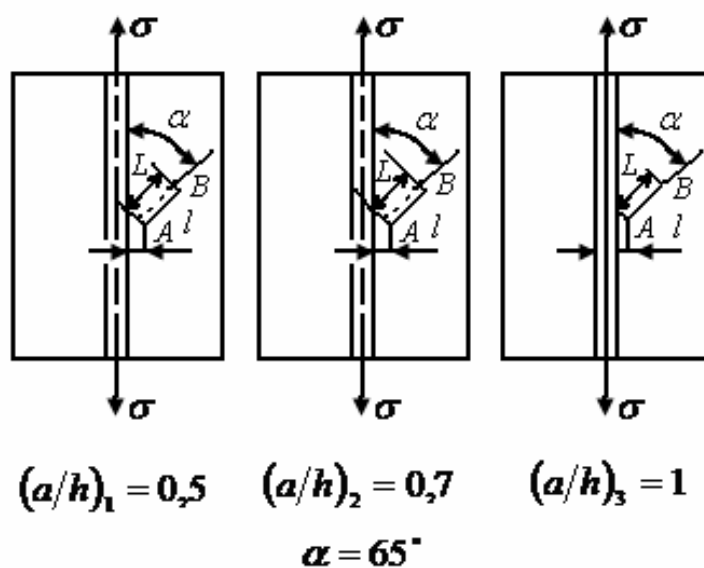


Рис.7.15. Серія експериментів по визначенню конструкційного впливу обрамлення на величини КІН для тріщин різної відносної глибини a/h та однакової орієнтації відносно розтягуючих зусиль в тонких пластинах

Вимірювання оптичної анізотропії проводили аналогічно, як це було вище описано при проведенні серії експериментів 1. Результати другої серії експериментів наведено у таблицях 7.4, 7.5, та у вигляді графіків на рис.7.16, 7.17.

Індексом А позначено величин КІН для ближньої в плані до обрамлення вершини тріщини, індексом В – дальньої, l – відстань від ближньої вершини тріщини до обрамлення L – товщина тріщини в плані.

Таблиця 7.4.

Величин КІН K_I , K_{II} , K_{III} для тріщин різної відносної глибини a/h , які знаходяться в зоні конструкційного впливу обрамлення.

№ п/п	l , $\text{м} \cdot 10^{-3}$	L , $\text{м} \cdot 10^{-3}$	α , град	a/h	K_I^A , КПа· $\text{м}^{1/2}$	K_I^B , КПа· $\text{м}^{1/2}$	K_{II}^A , КПа· $\text{м}^{1/2}$	K_{II}^B , КПа· $\text{м}^{1/2}$	K_{III}^A , КПа· $\text{м}^{1/2}$	K_{III}^B , КПа· $\text{м}^{1/2}$
1	3,5	10	65	0,5	4,3	5,0			0,4	1,3
2	3,5	10	65	0,7	4,9	5,9			0,5	1,5
3	3,5	10	65	1,0	4,9	8,0	6,3	5,2		

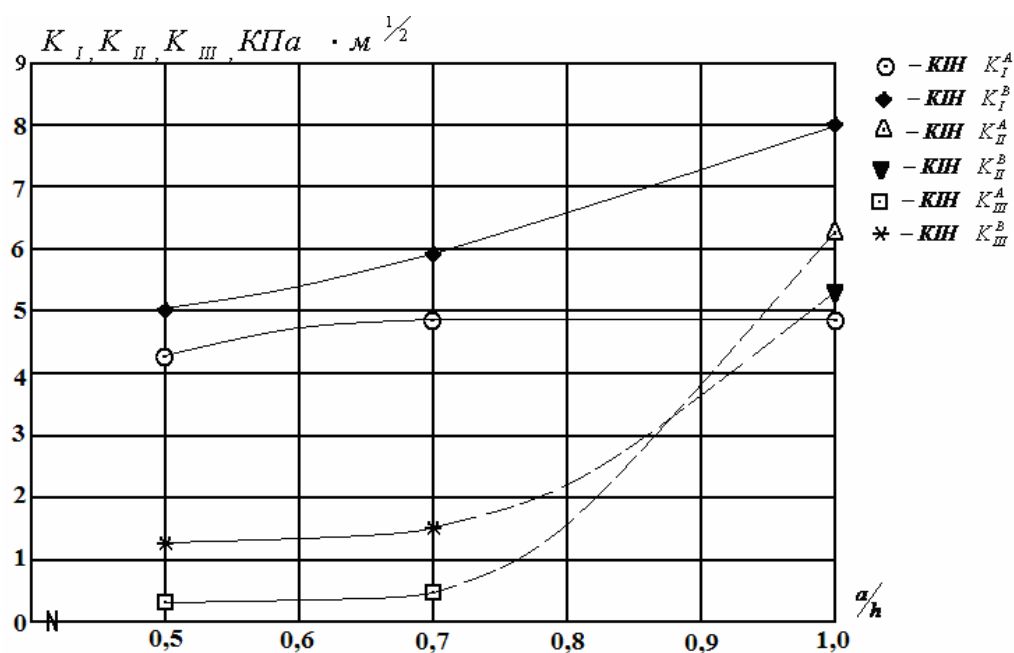


Рис.7.16. Графік розподілу величин КІН K_I, K_{II}, K_{III} для тріщин різної відносної глибини (a/h), які знаходяться в зоні конструкційного впливу обрамлення

Як і для першої серії експериментів визначаємо $K_{\text{скв}}$ за формулою (7.12).
Результати розрахунків наведено у вигляді таблиці 7.5 та графіка на рис.7.17.

Таблиця 7.5.

Еквівалентний КІН для тріщин різної відносної глибини a/h , які знаходяться в зоні конструкційного впливу обрамлення.

№ п/п	l , $\text{м} \cdot 10^{-3}$	L , $\text{м} \cdot 10^{-3}$	α , град.	a/h	$K_{\text{екв}}^A$, $\text{КПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	$K_{\text{екв}}^B$, $\text{КПа} \cdot \text{м}^{1/2}$
1	3,5	10	65	0,5	4,34	5,33
2	3,5	10	65	0,7	4,95	6,27
3	3,5	10	65	1,0	7,98	9,54

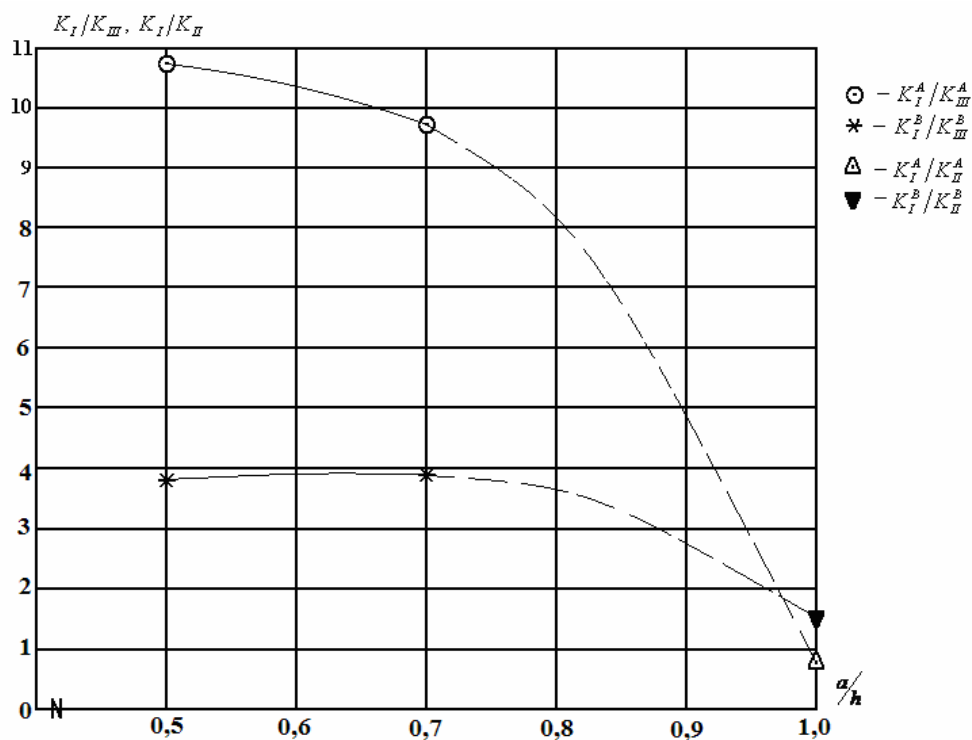


Рис.7.17. Відношення величин КІН K_I/K_{III} , K_I/K_{II} для тріщин різної відносної глибини a/h , які знаходяться в зоні конструкційного впливу обрамлення

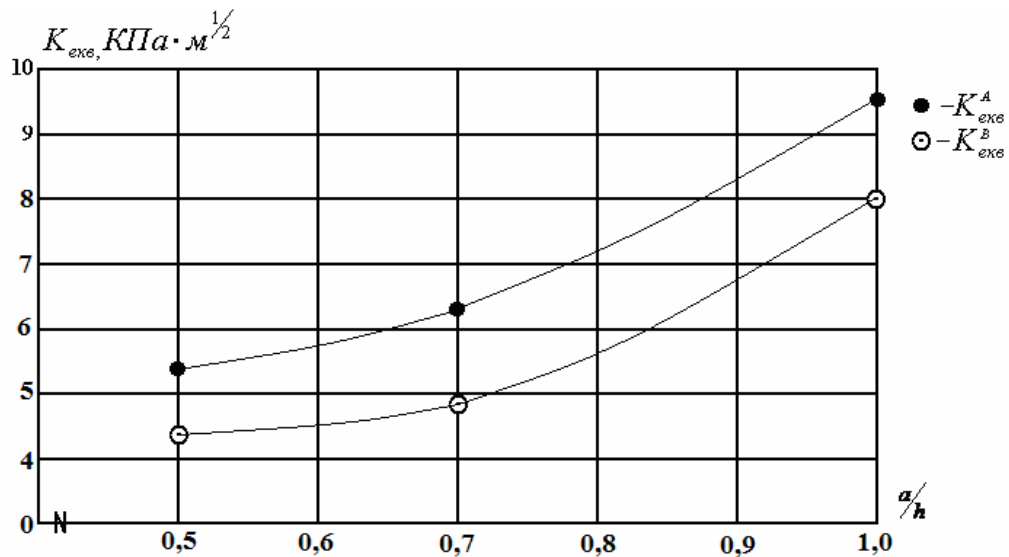


Рис.7.18. Еквівалентний КІН $K_{екв}$ для тріщин різної відносної глибини a/h та однакової орієнтації, які знаходяться в зоні конструкційного впливу обрамлення

На рис. 7.19 показано картину ізохроматичних смуг для наскрізної тріщини, яка розміщена у зоні конструкційного впливу обрамлення (матеріал – епоксидна смола).



Рис 7.19. Картина смуг для наскрізної тріщини, яка знаходиться поблизу обрамлення

Згідно фізико-механічного критерію ТДП, еквівалентний КІН буде визначатись за формулами (7.13), (7.14).

Для $(a/h)=0.5$, еквівалентний КІН буде дорівнювати:

$$K_{\hat{a}\hat{e}\hat{a}}^A = A^{0*} \cdot 4,3 + B^{0*} \cdot 0,4 \quad (7.18)$$

$$K_{\hat{a}\hat{e}\hat{a}}^B = A^{0*} \cdot 5,0 + B^{0*} \cdot 1,3 \quad (7.19)$$

Для $(a/h)=0.7$:

$$K_{\hat{a}\hat{e}\hat{a}}^A = A^{0*} \cdot 4,9 + B^{0*} \cdot 0,5 \quad (7.20)$$

$$K_{\hat{a}\hat{e}\hat{a}}^B = A^{0*} \cdot 5,9 + B^{0*} \cdot 1,5 \quad (7.21)$$

Для наскрізної тріщини $(a/h)=1$:

$$K_{\hat{a}\hat{e}\hat{a}}^A = A^{0*} \cdot 4,9 + B^{0*} \cdot 6,3 \quad (7.22)$$

$$K_{\hat{a}\hat{e}\hat{a}}^B = A^{0*} \cdot 8,0 + B^{0*} \cdot 5,2 \quad (7.23)$$

Проаналізуємо конструктивний вплив обрамлення на величини КІН K_I , K_{II} , K_{III} . Порівнюючи дані таблиці 7.2 (величини КІН для тріщин у пластині без обрамлення під дією розтягуючого напруження) та таблиці 7.4 (аналогічні величини при наявності конструкційного впливу обрамлення) можна зробити наступні висновки. Наявність обрамлення приводить до перерозподілу величин КІН K_I та K_{III} (для поверхневих тріщин) наступним чином. Для тріщин різної відносної глибини характер закономірностей конструкційного впливу обрамлення на величини КІН схожий. Воно дещо зменшує величини КІН K_I для фронту тріщини у т. А (найближчій до обрамлення): на 10,4% для $(a/h)_1 = 0,5$; та на 12,5% для $(a/h)_2 = 0,7$. При цьому величини КІН K_{III} у т.А обрамлення зменшує дуже суттєво (поздовжній зсув, практично, тормозиться ребром жорсткості). Для $(a/h)_1 = 0,5$ величина КІН K_{III} зменшується на 63,6%; для $(a/h)_2 = 0,7$ – на 58,3%. При цьому абсолютні величини КІН K_{III} зменшуються настільки, що величини співвідношення K_I/K_{III} дорівнюють 10,75 для $(a/h)_1 = 0,5$ та 9,80 для $(a/h)_2 = 0,7$. Для фронту поверхневих тріщин у т.В

(віддаленій у плані вершині тріщини) величини КІН K_I та K_{III} дещо зростають, порівняно з аналогічними для пластини без обрамлення. Так, величини КІН K_I для т.В зростають на 4,2% для $(a/h)_1 = 0,5$ та на 5,4% для $(a/h)_2 = 0,7$. Відповідно, величини КІН K_{III} для т.В зростають на 18,2% для $(a/h)_1 = 0,5$ та на 25% для $(a/h)_2 = 0,7$.

Цікавий ефект конструкційного впливу обрамлення можна спостерігати, коли поверхнева тріщина проростає в наскрізну. При цьому деформація берегів тріщини поздовжнього зсуву переходить у поперечний зсув (КІН K_{II} змінює КІН K_{III}). При цьому обрамлення сприяє збільшенню величини КІН K_{II} для найближчої до нього вершини А та зменшенню КІН нормального відриву K_I . Для віддаленої від обрамлення т.В, його вплив наступний: величина КІН K_I дещо більша, ніж без впливу обрамлення, а КІН K_{II} суттєво більший, ніж у пластині без обрамлення, але менший, ніж у вершині А. Так, K_I^A менше відповідного K_I (без обрамлення) на 31%, а K_{II}^A більше аналогічної величини K_{II} (без впливу обрамлення) на 90,9%. Для вершини В: K_I^B менше K_I (без обрамлення) на 11,3%, а K_{II}^B більше K_{II} (без обрамлення) на 57,6%. Якщо безпосередньо порівняти величини КІН, K_I^A та K_I^B , K_{II}^A та K_{II}^B , одержимо наступне. Величина КІН K_I^A менша за величину КІН K_I^B на 38,8%, а величина КІН K_{II}^A більша за КІН K_{II}^B на 21,2%. Якщо порівняти величини еквівалентного КІН, пораховані за формулою (7.12), та наведеними у таблицях 7.3 та 7.5, можна зробити наступний висновок. Конструкційний вплив обрамлення зменшує величини еквівалентного КІН для поверхневих тріщин, та збільшує відповідні параметри для наскрізних. Аналогічні висновки дозволяє зробити аналіз виразів для еквівалентного КІН згідно критерію ТДП (вирази 7.15-7.23).

Таким чином, конструкційний вплив обрамлення на тріщину, орієнтовану під кутом α до розтягуючих зусиль має, з точки зору граничного стану (еквівалентного КІН) «стримуючий» вплив на поверхневі тріщини (зменшує еквівалентний КІН) та «стимулюючий» вплив на наскрізні тріщини (збільшує еквівалентний КІН). Таку

специфіку конструкційного впливу обрамлення можна враховувати при аналізі міцності триплексів різної будови.

3. Для проведення третьої серії експериментів було виготовлено три пластинчасті моделі з поздовжнім ребром жорсткості, які містили поверхневі та наскрізні тріщини аналогічних розмірів і орієнтації, як і у серії експериментів 2. За допомогою описаної у роботі [96] методики, змодельовано поле залишкових технологічних напружень. До пластин із ребром жорсткості прикладено розтягуючі зусилля, які викликають ті самі номінальні напруження $\sigma_{\text{ном}}=1,0$ МПа, як і у серіях 1,2 попередніх експериментів. У зоні поблизу обрамлення буде діяти суперпозиція номінального напруженого стану та залишкових технологічних напружень (рис.7.19, 7.20).

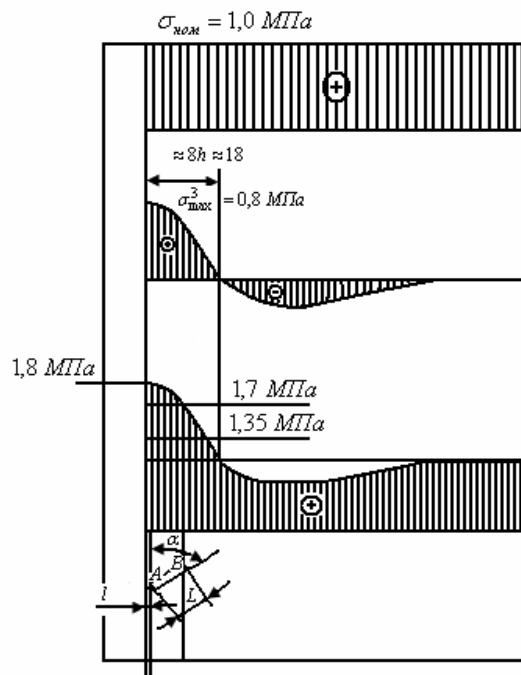


Рис. 7.21. Сумарний напружений стан у зоні обрамлення як суперпозиція дії номінальних та залишкових технологічних напружень

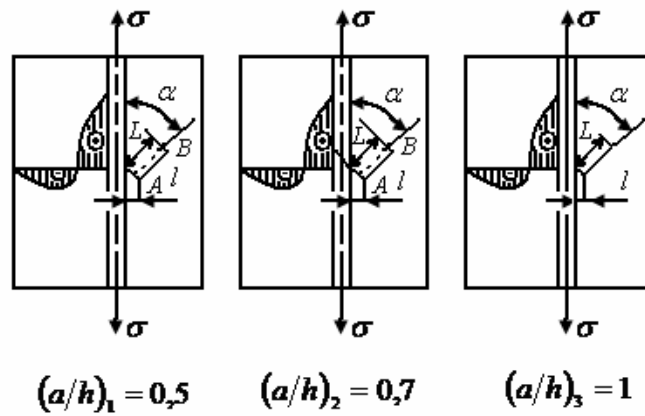


Рис.7.22. Серія експериментів по визначенню комплексного впливу поздовжнього обрамлення (конструкційного та технологічного) на величини КІН для тріщин різної відносної глибини a/h та однакової орієнтації відносно розтягуючих зусиль в тонких пластинах

Вимірювання оптичної анізотропії проводили аналогічно, як це було вище описано при проведенні серії експериментів 1,2. Результати третьої серії експериментів наведено у вигляді таблиці 7.6 та графіків на рис.7.23, 7.24.

Таблиця 7.6

Розподіл величин КІН для тріщин різної відносної глибини a/h та однакової орієнтації в зоні конструкційного та технологічного впливу обрамлення

№ п/п	l , $\text{м} \cdot 10^{-3}$	L , $\text{м} \cdot 10^{-3}$	α , град	a/h	K_I^A , $\text{КПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	K_I^B , $\text{КПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	K_{II}^A , $\text{КПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	K_{II}^B , $\text{КПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	K_{III}^A , $\text{КПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	K_{III}^B , $\text{КПа} \cdot \text{м}^{1/2}$
1	3,5	10	65	0,5	7,2	6,5			0,6	1,7
2	3,5	10	65	0,7	8,3	7,7			0,8	2,0
3	3,5	10	65	1,0	8,5	10,7	10,8	7,3		

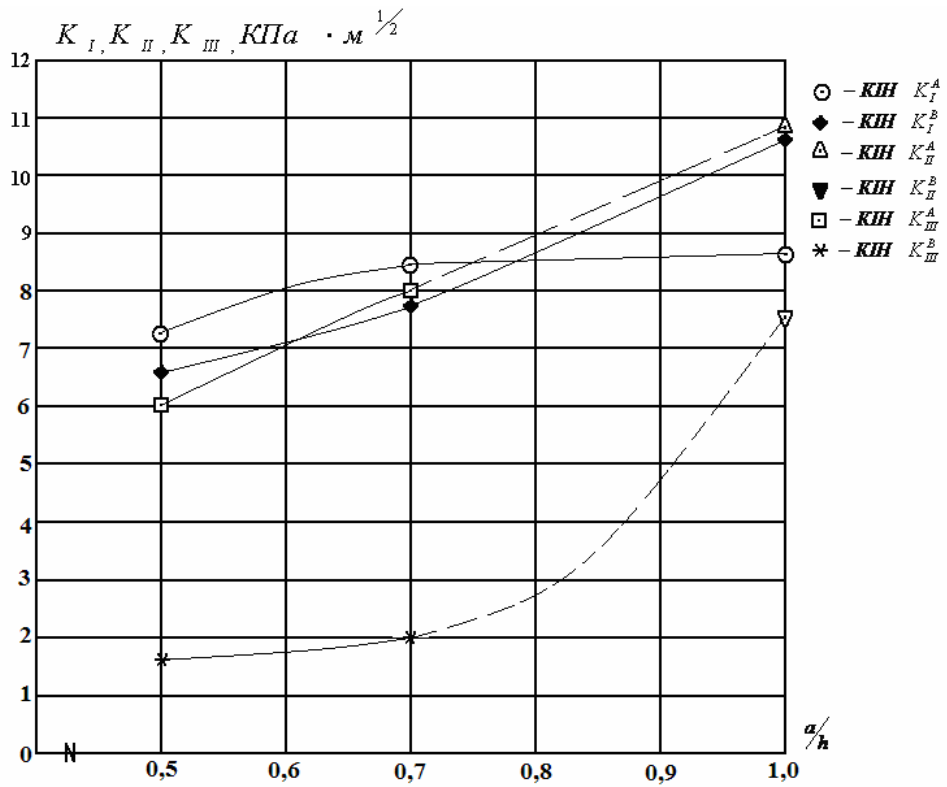


Рис.7.23. Графіки розподілу величин КІН K_I, K_{II}, K_{III} для тріщин різної відносної глибини (a/h), які знаходяться в зоні комплексного впливу обрамлення

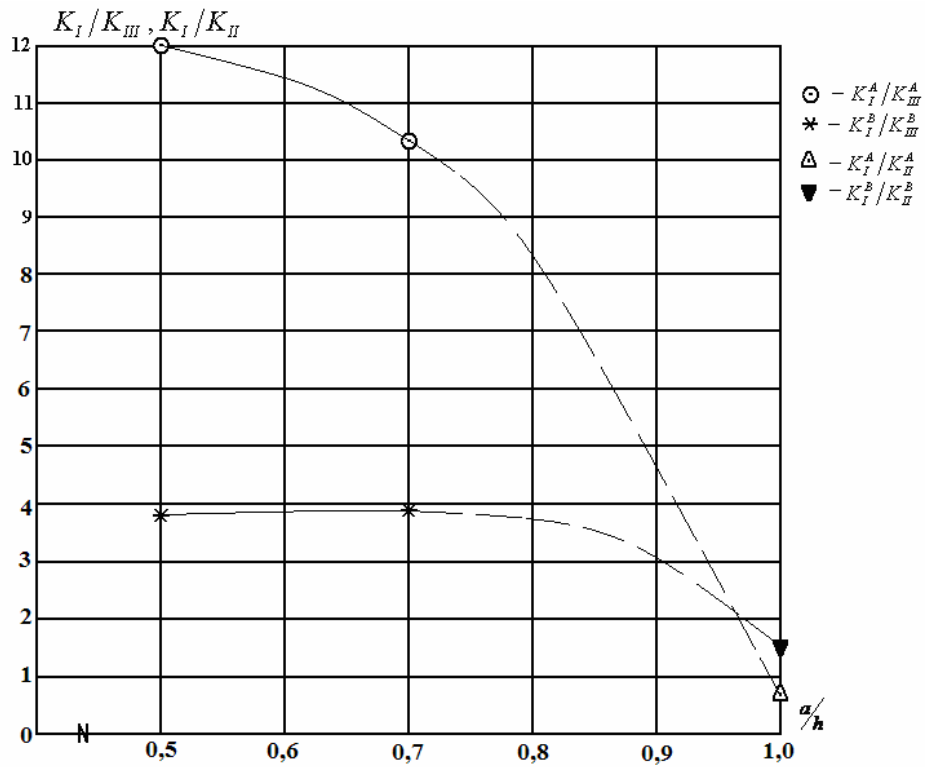


Рис.7.24. Відношення величин КІН $K_I/K_{III}, K_I/K_{II}$ залежно від відносної глибини тріщин a/h , які знаходяться в зоні комплексного впливу обрамлення

Як і в попередніх серіях експериментів, визначаємо $K_{екв}$ за формулою (7.12).

Результати розрахунків наведено у вигляді таблиці 7.7 та графіка на рис.7.25.

Таблиця 7.7.

Еквівалентний КІН для тріщин різної відносної глибини a/h , які знаходяться в зоні комплексного впливу обрамлення.

№ п/п	l , $м \cdot 10^{-3}$	L , $м \cdot 10^{-3}$	α , град.	a/h	$K_{екв}^A$, $КПа \cdot м^{1/2}$	$K_{екв}^B$, $КПа \cdot м^{1/2}$
1	3,5	10	65	0,5	7,25	6,93
2	3,5	10	65	0,7	8,38	8,20
3	3,5	10	65	1,0	13,70	13,00

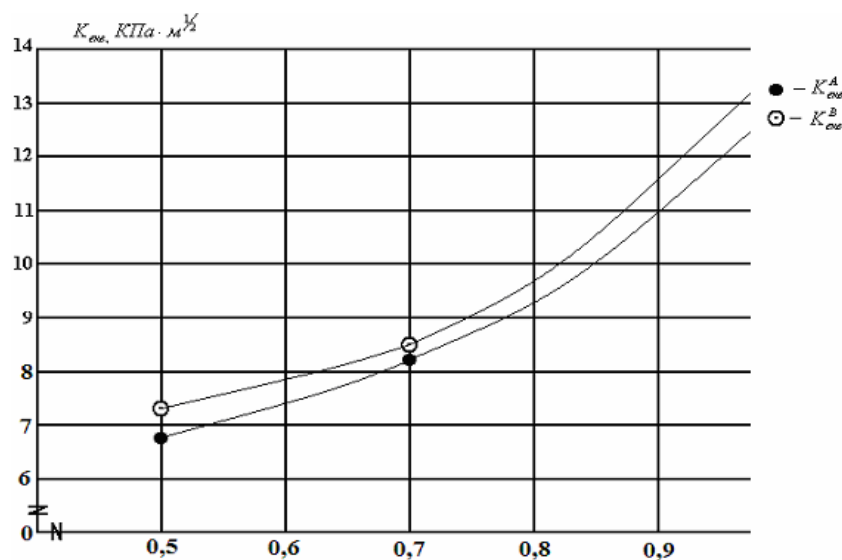


Рис.7.25. Еквівалентний КІН $K_{екв}$ для тріщин, які знаходяться в зоні комплексного впливу обрамлення

За формулами виду (7.13), (7.14) визначаємо для різних відносних глибин тріщин еквівалентний КІН згідно фізико-механічного критерію ТДП.

Для $(a/h)_1=0,5$:

$$K_{\dot{a}\dot{e}\dot{a}}^A = A^{0*} \cdot 7,2 + B^{0*} \cdot 0,6 \quad (7.24)$$

$$K_{\dot{a}\dot{e}\dot{a}}^B = A^{0*} \cdot 6,5 + B^{0*} \cdot 1,7 \quad (7.25)$$

Для $(a/h)_2=0,7$:

$$K_{\dot{a}\dot{e}\dot{a}}^A = A^{0*} \cdot 8,3 + B^{0*} \cdot 0,8 \quad (7.26)$$

$$K_{\dot{a}\dot{e}\dot{a}}^B = A^{0*} \cdot 7,7 + B^{0*} \cdot 2,0 \quad (7.27)$$

Для наскрізної тріщини $(a/h)_3=1$:

$$K_{\dot{a}\dot{e}\dot{a}}^A = A^{0*} \cdot 8,5 + B^{0*} \cdot 10,8 \quad (7.28)$$

$$K_{\dot{a}\dot{e}\dot{a}}^B = A^{0*} \cdot 10,7 + B^{0*} \cdot 7,3 \quad (7.29)$$

Аналіз комплексного (конструкційного та механічного поля залишкових напружень) впливу обрамлення на величини КІН для поверхневих та наскрізних тріщин наведено нижче. Аналізуючи дані таблиці 7.6 (комплексний вплив обрамлення) можна зробити наступні висновки. Додаткове механічне поле залишкових напружень збільшило величини КІН K_I^A для найближчих до обрамлення точок тріщин: для відносної глибини поверхневої тріщини $(a/h)_1=0,5$ – на 67,4%, для $(a/h)_2=0,7$ – на 69,4%, для наскрізної тріщини $(a/h)_3=1$ – на 73,5%. Для віддаленої вершини В відповідне зростання мало менш виражений характер (за рахунок спадання величини залишкових напружень при віддаленні від обрамлення). Відповідні зростання були наступні: для $(a/h)_1=0,5$ КІН K_I^B зріс на 30,0%, для $(a/h)_2=0,7$ – на 30,5%; для наскрізної тріщини $(a/h)_3=1$ – на 33,8%. Для т. А зростання КІН K_{III}^A (для поверхневих тріщин) та K_{II}^A (для наскрізної) склало: для $(a/h)_1=0,5$ -

50,0%; $(a/h)_2=0,7 - 60,0\%$, $(a/h)_3=1-71,4\%$. Аналогічні зростання для т. В були: для $(a/h)_1=0,5- 30,8\%$, $(a/h)_2=0,7 - 33,3\%$, $(a/h)_3=1,0 - 40,4\%$.

Порівнюючи дані розрахунку еквівалентних КІН (таблиця 7.5– конструкційний вплив обрамлення, таблиця 7.7 – комплексний вплив обрамлення), бачимо, що поле залишкових напружень, за рахунок свого чітко вираженого градієнтного характеру суттєво збільшило відповідні величини для найближчої до обрамлення точки фронту тріщини - $K_{\text{ааа}}^A$. Зростання $K_{\text{ааа}}^A$ склало: для $(a/h)_1=0,5- 67,05\%$; для $(a/h)_2=0,7 -$ на $69,3\%$, для $(a/h)_3 =1 - 71,7\%$. Відповідні величини для вершини В були: для $(a/h)_1=0,5- 30,0\%$; для $(a/h)_2=0,7 - 30,8\%$, для $(a/h)_3 =1- 36,3\%$. При цьому як для поверхневих тріщин, так і для наскрізної, комплексний КІН для ближньої вершини А почав, хоч і на невелику величину, переважати аналогічне значення для віддаленої вершини В. Так, для $(a/h)_1=0,5$ $K_{\text{ааа}}^A$ більше $K_{\text{ааа}}^B$ на $4,6\%$, для $(a/h)_2=0,7$ на $2,2\%$, для наскрізної тріщини $(a/h)_3 =1$ на $5,4\%$. Тому, у випадку співвідношення параметрів (конструкційних та силових факторів), змодельованих у серії експериментів 3, руйнування почнеться з області фронту тріщини, яка ближче до обрамлення, причому на поширення наскрізної тріщини суттєвий вплив будуть мати як деформація нормального відриву (КІН K_I) так і поперечний зсув (КІН K_{II}).

Таким чином, у підрозділі 7.1.3. за допомогою модифікованого поляризаційно-оптичного методу (розділ 6) наведено аналіз НДС біля тріщин (надрізів) у склеюючому шарі триплексів.

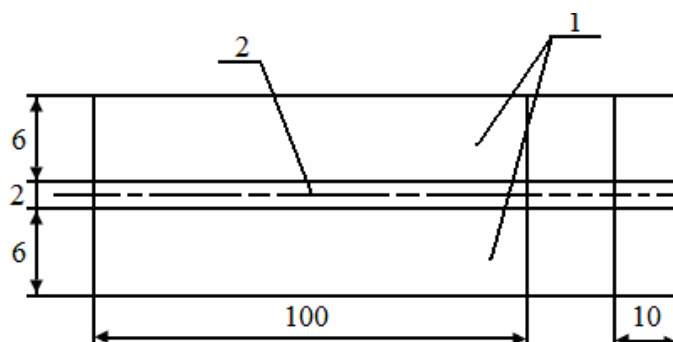
7.2 Дослідження напруженого стану гомогенних та гетерогенних триплексів при знижених температурах

Триплекси, як конструкційні елементи машин знаходять широке застосування у авіабудуванні (ілюмінатори літаків), суднобудуванні (ілюмінатори пароплавів та підводних човнів), машинобудуванні (скляні елементи підвищеної надійності різноманітних машин), наприклад, оглядові вікна харчових апаратів [141, 142, 212]. Сама багат шарова структура має цілий ряд переваг з точки зору міцнісної

надійності та руйнівної стійкості. Але при зміні температури таких конструктивних комплексів, внаслідок різниці величин коефіцієнтів лінійного розширення виникає концентрація напружень у крайових зонах клейових з'єднань. Оскільки на такі фактори накладається вплив залишкових технологічних напружень, концентрація біля поверхневих мікротріщин, це може приводити до руйнування триплексів. Застосування триплексів з обрамленням може підвищувати міцність за рахунок протидії розшаруванню, але є додатковим конструкційним концентратором та вносить вплив у перерозподіл напруженого стану. Оскільки умови експлуатації літаків, човнів, різноманітних машин проводяться в умовах значних змін температур, оцінка НДС таких конструкційних елементів машин є актуальною та важливою для практичних потреб задачею, яку досить важко коректно, з врахуванням всіх факторів, вирішити теоретично або за допомогою чисельних методів. Тому доцільно вести дослідження безпосередньо на натурних зразках гомогенних та гетерогенних триплексів. Поляризаційно-оптичний метод дозволяє проводити такі експерименти. Специфіка його застосування аналогічна описаній у підрозділі 7.1.1 (низька оптична чутливість силікатного неорганічного скла, яке є базою триплексів). Але оскільки у цьому випадку визначались параметри НДС, а не КІН біля вершин тріщин, крім того товщина триплекса (10 мм) набагато перевищує товщину досліджуваних у підрозділі 7.1.1 зразків з тріщинами, безпосередні фотопружні вимірювання за класичною методикою дозволять одержати необхідну інформацію. Нижче наведено дані експериментальних досліджень НДС триплексів (без врахування можливої наявності тріщиноподібних дефектів у їх складових частинах (елементах)) при знижених температурах, одержаних разом із співробітниками лабораторії оптичних методів механіки Тернопільського національного технічного університету доцентом Мильніковим О.В., професором Підгурським М.І., кандидатом фізико-математичних наук Твердоступом Р.Б. [141, 142, 176, 212], яким автор висловлює щире вдячність.

Для дослідження поляризаційно-оптичним методом було взято чотири натурних триплекси різного конструктивного виконання.

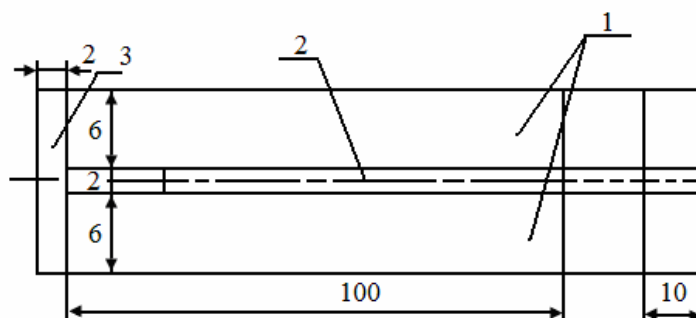
1. Гомогенний триплекс, який являв собою наступний конструктивний комплекс: неорганічне силікатне скло – клеюючий шар – неорганічне силікатне скло – рис.7.26. Розміри триплекса: 100x14x10 мм;



1. Неорганічне скло
2. Склеюючий шар

Рис.7.26. Гомогенний триплекс без обрамлення (зразок 1)

2. Гомогенний триплекс з обрамленням (неорганічне силікатне скло – клеюючий шар – неорганічне силікатне скло; обрамлення)– рис.7.2. Розміри триплекса 100x14x10 мм, товщина обрамлення 2 мм.

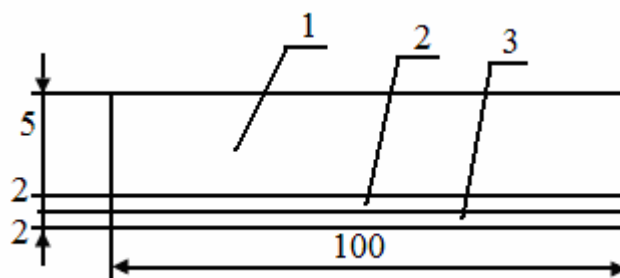


1. Неорганічне скло
2. Склеюючий шар
3. Обрамлення

Рис.7.27. Гомогенний триплекс з обрамленням (зразок 2)

3. Гетерогенний триплекс без обрамлення (неорганічне силікатне скло – клеюючий шар – органічне скло)- рис.7.28. Розміри триплекса 100x9x10 мм.

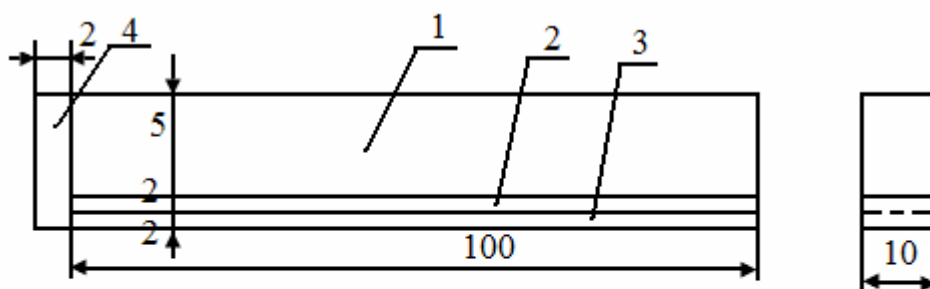
Товщина шару неорганічного силікатного скла 5 мм, склеюючого шару – 2 мм, органічного скла – 2 мм.



1. Неорганічне скло
2. Склеюючий шар
3. Органічне скло

Рис.7.28. Гетерогенний триплекс без обрамлення (зразок 3)

4. Гетерогенний триплекс з обрамленням (неорганічне силікатне скло – склеюючий шар – органічне скло) – рис.7.29. Розміри триплекса 100x9x10 мм. Товщина шару неорганічного силікатного скла 5 мм, склеюючого шару – 2 мм, органічного скла – 2 мм, обрамлення – 2 мм.



1. Неорганічне силікатне скло
2. Склеюючий шар
3. Органічне скло
4. Обрамлення

Рис.7.29. Гетерогенний триплекс з обрамленням (зразок 4)

Вимірювались параметри оптичної анізотропії для фіксованих температур $T=213, 233, 253, 273, 293$ К ($-60^{\circ}\text{C}; -40^{\circ}\text{C}; -20^{\circ}\text{C}; 0^{\circ}\text{C}; 20^{\circ}\text{C}$) і при цьому за формулами поляризаційно-оптичного методу визначались параметри НДС.

Температурні режими реалізовувались за допомогою спеціально створених кріокамер. Оптичну анізотропію вимірювали за допомогою компенсаційного методу Сенармона, оскільки для матеріалів з низькою оптичною чутливістю, яким є неорганічне силікатне скло, метод смуг застосовувати важко, і точність його буде невисокою. Безпосередньо вимірювання проводилися на координатно-синхронному поляриметрі КСП-7 у монохроматичному світлі з довжиною світла $\lambda=546\text{нм}$. Одержували величину різниці оптичного ходу променів δ та кут ізокліни ψ , за допомогою яких визначались $(\sigma_x - \sigma_y)$ і τ_{xy} . Розділення нормальних напружень відбувалось за допомогою додаткового просвічування під певним кутом α .

Наведемо результати експериментів у вигляді ряду таблиць та графіків, які описують розподіл параметрів НДС.

Таблиця 7.8.

Відношення величин максимальних дотичних напружень $\tau_{\max i} / \tau_{\max j}$ у крайових зонах триплексів для різних зразків

№ п/п	T, К/ $^{\circ}\text{C}$	$\frac{\tau_{\max 2}}{\tau_{\max 1}}$	$\frac{\tau_{\max 4}}{\tau_{\max 3}}$	$\frac{\tau_{\max 3}}{\tau_{\max 1}}$	$\frac{\tau_{\max 4}}{\tau_{\max 2}}$
1	213/ - 60	2,65	2,52	3,96	3,77
2	233/ -40	2,57	2,44	3,85	3,66
3	253/ -20	2,00	2,00	3,33	2,66
4	273/ 0	1,27	1,27	3,06	2,33
5	293/ +20	1,00	1,00	1,00	1,00

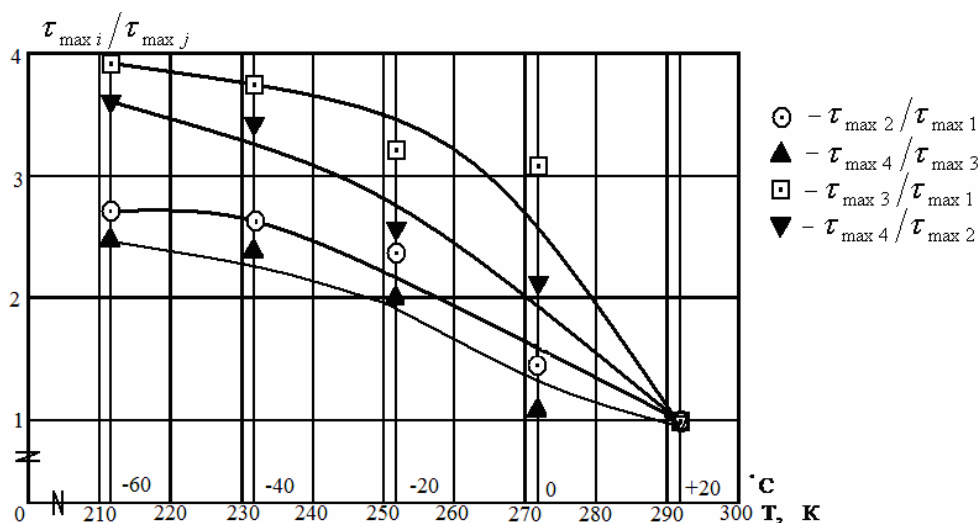


Рис.7.30. Відношення величин максимальних дотичних напружень $\tau_{\max i} / \tau_{\max j}$ у крайових зонах триплексів для різних зразків

Аналізуючи дані таблиці 7.8 та графіків на рис.7.30, можна зробити висновки про вплив обрамлення на максимальні дотичні напруження в крайових зонах для гомогенних триплексів ($\tau_{\max 2} / \tau_{\max 1}$), вплив обрамлення для гетерогенних триплексів ($\tau_{\max 4} / \tau_{\max 3}$), вплив гетерогенності без обрамлення ($\tau_{\max 3} / \tau_{\max 1}$), вплив гетерогенності при наявності обрамлення ($\tau_{\max 4} / \tau_{\max 2}$). Бачимо, що величини співвідношень дотичних напружень максимальні для найнижчої температури ($t = -60^{\circ}\text{C}$) і поступово зменшуються для кожної з визначених температур, при кімнатній температурі ($t = +20^{\circ}\text{C}$) всі відношення дорівнюють одиниці. Причому, обрамлення збільшує величину максимальних дотичних напружень для гомогенних триплексів у 2,63 рази, гетерогенних – у 2,50 рази (при максимальному охолодженні до -60°C). Це можна пояснити «цементуючим» ефектом обрамлення, яке змінює граничні умови на краю триплекса, що при різниці коефіцієнтів лінійного розширення (КЛР) елементів триплекса, включаючи обрамлення, і викликає вказаний ефект. Гетерогенність за рахунок суттєвої відмінності у величинах КЛР для неорганічного та органічного скла забезпечує максимальну величину відношення дотичних

напружень у крайових зонах (3,98 при $t = -60^{\circ}\text{C}$). Гетерогенність разом з обрамленням призводить до відповідної величини співвідношення 3,76 (при $t = -60^{\circ}\text{C}$).

Нижче, у вигляді графіків наведено дані по розподілу нормальних напружень σ_x та σ_y на відстані 1 мм від краю зразка (або обрамлення).

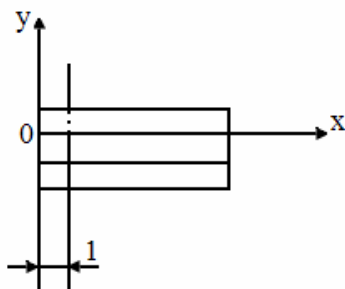


Рис.7.31. Система координат та точки вимірювань величин σ_x та σ_y для зразка 1

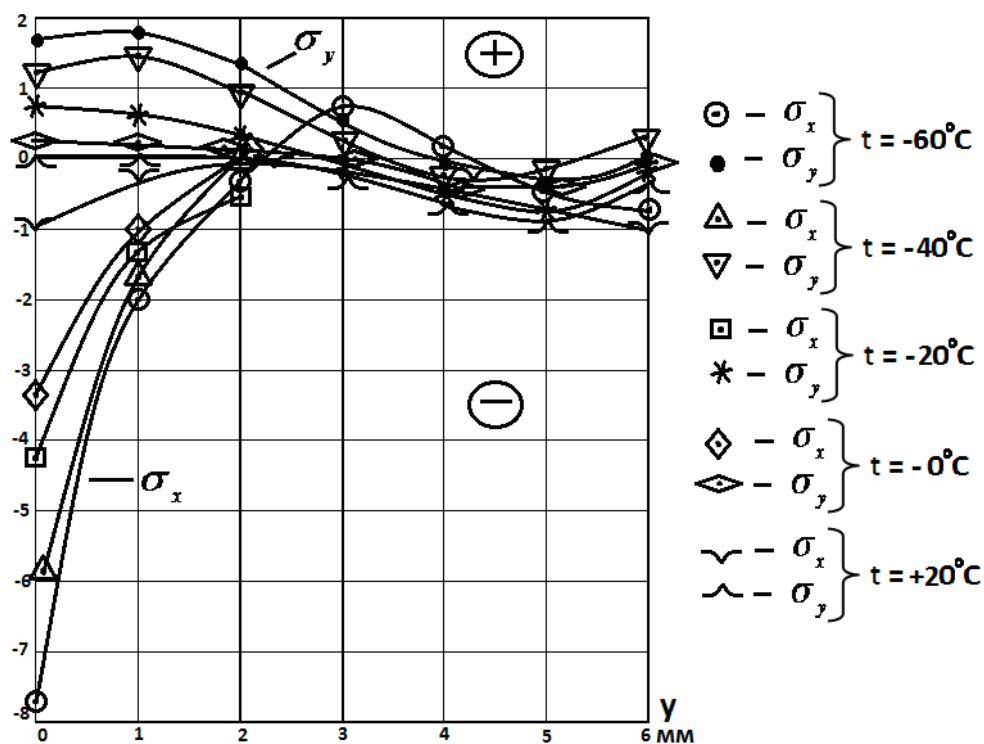


Рис.7.32. Розподіл нормальних напружень σ_x та σ_y вздовж лінії $x=1\text{ мм}$ для різних температур у зразку 1

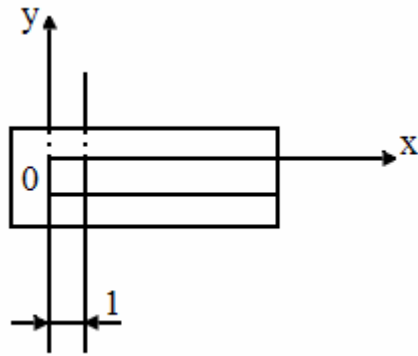


Рис.7.33. Система координат та точки вимірювань величин σ_x та σ_y для зразка 2

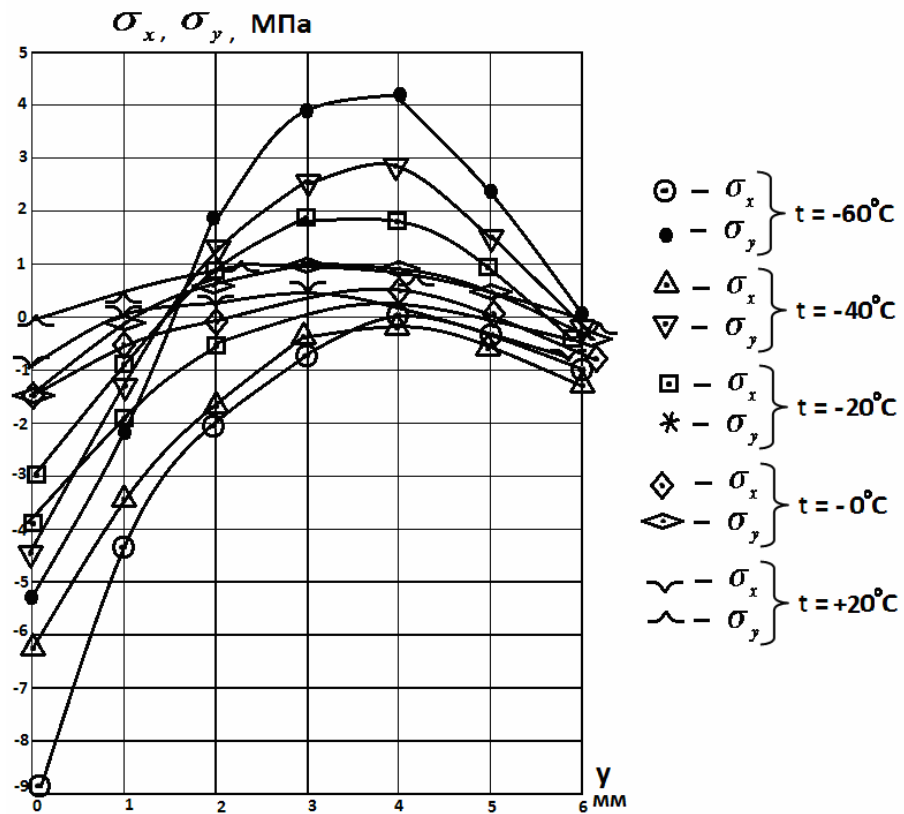


Рис.7.34. Розподіл нормальних напружень σ_x та σ_y вздовж лінії $x=1\text{ мм}$ для різних температур у зразку 2

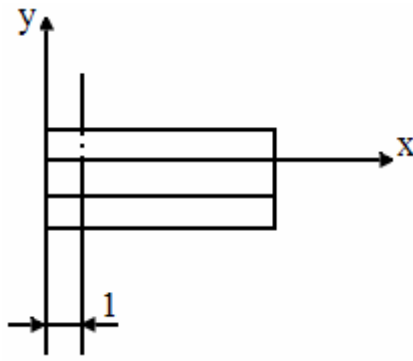


Рис.7.35. Система координат та точки вимірювань величин σ_x та σ_y для зразка 3

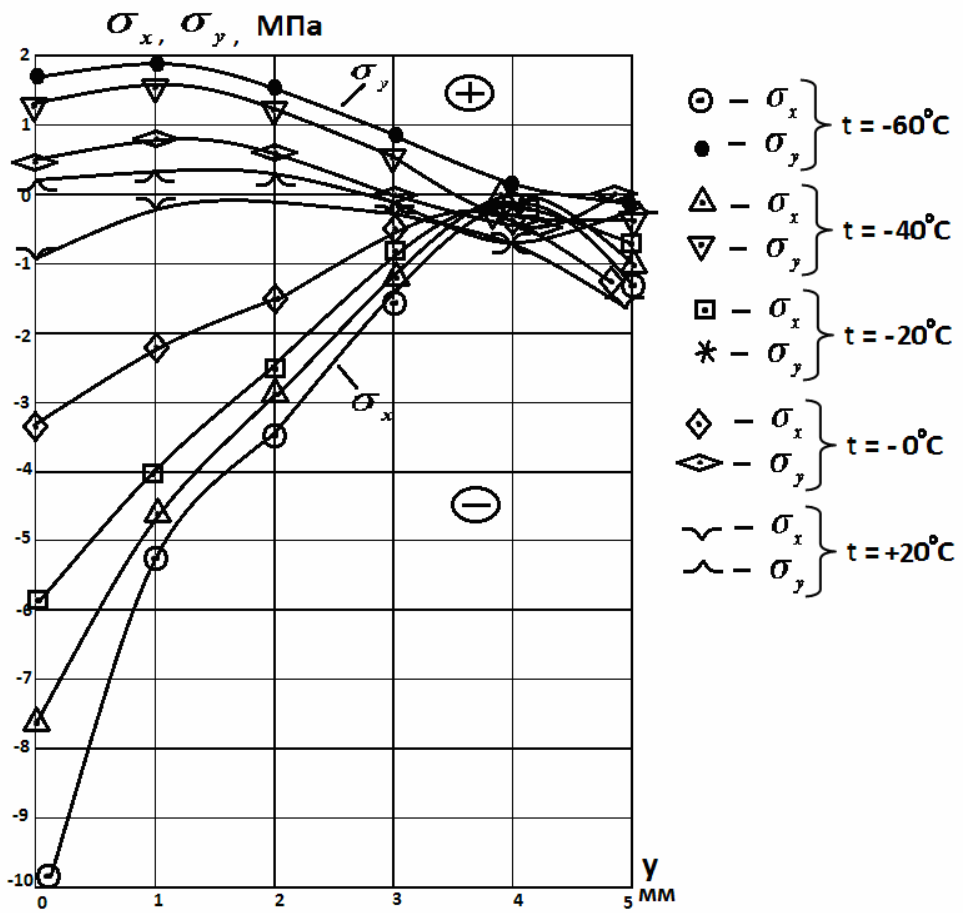


Рис.7.36. Розподіл нормальних напружень σ_x та σ_y вздовж лінії $x=1$ мм для різних температур у зразку 3

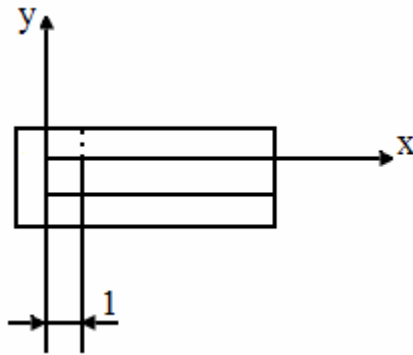


Рис.7.37. Система координат та точки вимірювань величини σ_x та σ_y для зразка 4

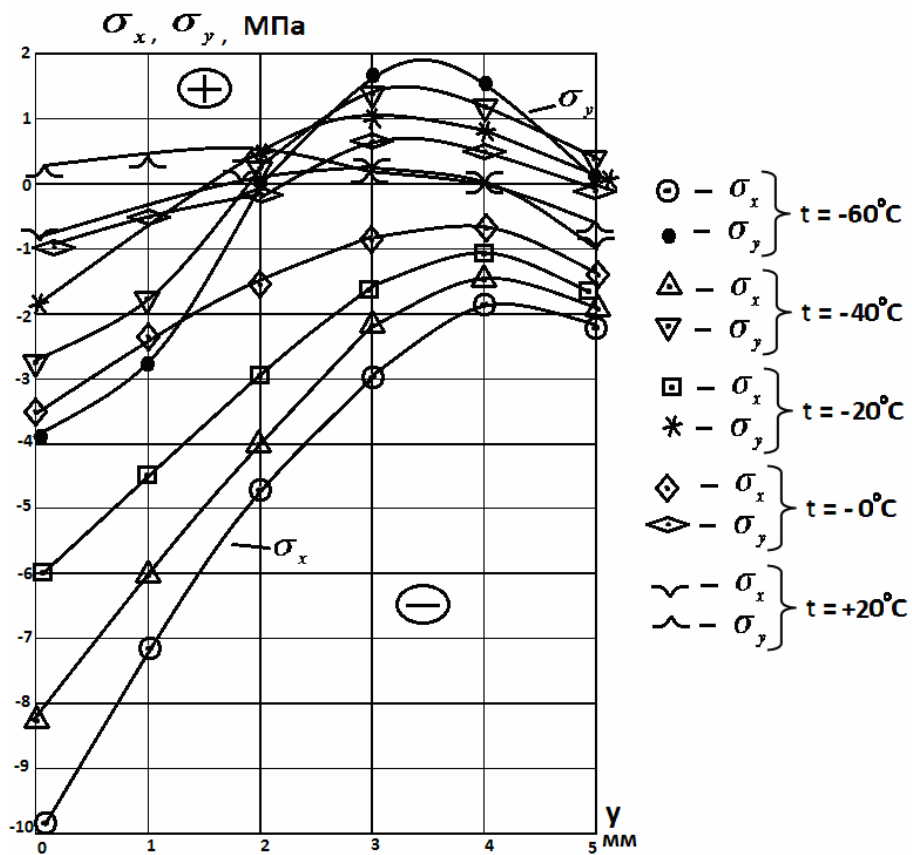


Рис.7.38. Розподіл нормальних напружень σ_x та σ_y вздовж ліній $x=1\text{мм}$ для різних температур у зразку 4

Аналізуючи дані, приведені на графіках 7.32, 7.35, 7.37, 7.39 можна зробити певні висновки. Максимальна величина зміни температури (охолодження до $t=-60^{\circ}\text{C}$) викликає найбільш виражений напружений стан для всіх видів триплексів. Оскільки для неорганічного силікатного скла характерно мікроруйнування поверхні,

саме розтягуючі напруження σ_y будуть основним фактором, який буде ініціювати руйнування. Для гомогенних та гетерогенних триплексів без обрамлення, напруження σ_y на поверхні мають знак «плюс» - розтяг, величини максимальних σ_y за величиною, приблизно рівні і їх значення становить 2,1 МПа. Обрамлення міняє характер розподілу напружень σ_y , змінюючи знак напруження на границі обрамлення з плюса на мінус, тобто з розтягу на стиск. Розтяг зміщується у глибину неорганічного силікатного скла. Суттєво небезпечніша крайова зона, де ймовірність наявності мікротріщин, які є потужними концентраторами, набагато вища. Хоча нерівномірність фізико-механічних властивостей шарів неорганічного скла, наприклад, внаслідок залишкових технологічних напружень, може спричинити руйнування триплексу посередині масиву неорганічного силікатного скла. Підкреслимо, що для кімнатної температури ($t = 20^\circ C$) всі триплекси: і гомогенні, і гетерогенні, з обрамленням, і без, практично, не навантажені.

7.3. Оцінка граничного стану триплексів при можливій наявності тріщиноподібних дефектів у їх складових частинах (елементах).

Визначення НДС та граничного стану багатошарових структур, якими є триплекси, досить складна задача, особливо при можливій наявності тріщиноподібних дефектів у їх складових частинах [72, 73, 74, 141, 142, 212]. Аналітичні та чисельно-аналітичні методи не дозволяють, у повному обсязі, розв'язати задачі такого плану. Ефективним для дослідження таких об'єктів є модифікована методика поляризаційно-оптичного методу (розділ 6) та застосування для оцінки граничного стану розробленого фізико-механічного критерію ТДП (розділ 5).

На рис. 7.39 показано схему дослідження окремих складових (елементів) багатошарових структур боковим просвічуванням.

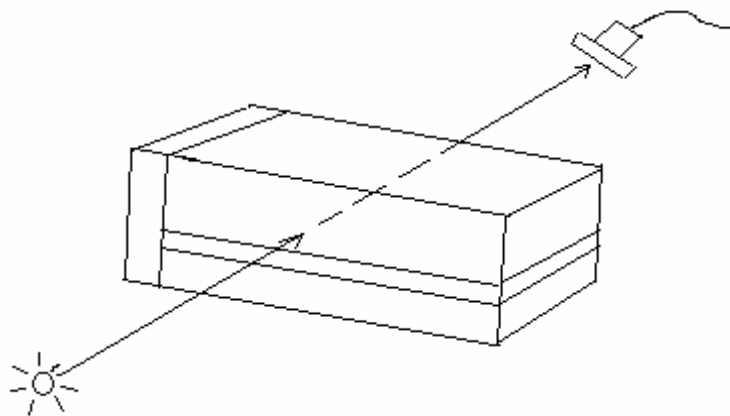


Рис. 7.39. Схема дослідження багатошарових структур боковим просвічуванням

На рис. 7.40 показано характерну картину ізохроматичних смуг у триплексі.

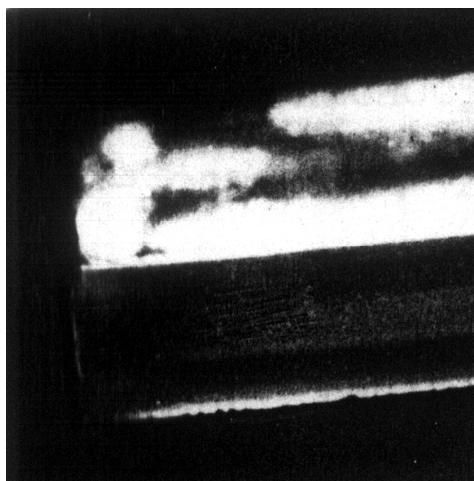


Рис. 7.40. Картина ізохроматичних смуг у гетерогенному триплексі ($T=213\text{ K}$)

Застосуємо фізико-механічний критерій ТДП (розділ 5) до оцінки граничного стану триплексів різного конструктивного виконання. Для цього у вираз (5.7) для визначення еквівалентного напруження (і подальшого його порівняння з граничним) підставимо відповідні співвідношення оптико-механічних констант C_1/C_2 для неорганічного силікатного скла, органічного скла та епоксидної смоли. Визначимо $\sigma_{\text{екв}}$ для неорганічного силікатного скла для чотирьох конструктивних виконань триплексів і напруженого стану, який відповідає температурі $T=213\text{ K}$. Проведемо розрахунки для органічного скла і епоксидної смоли, при умові аналогічного

розподілу напружень (аналіз граничного стану відповідних триплексів, у яких базовим досліджуваним елементом є неорганічне силікатне скло, органічне скло, епоксидна смола).

Результати розрахунків для чотирьох варіантів триплексів наведено у таблицях 7.9 – 7.12.

Таблиця 7.9

Оцінка граничного стану гомогенного триплексу без обрамлення (зразок 1) при $T=213K$ для трьох варіантів матеріалу базового досліджуваного елемента

Матеріал базового елемента триплексу	Координата точки вимірювання у, мм	Співвідношення оптико-механічних констант C_1/C_2	Еквівалентне напруження за критерієм ТДП, $\sigma_{\text{СКВ}}$, МПа	Граничне напруження (при наявності тріщин) σ^* , МПа	Запас міцності у небезпечній точці, k
Неорганічне силікатне скло	0	1,07	-6,13	4,48	2,99
	1		-0,21		
	2		1,04		
	*3		*1,50		
	4		0,22		
	5		-0,41		
	6		-0,84		
Органічне скло	0	1,43	-5,36	9,92	5,45
	1		0,57		
	2		1,56		
	*3		*1,82		
	4		0,22		
	5		-0,49		
	6		-0,84		
Епоксидна смола	0	1,78	-4,48	7,25	3,47
	1		1,20		
	2		2,01		
	*3		*2,09		
	4		0,22		
	5		-0,56		
	6		-0,84		

Таблиця 7.10

Оцінка граничного стану гомогенного триплексу з обрамленням (зразок 2) при $T=213K$ для трьох варіантів матеріалу базового досліджуваного елемента

Матеріал базового елемента триплексу	Координата точки вимірювання у, мм	Співвідношення оптико-механічних констант C_1/C_2	Еквівалентне напруження за критерієм ТДП, $\sigma_{\text{екв}}$, МПа	Граничне напруження (при наявності тріщин) σ^* , МПа	Запас міцності у небезпечній точці, к
Неорганічне силікатне скло	0	1,07	-14,31	4,48	1,08
	1		-2,15		
	2		0		
	3		3,21		
	*4		*4,14		
	5		2,16		
	6		-2,07		
Органічне скло	0	1,43	-16,58	9,92	1,69
	1		-1,15		
	2		0,86		
	3		4,92		
	*4		*5,86		
	5		3,13		
	6		-2,07		
Епоксидна смола	0	1,78	-18,43	7,25	*0,99
	1		-0,38		
	2		1,56		
	3		6,32		
	*4		*7,30		
	5		3,97		
	6		-2,07		

Оцінка граничного стану гетерогенного триплекса без обрамлення (зразок 3)
при $T=213K$ для трьох варіантів матеріалу базового досліджуваного елемента

Матеріал базового елемента триплексу	Координата точки вимірювання у, мм	Співвідношення оптико-механічних констант C_1/C_2	Еквівалентне напруження за критерієм ТДП, $\sigma_{\text{екв}}$, МПа	Граничне напруження (при наявності тріщин) σ^* , МПа	Запас міцності у небезпечній точці, к
Неорганічне силікатне скло	0	1,07	-8,32	4,48	56,0
	1		-2,35		
	2		-2,08		
	3		-0,72		
	*4		*0,08		
	5		-0,33		
Органічне скло	0	1,43	-7,57	9,92	98,1
	1		-2,48		
	2		-1,36		
	3		-0,31		
	*4		*0,11		
	5		-0,33		
Епоксидна смола	0	1,78	-6,97	7,25	51,8
	1		-1,82		
	2		-0,83		
	3		-0,04		
	*4		*-0,14		
	5		-0,33		

Таблиця 7.12

Оцінка граничного стану гетерогенного триплекса з обрамленням (зразок 4)
при $T=213K$ для трьох варіантів матеріалу базового досліджуваного елемента

Матеріал базового елемента триплексу	Координата точки вимірювання у, мм	Співвідношення оптико-механічних констант C_1/C_2	Еквівалентне напруження за критерієм ТДП, $\sigma_{\text{екв}}$, МПа	Граничне напруження (при наявності тріщин) σ^* , МПа	Запас міцності у небезпечній точці, к
Неорганічне силікатне скло	0	1,07	-14,07	4,48	
	1		-9,93		
	2		-4,72		
	3		-1,45		
	*4		*-0,43		
	5		-2,14		
Органічне скло	0	1,43	-15,72	9,92	39,7
	1		-11,06		
	2		-4,72		
	3		-0,71		
	*4		*0,25		
	5		-1,96		
Епоксидна смола	0	1,78	-17,12	7,25	9,42
	1		-12,01		
	2		-4,72		
	3		-0,15		
	*4		*0,77		
	5		-1,92		

На рис. 7.41 – 7.44 показано криві розподілу напружень σ_x , σ_y , $\sigma_{екв}$ у неорганічному силікатному склі для різних варіантів триплексів (зразки 1-4) при $T=213K$.

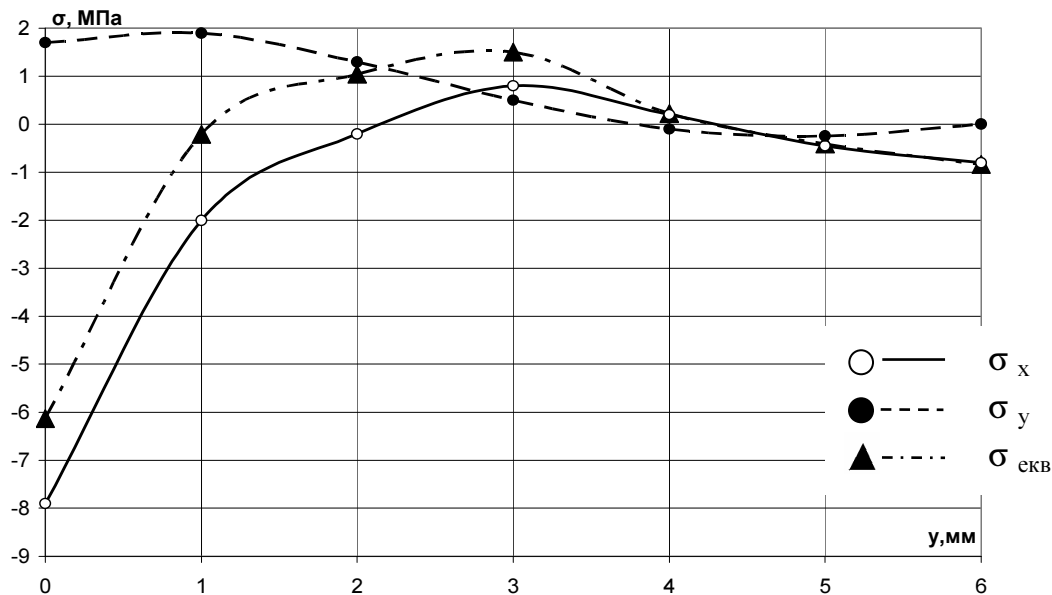


Рис. 7.41. Розподіл напружень σ_x , σ_y , $\sigma_{екв}$ у гомогенному триплексі без обрамлення (зразок 1) при $T=213K$

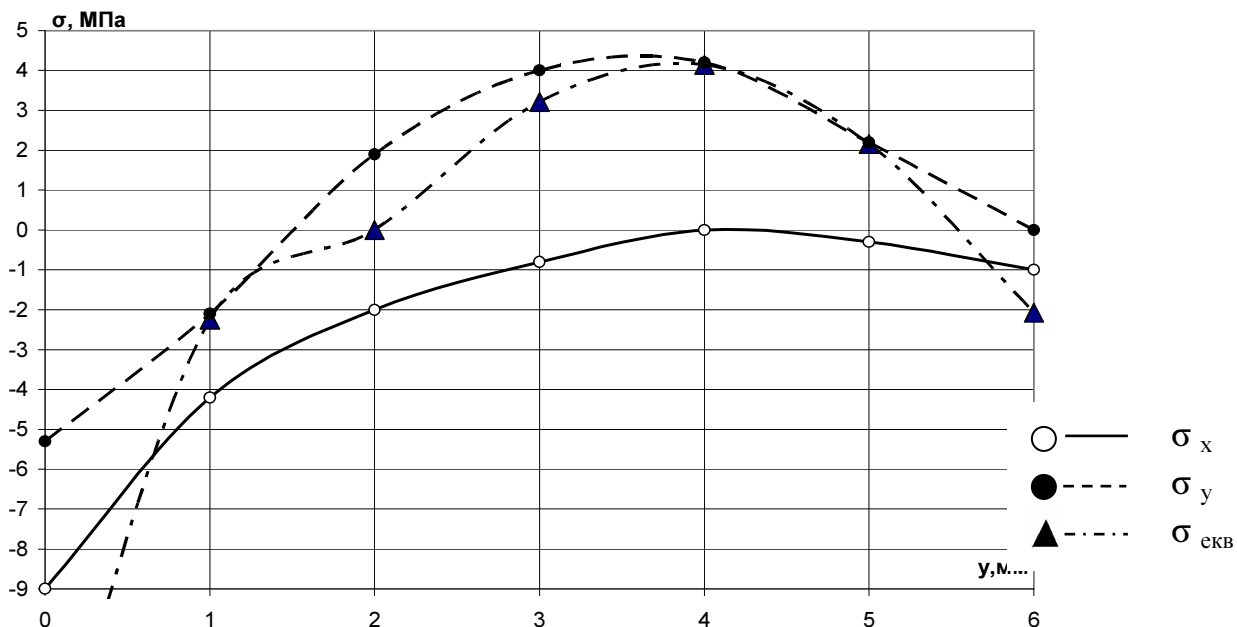


Рис. 7.42. Розподіл напружень σ_x , σ_y , $\sigma_{екв}$ у гомогенному триплексі з обрамленням (зразок 2) при $T=213K$

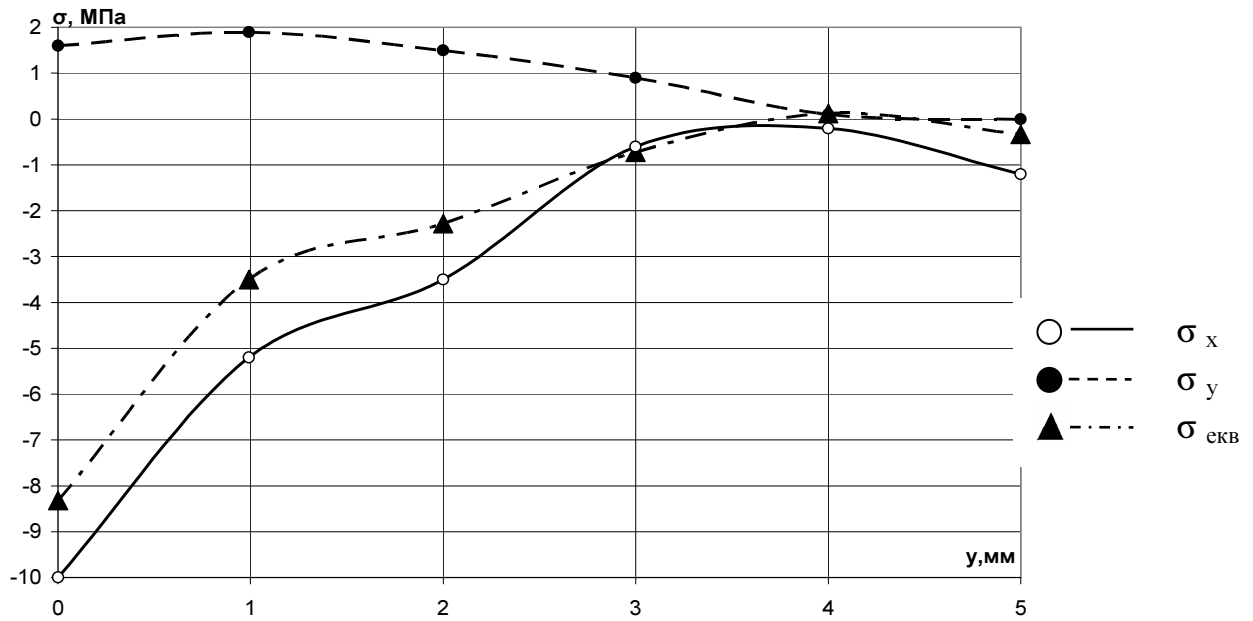


Рис. 7.43. Розподіл напружень σ_x , σ_y , $\sigma_{екв}$ у гетерогенному триплексі без обрамлення (зразок 3) при $T=213K$

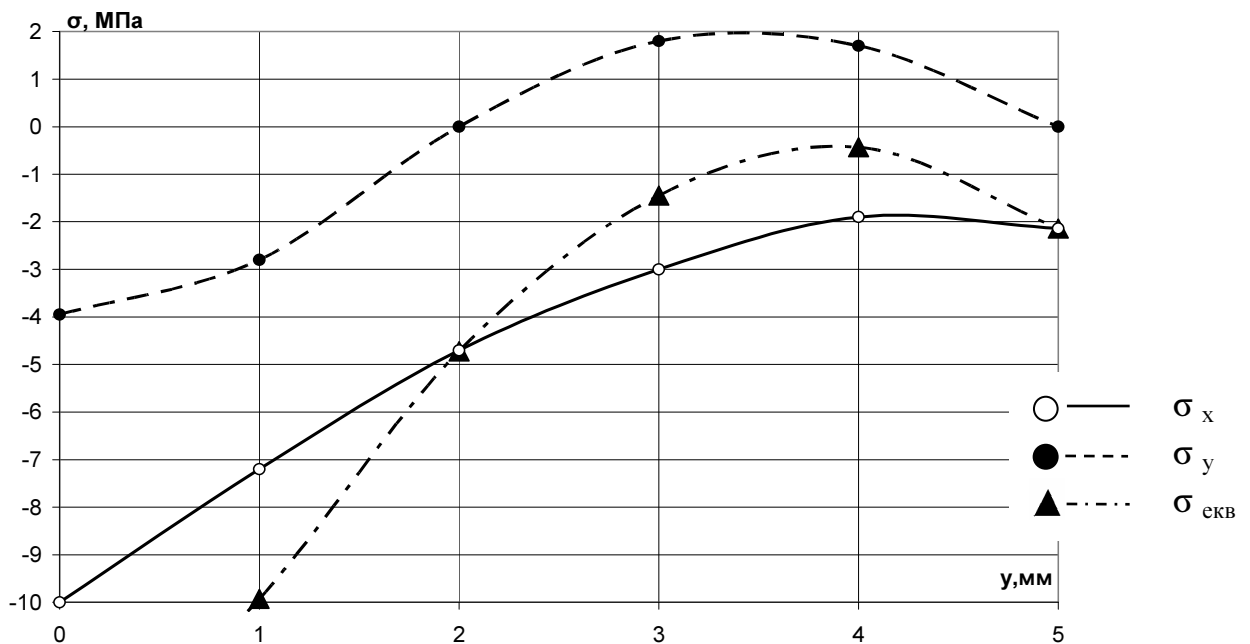


Рис. 7.44. Розподіл напружень σ_x , σ_y , $\sigma_{екв}$ у гетерогенному триплексі з обрамленням (зразок 4) при $T=213K$

Таким чином, аналізуючи дані розрахованих згідно критерію ТДП еквівалентних напружень $\sigma_{екв}$ у неорганічному силікатному склі (табл.. 7.9 – 7.12, рис. 7.41 – 7.44), можна зробити висновки, що найбільш небезпечним є гомогенний

триплекс з обрамленням (зразок 2). Причому, при наявності тріщин у неорганічному силікатному склі, для напруженого стану, який виникає при охолодженні до $T=213\text{K}$, гомогенний триплекс з обрамленням знаходиться на грані руйнування. Запас міцності у небезпечній точці ($y=4\text{ мм}$) при цьому дорівнює 1,08, тобто еквівалентне напруження, практично, рівне границі міцності для дефектної структури.

Для різних конструктивних виконань триплексів при $T=213\text{K}$ величини еквівалентних напружень, визначені згідно фізико-механічного критерію ТДП дорівнюють:

$$\sigma_{\text{екв1}}^* (y=3\text{ мм}) = 1,50\text{ МПа (гомогенний триплекс без обрамлення);}$$

$$\sigma_{\text{екв2}}^* (y=4\text{ мм}) = 4,14\text{ МПа (гомогенний триплекс з обрамленням);}$$

$$\sigma_{\text{екв3}}^* (y=4\text{ мм}) = 0,08\text{ МПа (гетерогенний триплекс без обрамлення);}$$

$$\sigma_{\text{екв4}}^* (y=4\text{ мм}) = -0,43\text{ МПа (гетерогенний триплекс з обрамленням).}$$

З точки зору міцності неорганічного силікатного скла, гетерогенні триплекси з обрамленням і без, практично, еквівалентні. А міцність склеюючого шару визначається дотичними напруженнями. За даними таблиці 7.8. мають місце такі співвідношення величин дотичних напружень:

$$\frac{\tau_{\text{max4}}}{\tau_{\text{max3}}} = 2,52; \quad \frac{\tau_{\text{max2}}}{\tau_{\text{max1}}} = 2,65. \quad (\text{при } T=213\text{ К})$$

Таким чином, обрамлення викликає збільшення напружень у склеюючому шарі в 2,52 – 2,65 рази, а величина стримуючого впливу на поверхневі дефекти дорівнює 1,57 (підрозділ 7.1.3), що суттєво менше за величиною.

Виходячи з проведеного комплексу досліджень, можна зробити висновок, що найбільш оптимальною конструкцією триплексу є гетерогенний триплекс без обрамлення (зразок 3), за ним слідує гетерогенний триплекс з обрамленням (зразок 4), за ним – гомогенний триплекс без обрамлення (зразок 1), і найбільш небезпечне,

з точки зору міцності, конструктивне рішення триплексу у виді гомогенного триплекса з обрамленням (зразок 2). Взагалі, у випадку нашого дослідження, при можливій наявності тріщиноподібних дефектів у складових частинах (елементах) триплексів при охолодженні до Т=213 К, гетерогенність є позитивним фактором, а обрамлення – негативним.

Висновки до розділу 7

1. За допомогою модифікованого поляризаційно-оптичного методу та розробленого фізико-механічного критерію ТДП проведено комплексне дослідження напруженого та граничного стану багат шарових структур (триплексів).
2. Досліджено кінетику руйнування неорганічного силікатного скла (як складової частини триплексів). Визначено, що руйнування електровакуумного скла настає при величинах K_{IH} 0,45–0,60 МПа·м^{1/2} (для розтягу пластин з крайовими тріщинами) та 0,41–0,52 МПа·м^{1/2} (для триточкового згину). Відповідна величина середнього руйнуючого напруження дорівнює 4,48 МПа.
3. Проаналізовано дані руйнування пластинок з органічного скла (як складової частини гетерогенних триплексів) СОС-174, СОЗ-033.5, СОЗ-083, СОО-112, СОЗ-062 з крайовими тріщинами, які утворювали кути 80-85° з напрямком розтягуючи зусиль. Середнє значення руйнуючого напруження для оргскла становило 9,92 МПа.
4. Змодельовано вплив обрамлення (конструктивний та технологічний) на розподіл K_{IH} при проростанні поверхневих тріщин (надрізів) у наскрізні в склеюючому шарі. Показано, що обрамлення здійснює стримуючий вплив на поверхневі тріщини – зменшує $K_{IH_{екв}}$ для $a/h=0,5$ у 1,58 для ближньої до обрамлення вершини тріщини та у 1,28 рази – для дальньої вершини; для $a/h=0,7$: 1,57 та 1,24, відповідно, та створювало стимулюючий вплив на наскрізні тріщини (для дальньої вершини $K_{екв}$ зростає у 1,21 рази).
5. Досліджено напружений стан триплексів при температурах 293К, 273К, 253К, 233К, 213К. Показано, що найбільші напруження виникають при Т=213К, при Т=293К напруження, практично, відсутні.

6. За допомогою розробленого фізико-механічного критерію ТДП, проаналізовано граничний стан чотирьох конструктивних варіантів триплексів при $T=213\text{K}$. Використовуючи одержаний експериментальний матеріал з дослідження складових частин (елементів) триплексів при можливій наявності тріщиноподібних дефектів, проаналізовано вплив гетерогенності та обрамлення і вибрано оптимальний варіант конструктивного рішення триплекса – гетерогенний триплекс без обрамлення.

ВИСНОВКИ

1. Розроблено експериментально – розрахунковий метод визначення НДС, який використовує п'єзооптичний ефект поглинаючого середовища (метод поглинання), дія якого базується на аналізі зміни уявної частини компонент тензора діелектричної проникності (показника поглинання) при навантаженні об'єкта. Метод дає принципову можливість визначення НДС об'єктів з непрозорих у видимому діапазоні діелектриків, і дозволяє одержати відразу окремо квазіголовні напруження і деформації, а не їхні лінійні комбінації, як у поляризаційно – оптичних (різниці) та когерентно – оптичних (суми) методах. Принципова порогова чутливість вимірювання деформацій за інтенсивністю світла з використанням сучасних приймачів оптичного випромінювання – 10^{-6} , що на порядок переважає принципову порогову чутливість тензометрії – 10^{-5} .
2. Запропонований метод поглинання застосовано для визначення величин КІН. Одержано відповідні формули, а також побудовано графіки залежності величини, яка характеризує п'єзооптичний ефект поглинаючого середовища – $\ln(I_0/I_1I_2)$ та величини КІН K_1 (де I_0 – інтенсивність світла для ненавантаженого стану об'єкта з тріщиною, I_1 , I_2 – інтенсивність світла, поляризованого вздовж головних напрямків, при навантаженні об'єкта) для чотирьох довжин хвиль зондуючого випромінювання $\lambda=590, 600, 610, 620$ нм.
3. Розроблено експериментально – розрахунковий метод визначення НДС, який використовує ефект дифузного поверхневого розсіювання (метод дифузного поверхневого розсіювання) і базується на вимірюваннях перерозподілу інтенсивностей дзеркальної та дифузних складових розсіяного поверхнею об'єкта світлового потоку при локальній зміні його кривизни. Метод дозволяє проводити вимірювання від порогового значення (10^{-6}) до руйнування (для полімерів – 10^{-2} для еластомерів – 10^0) і перевищує діапазон вимірювання спекл-інтерферометрії в 10^3 – 10^5 разів. Принципова порогова чутливість методу (10^{-6}) перевищує на порядок принципову порогову чутливість тензометрії (10^{-5}).

4. Запропонований метод дифузного поверхневого розсіювання застосовано для визначення КІН (моментів). Одержано формули, які визначають КІН (моментів) для симетричного відносно берегів тріщини моментного стану (визначення K_3) та несиметричного моментного стану (визначення K_3 і K_4). Побудовано графіки залежностей відносної зміни інтенсивності світла $\Delta I/I_0$, яка характеризує ефект дифузного поверхневого розсіювання та КІН (моментів) K_3 .
5. Розроблено та реалізовано моделі оптичних датчиків деформацій, які працюють на ефекті дифузного поверхневого розсіювання. Чутливим елементом однієї моделі датчика є вигнута пластинка, а другої – виїмка з дифузновідбиваючою поверхнею. Порогова чутливість обох датчиків 10^{-6} . Вони створюють коефіцієнт підсилення відносної зміни інтенсивності світла при деформації поверхні об'єкта, рівний 20. Датчик у вигляді виїмки не кріпиться певним чином на поверхню об'єкта, а є частиною приповерхневого шару. Датчики можуть працювати, вимірюючи широкий діапазон деформацій: від порогового значення (10^{-6}) до руйнування (для полімерів $\approx 10^{-2}$)
6. Розроблено фізико-механічний критерій граничного стану діелектриків (критерій тензора діелектричної проникності). Критерій базується на зміні компонент тензора діелектричної проникності при навантаженні об'єкта і дозволяє інтегрально враховувати вплив механічних та фізичних факторів (температури, вологості, радіації) на граничний стан діелектриків. Це єдиний із критерій граничного стану, у якому при зміні фізичних факторів змінюється не лише границя міцності (як у класичних механічних критеріях), а і вираз для еквівалентного напруження за рахунок зміни величини співвідношення оптико-механічних констант C_1/C_2 (для епоксидної смоли $C_1/C_2=1,76$, для органічного скла $C_1/C_2=1,43$, для неорганічного силікатного скла $C_1/C_2=1,07$).
7. Фізико-механічний критерій ТДП дає можливість його застосування для визначення довготривалої міцності полімерів при сталому навантаженні. Для граничних значень довготривалої міцності полімерів при $T=293K$ і $t=60xв$, деформаційна складова зміни компонент ТДП складає 80% напружена – 20%. Показано існування тісного кореляційного зв'язку ($r = - 0,664$) між змінами

величин оптико-механічної константи C та модуля Юнга I роду E при опроміненні епоксидної смоли.

8. Модифіковано поляризаційно-оптичний метод дослідження натурних об'єктів з тріщинами для малих за величиною (до 1λ , де λ – довжина хвилі зонduючого випромінювання) картин оптичної анізотропії.
9. Розвинуто поляризаційно-оптичний метод визначення НДС, який використовує дві або чотири довжини хвилі зонduючого випромінювання, для визначення величин КІН. Одержано графічні залежності величин додаткового порядку ізохроматичних смуг для $\lambda_1 = 580$ нм, $\lambda_2 = 420$ нм та оптичної різниці ходу $\delta=1740$ нм; $\lambda_1 = 620$ нм, $\lambda_2 = 420$ нм, $\delta=2750$ нм. Метод доцільно застосовувати у випадку великих різниць оптичного ходу променів ($\delta > 8\lambda$), а також значних градієнтів, коли важко визначити нульову ізохром у методі смуг, а компенсаційні методи дають значну похибку.
10. Досліджено кінетику руйнування та граничний стан неорганічного силікатного скла (як складової частини гомогенних та гетерогенних триплексів). За допомогою запропонованого критерію ТДП визначено величини еквівалентних КІН, при яких починаються руйнування склопластинок з крайовими тріщинами: $K_{\text{екв}}=0,45-0,60$ МПа·м^{1/2} (для розтягу пластин з крайовими тріщинами), $K_{\text{екв}}=0,41-0,52$ МПа·м^{1/2} (для триточкового згину).
11. Проаналізовано за критерієм ТДП дані руйнування пластинок з органічного скла (як складової частини гетерогенних триплексів) СОС-174, СОЗ-033.5, СОЗ-062, СОЗ-083, СОО-112 з крайовими тріщинами, які утворювали кути $80-85^\circ$ з напрямком ротягуючих зусиль. Середнє значення руйнуючого напруження для оргскла становило 9,92 МПа.
12. На моделях з епоксидних смол ЕПСА та ЕД-20М змодельовано конструктивний та технологічний вплив обрамлення на розподіл КІН при проростанні поверхневих тріщин (надрізів) у наскрізні в склеюючому шарі триплексів. Показано, що обрамлення здійснює стримуючий вплив на поверхневі тріщини – зменшує $K_{\text{екв}}$ для поверхневої тріщини відносно глибини (a/h)=0,5 у 1,58 рази для ближньої до обрамлення вершини тріщини та у 1,28 разів для дальньої вершини;

для $(a/h)=0,7$ відповідні величини складають 1,57 і 1,24 та стимулюючий вплив на наскрізні тріщини – для дальньої вершини $K_{екв}$ зростає у 1,21 рази.

13. За допомогою модифікованих методик поляризаційно-оптичного методу та розробленого фізико-механічного критерію тензора діелектричної проникності проведено комплексне дослідження напруженого та граничного стану при знижених температурах (до $T=213K$) гомогенних та гетерогенних триплексів, з обрамленням і без, при можливій наявності дефектів типу тріщин у їх складових частинах (елементах) триплексів: неорганічному силікатному склі, органічному склі та клеючому шарі. Це дало змогу визначити вплив гетерогенності та обрамлення і одержати чисельні результати оцінки НДС та граничного стану для різних варіантів триплексів і вибрати оптимальний: гетерогенний триплекс без обрамлення.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Абен Х.К. Интегральная фотоупругость/ Х.К.Абен.-Таллин:Вальгус.-1975. – 218 с.
2. Автоматизированная установка для измерения механических напряжений в заготовках световодов поляризационно-оптическим методом / Александров И.В., Викулов С.П, Жаботинский М.Б. и др.// Радиотехника, 1988. Т. 43. - № 8. – С. 67 – 72.
3. Албаут Г.Н. Модельное определение концентрации напряжений в элементах строительных конструкций с угловыми вырезами / Г.Н.Албаут, Н.В.Табанюхова // Известия вузов. Строительство,2006. – №10.– С.107-112.
4. Албаут Г.Н. Решение задач роста трещин в эластомерах методом нелинейной фотоупругости / Г.Н.Албаут, В.Н.Барышников // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2004. – №4. – С.64-69.
5. Албаут Г.Н. Экспериментальное решение геометрически нелинейных задач механики разрушения / Г.Н.Албаут, Н.В.Харинова // Заводская лаборатория. Диагностика материалов, 2012. - №3. – С.51-56.
6. Александров А.Я. Поляризационно-оптические методы механики деформированного тела /А.Я.Александров, М.Х.Ахметзянов. – М.:Наука,1973. – 576 с.
7. Алексеенко М.Д. Приемники оптического излучения: Справочник/ М.Д.Алексеенко, М.Л.Бараночников. – М.: Радио и связь,1987. – 296 с.
8. Алиев М.Н. Вариант критерия прочности для изотропных полимеров / М.Н. Алиев, Н.Г. Каримов // Вестник Самарского государственного университета: Естественнонаучная серия, 2008. – №3. – С.217-226.
9. Алямовский А.А. Solid Works / COSMOS Works. / А.А. Алямовский.- Инженерный анализ методом конечных элементов. – М.: ДМК Пресс,2004. – 432 с.

- 10.Альденбах Х. Новый критерий статической прочности изотропных полимеров / Х. Альденбах, К. Туитаев // Механика композиционных материалов, 2001. – Т.37. – С.731-742.
- 11.Амелянович К.К. Применение поляризационно-оптического метода для анализа напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек из листового стекла / К.К.Амелянович, К.И.Мазур, В.И.Савченко // Пробл.прочности, 1988. - №9. – С.39-43.
- 12.Андрейкив А.Е. Пространственные задачи теории трещин / А.Е.Андрейкив. – К.: Наук.думка,1982. – 348с.
- 13.Андрейкив А.Е. Усталостное разрушение и долговечность конструкций / А.Е.Андрейкив, Л.И.Дарчук. – К.: Наук.думка, 1992. – 184 с.
- 14.Андрущенко С.Г. Дослідження термонапруженого стану товстого конічного диска методом радіаційної фототермопружності / С.Г.Андрущенко, О.В.Мильніков, Г.В.Середа та ін. // Вісник КДУ, сер.матем. механ., – 1978. – Вип. 20. – С.141 - 145.
- 15.Архипов Н.Н. Определение коэффициента интенсивности напряжений для деталей из тонкостенных труб / Н.Н.Архипов // Оценка прочности тракторных конструкций. – М.: НПО «НАТИ»,1985. – С.55 - 60.
- 16.А. с. СССР, М 5 кл. G 01В 11 / 16. Способ определения деформаций поверхности/ Рудяк Ю.А. - № 1716317 от 01.11.1991.
- 17.А. с. СССР, М 5 кл. G 01В 11 / 16. Способ определения оптической разности хода составляющих поляризованного луча / Мыльников А.В. - № 1608113 от 31.05.1990.
- 18.А. с. СССР, М 5 кл. G 01В 11 / 18. Способ определения напряженно-деформированного состояния объекта / Мыльников А.В., Рудяк Ю.А. – №1578460 от 15.03.1990.
- 19.А. с. СССР, М 5 кл. G 01В 11 / 18. Способ определения напряженно-деформированного состояния объекта / Рудяк Ю.А., Пизар В.Г. – № 1668860 от 08.04.1991.

20. А. с. СССР, М 5 кл. G 01В 11 / 18. Способ определения параметров напряженно-деформированного состояния объекта / Рудяк Ю.А. – № 1670388 от 15.04.1991.
21. Бараночников М.А. Приемники и детекторы излучений: Справочник / М.Л. Бараночников. – М.: ДМК-Пресс, 2012. – 640 с.
22. Бартенев Г.М. Физика и механика полимеров / Г.М.Бартенев, Ю.В.Зеленев. – М.: Высшая школа, 1988. - 391 с.
23. Басов К.А. ANSYS в примерах и задачах / К.А.Басов / Под общ.ред. Д.Г.Красовского. - М.: Компьютер Пресс, 2002. – 224 с.
24. Басов К.А. ANSYS: справочник пользователя / К.А.Басов. - М.: ДМК Пресс, 2005. – 640 с.
25. Блумберг Н.И. Сравнение теоретических и экспериментальных результатов исследования температурных напряжений в трехслойных композитных пластинах / Н.И.Блумберг, П.И.Петров, А.Р.Фрайман // Механика композитных материалов, 1981. - №5. – С.779 - 784.
26. Божидарнік В. Двосторонній згин пластини з двома симетричними наскрізними тріщинами по дузі кола з урахуванням контакту їх берегів / В. Божидарнік, В. Опанасович, П. Герасимчук // Вісник Тернопільського національного технічного університету, 2007. – №2. – С.20-30.
27. Божидарнік В. Моделювання, оптимізація, структурний аналіз і синтез технологічних комплексів / В. Божидарнік // Технологічні комплекси, 2010. – №2. – С.3-7.
28. Божидарнік В.В. Критерії руйнування анізотропних пластин з тріщинами / В.В.Божидарнік // Моделювання, оптимізація, структурний аналіз і синтез технологічних комплексів, 2010. – №2. – С. 3 - 7.
29. Божидарнік В.В. Механіка руйнування, міцність і довговічність неперервно армованих композитів: Монографія. Т.1, Т.2 / В.В. Божидарнік, О.Є. Андрейків, Г.Т. Сулим. – Луцьк: Надстир'я, 2007. – 824 с.
30. Болейчук В. Оцінювання локального напруженого стану хаотично армованих склопластиків / В.Болейчук, Р.Гром'як, М.Стащук // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – № 4 (68). – 2012. – С. 42 - 52.

- 31.Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций / В.В.Болотин. – М.: Машиностроение, 1990. – 448 с.
- 32.Бордюг Г.Б. Структурні та електрооптичні властивості електрохромних рідкокристалічних композитів / Г.Б.Бордюг, А.П.Поліщук // Вісник національного авіаційного університету, Київ. - № 4. – 2012. – С. 80 – 83.
- 33.Ботвина Л.Р. Кинетика разрушения конструкционных материалов / Л.Р.Ботвина. – М.: Наука, 1989. – 230 с.
- 34.Ботвина Л.Р. Разрушение: кинетика, механизмы, общие закономерности / Л.Р.Ботвина // РАН, Институт металлургии и материаловедения. – М.: Наука, 2008. – 334 с.
- 35.Броек Д. Основы механики разрушения / Д.Броек. – М.: Высш. школа, 1980. – 368 с.
- 36.Бронов В.М. Механическое моделирование термоупругих напряжений по заданному температурному полю / В.М.Бронов, Н.И.Пригоровский. – М.: Наука, 1972. – С. 11 – 24.
- 37.Вайншток В.А. Инженерные методы вычислительной механики разрушения, базирующиеся на применении весовых функций / В.А.Вайншток// Пробл.прочности, 1988. - № 3. – С. 31 – 36.
- 38.Вайншток В.А. Инженерный метод расчета коэффициентов интенсивности напряжений для трещин в статически неопределенных системах / В.А.Вайншток// Пробл. прочности, 1987. - № 6. – С. 46 – 49.
- 39.Вайншток В.А. Расчет коэффициентов интенсивности напряжений для поверхностных трещин в конструкциях. Сообщ. 1 / В.А.Вайншток// Пробл.прочности, 1984. - № 3. – С. 29 – 34.
- 40.Варданян Г.С. Решение задач механики деформируемого твердого тела методом фотоупругости с использованием свойств «размораживания» / Г.С.Варданян, В.Н.Савостьянов, Л.Ю.Фриштер // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2004. - № 2. – С. 101 – 106.

41. Васильев И.А. Простая камера для низкотемпературных оптических исследований / И.А.Васильев – Приборы и техн.эксперимента, 1987. - № 2. – С.215 - 216.
42. Васильченко И.П. Исследование упругих и неупругих свойств базальтопластика/ И.П.Васильченко, М.П.Малежик, О.В.Тутиков. – Прочность материалов и элементов конструкций при звуковых и ультразвуковых частотах нагружения. – Киев: Наук.думка, 1980. – С. 127 – 132.
43. Верещака С.М. Напряженное состояние слоистых пластин с межфазными дефектами структуры / С.М. Верещака, Д.А. Жигилий // Материалы Международной научной конференции «Математические проблемы технической механики – 2006». – Днепрпетровск, Днепродзержинск, 2006. – С. 214-215.
44. Визначення абсолютних значень та величин співвідношення оптико-механічних констант прозорих діелектриків / Ю.А.Рудяк, Г.І.Ткаченко, О.В.Грибков, Д.І.Шостак // Вісник НТУ «ХП», 2013. - № 11 (985). – С. 150 – 155.
45. Винокуров В.А. Сварные конструкции. Механика разрушения и критерии работоспособности / В.А.Винокуров, С.А.Куркин, Г.А.Николаев. – М.: Машиностроение, 1996. – 576 с.
46. Виснер И. Проверка решений коэффициентов интенсивности напряжений поляризационно-оптическим методом на растягиваемой плите с центральной трещиной / И.Виснер. – Таллин, 1979. – С. 137 – 146. – (Матер.VII Всес. конф. по методу фотоупругости. т.3).
47. Войтко М.В. Взаємодія поля плоскої SH-хвилі з вершинами міжфазної тріщини / М.В. Войтко, З.Т. Назарук, Д.Б. Куриляк // Фіз.-хім. механіка матеріалів, 2008. – Т.44, №2 – С.93-98.
48. Вологжанинов Ю.И. Приближенный метод разделения напряжений в фотоупругости / Ю.И.Вологжанинов. – Прикл.мех, 1981. - № 8. – С. 56 – 61.
49. Гвоздюк М.М. Енергетичний підхід до оцінки гранично-рівноважного стану ортотропних тіл з тріщинами / М.М. Гвоздюк, О.В. Гембара // Мех. і фіз. руйнування буд. матер. та конструкцій. – Львів: Каменяр, 2004. –№5 – С.53-56.

- 50.Гвоздюк М.М. Застосування методу пружної податливості під час визначення КІН для елементів будівельних конструкцій з поверхневими дефектами / М.М. Гвоздюк // Мех. і фіз. руйнування буд. матер. та конструкцій. – Львів: Каменярь, 2002. –№5 – С.219-223.
- 51.Герасимов С.И. Применение метода фотоупругости для анализа остаточных напряжений в компакт-дисках / С.И.Герасимов. – Прикладная механика и техническая физика, 2004. – Т.45, № 3. – С. 176 – 180.
- 52.Говоруха В.Б. Про врахування сингулярності при чисельному аналізі тріщини між двома п'єзокерамічними матеріалами / В.Б. Говоруха // Вісник Дніпропетровського університету. Сер.: Механіка, 2010. – Вип.14. – Т.2. – С.46-53.
- 53.Годжаев З.А. Многокритериальный выбор оптимальных конструкций рамы/ З.А. Годжаев, В.Н. Сергеев, Я.А. Фараджаев // Тракторы и сельхозмашины, 2006. – № 3. – С. 20 – 24.
- 54.Гриліцький Д.В. Механічні і оптичні методи дослідження напружено-деформованого стану тіл / Д.В.Гриліцький, Ю.І.Сорокати́й. – Львів: Редакційно-видавнича група ЛДУ, 1984. – 59 с.
- 55.Гудимов М.М. Органическое стекло / М.М.Гудимов, Б.В.Петров. – М.: Химия, 1981. – 216 с.
- 56.Гудков А.А. Трещиностойкость стали / А.А.Гудков. – М.: Металлургия, 1989. – 376 с.
- 57.Гузь А.Н. Механика хрупкого разрушения материалов с начальными напряжениями. – Киев: Наук.думка, 1983. – 296 с.
- 58.Данильчук Є.А. Деформування та міцність мультифіламентних полімерних систем в умовах статичного та тривалого навантажень: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: 01.02.04 «Механіка деформівного твердого тіла» / Є.А. Данильчук. – Київ, 2010. – 20 с.
59. Дарков А.В. Строительная механика / А.В.Дарков. – М.: Высшая школа, 1976. – 600 с.

60. Дацишин О.П. Довговічність і руйнування твердих тіл при їх циклічній контактній взаємодії / О.П. Дацишин // Фіз.-хім. механіка матеріалів, 2005. – №6 – С.5-25.
61. Динамометр / Т.І.Рибак, А.В.Бабій, М.І.Підгурський та ін. Деклараційний патент на корисну модель UA 17326 від 15.09.2006, Бюл. № 9.
62. Доронин С.В. Нормирование долговечности и дефектности сварных конструкций / С.В.Доронин, В.В.Москвичев. – Проблемы прочности и надежности машин, 1998. – С. 44 – 49.
63. Дослідження параметрів граничного стану для силікатного неорганічного скла / Ю.А.Рудяк, Г.І.Ткаченко, О.В.Грибков, Д.І.Шостак // Наукові праці Чорноморського державного університету, Миколаїв, 2012. – Том 203. – Вип. 191. – С. 32 – 37.
64. Дюрелли А. Введение в фотомеханику / А.Дюрелли, У.Райли. – М.: Мир, 1970. – 486 с.
65. Евдокимов В.В. Уровень концентрации напряжений в характерных видах сварных соединений строительных металлоконструкций / В.В.Евдокимов. – М.: ЦНИИ Проектстальконструкция им.Мельникова, 1989. – С. 27 – 36.
66. Елистратов В.И Поляризационно-оптический метод в листовой штамповке / В.И.Елистратов, В.И.Савченко. – Киев: Наук.думка, 1983. – 136 с.
67. Еременко С.Ю. Методы конечных элементов в механике деформируемых тел / С.Ю.Еременко. – Харьков: Основа. 1991. – 272 с.
68. Жаворонок И.В. Голографическая интерферометрия в динамической фотоупругости / И.В.Жаворонок, В.Н.Сахаров. – Проблемы машиностроения и надежности машин, 2004. - № 2 – С. 101 – 106.
69. Жаворонок И.В. Исследование полей напряжений поляризационно-оптическим методом по картинам полос абсолютной разности хода / И.В.Жаворонок. – Киев.: ИЭС им.Е.О.Патона, 1983. – С. 89 – 99.
70. Журков С.Н Временная зависимость прочности твердых тел / С.Н.Журков, Б.Н.Нарзулаев. – ЖТФ. – 1953. – Т. 23, вып. 10. – С. 1677 – 1689.

- 71.Зенкін А.С. Оцінка міцності з'єднань з натягом акустико-емісійним методом / А.С.Зенкін, І.Л.Оборський, Ю.В.Остапук. – Вісник Хмельницького національного університету, 2013. - № 2. – С. 66 – 69.
- 72.Зиновеев И.В. Определение напряженно-деформированного состояния многослойного основания с отверстием в условиях плоской деформации/ И.В. Зиновеев, А.К. Приварников // Теоретическая и прикладная механика, 2002. – Вып.36 – С.147-154.
- 73.Зиновеев И.В. Определение НДС многослойного основания с трещиной/ И.В. Зиновеев, А.К. Приварников // Современные проблемы механики сплошной среды: труды VIII междунар. конф. Ростов-на-Дону, 2002. – Т.2. – С. 93-97.
- 74.Зиновеев И.В. Способ определения напряженно-деформированного состояния многослойных оснований с дефектами / И.В. Зиновеев, А.К. Приварников // Теоретическая и прикладная механика, 2008. – Вып.44. – С.16-28.
- 75.Зіновєєв І.В. Матричний формалізм методу функцій податливості для багатосферних основ складної структури / І.В. Зіновєєв // Вісник Запорізького національного університету, 2008. – №1. – С.75-79.
- 76.Злочевский А.Б. Определение коэффициента интенсивности напряжений для поверхностной трещины методом сечений / А.Б.Злочевський, А.В.Островский. – Строительная механика и расчет сооружений, 1986. – № 5. – С. 29 – 32.
- 77.Злочевский А.Б. Экспериментальные методы в строительной механике / А.Б.Злочевский. – М.: Стройиздат, 1983. – 192 с.
- 78.Золотарев В.М. Оптические постоянные природных и технических сред. Справочник / В.М.Золотарев, В.Н.Морозов, Е.В.Смирнова. – Л.: Химия, 1984. – 216 с.
- 79.Зражевський Г.М. Основи теорії міцності, деформації та механіки руйнування: навч.посібник [для студ. вищ. навч. закл.] / Г.М. Зражевський, Т.Ю.Кепич, О.Г.Куценко. – К.: ЛОГОС, 2005. – 169 с.
- 80.Зубарев Ю.М. Моделирование и решение некоторых прикладных задач механики разрушения с использованием метода фотоупругости / Ю.М.Зубарев. – СПб.: Изд. Политех. ун-та, 2009. – 288 с.

- 81.Ионов В.Н. Динамика разрушения деформируемого тела/ В.Н.Ионов, В.В.Селиванов. – М.: Машиностроение, 1987. – 272 с.
- 82.Иосилевич Г.Б. Концентрация напряжений и деформаций в деталях машин/ Г.Б. Иосилевич. – М.: Машиностроение, 1981. – 224 с.
- 83.Ирвин Дж., Основы теории роста трещин и разрушения / Дж.Ирвин, П.Парис [Под ред. Г.Либовица]. – М.: Мир, 1976. – Т. 3. - С. 17 – 66.
- 84.Іваницький Я.Л. Визначення енергії руйнування композиту з використанням методу цифрової спекл-кореляції / Я.Л. Іваницький, Д.І. Муравський, О.В. Гембара та ін. // Фіз.-хім. механіка матеріалів, 2010. – №3. – С.85-91.
- 85.К статической теории длительной прочности стекла / В.А. Осадчук, А.М. Марголин, В.П. Мартынова, В.Ф. Чекурин // Пробл. Прочности, 2005. – №3. – С.75-85.
- 86.Каминский А.А. Исследование деформированного состояния в окрестности вершины трещины в пластине из полимерного материала / А.А.Каминский, Д.А.Гаврилов, Т.Ю.Кепич // Прикл. механика, 1986. - № 5. С. 71 – 76.
- 87.Каминский А.А. Механика разрушения полимеров / А.А.Каминский, Д.А.Гаврилов. – Киев: Наук.думка, 1988. – 224 с.
- 88.Канарчук В.Є Надійність машин / В.Є.Канарчук, С.К.Полянський, М.М.Дмитрієв. – К.: Либідь, 2003. – 424 с.
- 89.Каплун А.Б. ANSYS в руках инженера: [Практическое руководство]. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 272 с.
- 90.Карзов Г.П. Физико-механическое моделирование процессов разрушения / Г.П.Карзов, Б.З.Марголин, В.А.Швецова. – Санкт.Петербург: Политехника, 1993. – 391 с.
- 91.Катыс Г.П. Восприятие и анализ оптической информации автоматизированной системой / Г.П. Катыс. – М.: Машиностроение, 1986. – 416 с.
- 92.Катыс Г.П. Обработка визуальной информации / Г.П.Катыс. – М.: Машиностроение, 1990. – 320 с.
- 93.Кепич Т.Ю. Влияние рефракции света на точность фотоупругих измерений в моделях, имитирующих композитные материалы / Т.Ю.Кепич, Е.П.Удалов //

- Механика и физика разрушения композитных материалов и конструкций: тез. докл. I Всес. симпозиума. – Ужгород, 1988. – Т. 1. – С. 31.
94. Кепич Т.Ю. Исследование напряженного состояния около внутренних трещин поляризационно-оптическим методом / Т.Ю.Кепич, В.И.Савченко // Прикл. мех., 1974. -№ 4. – С. 3 – 7.
95. Кепич Т.Ю. К вопросу моделирования напряженного состояния тонких многослойных гильзованных оболочек поляризационно-оптическим методом / Т.Ю.Кепич, А.М.Нуркиянов // Деп. в УкрНИИТИ 17.11.83 г., № 1273 Ук – 83. – 8 с.
96. Кепич Т.Ю. Напряженное состояние тонкостенных сварных конструкций со сквозными и поверхностными трещинами в зоне шва / Т.Ю.Кепич, Ю.А.Рудяк // Автомат.сварка,1988. - № 9. – С. 9 – 13.
97. Кепич Т.Ю. Макет оптического датчика деформации с лазерным источником света / Т.Ю. Кепич, Ю.А. Рудяк, В.И. Дрозд // Материалы респ. научно-практ. семинара «Лучевая обработка композиционных материалов в технике». Тернополь, 1990. – С. 70-71.
98. Кепич Т.Ю. Оптический метод механики разрушения / Т.Ю.Кепич, Ю.А.Рудяк // XV Sympozjum Mechaniki Eksperymentanej. –Jachranka, 1992. – С. 146 – 148.
99. Кепич Т.Ю. Оптичний метод визначення напружено-деформованого стану об'єктів шляхом аналізу поглинання світла/ Т.Ю.Кепич, О.В.Мильніков, Ю.А.Рудяк. – К.: Вісник КДУ, 2003. Серія фіз.-мат. науки. - В. 5. – С. 45 - 53.
100. Кепич Т.Ю. Основы теорії подібності та аналізу розмірностей в механіці. Навчальний посібник / Т.Ю.Кепич, О.Г.Куценко. – К.: Логос, 2004. – 130 с.
101. Керштейн И.М. Основы экспериментальной механики разрушения / И.М. Керштейн, В.Д. Ключников, Е.В. Ломакин. – М.: Изд. МГУ, 1989. – 144 с.
102. Клокова Н.П. Тензорезисторы. Теория, методики расчета, разработки/ Н.П.Клокова. – М.: Машиностроение, 1990. – 224 с.
103. Книш В.В. Розв'язання задачі поляризаційно-оптичним методом із застосуванням опромінення моделей / В.В.Книш, О.В.Мильніков, В.І.Савченко//

- Моделювання при дослідженні будівельних конструкцій. – К.: Знання, 1976. – С. 11 – 17.
104. Ковальчук Б.І. Про критерії граничного стану пластичних ізотропних матеріалів за складного напруженого стану / Б.І.Ковальчук, С.С.Зубков // Вестник НТУУ «КПІ», Машиностроение, 2009. – Вип.57. – С. 28 – 33.
105. Ковальчук Б.І. Узагальнений критерій міцності матеріалів з різними властивостями на розтяг і стиск / Б.І.Ковальчук, С.С.Зубков // Вестник НТУУ «КПІ», Машиностроение, 2010. - № 5. – С. 7 – 11.
106. Когаев В.П. Расеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник / В.П. Когаев, Н.А. Махутов, А.П. Гусенков. – М.: Машиностроение, 1985. –224 с.
107. Констандов Ю.А. Динамика распространения трещин, инициированных взрывом / Ю.А. Констандов, С.И. Федоркин, А.А. Скоблин // Трещиностойкость материалов и элементов конструкций: Тез.докл. II Всес. симпоз. по механике разруш. Т.II. – Житомир, 1985. – С.27.
108. Кошеленко А.С. Теоретические основы и практика фотомеханики в машиностроении / А.С.Кошеленко, Г.Г.Поздняк // М.: Изд.дом «Граница», 2004. – 296 с.
109. Куриляк Д.Б. Аналітико-числові методи в теорії дифракції хвиль на кінцевих і клиноподібних поверхнях: Моногр./ Д.Б.Куриляк, З.Т.Назарук, фіз.-мех. ін-т ім.Г.В.Карпенка. – К.: Наук. думка, 2006. – 280 с.
110. Куриляк Д.Б. Про зв'язок коефіцієнтів інтенсивності напружень з дальнім полем SH-хвилі, дифрагрованої на між фазній тріщині / Д.Б. Куриляк, З.Т. Назарук, М.В. Войтко // Фіз.-хім. механіка матеріалів, 2009. – Т.45, №3 – С.5-12.
111. Кучер Н.К. Деформирование слоистых эпоксидных композитов, армированных высокопрочными волокнами / Н.К. Кучер, М.Н. Заразовский, М.П. Земцов // Проблемы прочности, 2006. – Т.38, №1. – С.41-54.

112. Кучер Н.К. Кратковременная ползучесть и прочность полипропиленовых волоконных структур / Н.К. Кучер, М.П. Земцов, Е.Л. Данильчук // Проблемы прочности, 2007. – №6. – С. 77-90.
113. Кучер Н.К. Оценка прочности слоистых эпоксикарбоволоконитов, армированных однонаправленными волокнами / Н.К. Кучер, М.Н. Заразовский // Проблемы прочности, 2006. – Т.38, №6. – С.95-112.
114. Кучер Н.К. Прогнозирование несущей способности слоистых армированных композитов криогенного и аэрокосмического назначения / Н.К. Кучер, М.Н. Заразовский // Проблемы прочности, 2008. – Т.40, №2. – С.11-25.
115. Летунов В.И. Сравнительный анализ методов определения коэффициента интенсивности напряжений для поверхностных полуэллиптических трещин в условиях изгиба / В.И. Летунов, В.А. Вайншток, Б.С. Шульгинов // Проблемы прочности, 1984. - № 4. – С. 17 – 21.
116. Лимаренко А.М. Экспериментальные методы исследования в механике: учебное пособие/ А.М. Лимаренко, Г.А. Оборский, Н.Г. Сурьянинов; под ред. Н.Г. Сурьянинова // Астропринт, 2011. – 541 с.
117. Лобанов Л.М. Зварні будівельні конструкції / Л.М. Лобанов, В.І. Махненко, В.Г. Труфяков. – К.: Наук. думка, 1993. – Т.1. – 416 с.
118. Лобанов Л.М. Сварные строительные конструкции. Т. 1. Основы проектирования/ Л.М. Лобанов, В.И. Махненко, В.И. Труфяков. – К.: Наук.думка, 1994. – 416 с.
119. Лобода В.В. Осесимметричная задача потери устойчивости биматериального тела с межфазным круговым разрезом / В.В. Лобода, И.Ю. Митюкова // Вісник Дніпропетровського університету. Сер.: Механіка. – 2001. – Т.1. – Вип.1. – С.106-114.
120. Лукьянов В.Ф. Влияние типа инициатора разрушения на развитие трещин в сварных соединениях / В.Ф.Лукьянов, В.В.Напрасников // Сварочное производство, 1983. - № 5. – С. 3 – 5.
121. Луцин С.П. Исследование оптического поглощения модифицированной вакуумно-плазменной обработкой в водороде пьезокерамики ЦТС / С.П.Луцин //

Вісник Східноукраїнського національного університету, Луганськ, 2012. - № 14 (185) – С.93 – 95.

122. Малежик М.П. Исследование процесса отверждения оптически чувствительного материала акустическим методом / М.П.Малежик, В.М. Сичко, Н.А.Рихтета // Задачи мех. деформ. твердого тела. – КГУ, 1985. – С. 86 – 93. Деп. в УкрНИИНТИ, 14.05.85, № 1021 – Ук 85.
123. Малежик М.П. Метод фотопружності в двовимірних динамічних задачах механіки анізотропних тіл: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора фіз.мат.наук: спец. 01.02.04 «Механіка деформівного твердого тіла»/ М.П.Малежик. – Львів, 2008. – 36 с.
124. Малежик М.П. Фотопружні дослідження динамічних напружень в анізотропних пластинах / М.П. Малежик, Г.П. Шеремет // Проблемы прочности, 2004. - № 2. –С. 144 - 154.
125. Марголин А.М. Метод ускоренных испытаний стеклооболочечных конструкций для оценки их длительной прочности и надежности/ А.М. Марголин, В.А. Осадчук, Я.С. Подстригач// Механика и научно-технический прогресс.–ТЗ. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1988. – С. 86 – 103.
126. Марголін А.М. Неруйнівний теоретико-експериментальний метод визначення гартувальних напружень у листовому склі / А.М. Марголін, В.В. Дяків, В.Ф. Чекурін // Фіз.-хім. механіка матеріалів, 2000. – №2(36) – С.93-102.
127. Марголін А.М. Поляризаційно-оптичний метод визначення гартувальних напружень у склі / А.М. Марголін, В.Ф. Чекурін, В.В. Дяків // Неруйнівний контроль констр. та функціон. матеріалів. – Львів, 2002. – вип.7 – С.160-162.
128. Маршалкович А.С. Получение оптически чувствительных полимерных материалов для моделирования состояния конструкций и сооружений методом фотоупругости / А.С. Маршалкович, А.А. Аскадский // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века, 2011. - № 12. – С. 15 – 19.
129. Матвиенко Ю.Г. Модели и критерии механики разрушения / Ю.Г. Матвиенко – М.: Физматлит, 2006. – 328 с.

130. Математическое и программное обеспечение метода ЭСЦИ для решения задач механики деформируемого твердого тела / Н.А.Махутов, И.Н.Одинцов, И.А.Разумовский // Многопроцессорные вычислительные и управляющие системы: Матер.межд. науч.-тех.конфер.- Таганрог, 2009. – Т.1 – С.202 – 208.
131. Махненко В.И. Расчетные методы исследования кинетики сварочных напряжений и деформаций / В.И.Махненко. – К.: Наук.думка, 1976. – 320 с.
132. Махненко В.И. Совершенствование методов оценки остаточного ресурса сварных соединений длительного срока эксплуатации / В.И.Махненко// Автоматическая сварка, 2003. - № 10. – 11. – С. 112 – 121.
133. Меншиков В.О. Динамічні просторові задачі механіки руйнування для матеріалів з тріщинами на межах поділу: автореф. на здобуття наук.ступеню докт. фіз.-мат. наук: 01.02.04. «Механіка деформівного твердого тіла»/ В.О.Меншиков. – Київ. 2009. – 36 с.
134. Метод фотоупругости / Под. общ.ред.Г.Л.Хесина. – М.: Стройиздат, 1975. – Т. 1- 3.
135. Методика прискорених статистичних випробувань скла на довготривалу міцність / В.Ф. Чекурін, Й.Й. Лучко, А.М. Марголін, В.В. Дяків // Мех. і фіз. руйнування буд. матер. та конструкцій. – Львів: Каменяр, 2005. – вип.6 – С.384-394.
136. Методы и средства натурной тензометрии: справочник / М.Л.Дайчик, Н.И.Пригорювский, Г.Х.Хуршудов и др. – М.: Машиностроение, 1989. – 240 с.
137. Механика разрушения и прочность материалов. В 4 т. / Под общ. ред. Панасюка В.В./ Т.2. Коэффициенты интенсивности напряжения / М.П.Саврук. – К.: Наук.думка, 1988. – 620 с.
138. Механика разрушения и прочность материалов. в 4 т./ Под общ.ред.Панасюка В.В./ Т.1. Основы механики разрушения / В.В.Панасюк, А.Е.Андрейкив, В.З.Партон. – К.: Наук.думка, 1988. – 488 с.
139. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: В 4 т./ Под общ. ред. В.В.Панасюка. – Киев: Наук.думка, 1988. – 1989.

140. Механіка руйнування і міцність матеріалів / Під заг.ред.В.В. Панасюка. – Т.5. Неруйнівний контроль і технічна діагностика / Під.ред.З.Т. Назарчука. – Львів: ФМУ ім. Г.В. Карпенка НАН України, 2001. – 1138 с.
141. Мильніков О.В. Дослідження напружено-деформованого стану при експлуатації в умовах знижених температур / О.В. Мильніков, М.І. Підгурський // Вісник Тернопільського національного технічного університету, 2012. – №2 (66). – С.52-62.
142. Мильніков О.В. Оцінка НДС та опору руйнуванню гомогенних і гетерогенних структур / О.В. Мильніков, М.І. Підгурський // Зб.тез доп. VIII Міжнар. наук. конф. Математичні проблеми механіки неоднорідних структур, 14-17 вересня 2010. – Львів: ІППММ. – 2010. – С.332-333.
143. Митюкова И.Ю. Об устойчивости трехслойного призматического тела при поврежденном контакте материалов / И.Ю. Митюкова // Вісник Дніпропетровського університету. Сер.: Механіка, 2001. – Т.1. – Вип.5. – С.174-185.
144. Морозов Е.М. Расчет критических размеров поверхностных трещин / Е.М.Морозов // Фізико-хімічна механіка матеріалів, 2006. - № 1. – С. 128 -130.
145. Москвичев В.В. Основы конструкционной прочности технических систем и инженерных сооружений. В 3 т. / В.В.Москвичев. – Т.1: Постановка задач и анализ предельных состояний. – Новосибирск: Наука, 2002. – 106 с.
146. Муравський Л.І. Визначення поверхневих деформацій композитів методами цифрової спекл-кореляції / Л.І. Муравський, М.М. Гвоздюк, Т.І. Половинко // Фіз.-хім. механіка матеріалів, 2007. –№4 – С.103-106.
147. Мильников А.В. Исследование напряженного состояния пластины клапана газового компрессора поляризационно-оптическим методом / А.В. Мильников, Б.С. Петровский, Р.Б. Твердоступ // Терноп. филиал ЛПИ. – Тернополь, 1989. – 7 с.- Деп. в УкрНИИНТИ, 15.06.89, № 1696 – Ук 89.
148. Мильников А.В. Исследование термонапряженного состояния турбинного диска методом радиационной фотоупругости / А.В. Мильников, В.И. Савченко //

- Экспериментальные исследования напряжений и деформаций. – Киев, 1983. – С.14 – 25. Деп. в УкрНИИТИ, 30.01.84, № 131 – Ук 84.
149. Мыльников А.В. Определение величин коэффициентов интенсивности напряжений методом фотоупругости / А.В. Мыльников, Ю.А. Рудяк, Р.Б. Твердоступ // Терноп. филиал ЛПИ. – Тернополь, 1989. – 7 с.- Деп. в УкрНИИТИ, 15.06.89, № 1697 – Ук 89.
150. Мэддокс С.Дж. Совершенствование правил расчета на усталость сварных конструкций / С. Дж. Мэддокс // Автоматическая сварка, 2003. - № 10 – 11. – С. 97 – 104.
151. Назарук З.Т. Акустико-емісійне діагностування елементів конструкцій: наук.-техн. посіб.: у 3 т./ З.Т. Назарук, В.Р. Скальський. НАН України, фіз.-мех ін-т ім. Г.В. Карпенка. – К.: Наук. думка, 2009.
152. Назарук З.Т. Дифракційна взаємодія тріщиноподібних дефектів / З.Т. Назарук, Т.М. Стаднік // Фіз.-хім. механіка матеріалів, 2008. – 44, № 4. – С. 47 – 51.
153. Нетребко В.П. Исследование метода линейной фотовязкоупругости / В.П. Нетребко, Г.З. Шарафутдинов // Упругость и неупругость. Кн. 2. М.: Изд. МГУ, 1973. – С. 175 – 187.
154. Нужный С.Н. Оценка напряженно-деформированного состояния рамных конструкций с х – образными опорами и определение их материалоемкости / С.Н. Нужный // Вестник Белгородского государственного университета. – 2013. - № 2. С. 17 – 21.
155. Овчинников А.В. Приближенная формула определения коэффициентов интенсивности напряжений K_I для тел с поверхностными трещинами / А.В. Овчинников // Пробл. прочности, 1986. - № 11. – С. 44 – 47.
156. Олексюк В.П. Визначення коефіцієнта інтенсивності напружень в елементах коритного профілю, послаблених тріщиною / В.П. Олексюк // Машинознавство, 2001. - № 2 (44). – С. 42 – 45.
157. Оптические тензодатчики на основе эффекта диффузного поверхностного рассеивания / Н.И. Пидгурский, Ю.А. Рудяк, И.Н. Пидгурский и др. // Вестник

- Ташкентського технічного університета. Серія Химическая технология, контроль и управление, –2013. -№1(49). – С. 33-35.
158. Опір матеріалів деформуванню і руйнуванню / В.Т. Трощено, А.Я. Красовський та ін. – К.: Наук. думка, 1993. – Т.2. – 702 с.
159. Орлов Д.А. Приемники оптического излучения: Учебное пособие для вузов / Д.А. Орлов. – М.: Изд.дом МЭИ, 2010. – 80 с.
160. Осадчук В.А. Напряженно-деформированное состояние и предельное равновесие оболочек с разрезами / В.А. Осадчук, - Киев: Наук. думка. – 1985. – 224 с.
161. Особенности расчета коэффициентов интенсивности напряжений для поверхностных трещин, развивающихся у сварных швов / Н.И. Пидгурский, В.Н. Барановский, В.В. Ляхов, И.Н. Пидгурский // Вісник Донбаської машинобудівної академії, 2012. - № 3(28). – С. 211 – 215.
162. Остсемин А.А. Теоретические и экспериментальные исследования по механике разрушения трещиноподобных дефектов при двухосном нагружении / А.А. Остсемин, П.Б. Уткин // Известия РАН. Механика твердого тела, 2009. - №2. – С. 130 – 142.
163. Панасюк В.В. Методы оценки трещиностойкости конструкционных материалов / В.В. Панасюк, А.Е. Андрейкив, С.Е. Ковчик. – Киев: Наук. думка, 1977. – 276 с.
164. Панасюк В.В. Механика квазихрупкого разрушения материалов / В.В. Панасюк. – К.: Наук.думка, 1991. – 416 с.
165. Панасюк В.В. Нові підходи до оцінки довговічності зварних з'єднань / В.В. Панасюк, О.Є. Андрейків // Автоматическая сварка, 2000. - № 9 – 10. – С. 92 – 96.
166. Панасюк В.В. Основы механики разрушения материалов/ В.В. Панасюк, А.Е. Андрейкив, В.З. Партон. – К.: Наук. думка, 1988. – 488 с.
167. Панасюк В.В. Разрушение элементов конструкций с несквозными трещинами / В.В. Панасюк, А.И. Сушинский, К.Б. Кацов. – К.: Наук. думка, 1991. – 172 с.

168. Панасюк В.В. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках / В.В. Панасюк, М.П. Саврук, А.П. Дацышин. – К.: Наук. думка, 1976. – 443 с.
169. Параска Г.Б. Використання рівномічних пружних систем в техніці / Г.Б. Параска, А.І. Гордєєв, М.П. Мазур // Вісник Хмельницького національного університету, технічні науки. – 2012. - № 6. – С. 14 – 19.
170. Парис П. Анализ напряженного состояния около трещин / П. Парис, Дж. Си // Прикладны вопросы вязкости разрушения. – М.: Мир, 1968. – С. 64 – 142.
171. Партон В.З. Механика разрушения: от теории к практике / В.З. Партон // М.:URSS, 2007. – 239 с.
172. Патент на корисну модель № 72303 Спосіб визначення істинних напружень в матеріалі у зоні передруйнування/ Я.І. Іваніцький та інші // 2012. – 6. – 18.
173. Патент на корисну модель № 75019 Пристрій для профілювання деформованої поверхні біля вершини тріщини / Я.Л.Іваніцький та інші // 2012. – 11. – 26.
174. Патон Б.Е. Современные направления повышения прочности и ресурса сварных конструкций/ Б.Е. Патон // Автоматическая сварка, 2000. - № 9 – 10. – С. 3 – 9.
175. Пидгурский Н.И. Исследование влияния лазерной ударно-волновой обработки на микротвердость сварных соединений конструкционных сталей / Н.И. Пидгурский, Ю.Н. Никифоров, Б.П. Ковалюк // Технологии упрочения, нанесения покрытий и ремонта: теория и практика: матер. 15-й междунар. научно-практ. конф. – СПГ: Изд-во Политехн. ун-та, 2013. – Ч. 2. –С.240 – 244.
176. Пидгурский Н.И. Низкотемпературные испытательные камеры для исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) многослойных пластин методом фотоупругости / Н.И. Пидгурский, Р.Б. Твердоступ, Б.М. Гладько // Композиционные материалы в машиностроении: Тез. докл. обл. науч.-практич. семинара, октябрь 1989. – Тернополь, 1989. – С. 40 – 42.
177. Писаренко Г.С. Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко, А.П. Яковлев, В.В. Матвеев. – Киев: Наук.думка, 1988. – 236 с.

178. Підгурський М. Аналіз особливостей розвитку пошкоджуваності в статично невизначуваних стержневих системах / М. Підгурський, М. Сташків // Вісник ТНТУ, 2011. – Спецвипуск. – Част. 2. – С. 118 – 123.
179. Підгурський М. Методи визначення КІН для дефектних елементів відкритого профілю / М.Підгурський, М.Сташків // Вісник ТДТУ, 2006. – Т.11. - № 2. – С. 92 – 108.
180. Підгурський М. Розвиток наскрізних тріщин в гнutoзварних тонкостінних елементах коробчастого профілю / М. Підгурський, М. Сташків // Вісник ТДТУ, 2006. – Т. 11. - № 4. – С. 78 – 86.
181. Підгурський М.І. Методи прогнозування ресурсу несучних і функціональних систем бурякозбиральних комбайнів: дис.... доктора техн. наук: 05.05.11 «Машини і засоби механізації сільськогосподарського виробництва» / Підгурський Микола Іванович. – Тернопіль, 2007. – 395 с.
182. Підгурський М.І. Прогнозування ресурсу роботи елементів рам самохідних бурякозбиральних комплексів на стадії росту втомних тріщин / М.І. Підгурський, М.Я. Сташків, П.В. Попович // Праці І-ї Міжнар.наук.техн.конф. «Динаміка, міцність і надійність сільськогосподарських машин ». – Тернопіль, 2004. - С. 636 – 642.
183. Підгурський М.І. Циклічна тріщиностійкість і руйнування елементів зварних конструкцій / М.І. Підгурський, Т.І. Рибак // Праці 4 Міжнар. симпозиуму з трибофатики (SSTF4) / - Тернопіль: ТДТУ, 2002. – Т.1 – С. 290 – 295.
184. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов / Б.Е. Победря. – М.: Изд. МГУ, 1984. – 336 с.
185. Подстригач Я.С. Экспериментально-теоретический метод ускоренных испытаний стеклооболочек электровакуумных приборов для оценки их прочности при длительном хранении (Исследование надежности стеклообразцов при простом равномерном напряженном состоянии) / Я.С. Подстригач, А.М. Марголин, В.А. Осадчук. – Львов: Изд. ФМИ им. Г.В. Карпенко АН УССР, 1985. – 52 с. (Препринт № 94).

186. Подстригач Я.С. Экспериментально-теоретический метод ускоренных испытаний стеклооболочек электровакуумных приборов для оценки их прочности при длительном хранении (Определение надежности сложных составных стеклооболочек электровакуумных приборов) / Я.С. Подстригач, А.М. Марголин, В.А. Осадчук. – Львов: Изд. ФМИ им. Г.В. Карпенко АН УССР, 1985. – 40 с. (Препринт № 95).
187. Пригоровский Н.И. Методы и средства определения полей деформаций и напряжений: Справочник / Н.И. Пригоровский. – М.: Машиностроение, 1983. – 248 с.
188. Про один підхід до оцінки довговічності твердих тіл. / О.П. Дацишин, Г.П. Марченко, А.Ю. Глазов та ін. // Фіз.-хім. механіка матеріалів, 2007. – №4 – С.47-52.
189. Прокопович І.Б. Вирази для ефективної діелектричної проникності напружено ізотропного матеріалу / І.Б. Прокопович // Мат. методи та фіз.-мех. поля, 2006. – №4 (49). – С.113-118.
190. Прокопович І.Б. Загальні врази для опису впливу напружень на діелектричну або магнітну проникність / І.Б. Прокопович // Фіз.-хім. механіка матеріалів, 2005. – №4(41) – С.77-85.
191. Пух В.П. Прочность и разрушение стекла / В.П. Пух. – Л.: Наука, 1973. – 154 с.
192. Пэрис П. Критический анализ законов распространения трещин / П. Пэрис, Ф. Эрдоган // Технич. механика, 1963. - № 4. – С. 60 – 68.
193. Работнов Ю.Н. Введение в механику разрушения / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1987. – 80 с.
194. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1988. – 712 с.
195. Разрушение: в 7-ми т. / Под ред. Г.Либовица. – М.: Мир, 1973 – 1976.
196. Разумовский И.А. Интерференционно-оптические методы механики деформируемого твердого тела / И.А. Разумовский. – М.: изд. МГТУ им. Баумана, 2007. – 237 с.

197. Разумовский И.А. Определение коэффициентов интенсивности напряжений K_I , K_{II} и K_{III} поляризационно-оптическими методами в однородных и кусочнооднородных деталях и образцах с трещинами / И.А.Разумовский // Завод.лаб, 1988. – 54, № 10. - С.58 – 64.
198. Разумовский И.А. Экспериментальный анализ нелинейных динамических процессов с использованием оптико-интерференционных методов / И.А.Разумовский, И.Н.Одинцов // Вестник научно-технического развития, 2012. - № 8 (60). – С. 35 – 56.
199. Рибак Т.І. Оцінка надійності несучих конструкцій і вузлів бурякозбиральних комбайнів на початковій стадії розвитку тріщини / Т.І.Рибак, М.І.Підгурський, М.Я.Сташків // Наук.-техн. зб. «Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин». – Кіровоград, КНТУ, 2005. – Вип.. 35. – С. 33-38.
200. Рибак Т.І. Методи визначення КІН для дефективних елементів замкнутого профілю / Т.І. Рибак, М.І. Підгурський, М.Я. Сташків // Механічна в тома металів: Праці 13 – го міжнародного колоквиуму. – Тернопіль, ТДТУ, 2006. – С. 441 – 449.
201. Рудяк Ю. Критеріальне оцінювання ресурсу полімерних елементів машин / Ю. Рудяк // Вісник Тернопільського національного технічного університету, 2012. - № 4(68). – С. 88 – 91.
202. Рудяк Ю. Фізичне обґрунтування методу дифузного поверхневого розсіювання/ Ю. Рудяк // Вісник Тернопільського національного технічного університету, 2013. - № 1 (69). – С. 110 – 115.
203. Рудяк Ю.А. Визначення величин коефіцієнтів інтенсивності моментів за даними дифузного поверхневого розсіювання / Ю.А. Рудяк // Вісник Житомирського державного університету. Серія Машинознавство, 2013. - №1(64). – С. 8-11.
204. Рудяк Ю.А. Граничний стан елементів машин та конструкцій з діелектриків, коли руйнування проходить в умовах плоскої деформації / Ю.А.Рудяк // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. – Луганськ, 2013. - № 4 (193). – С. 224 – 226.

205. Рудяк Ю.А. Граничний стан елементів машин та конструкцій з діелектриків, коли руйнування проходить в умовах плоского напруженого стану/ Ю.А.Рудяк // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. – Луганськ, 2012. - № 14 (185). – Частина 2. - С. 112 – 115.
206. Рудяк Ю.А. Застосування ефекту дифузного поверхневого розсіювання для дослідження « зони шийкоутворення» біля вершини тріщини / Ю.А.Рудяк, Г.І.Ткаченко, О.В.Грибков // Вісник Хмельницького національного університету, 2013. - № 2. – С.70 – 72.
207. Рудяк Ю.А. Исследование разрушения стекол при различных типах нагружения / Ю.А.Рудяк, Р.Б.Твердоступ // Труды XIII научной конференции молодых ученых Института механики АН УССР, Киев, 24 -27 мая, 1988, 41. / Ин-т механики АН УССР. – Киев, 1988. – С. 190 – 194. – Деп. в ВИНТИ 27.12.88. № 9071 – В 88.
208. Рудяк Ю.А. Математичне обґрунтування методу дифузного поверхневого розсіювання / Ю.А.Рудяк // Вісник Хмельницького національного університету, 2012. - № 6. – С. 264 – 267.
209. Рудяк Ю.А. Метод визначення величин коефіцієнтів інтенсивності напружень за даними вимірювання поглинання інтенсивності світла / Ю.А.Рудяк // Вісник Сумського державного університету. Серія техн. науки, 2012. - № 4. – С. 88-91.
210. Рудяк Ю.А. Метод визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень для неоднорідного основного напруженого стану / Ю.А.Рудяк // Вісник національного авіаційного університету, Київ, 2012. - № 4. – С. 101 – 103.
211. Рудяк Ю.А. Определение термонапряженного состояния смотровых окон пищевых аппаратов, изготовленных из триплексов / Ю.А.Рудяк // Процессы и аппараты пищевых производств: Изд. Санкт – Петербургский государственный университет низкотемпературных и пищевых технологий. – Санкт – Петербург, 2013. - № 1. С. 36. – режим доступа к журналу: [http:// elibrary. ru / contents. asp? titleid = 28284](http://elibrary.ru/contents.asp?titleid=28284).
212. Рудяк Ю. Оптичні експериментально-розрахункові методи визначення НДС та граничного стану багаточарових структур з концентраторам / Ю.Рудяк, М.

Підгурський // Вісник Тернопільського національного технічного університету, №1.

213. Рудяк Ю.А. П'єзооптичний ефект поглинального середовища / Ю.А. Рудяк// Вісник національного авіаційного університету, Київ, 2013. - № 2. – С. 114-116.
214. Рудяк Ю.А. Фізико-механічний критерій граничного стану діелектриків / Ю.А.Рудяк// Вісник Хмельницького національного університету, 2013. - № 1. – С. 275 – 277.
215. Рудяк Ю.А. Экспериментальное определение граничного состояния оболочек из эпоксидной смолы с трещинами согласно физико-механического критерия / Ю.А. Рудяк // Вестник Ташкентского технического университета. Серия Химическая технология, контроль и управление, –2013. -№2(50). – С. 20-23.
216. Рудяк Ю.А. Экспериментальное определение граничного состояния пластин из органического стекла с трещинами согласно физико-механическому критерию тензора диэлектрической проницаемости / Ю.А. Рудяк // Вестник Ташкентского технического университета. Серия Электроника и автоматика, информационные технологии и информационная безопасность; 2013. – №2. – С. 24-28.
217. Рудяк Ю.А. Экспериментальное определение деформаций с использованием эффекта диффузного поверхностного рассеивания / Ю.А. Рудяк // Вестник Белгородского государственного технологического университета им.В.Г. Шухова, 2013.– № 2. – С. 94 – 96.
218. Савченко В.И. Исследование напряженного состояния цапфы-колеса ротора турбины / В.И. Савченко, В.В. Наконечный, М.Я. Корнер // Пробл. прочности, 1988. – №11.– С. 65-69.
219. Савченко В.И. Развитие радиционной фотоупругости / В.И. Савченко // Материалы VIII Всес. конф. по методу фотоупругости. Т.1. – Таллин: Изд. АН ЭССР, 1979. С. 81-91.
220. Сварные строительные конструкции / Л.М. Лобанов, В.И. Махненко, В.И. Труфяков и др. – К. Наук.думка, 1994. – Т.1. – 416с.

221. Серенсен С.В. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность / С.В. Серенсен, В.П. Когаев, Р.М. Шнейдерович. – М.: Машиностроение, 1975. – 488с.
222. Силованюк В. Концентрації напружень у пружному тілі з тонким в'язкопружним включенням / В. Силованюк, А. Ревенко // Вісник Тернопільського національного технічного університету, 2013.– №1 (69) – С. 13-20.
223. Силованюк В.П. Деформація та руйнування матеріалів біля включень під статичним навантаженням тіла / В.П. Силованюк, Р.Я. Юхим // Фіз.-хім. механіка матеріалів, 2007. – №7 – С.31-35.
224. Сиратори М. Вычислительная механика разрушения / М. Сиратори, Т. Миёси, Х. Мацусита. – М.: Мир., 1986. – 334с.
225. Сичко В.М. Концентрация напряжений в зоне прикрепления пластинчатых конструкций со стержнями / В.М. Сичко // Проблемы прочности, 1984. – №4. – С. 78-80.
226. Скальський В.Р. Акустична емісія під час руйнування матеріалів, виробів і конструкцій. Методологічні аспекти відбору та обробки інформації / В.Р. Скальський, П.М. Коваль. – Львів: Сполом, 2005. –396 с.
227. Сопротивление материалов деформированию и разрушению. Справочное пособие / Под ред. Трощенко В.Т. – К.: Наук.думка, 1994. – 702с.
228. Сорокатый Ю.И. Фотоупругое определение коэффициента интенсивности напряжений K_{III} / Ю.И. Сорокатый, В.В. Божидарник, А.П. Налобин // Вестн. Львовского политехн. ин-та, 1987. – 210. – С. 102-106.
229. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений / Под.ред. Ю. Мураками. – М.: Мир, 1990. – Т.1, Т.2 – 1016с.
230. Сташків М. Визначення КІН для кутової наскрізної тріщини у тонкостінному стержні прямокутного профілю при дії згинального моменту / М. Сташків // Вісник ТДТУ, 2003. – Т.8. – №3. – С. 32-38.
231. Сухарев И.П. Экспериментальные методы исследований прочности / И.П. Сухарев. – М.: Машиностроение, 1987. – 216с.

232. Сяський А. Згин зварної пластинчастої конструкції за контакту берегів колового міжфазного розрізу / А. Сяський, К. Музичук, В. Кот // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – №1 (69). – 2013. – С. 20-29.
233. Табанюхова М.В. Решение задач прочности сооружений с концентраторами методом фотоупругости: автореф. дис. на соиск. науч. степени д-ра физ.-мат. наук спец. 01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела» / М.В. Табанюхова. – Новосибирск, 2006. – 42с.
234. Твердоступ Р.Б. Исследование концентрации тепловых напряжений в балке-полосе с выступом методом фототермоупругости / Р.Б. Твердоступ // Исследование в механике сплошных сред. – КДУ. – Киев, 1988. – С. 186-194. Деп. в Укр НИИНТИ 18.05.88, №125–УК 88.
235. Твердоступ Р.Б. Исследование элементов конструкций из неметаллических материалов с концентраторами напряжений оптическими методами: автореф. дис. на соиск. научн. степени канд. физ. мат. наук.: 01.02.04. «Механика деформируемого твердого тела» / Р.Б. Твердоступ. – Киев, 1991. – 22с.
236. Тензорезисторы. Техническое описание и инструкция по наклейке. – К.: ООО «Веда», 2005. – 21с.
237. Титов В.Б. Определение коэффициентов интенсивности напряжений трех типов / В.Б. Титов, Т.А. Дудник // Научно-технические ведомости СПб ГПУ, 2011. – №1. – С. 132-135.
238. Тихомиров В.М. Экспериментально-расчетные методы исследования трехмерных задач механики разрушения: автореф. дис. на соиск. науч. степени докт. физ.-мат. наук: спец. 01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела» / В.М. Тихомиров. – Новосибирск, 2004. – 32с.
239. Тихомиров В.Н. Использование метода рассеяного света определения коэффициентов интенсивности напряжений в трехмерных задачах / В.Н. Тихомиров, В.П. Тырин // ЖПМТФ, 1990. – №3. – С. 167-170.
240. Труфяков В.И. Повышение сопротивления усталости сварных соединений и конструкций / В.И. Труфяков // Автоматическая сварка, 1998. – С.11-19.

241. Тузов А.Н. Сопряжение ПЭС фотоприемника с аппаратурой КАМАК/ А.Н. Тузов // В кн: Автоматизация научных исследований. – Апатиты, изд. Кольского филиала АН СССР 1988. – С. 26-30.
242. Удалов Е.П. Исследование градиентных полей напряжений в фотоупругих моделях по рефракции светового излучения: дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.02.04. «Механика деформированного твердого тела» / Е.П. Удалов. – Киев, 1989. – 136 с.
243. Фомин В.В. Молекулярное поглощение в инфракрасных окнах прозрачности / В.В. Фомин. – Новосибирск: Наука, 1986. – 284с.
244. Фриштер Л.Ю. Анализ НДС в зонах концентрации напряжений составных конструкций и машин с применением элементов теории размерности / Л.Ю. Фриштер // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2008. – №3.– С. 37-42.
245. Фриштер Л.Ю. Расчетно-экспериментальный метод исследований в зонах концентрации напряжений: автореф. дис. на соиск. науч. степени д-ра физ.-мат. наук: 01.02.04 «Механика деформируемого твердого тела» / Л.Ю. Фриштер. – Москва, 2009. – 40с.
246. Фрохт М. Фотоупругость / М. Фрохт. - М. – Л.: Техтеориздат. 1948. – Т. 1,2.
247. Хануков Х.М. Влияние технологических перегрузок и низких температур эксплуатации на ресурс сварных листовых металлоконструкций / Х.М. Хануков, Н.И. Пидгурский, А.Е. Воронецкий // Сб. научн. тр. «Трещиностойкость строительных металлических конструкций».– М.: ЦНИИ Проектстальконструкция им. Мельникова, 1988. – С. 131-143.
248. Хануков Х.М. Методические особенности длительных низкотемпературных (до 196° С) испытаний материалов / Х.М. Хануков, Н.И. Пидгурский, К.И. Еремин. // Завод. лаб, 1989– С. 71-74.
249. Хеллан К. Введение в механику разрушения / К. Хеллан М.: Мир, 1988. – 364с.
250. Хоббахер А.Ф. Расчет на усталость сварных конструкций по напряжениям / А.Ф. Хоббахер // Автоматическая сварка, 2003. – №10-11. – С. 122-126.

251. Царева Г.А. Волоконно-оптический тензодатчик / Г.А. Царева // Приборы и системы управления, рукопись деп. в ЦНИИТЭИ приборостроения, №3608, 25.11.86. – М., 1986. – 7с.
252. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения / Г.П. Черепанов. – М.: Наука, 1974. – 640с.
253. Черняк К.И. Эпоксидные компаунды и их применение / К.И. Черняк. – Л.: Судостроение, 1967. – 399с.
254. Чесановський І.І. Моделювання радіоелектронних телекомунікаційних систем в лабораторних умовах / І.І. Чесановський, Д.О. Левчунець, А.С. Зубко // Вісник Хмельницького національного університету, 2013. – №2.– 222-225.
255. Чигарев А.В. ANSYS для инженеров: / А.В. Чигарев, А.С. Кравчук, А.Ф. Смалюк // Справочное пособие. – М.: Машиностроение. – 2004. – 512с.
256. Шарафутдинов Г.З. Об основном законе фотоупругости / Г.З. Шарафутдинов// Вестник Московского государственного университета, Сер. 1: Математика, механика, – 2012. – №1. – С. 38-41.
257. Шарафутдинов Г.З. Поляризационно-оптический метод исследования напряжений / Г.З. Шарафутдинов. – М.: Изд-во мех-мат МГУ, 2010. – 127 с.
258. Шарафутдинов Г.З. Фотовязкоупругость / Г.З. Шарафутдинов. – М.: Изд. МГУ, 1987. – 200с.
259. Шацький І.П. Граничний стан пластин та оболонок з тріщинами під комбінованим навантаженням / І.П. Швацький, В.В. Перепічка, М.В. Маковійчук// В кн.: Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій/ Під заг. ред. В.В Панасюка. – Львів: Фіз.-мех. інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України, 2004. – С. 293-297.
260. Шерматов М. Нестабильность кристаллитов при нагружении ориентированных полимеров / М. Шерматов // Механика полимеров, 1976. - № 4. – С. 516 – 520.
261. Шимкович Д.Г. Расчет конструкций в MSC / NASTRAN for Windows / Д.Г. Шимкович. – М.: ДМК Пресс, 2003. – 448с.

262. Эванс А.Г. Конструктивная керамика / А.Г.Эванс, Т.Г.Лангдон. – М.: Металлургия, 1980. – 256 с.
263. Эдельштейн Е.И. О компенсации разности хода в методе фотоупругости/ Е.И.Эдельштейн // Материалы VIII Всес.конф. по методу флупругости. Т.2., Таллин: Изд. АН ЭССР, 1979. – С. 85 – 89.
264. Экспериментальная механика / Под ред. А.Кобаяси. – М.: Мир, 1990. – Т.1, Т. 2. – 1168 с.
265. Экспериментальное определение коэффициентов интенсивности напряжений в конструкциях с трещинами / Д.В. Грилицкий, Е.В. Буйна, О.И. Думанский и др.// Физ.хим. мех. Матер, 1984. - №. 1. – С. 29 – 32.
266. Экспериментальные методы исследования деформаций и напряжений / Б.С. Касаткин, А.Б.Кудрин, Л.М.Лобанов и др. – Киев: Наук.думка, 1981. – 584 с.
267. Эрф Р.П. Голлографические неразрушающие исследования / Р.К. Эрф. – М.: Машиностроение, 1979. – 448 с.
268. Юхим Р.Я. Міцність пружно-пластичних тіл із періодичними системами паралельних та колінеарних включень / Р.Я. Юхим, П.В. Горбач // Вісник Тернопільського національного технічного університету, 2010. – №2. – С.67-72.
269. Ясній П.В. Методологія оцінки втомної довговічності елементів конструкцій машин за експлуатаційного навантаження / П.В.Ясній, Ю.І. Пиндус // Праці I-ї Міжнародної н.-т. конф. «Динаміка, міцність і надійність сільськогосподарських машин». – Тернопіль, ТДМУ ім. Івана Пулюя, 2004. – С. 73 – 87.
270. Ясній П.В. Пластично деформовані матеріали: втома і тріщиностійкість / П.В.Ясній – Львів: Світ, 1998. – 292 с.
271. Ahmed A. A new for parameter method for SIF determination / A.Ahmed, K.Rajaiah, M.Bose // A dv.Fract. Res. Procc. 6th Int. Conf. (I CF 6), New Delhi, 4. – 10. Dec., 1984. – 1984. – 2. – P. 979 – 989.
272. Burger C.P. Nonlinear photomechanics / C.P.Burger // Exp. Mech, 1980. - № 11. – P. 381 – 389.

273. Chau K.T. Subcritical crack growth of edge and center cracks in façade rock panels subject to periodic surface temperature variations / K.T. Cha, I.E. Shao // *Int. J. Solids Struct.*, 2006. – V.43. – P.807-827.
274. Cheng W. Determination of the mode I stress intensity factors for an edgecracked beam with fixed ends / W.Cheng // *Eng. Fract. Mech.*, 1999. – V. 63. – P. 193 – 208/
275. Dally J.W. On the uniqueness of the stress intensity factor – crack velocity relationship/ J. W.Dally, W.J.Forney, G.R.Irwin // *Intern. J.Fract.*, 1985. - № 3 – 4. P. 159 – 168.
276. Dirgantura T. Stress intensity factors for cracks in thin plates / T.Dirgantura, M.Aliabadi // *Eng. Fract. Mechanics*, 2002. – V. 69. – P. 1465 – 1486.
277. Fatigue design method of ship structural members based on fatigue crack growth analysis / K.Terai, Y.Tomita, K.Hashimoto, N.Osava // *IIW / IIS Doc.* XIII – 1908 – 01 and XV – 1091 – 2002. – 11 p.
278. Freiman S.W. Environmentally enhanced crack growth in glasses / S.W.Freiman // *Strength Inorg. Glass.* – New York – London. –1985. – P. 197 – 217.
279. Griffith A.A. The phenomena of rupture and flaw in solids / A.A.Griffith // *Phi. Trans. Roy. Soc. London A.* – 1920. – 211, № 2. – P. 163 – 198.
280. Hecker F.W. Non – rectilinear light propagation in photoelastic specimens caused by stress gradient / F.W.Hecker // Presented at 1979 SESA Spring Meeting San Francisco, California, May, 1979.
281. Irwin G.R. Analysis of stress and strain near the end of crack traversing a plate / G.R.Irwin // *J.Appl.Mech.*, 1957/ - V. 24. – P. 361 – 374.
282. Irwin G.R. Fracture / G.R.Irwin // *Handbuch der Physik.* – Berlinets.: Springer, 1958. – Bd 6. – S. 551 – 590.
283. Kepich T.Yu. Group of methods for creation of diffused optical fields / T.Yu.Kepich, Yu.A.Rudyak / *Recent Advances in Experimental Mechanics* // *Proceedings of the 10th International Conference on Experimental Mechanics.* – Lisbon, Portugal, 18 – 22 July 1994. – P. 471 – 474.
284. Kim K.S. A stress intensity factor tracer / K.S.Kim // *Trans. ASME: J. Appl. Mech.* – 1985. – 52, № 2. – P. 291 – 297.

285. Kirugulige M.S. Measurement of fracture parameters for a mixed – mode crack driven by stress waves using image correlation technique and high-speed digital photography / M.S.Kirugulige, H.V.Tippur // *Strain*, 2008. – P. 108 – 122.
286. Kopsov I.E. Stress intensity factor solution for a semi – elliptical crack in an arbitrarily distributed stress field / I.E.Kopsov // *Int. J. Fatigue*, 1992. – V. 14 - № 6. – P. 399 – 402.
287. Mylnikov AV. Investigation of glass structural elements with stress concentrators by optical method / A.V.Mylnikov, R.B.Tverdostoup, Yu.A.Rudyak/ *Recent Advances in Experimental Mechanics // Proceedings of the 10th International Conference on Experimental Mechanics/* - Lisbon, Portugal, 18 – 22 July 1994. – P. 201 – 204.
288. Orowan E.O. Energy criteria of fracture weld / E.O.Orowan // *J. Res. Suppl*, 1955. – V. 34. – P. 157 – 180.
289. Pedrini G. High – speed digital holographic interferometry for vibration measurement/ G.Pedrini, W.Osten, M.Gusev // *Applied Optics*, 2006. - № 15. – P. 3456 – 3462.
290. Righiniotis T.D. Influence of management actions on fatigue reliability of a welded joint / T.D.Righiniotis // *Int. J. of Fatigue*, 2004. - № 26. – P. 237 – 239.
291. Theocaris P.S The influence of geometry of edge – cracked plates on K_I and K_{II} components of the stress intensity factors studied by caustics / P.S.Theocaris, G.A.Papadopoulos // *J. Phys. D. Appl. Phys.* – 1984. – 17, № 12. – P. 2339 -2349.
292. Wang X. On the calculation of stress intensity factors surface cracks in welded pipe – plate and tabular joints / X.Wang, S.Lambert // *Int. J. of Fatigue*, 2003. – V. 25. - № 1. – P. 89 - 98.
293. Westergard H.M. Bearing pressures and cracks / H.M.Westergard // *Trans. ASME J. Appl. Mech.* – 1939. – 6, A 66. – P. 49 – 53.
294. Wnuk M. Effects of Material Ductility and Crack surface Roughness of the Quasi – Static Fracture: Propagation in Ductile Solids / M. Wnuk, M.Pidhursky // *Proc. VI – th Int. Symp. of Mechanics of Materials and Structures May 30 – June 2, 2011. – Augustow, 2011. – P. 392 – 402.*

295. Xie Y. Stress intensity factors for cracked rectangular cross – section thin – walled tubes / Y.Xie, X.Wang, Y.Lin // Eng. Fract. Mechanics, 2004. – V. 71. – P. 1501 – 1513.
296. Zhengmei L. Photoelastic determination of mixed mode stress – intensity factors K_I , K_{II} and K_{III} / L. Zhengmei, S.Ping // Exp. Mech. – 1983. -№ 6. – P. 228 -235.

ДОДАТКИ