

УДК 519.21

Р. Жаровський; Л. Щербак, докт. техн. наук

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ЗАДАЧІ ОБРОБКИ ГЕОФІЗИЧНИХ СИГНАЛІВ ПРИ ДІЇ ЗАВАД ДИСКРЕТНОЮ КОРЕЛЯЦІЙНОЮ СИСТЕМОЮ З ВХІДНИМИ ОРТОГОНАЛЬНИМИ ФІЛЬТРАМИ

Резюме. Проведено аналіз використання дискретної кореляційної системи в задачах виявлення геофізичних сигналів при дії завад. Вхідними ланками системи є ортогональні дискретні фільтри Лагера. Роботу даної системи розглянуто для дискретного випадку, коли на вхід системи надходить сума корисного сигналу і завади. Розглянуто випадки для білого, забарвленого, RC- і RLC-шумів, які описуються лінійними ергодичними випадковими процесами.

Ключові слова: геофізичні сигнали, завади, кореляційна обробка, ортогональний фільтр.

R. Zharovskiy, L. Scherbak

GEOPHYSICAL SIGNAL PROCESSING PROBLEMS WITH INTERFERENCE FROM DISCRETE CORRELATION SYSTEM OF INCOMING ORTHOGONAL FILTERS

The summary. The analysis using discrete correlation detection systems in problems of geophysical signals with interference. Incoming links of the system are Lager's orthogonal discrete filters. The work of this system is considered for the discrete case when the input combined signal and the interference enters the system. Cases are considered for white, colored, RC-and RLC-noises described by linear ergodic random processes.

Key words: geophysical signals, noise, correlation processing, orthogonal filter.

Постановка проблеми. При дослідженні будови геологічного середовища в сейсморозвідці використовують пружні хвилі, які, поширюючись від джерела в товщі порід, утворюють багаточисельні вторинні (відбиті, заломлені) хвилі. Вивчаючи поширення цих хвиль, визначають форму границь, на яких вони виникли, а також отримують дані про пружні характеристики середовища. Актуальними задачами сейсморозвідки є виявлення геофізичних сигналів, які є корисними сигналами і несуть інформацію про будову геофізичного середовища, при дії різного роду завад.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Одним із поширених методів статистичної обробки зашумлених вхідних сигналів є кореляційні методи. [1, 2, 3]. В даній роботі проведено аналіз виявлення геофізичних сигналів дискретною кореляційною системою з вхідними ортогональними фільтрами.

Відомо, що ортогональним фільтром називають складну лінійну систему, імпульсні перехідні функції ланок якої описують системою ортогональних функцій [4]. Ортогональні фільтри використовують в якості корегуючих ланок систем автоматичного регулювання, основних модулів спектроаналізаторів випадкових процесів, а також для виявлення корисних сигналів при дії завад [5].

Мета роботи. Проаналізувати роботу дискретної кореляційної виміральної системи з вхідними ортогональними фільтрами Лагера для виявлення корисних геофізичних сигналів за наявності на вході системи різного виду завад, а саме білого, забарвленого, RC- і RLC-шумів, які описуються лінійним ергодичним випадковим процесом.

Постановка задачі. На вхід кореляційної системи, структурна схема якої зображена на рисунку 1, надходить сума корисного сигналу і завад. Необхідно знайти відгук такої системи при дії конкретно заданих корисних сигналів і завад. Для фізичної інтерпретації отриманих результатів роботи кореляційної системи будемо використовувати перетворення Фур'є, для отримання спектральної щільності досліджуваних сигналів. Таким чином, у сукупності досліджуватимемо роботу спектрально-кореляційної системи з вхідними ортогональними фільтрами для дослідження геофізичних сигналів. Також буде проведено порівняльний аналіз кореляційної системи і системи з вхідними ортогональними фільтрами, визначено відповідні вирази для амплітудно-частотної $A_k(\omega_i)$ і фазочастотної $\theta_k(\omega_i)$ компенсації на круговій частоті ω_i гармонічного сигналу, які вносяться додатково вхідними ортогональними фільтрами системи.

Результати розв'язку поставленої задачі. Нехай на вхід дискретної кореляційної вимірювальної системи з ортогональними фільтрами (рис.1) надходить сума корисного полігармонічного сигналу і завади

$$x(t) = Q(t) + \xi(t), \tag{1}$$

де $Q(t)$ – корисний сигнал, а $\xi(t)$ – завада, як випадковий процес.

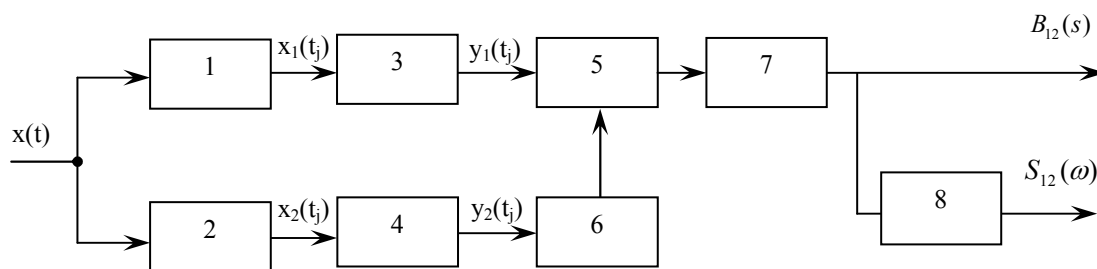


Рисунок 1 – Структурна схема кореляційної вимірювальної системи з дискретними ортогональними фільтрами Лагера: 1, 2 – синхронізовані аналого-цифрові перетворювачі неперервних вхідних сигналів, 3, 4 – дискретні ортогональні фільтри Лагера, 5 – блок перемножування, 6 – блок затримки, 7 – блок сумування, 8 – блок перетворення Фур'є

Розглянемо загальний випадок. Запишемо компоненти вхідного сигналу (1) у такому вигляді: корисний сигнал являє собою полігармонічну функцію виду

$$Q(t) = \sum_{i=1}^n A_i \sin(\omega_i t + \theta_i), \tag{2}$$

а завада описується ергодичним лінійним випадковим процесом виду

$$\xi(t) = \int_0^{\infty} \varphi(t - \tau) \zeta(\tau) d\tau, \tag{3}$$

де $\varphi(\tau, t)$ – імпульсна характеристика формуючого фільтра, $\zeta(\tau)$ – породжуючий білий шум.

Проведемо аналіз перетворень сигналу (1) в ланках кореляційної системи з вхідними ортогональними фільтрами. Задавання структури кореляційної системи, яка зображена на рисунку 1, по суті відображає не її технічну реалізацію, а послідовність алгоритмів перетворення сигналу (1).

Після проходження аналого-цифрових перетворювачів 1 і 2, вхідний сигнал (1) з урахуванням формул (2) і (3), для 1-го і 2-го каналу запишемо так:

$$x_1(t_j) = x_2(t_j) = Q(t_j) + \xi(t_j) = \sum_{i=1}^n A_i \sin(\omega_i t_j + \theta_i) + \sum_{l=0}^N \varphi_0(t_j - \tau_l) \zeta(\tau_l), \tag{4}$$

де $\{x(t_j) = x(j\Delta t), t_j = j\Delta t, j = \overline{1, m}, t_j \in T\}$ – простір вхідних сигналів із дискретним часом. На виході дискретних ортогональних фільтрів Лагера отримаємо відгуки

$$y_1(t_j) = \sum_{i=1}^n \sum_{s_1=1}^N \varphi_1(s_1) A_i \sin(\omega_i(t_j - s_1) + \theta_i) + \sum_{l=0}^N \varphi_{01}(t_j - \tau_l) \zeta(\tau_l), \quad (5)$$

$$y_2(t_j) = \sum_{i=1}^n \sum_{s_2=1}^N \varphi_2(s_2) A_i \sin(\omega_i(t_j - s_2) + \theta_i) + \sum_{l=0}^N \varphi_{02}(t_j - \tau_l) \zeta(\tau_l), \quad (6)$$

де

$$\varphi_{01}(t_j) = \varphi_0 * \varphi_1 = \sum_{l=0}^N \varphi_0(\tau_l) \varphi_1(t_j - \tau_l), \quad (7)$$

$$\varphi_{02}(t_j) = \varphi_0 * \varphi_2 = \sum_{l=0}^N \varphi_0(\tau_l) \varphi_2(t_j - \tau_l). \quad (8)$$

Вирази (5)-(8) записані у загальному вигляді, де N – множина натуральних чисел. При скінченному $m \in N$ вказані вирази дають відповідну оцінку відгуку при дії сигналу (1), а при $m \rightarrow \infty$ є аналітичними теоретичними виразами відповідних операцій, які визначають лінійне перетворення досліджуваних сигналів і завад.

Для конкретизації задач в якості дискретних ортогональних фільтрів використані фільтри Лагера, імпульсні перехідні функції яких у загальному випадку описані виразом (9) [6]:

$$\varphi_n(t_j) = (-1)^n e^{-\lambda t_j / 2} l_n(t_j) U(t_j), \quad (9)$$

де $l_n(t_j)$ – функції Лагера, $U(t_j)$ – функція Хевісайда.

В подальшому будемо використовувати

$$\varphi_1(t_j) = e^{-\lambda t_j / 2} e^{-\lambda} (1 + t_j (1 - e^\lambda)), \quad (10)$$

$$\varphi_2(t_j) = e^{-\lambda t_j / 2} e^{-2\lambda} (1 + 2t_j (1 - e^\lambda) + (1 - e^\lambda)^2 t_j^2). \quad (11)$$

На виході кореляційної системи з урахуванням результатів [6] отримаємо

$$R_{12}(\tau_k) = \sum_{l=0}^N h_{12}(s_1) B_{12}(\tau_k - \tau_l) + \frac{1}{m-k} \sum_{j=1}^{m-k} \sum_{s_1=1}^N \sum_{s_2=1}^N [\varphi_1(s_1) Q(t_j - s_1) \varphi_{02}(t_j + \tau_k - s_2) \zeta(s_2) + \varphi_2(s_2) Q(t_j + \tau_k - s_1) \varphi_{01}(t_j - s_1) \zeta(s_1) + \varphi_{01}(t_j - s_1) \zeta(s_1) \varphi_{02}(t_j + \tau_k - s_2) \zeta(s_2)] \quad (12)$$

де $h_{12}(s_1)$ – взаємна кореляційна функція імпульсних перехідних функцій ортогональних фільтрів Лагера (10) і (11),

$$h_{12}(s_1) = -e^{-(\lambda/2)(s_1+1)} (1 - e^\lambda) s_1, \quad (13)$$

а $B_{12}(\tau_k)$ – кореляційне перетворення полігармонічних сигналів:

$$B_{12}(\tau_k) = \sum_{i=1}^n \frac{A_i^{(1)} A_i^{(2)}}{2} \cos(\omega_i \tau_k + \Delta \theta_i), \quad (14)$$

де $A_i^{(1)}$, $A_i^{(2)}$ – амплітуди відгуків відповідно першого і другого ортогональних фільтрів Лагера при дії гармонічних сигналів з круговою частотою ω_i ,

$$\Delta \theta_i = \arccos \left[\frac{a_i}{(a_i^2 + b_i^2)^{1/2}} \right] \text{sign} b_i + \theta_k(\omega_i), \quad (15)$$

$$a_i = \text{Re} S_B(\omega_i); b_i = \text{Im} S_B(\omega_i).$$

Функція $\theta_k(\omega_i)$ – фазочастотну характеристику компенсації визначаємо

$$\theta_k(\omega_i) = \arctg \frac{b_i}{a_i} + \frac{\pi}{2} (1 - \text{sign } a_i) \text{sign } b_i, \quad (16)$$

$$a_i = (e^{-\lambda} + 1) \cos \omega_i - 2e^{-\lambda/2}, \quad b_i = (1 - e^{-\lambda}) \sin \omega_i \quad (17)$$

при дії гармонічної компоненти з круговою частотою ω_i .

Числові значення характеристик компенсації визначаємо з допомогою графіків наведених у роботі [6].

Детальніше зупинимось на аналізі виразу (12). Функція $R_{12}(\tau_k)$ складається з чотирьох компонент, перша з яких детермінована, а три останні зумовлені дією завад. Якщо вважати, що породжуючий процес $\zeta(t_j)$ центрований, тобто $\kappa_1 = 0$, то друга і третя компоненти $R_{12}(\tau_k)$ при $m \rightarrow \infty$ спадають до нуля (їх математичне сподівання дорівнює нулю, а дисперсія при цьому також прямує до нуля). Четвертий доданок як середнє за часом при $m - k \rightarrow \infty$, $N \rightarrow \infty$ прямує до математичного сподівання добутку завад, тобто

$$\begin{aligned} B_{II}(\tau_k) &= \frac{1}{m-k} \sum_{j=1}^{m-k} \sum_{s_1=1}^{\infty} \sum_{s_2=1}^{\infty} \varphi_{01}(t_j - s_1) \zeta(s_1) + \varphi_{02}(t_j + \tau_k - s_2) \zeta(s_2) = \\ &= M \left[\sum_{s_1=1}^{\infty} \sum_{s_2=1}^{\infty} \varphi_{01}(t_j - s_1) \zeta(s_1) + \varphi_{02}(t_j + \tau_k - s_2) \zeta(s_2) \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Розглянемо деякі характерні випадки перетворень сигналів.

Якщо на вхід ортогональних фільтрів надходить стаціонарний білий шум, для якого кореляційна функція з урахуванням одиничного імпульсу $\delta(\tau_k)$ представлена у вигляді $R_{\zeta}(\tau_k) = \kappa_2 \delta(\tau_k)$, отримаємо

$$B_{II}(\tau_k) = \kappa_2 \sum_{l=0}^N \varphi_{01}(\tau) \varphi_{02}(\tau_l + \tau_k), \quad (19)$$

де κ_2 – інтенсивність породжуючого білого шуму. Тому остаточно запишемо

$$R_{12}(\tau_k) = \sum_{l=0}^N h_{12}(\tau_l) B_{12}(\tau_k - \tau_l) + B_{II}(\tau_k). \quad (20)$$

Як бачимо з останнього виразу, в оцінці кореляційної функції з'являється зсув (оцінка зсуву), величина якого $B_{II}(\tau_k)$ залежить від τ_k і пропорційна інтенсивності породжуючого білого шуму κ_2 .

Оскільки функція (19) являє собою зсув кореляційної функції, проаналізуємо її, задаючи різного вигляду шуми: білий, забарвлений, RC- і RLC-шум. Для цього перетворимо формулу (19) і запишемо її у вигляді

$$\begin{aligned} B_{II}(\tau_k) &= \kappa_2 \sum_{l=0}^N \sum_{s_1=1}^N \sum_{s_2=1}^N \varphi_0(s_1) \varphi_1(\tau - s_1) \varphi_0(s_2) \varphi_2(\tau_l + \tau_k - s_2) = \\ &= \sum_{l=0}^N R(\tau_l) h_{12}(\tau_k - \tau_l) = \sum_{l=0}^N h_{12}(\tau_l) R(\tau_k - \tau_l), \end{aligned} \quad (21)$$

де $R(\tau_k)$ – кореляційна функція вхідної завади; $h_{12}(\tau)$ – взаємне кореляційне перетворення ортогональних фільтрів Лагера (13). Можна показати (наприклад, нехай $h_{12}(\tau)$ у виразі (21) дорівнює одиничному імпульсу $\delta(\tau_k)$), що за відсутності ортогональних фільтрів зсув $B_{II}(\tau_k)$ збігатиметься з кореляційною функцією шуму $R(\tau_k)$.

Проведемо порівняльний аналіз роботи кореляційної системи з вхідними ортогональними фільтрами і системи, в якій відсутні ортогональні фільтри. Для цього

достатньо провести порівняльний аналіз функцій $B_{II}(\tau_k)$ і $R(\tau_k)$ в умовах дії завад [2, 7, 8, 9, 10]. Крім того, при оцінюванні зсуву кореляційної функції, що вноситься до кінцевого результату вимірювань взаємної амплітуди $A_i^{(1)}$ $A_i^{(2)}$ і різниці фаз $\Delta\theta$ зсувом $B_{II}(\tau_k)$ при $\tau_k \leq 0$, що визначаємо згідно з формулою (19), для кореляційної системи з ортогональними фільтрами і зсувом кореляційної функції без ортогональних фільтрів, що вноситься $R(\tau_k)$ при $\tau_k \leq 0$, потрібно використати перетворення Фур'є від цих функцій на півосі $\tau_k \leq 0$. Позначимо ці перетворення відповідно через $S_{\bar{R}}(\omega)$ і $S_{\bar{B}}(\omega)$, тобто

$$S_{\bar{B}}(\omega) = \sum_{\tau_k=0}^{\infty} B_{II}(-\tau_k) e^{j\omega\tau_k}, \quad \omega \in [-\pi, \pi), \quad (22)$$

$$S_{\bar{R}}(\omega) = \sum_{\tau_k=-\infty}^{\infty} R(\tau_k) e^{-j\omega\tau_k} = \sum_{\tau_k=0}^{\infty} R(-\tau_k) e^{j\omega\tau_k}. \quad (23)$$

Оскільки значення $R(\tau_k)$ будемо визначати для чотирьох моделей завад, а саме білий, забарвлений, RC-, RLC-шуми [8, 9, 10], введемо для досліджуваних кореляційних функцій відповідні вирази $B_{II}(\tau_k)$ для кореляційної системи з ортогональними фільтрами Лагера, а також відповідні вирази для $S_{\bar{B}}(\omega)$, $S_{\bar{R}}(\omega)$. Перейдемо до аналізу конкретних видів сигналу (1).

1. Білий шум. У випадку дії на вхід розглянутої кореляційної вимірювальної системи з ортогональними фільтрами Лагера (рис. 1) полігармонічних сигналів і білого шуму кореляційне перетворення вхідних сигналів (20) з урахуванням (21) має вигляд

$$B_{II}(\tau_k) = \sum_{\tau=0}^{\infty} h_{12}(\tau) R(\tau_k - \tau) = \kappa_2 h_{12}(\tau_k), \quad (24)$$

а з урахуванням взаємного кореляційного перетворення функцій Лагера

$$B_{II}(\tau_k) = \kappa_2 (e^\lambda - 1) \tau_k e^{-\frac{\lambda}{2}(\tau_k+1)} U(\tau_k), \quad (25)$$

де κ_2 – інтенсивність (дисперсія) дискретного білого шуму в точці спостереження, $U(\tau_k)$ – функція Хевісайда.

Таким чином, на негативній півосі зсувів, включаючи і нуль, звада, викликана білим шумом, теоретично повністю відсутня при всіх $\tau_k \leq 0$, а кореляційне перетворення $R_{12}(\tau_k)$ при $\tau_k \leq 0$ визначаємо аналогічно як у випадку детермінованих сигналів виразом

$$R_{12}(\tau_k) = \sum_{i=1}^n \frac{A_i^{(1)} A_i^{(2)}}{2} \hat{A}_k(\omega_i) \cos[\omega_i \tau_k + \Delta\theta_i - \theta_k(\omega_i)], \quad (26)$$

де амплітудну частотну компенсацію $\hat{A}_k(\omega_i)$ визначаємо за виразом

$$\hat{A}_k(\omega_i) = \frac{e^\lambda - 1}{1 - 2e^{\lambda/2} \cos \omega_i + e^\lambda}, \quad i \in [1, n]. \quad (27)$$

Сейсмичні завади ряд авторів наукових праць [6, 9, 11] вважають або білими, або забарвленими шумами, або близькими до низькочастотних RC-шумами. З урахуванням властивості ортогональних фільтрів Лагера "зануляти" кореляційну функцію завади $B_{II}(\tau_k)$, визначену згідно з формулою (21) на негативній півосі зсувів при завадах, що мало відрізняються від білого шуму, подальший аналіз роботи кореляційної системи розглянемо при негативних зсувах s , включаючи і початок координат. Оскільки прийнято $B_{II}(\tau_k)$ при $\tau_k \in (0; \infty)$, введемо його штучне занулення при $\tau_k > 0$.

2. Забарвлений шум. У випадку дії на вхід кореляційної вимірювальної системи з ортогональними фільтрами Лагера забарвленого шуму (див. рис. 1) кореляційне перетворення $R_{12}(\tau_k)$ визначено згідно з виразом (20). Кореляційне перетворення $B_{II}(\tau_k)$ в цьому випадку з урахуванням формули (21) набуде вигляду

$$B_{II}(\tau_k) = \kappa_2 \sum_{l=0}^N \frac{u^2 \sin[\omega_0(\tau_k - \tau_l)]}{\pi(\tau_k - \tau_l)} (e^\lambda - 1) e^{-\frac{\lambda}{2}(\tau_l+1)} \tau U(\tau_l) =$$

$$= \frac{\kappa_2 u^2 (e^\lambda - 1)}{\pi e^{\lambda/2}} \sum_{l=0}^N \frac{\tau_l \sin[\omega_0(\tau_k - \tau_l)]}{(\tau_k - \tau_l)} e^{-\frac{\lambda \tau_l}{2}}. \quad (28)$$

Члени цього ряду мають експоненціальний характер зменшення, тому ряд дуже швидко сходиться і зручний для обчислення значень $B_{II}(\tau_k)$ з допомогою ЕОМ.

З графіків $B_{II}(\tau_k)$ бачимо, що з зменшенням значення ω_0 вплив завад посилюється (рис. 2).

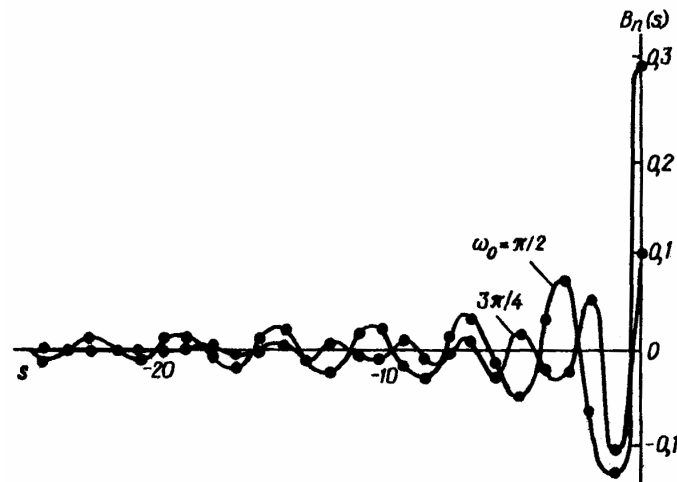


Рисунок 2 – Похибки при зміні кореляційного перетворення за рахунок забарвленого шуму у вимірювальній системі з ортогональними фільтрами

З формули (22) можна отримати залежність $B_{II}(\tau_k, \omega_0)$ при $\tau_k = 0$ від частоти зрізу ω_0 у вигляді

$$B_{II}(0, \omega_0) = \frac{\kappa_2 u^2 (e^\lambda - 1) \sin \omega_0}{\pi (1 - 2e^{\lambda/2} \cos \omega_0 + e^{-\lambda})}, \quad (29)$$

де $B_{II}(\tau_k, \omega_0) \equiv B_{II}(\tau_k)$.

Графіки функції $B_{II}(0, \omega_0)$ починаються з нуля і досягають єдиного максимуму, а потім зменшуються до нуля (рис. 3). Рівність нулю на початку координат пояснюється тим, що вхідний шум вироджується в тотожний нуль.

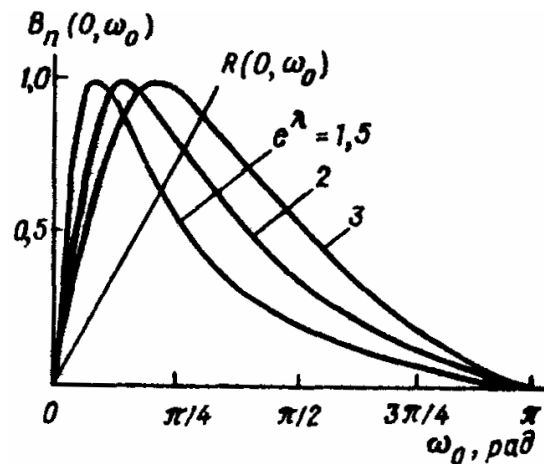


Рисунок 3 – Характер зміни похибки вимірювання кореляційного перетворення при $\tau_k = 0$ залежно від ширини смуги забарвленого шуму

Ділянка спаду інтенсивності від максимуму до нуля з'являється завдяки роботі ортогональних фільтрів у каналах кореляційної системи. При $\omega_0 = \pi$ шум стає білим і повністю подавляються ортогональними фільтрами, хоча при цьому смуга вхідного шуму весь час розширюється, а значить, збільшується його вхідна потужність.

Отже, робота ортогональних фільтрів при $\tau_k = 0$ до певної міри еквівалентна звуженню смуги білого шуму. Водночас звуження смуги пропускання корисного сигналу не відбувається, оскільки вплив ортогональних фільтрів Лагера враховується і може компенсуватися за допомогою амплітудно-частотного коефіцієнта та фазочастотних характеристик компенсації.

Результати аналізу $B_{II}(\tau_k)$ при $\tau_k = 0$ можуть бути використані і на інші значення τ_k , зважаючи на те, що сімейство кривих $B_{II}(\tau_k)$ на рис. 2 не перевищує за модулем значень $B_{II}(0, \omega_0)$ і носить осцилюючий характер з явною тенденцією до зменшення при збільшенні τ_k .

Таким чином, графіки (рис. 2 і 3) ілюструють поведінку похибки при вимірюванні $R_{12}(\tau_k)$, $\tau_k < 0$, викликаних наявністю на вході адитивної шумової компоненти з рівномірним енергетичним спектром. З рисунків бачимо, що використання ортогональних фільтрів забезпечує зменшення впливу завади типу забарвленого шуму при вказаних ω_0 на виході кореляційної системи.

За необхідності більшого зменшення впливу забарвленого шуму з відносно невеликою частотою зрізу ω_0 на виході системи, то в другому каналі кореляційної системи слід застосовувати складні ортогональні фільтри з відповідними коефіцієнтами [6].

3. РС-шум. Експериментальне дослідження реальних шумів типу мікросейсм показало, що в основному вони мають рівномірний енергетичний спектр у деякій смузі частот. Проте за необхідності враховувати вищі компоненти полігармонічних корисних сигналів ми стикаємося з необхідністю розширення спектральної смуги, для якої проводиться аналіз. У такій смузі частот спостерігається спад характеристики енергетичного спектру шуму. Приблизно цей спад носить такий же характер, як в РС-шумі [8]. Проаналізуємо величину зсуву кореляційного перетворення (19), викликану РС-шумом. Скориставшись формулою (21) з урахуванням виразів [8], отримаємо

$$B_{II}(\tau_k) = \kappa_2 \sum_{l=0}^N \frac{u^2 e^{-\alpha|\tau_k - \tau_l|}}{1 - e^{-2\alpha}} e^{-\frac{\lambda}{2}(\tau_l + 1)} (e^\lambda - 1) U(\tau_l) =$$

$$= \frac{\kappa_2 u^2 (e^\lambda - 1)}{e^{\lambda/2} (1 - e^{-2\alpha})} \sum_{l=0}^N \tau \exp\left(-\alpha|\tau_k - \tau_l| - \frac{\lambda\tau}{2}\right). \quad (30)$$

Просумувавши ряд при $\tau_k \leq 0$, отримаємо

$$B_{II}(\tau_k) = \frac{\kappa_2 u^2 (e^\lambda - 1)}{(1 - e^{-2\alpha})(e^{(\alpha+\lambda)/2} - e^{-\alpha/2})^2} e^{-\alpha|\tau_k|}, \quad \tau_k \in (-\infty, 0). \quad (31)$$

Аналізуючи останній вираз можна сказати, що при розширенні полоси РС-шуму (зменшенні параметра α) для одних і тих же значень τ_k похибка в системі з ортогональними фільтрами Лагера зменшується в порівнянні з системою без ортогональних фільтрів. Це проілюстровано на рис. 4, де зображено характер зміни відношення $B_I(\tau_k)/R(\tau_k)$ як функції від α (від τ_k це відношення не залежить). При значеннях $\alpha > 0,5$ для приведених значень e^λ відношення $B_I(\tau_k)/R(\tau_k)$ стає менше одиниці при всіх τ_k , тобто похибка $B_I(\tau_k)$ у системі з ортогональними фільтрами стає меншою, аніж $R(\tau_k)$ у системі без цих фільтрів.

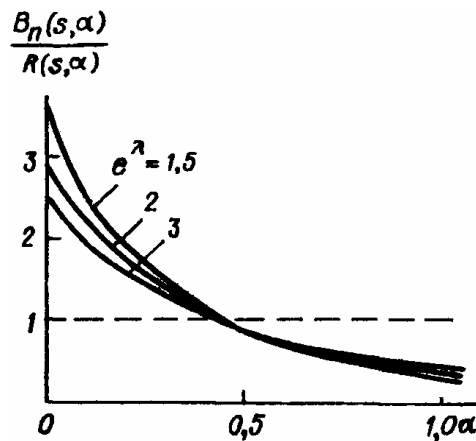


Рисунок 4 – Відношення похибки вимірювання кореляційного перетворення за рахунок РС-шуму

Запишемо вирази $S_R^-(\omega)$ і $S_B^-(\omega)$ для випадку РС-шуму. Вираз (23) у випадку РС-шуму набуде вигляду

$$S_R^-(\omega) = R(0) \sum_{\tau_k=0}^{\infty} e^{-\alpha\tau_k} e^{j\omega\tau_k} = \frac{R(0)}{1 - e^{-\alpha + j\omega}}, \quad (32)$$

де

$$R(0) = \frac{\kappa_2 u^2}{1 - e^{-2\alpha}}. \quad (33)$$

Остаточно отримаємо

$$S_R^-(\omega) = \frac{R(0)}{2} \left[\frac{e^\alpha - \cos \omega}{\text{ch} \alpha - \cos \omega} + j \frac{\sin \omega}{\text{ch} \alpha - \cos \omega} \right]. \quad (34)$$

З урахуванням співвідношення (31) вираз (22) набуває вигляду

$$S_{\bar{B}}(\omega) = \frac{R(0)}{2} \frac{e^\alpha - 1}{(e^{(\alpha+\lambda)/2} - e^{-\lambda/2})^2} - \left[\frac{e^\alpha - \cos \omega}{\operatorname{ch} \alpha - \cos \omega} + j \frac{\sin \omega}{\operatorname{ch} \alpha - \cos \omega} \right]. \quad (35)$$

Таким чином, останні два вирази відрізняються лише множником, що залежить від параметрів формуючого фільтра α і лагеровського фільтра λ , тобто ортогональні фільтри не вплинули на фазово-частотну характеристику завади, яку вніс RC-шум.

4. RLC-шум. У випадках, коли виникає необхідність попередньої смугової фільтрації полігармонічних корисних сигналів з допомогою резонансних RLC-фільтрів, інтерес представляє порівняльний аналіз роботи кореляційної виміральної системи звичайного типу і системи з ортогональними фільтрами Лагера. Проведемо аналіз похибок, викликаних наявністю RLC-шуму на вході системи.

Згідно з формулою (21) отримаємо

$$B_I(\tau_k) = R(0) \sum_{l=0}^N e^{-\alpha|\tau_k - \tau_l|} \left[\cos(\tau_k - \tau_l) \theta + E(\theta, \alpha) \sin(\theta |\tau_k - \tau_l|) \right] e^{-\frac{\lambda}{2}(\tau_l + 1)} (e^\lambda - 1) U(\tau_l). \quad (36)$$

Після сумування ряду при $\tau_k \leq 0$ отримаємо

$$B_{II}(\tau_k) = R(0) e^{-\alpha|\tau_k|} \left(A \cos \theta \tau_k + B \sin \theta |\tau_k| \right), \quad \tau_k \in (-\infty, 0), \quad (37)$$

де

$$A = \operatorname{sh} \frac{\lambda}{2} \left\{ \frac{\cos \theta - e^{-\alpha \frac{\lambda}{2}}}{\left[\operatorname{ch} \left(\alpha + \frac{\lambda}{2} \right) - \cos \theta \right]^2} \left[E(\theta, \alpha) \sin \theta - \cos \theta + e^{\alpha \frac{\lambda}{2}} \right] - \frac{E(\theta, \alpha) \sin \theta - \cos \theta}{\cos \theta - \operatorname{ch} \left(\alpha + \frac{\lambda}{2} \right)} \right\}, \quad (38)$$

$$B = \operatorname{sh} \frac{\lambda}{2} \left\{ \frac{\cos \theta - e^{-\alpha \frac{\lambda}{2}}}{\left[\operatorname{ch} \left(\alpha + \frac{\lambda}{2} \right) - \cos \theta \right]^2} \left[E(\theta, \alpha) \cos \theta + \sin \theta - e^{\alpha \frac{\lambda}{2}} E(\theta, \alpha) \right] - \frac{E(\theta, \alpha) \cos \theta + \sin \theta}{\cos \theta - \operatorname{ch} \left(\alpha + \frac{\lambda}{2} \right)} \right\}.$$

У наведеному виразі $E(\theta, \alpha)$ визначаємо за формулою $E(\theta, \alpha) = \frac{(e^{2\alpha} - 1) \cdot \sin 2\theta}{(e^{2\alpha} - 1)(1 - \cos 2\theta)}$, а $R(0)$ – за формулою дисперсії RLC-шуму.

Запишемо вирази $S_{\bar{R}}(\omega)$ і $S_{\bar{B}}(\omega)$ для випадку RLC-шуму. З урахуванням формул [10] вираз (23) набуде остаточного вигляду

$$S_{\bar{R}}(\omega) = \frac{S(\omega) + R(\omega)}{2} + j \frac{R(0)}{4} \left[\frac{E(\theta, \alpha) [e^\alpha - \cos(\omega - \theta)] + \sin(\omega - \theta)}{\operatorname{ch} \alpha - \cos(\omega - \theta)} - \frac{E(\theta, \alpha) [e^\alpha \cos(\omega + \theta)] - \sin(\omega + \theta)}{\operatorname{ch} \alpha - \cos(\omega + \theta)} \right], \quad (39)$$

де $S(\omega)$ визначено в [10], $E(\theta, \alpha)$ – за формулою $E(\theta, \alpha) = \frac{(e^{2\alpha} - 1) \cdot \sin 2\theta}{(e^{2\alpha} - 1)(1 - \cos 2\theta)}$; $\omega \in [-\pi, \pi]$. З урахуванням співвідношень (37) вираз (22) набуде вигляду

$$S_{\bar{r}}(\omega) = \frac{R(0)}{4} \left[\frac{A[e^\alpha - \cos \varphi^-] - B \sin \varphi^-}{\operatorname{ch} \alpha - \cos \varphi^-} + \frac{A(e^\alpha - \cos \varphi^+) - B \sin \varphi^+}{\operatorname{ch} \alpha - \cos \varphi^+} \right] +$$

$$+ j \frac{R(0)}{4} \left[\frac{B[e^\alpha - \cos \varphi^-] + A \sin \varphi^+}{\operatorname{ch} \alpha - \cos \varphi^+} - \frac{B(e^\alpha - \cos \varphi^+) - A \sin \varphi^+}{\operatorname{ch} \alpha - \cos \varphi^+} \right], \quad (40)$$

де $\varphi^+ = \omega + \theta$ і $\varphi^- = \omega - \theta$; $R(0)$ визначаємо виразом в [10], A і B – виразами (38); $\omega \in [-\pi, \pi)$.

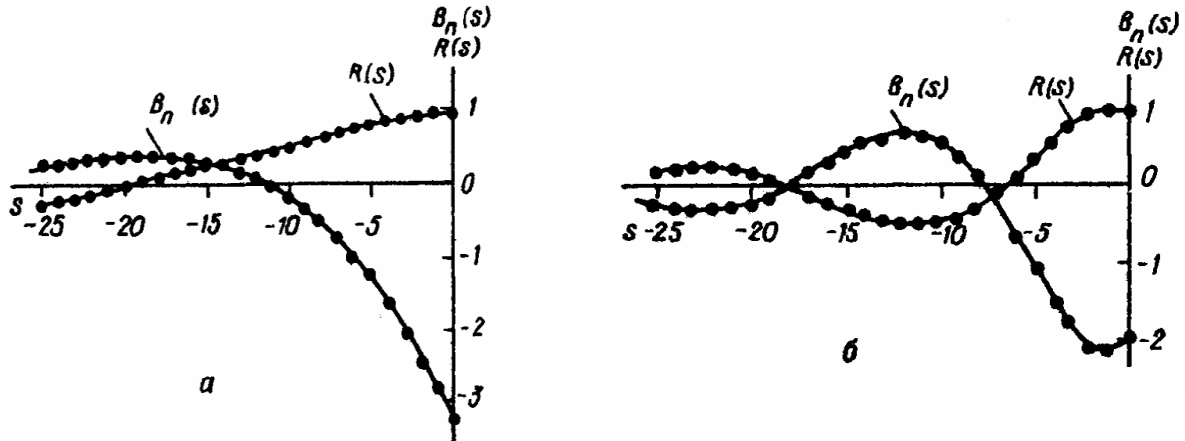


Рисунок 5 – Похибки при вимірюванні кореляційного перетворення за рахунок RLC-шуму:

$$s \in [-25, 0]; e^\alpha = 2; \alpha = 0,1$$

а) при $\theta = 0,1$; б) при $\theta = 0,3$

Порівнюючи вирази в [10] і (37), робимо висновок, що вони обидва мають експоненціальну мажоранту з одним і тим же вказівником степеня і гармонійний характер затухаючих коливань, початкові фази яких відрізняються. Це означає, що ортогональна фільтрація при звуженні смуги частот RLC-шуму стає неефективною. Використання для попередньої фільтрації окремих гармонійних компонент полігармонічного сигналу резонансних смугових фільтрів поряд з ортогональною фільтрацією в кореляційних системах практично не призводить до зниження похибок.

Характеризуючи графік функцій $B_f(\tau_k)$ і $R(\tau_k)$, які зображені на рис. 5, підтверджується вище вказаний висновок.

Таким чином, використання ортогональної фільтрації в кореляційних системах зі смуговими фільтрами дає незначний вигравш у підвищенні завадостійкості всієї системи. Проте попередня смугова фільтрація білого шуму дає гірші результати в порівнянні з ортогональною фільтрацією для виділення полігармонічного сигналу на фоні сейсмічних завад.

Висновки. Аналіз проходження адитивної суміші полігармонічного сигналу з різними видами шумів, що описуються лінійним ергодичним випадковим процесом, через кореляційну вимірювальну систему з входними ортогональними фільтрами Лагера (рис. 1) дав можливість зробити такі висновки:

1. При розширенні смуги шуму з рівномірною спектральною щільністю, починаючи з деякої граничної частоти, спостерігається ослаблення завади в системі з простими ортогональними фільтрами Лагера, чого не спостерігається при роботі кореляційної системи без попередньої фільтрації.

2. Ступінь послаблення завади залежить як від виду кореляційної функції завади, так і від вибору імпульсних перехідних характеристик ортогональних фільтрів.

3. Для системи з лагеровськими ортогональними фільтрами спотворення сигналів, викликане використанням цих фільтрів, може бути скомпенсованим.

4. При роботі в умовах широкосмугових завад типу білого шуму, ортогональні фільтри Лагера теоретично на негативній півосі зсувів забезпечують мінімальне спотворення оцінки кореляційної функції корисних геофізичних сигналів.

5. Наведені результати досліджень виявлення корисних геофізичних сигналів при дії завад можуть бути використані при розробленні алгоритмів і відповідного програмного забезпечення обробки сигналів у перспективних комп'ютеризованих кореляційних геофізичних системах.

Література

1. Вуд Л. Обработка сейсмических сигналов / Вуд Л., Трейтел С. – ТИИЭР – 1975. – Т. 63. – №4. – С.126 – 140.
2. Гурвич И. И. Сейсмическая разведка: [Учебник для вузов. 3-е изд., перераб.] / Гурвич И. И., Боганик Г. Н. – М.: Недра, 1980. – 551 с.
3. Бат М. Спектральный анализ в геофизике / Бат М. – М.: Недра, 1980. – 535 с.
4. Куля В.И. Ортогональные фильтры / Куля В.И. – К.: Техника, 1967. – 240 с.
5. Марченко Б. Г. Линейные случайные процессы и их приложения / Марченко Б.Г., Щербак Л.Н. – К.: Наукова думка, 1975. – 143 с.
6. Марченко В.Б. Ортогональные функции дискретного аргумента и их приложение в геофизике / Марченко В.Б. – К.: Наукова думка, 1992. – 212 с.
7. Шериф Р. Сейсморазведка. Том 2. Обработка и интерпретация данных / Шериф Р., Гелдарт Л. – М.: Мир, 1988. – 400 с.
8. Жаровський Р.О. Комп'ютерне моделювання стаціонарного РС-шуму з дискретним часом / Жаровський Р.О. – Вісник ТДТУ. – 2008. – №1. – С. 157 – 161.
9. Жаровський Р.О. Моделювання білого шуму з дискретним часом/Жаровський Р.О. Марченко Б.Г., Марченко Н.Б. – Вісник ТДТУ – 2007. – №4. – С. 152 – 157.
10. Жаровський Р.О. Моделі геофізичних сигналів на основі лінійних випадкових процесів / Жаровський Р.О., Щербак Л. М. – Вісник ТДТУ – 2009. – №1. – С. 138 – 144.
11. Чичинин И.С. Вибрационное излучение сейсмических волн / Чичинин И.С. – М.: Недра, 1984. – 224с.

Одержано 12.04.2010 р.