

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

на правах рукопису

ПЕЦКО ВАСИЛЬ ІВАНОВИЧ

УДК 519.87; 535.345.67

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОПТИЧНИХ СТРУКТУР ТА
ОПТИМІЗАЦІЯ ЇХ ПРОСТОРОВО-ПОЛЯРИЗАЦІЙНИХ ПАРАМЕТРІВ
ПРИ ПАДІННІ СВІТЛА ПІД КУТОМ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

ДИСЕРТАЦІЯ

Науковий керівник:
Міца Олександр Володимирович
кандидат технічних наук, доцент

Ужгород – 2015

ЗМІСТ

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ.....	5
ВСТУП.....	7
РОЗДІЛ 1. ОСОБЛИВОСТІ ПРОХОДЖЕННЯ СВІТЛА ЧЕРЕЗ БАГАТОШАРОВІ ОПТИЧНІ СТРУКТУРИ	12
1.1. Аналізу стану і тенденцій розвитку математичного моделювання проходження світла через оптичні структури	12
1.2. Відбивання світла від межі розділу двох середовищ.....	16
1.3. Поширення світла в багатошарових діелектричних системах.....	24
1.4. Задача синтезу для оптичних багатошарових покриттів.....	34
Висновки до розділу 1.....	37
РОЗДІЛ 2. ЗАСТОСУВАННЯ r -АЛГОРИТМУ ТА МЕТОДУ ВАЖКОЇ КУЛЬКИ ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ОПТИЧНИХ ШАРУВАТИХ ПОКРИТТІВ	39
2.1. Основні положення	39
2.2. Застосування r -алгоритму до розв'язання оберненої задачі синтезу	43
2.2.1. Метод узагальненого градієнтного спуску.....	43
2.2.2. Субградієнтні методи з розтягуванням простору в напрямку субградієнта	45
2.2.3. Субградієнтні методи з розтягуванням простору в напрямку різниці двох послідовних субградієнтів (r -алгоритми).....	50
2.3. Застосування методу важкої кульки до розв'язання оберненої задачі синтезу.....	53
Висновки до розділу 2.....	55
РОЗДІЛ 3. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВО- ПОЛЯРИЗАЦІЙНИХ ПАРАМЕТРІВ СПЕКТРАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОПТИЧНИХ ФІЛЬТРІВ	56

3.1. Побудова математичної моделі частково неоднорідних плівок для оптичних фільтрів	57
3.2. Математичне моделювання просторово-поляризаційних параметрів спектральних характеристик оптичних вузькосмугових фільтрів.....	63
3.2. 1. Дослідження кутових та поляризаційних параметрів вузькосмугових фільтрів.	63
3.2. 2. Вплив неоднорідностей на спектральні характеристики вузькосмугових фільтрів.....	67
3.3. Математичне моделювання просторово-поляризаційних параметрів спектральних характеристик оптичних відрізаючих фільтрів.....	78
3.3. 1. Дослідження кутових та поляризаційних параметрів відрізаючих фільтрів.	78
3.3. 2. Вплив неоднорідностей на спектральні характеристики відрізаючих фільтрів	82
3.4. Математичне моделювання просторово-поляризаційних параметрів спектральних характеристик оптичних широкосмугових фільтрів	99
3.4. 1. Дослідження кутових та поляризаційних параметрів широкосмугових фільтрів.	99
3.4. 2. Вплив неоднорідностей на спектральні характеристики широкосмугових фільтрів	102
Висновки до розділу 3.....	108
РОЗДІЛ 4. ДОСЛІДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ОДНОРІДНИХ ОПТИЧНИХ СТРУКТУР ДЛЯ НИЗЬКОЗАЛОМЛЮЮЧОЇ ПІДКЛАДИНКИ ПРИ ПАДІННІ СВІТЛА ПІД КУТОМ.....	112
4.1. Дослідження оптимальних параметрів одношарових однорідних плівок	112

4.2. Дослідження оптимальних параметрів двошарових однорідних плівок	120
4.3. Дослідження оптимальних параметрів тришарових однорідних плівок	126
4.4. Дослідження оптимальних параметрів чотиришарових однорідних плівок	133
4.5. Проектування одно-, дво-, три- та чотиришарових покриттів при падінні світла під кутом 30^0	141
Висновки до розділу 4.....	148
ВИСНОВКИ.....	150
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	153

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

$\alpha_{Бр}$	кут повної поляризації, або кут Брюстера
n	показник заломлення
d	геометрична товщина
n_j	показник заломлення j -го шару
d_j	геометрична товщина j -го шару
k_j	показник поглинання j -го шару
E	вектор електричної хвилі
H	вектор магнітної хвилі хвилі
E_0	амплітуда падаючої світлової хвилі
ω	частота
k	хвильовий вектор
t_s, t_p	амплітудні коефіцієнти пропускання
r_s, r_p	амплітудні коефіцієнти відбивання
T	коефіцієнт пропускання
R	коефіцієнт відбивання
$\bar{n} = (n_1, n_2, \dots, n_{k-1}, n_k)$	вектор значень показників заломлення
$\bar{d} = (d_1, d_2, \dots, d_{k-1}, d_k)$	вектор значень геометричної товщини
λ	довжина хвилі
θ_0	кут, під яким промінь падає на шарувату структуру
θ_s	кут, під яким промінь виходить із шаруватої структури, кут заломлення
n_0, n_s	показники заломлення зовнішнього середовища і підкладинки
$m_{11}, m_{12}, m_{21}, m_{22}$	елементи характеристичної матриці
n	показник заломлення
d	геометрична товщина
n_f	показник заломлення основної області неоднорідної

	плівки
n_p	показник заломлення перехідної області неоднорідної плівки
d_f	геометрична товщина основної області неоднорідної плівки
d_p	геометрична товщина перехідної області неоднорідної плівки
n_B	показник заломлення основної частини високозаломлюючого шару.
n_H	показник заломлення низькозаломлюючого шару.
$T_{\max}$	коефіцієнт максимуму пропускання
$\lambda_{\max}$	довжина хвилі максимуму пропускання
$\delta\lambda_{0,5}$	напівширина смуги пропускання
$\delta\lambda_{0,1}$	десятинна ширина смуги пропускання
$\Delta\lambda_K, \Delta\lambda_D$	ширини спектральних інтервалів подавлення пропускання у короткохвильовій та довгохвильовій областях
$\lambda_{\min}$	довжина хвилі мінімуму пропускання
$T_{\min}$	коефіцієнт мінімуму пропускання
$T_{\text{сер}}$	середній коефіцієнт пропускання

ВСТУП

Актуальність теми. При конструюванні багатошарових оптичних структур та розробці засобів метрологічного забезпечення контролю процесу їх виготовлення, зокрема, фільтрів та оптичних елементів для приладів нічного бачення, засобів аналітичної техніки для контролю забруднень оточуючого середовища, інтегрально-оптичних чіпів для телекомунікацій необхідно врахувати наявність неоднорідності показника заломлення на поверхні і на межах розділу шарів. Часткові неоднорідності показника заломлення у високозаломлюючих шарах плівкоутворюючих матеріалів нового класу впливають на спектри пропускання багатошарових структур при взаємодії зі світловими пучками. В існуючих на цей час математичних моделях профілю показника заломлення не враховано часткової неоднорідності високозаломлюючих шарів, її впливу на поширення світла в багатошарових структурах при падінні світла під кутом. Це створює труднощі при проектуванні багатошарових структур. Навіть в рамках відомої моделі ступінчатих неоднорідностей у високозаломлюючому шарі плівок, розрахунки спектральних характеристик оптичних структур з частково неоднорідним шаром виконані тільки для умови нормального падіння світла. В методиках метрологічного забезпечення процесу виготовлення оптичних покриттів не наводяться вказівки як контролювати відтворюваність їх спектральних характеристик і здійснювати прогнозування можливих відхилень в параметрах їх шарів. Такий стан справ стримує розвиток побудови високоякісних оптичних структур.

Методи математичного моделювання в поєднанні з розвитком сучасних комп'ютерних технологій дають можливість оцінити характеристики покриття, дослідити причину зміни положення і рівня оптичного пропускання в екстремумах оптичних структур, виконати локальний і глобальний прогноз поведінки і прогнозувати наслідки. Просвітлення підкладок однорідними оптичними структурами при падінні світла під кутом з використанням засобів зазначеної технології потребують додаткових досліджень.

Моделювання багат шарових структур при падінні світла під кутом з врахуванням особливостей матеріалів для отримання наперед заданих просторово-поляризаційних спектральних характеристик є важливою науковою задачею і тому дана дисертаційна робота є актуальною.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Роботу виконано в рамках спільного україно-турецького проекту науково-технічного співробітництва „Першопринципні розрахунки, інфрачервоні та Раман дослідження формування високозаломлюючих наноструктурованих аморфних шарів для розробки оптичних фільтрів контролю газів, забруднюючих атмосферу”, реєстраційний номер 0110U007887; держбюджетної теми Міністерства освіти і науки України “Нелінійно-оптична абсорбція світла та енергетична структура фотонних стекол при зміні локального оточення”, реєстраційний номер 0113U002364.

Мета і завдання дослідження. *Метою роботи* є розробка математичних моделей профілю показника заломлення частково неоднорідних високозаломлюючих шарів оптичних фільтрів для покращення їх спектральних характеристик при падінні світла під кутом шляхом визначення оптимальних просторово-поляризаційних параметрів цих шарів методами багатовимірного пошуку.

Для досягнення вказаної мети необхідно було вирішити такі основні завдання:

1. Розробити математичні моделі та чисельні методи розрахунку багат шарових оптичних структур з урахуванням характеру зміни параметрів частково неоднорідної плівки для виявлення їх впливу на зміни спектральних характеристик при падінні потоків випромінювання під кутом до поверхні.
2. На основі розроблених моделей профілю показника заломлення плівок дослідити зміни спектрів пропускання багат шарових оптичних структур вузькосмугових, відрізаючих та широкосмугових оптичних фільтрів залежно від поляризації та кута падіння паралельних потоків випромінювання відносно нормалі до їх поверхні.

3. На основі розроблених моделей дослідити вплив перехідної області високозаломлюючого шару з неоднорідним розподілом показника заломлення на спектральні характеристики вузькосмугових, відрізаючих та широкосмугових фільтрів для різних діапазонів спектру залежно від кута та поляризації.
4. Розробити оптимізаційну модель і дослідити можливості просвітлення підкладинок однорідними одно-, дво-, три- або чотиришаровими структурами при падінні різних за поляризацією світлових потоків під кутом до поверхні.
5. Спроектувати отримані результати на реальні матеріали та виконати порівняльну характеристику їх ефективності.

Об'єктом дослідження є процес проходження світла через оптичні структури при падінні світла під кутом.

Предметом дослідження є математичне моделювання впливу часткової неоднорідності профілю показника заломлення високозаломлюючих плівок на спектральні характеристики багат шарових оптичних покриттів, визначення оптимальних параметрів оптичних структур при падінні різних за поляризацією світлових потоків під кутом до поверхні.

Методи дослідження. Модифікований матричний метод Абеле використовувався для дослідження впливу часткової неоднорідності на спектральні характеристики. Метод важкої кульки та r-алгоритм використовувалися для визначення оптимальних параметрів оптичних структур.

Наукова новизна роботи полягає в наступному:

1. Уперше виявлено зміни параметрів спектрів пропускання багат шарових оптичних структур вузькосмугових, відрізаючих, широкосмугових оптичних фільтрів залежно від поляризації та кута падіння паралельних потоків випромінювання відносно нормалі до їх поверхні, в тому числі, з урахуванням часткової неоднорідності у високозаломлюючому шарі.
2. Уперше виявлено вплив зміни робочої довжини хвилі на просторово-поляризаційні характеристики оптичних фільтрів при наявності часткової неоднорідності у високозаломлюючому шарі.

3. Отримали подальший розвиток математичні моделі профілю показника заломлення високозаломлюючих шарів з частковою неоднорідністю з урахуванням характеру зміни параметрів частково неоднорідних плівок для виявлення їх впливу на зміни спектральних характеристик при падінні потоків випромінювання під кутом до поверхні.
4. Отримала подальший розвиток оптимізаційна модель, за допомогою якої встановлено можливість просвітлення підкладинок однорідними одно-, дво-, три- або чотиришаровими структурами при падінні різних за поляризацією світлових потоків під кутом до поверхні.
5. Отримані нові результати просвітлення низькозаломлюючої ($n_s=1,51$) підкладки однорідними плівками при падінні світла під кутом для одно-, дво-, три- та чотиришарових покриттів спроектовано на реальні матеріали, та здійснено порівняльний аналіз цих результатів.

Практичне значення отриманих результатів. Сукупність отриманих у дисертації результатів дозволяє розв'язувати практично важливі задачі конструювання і метрологічного забезпечення процесу виготовлення оптичних багатошарових покриттів з різним типом неоднорідностей у високозаломлюючих шарах при падінні світла під кутом до поверхні для використання при виготовленні оптичних елементів для приладів нічного бачення, засобів аналітичної техніки, інтегрально-оптичних елементів для телекомунікацій.

Розроблені підходи, чисельно-аналітичні методики і програми дають змогу проектувати і виготовляти з відтворюваними характеристиками оптичні покриття з кращими експлуатаційними властивостями, що підтверджено на практиці при виготовленні оптичних фільтрів у засобах аналітичної техніки для контролю забруднень оточуючого середовища в науково-дослідному інституті засобів аналітичної техніки ДВНЗ "Ужгородський національний університет" (акт впровадження від 18.12.2014 р.).

Результати наукових розробок та досліджень використані в навчальному процесі підготовки магістрів за спеціальністю 8.04030101 «Прикладна

математика» при підготовці лекційних та лабораторних занять дисципліни спеціалізації «Сучасні оптимізаційні задачі» (акт впровадження від 14.01.2015 р.).

Апробація. Основні результати, представлені в дисертації, доповідались і обговорювалися на міжнародних наукових конференціях і школах-семінарах, зокрема: VI міжнародна школа-семінар «Теорія прийняття рішень» (Ужгород, 2012, Україна); I міжнародна наукова-практична конференція молодих науковців «Інформаційні технології як інноваційний шлях розвитку України у XXI столітті» (Ужгород, 2012, Україна); 4-ая международная конференция «Математическое моделирование, оптимизация и информационные технологии» (Кишинев, 2014, Молдова); 9th International conference on applied informatics (Егер, 2014, Угорщина); VII міжнародна школа-семінар «Теорія прийняття рішень» (Ужгород, 2014, Україна); IV міжнародна самсонівська конференція (Київ, 2014, Україна); III-я міжнародна практична конференція «Напівпровідникові матеріали, інформаційні технології та фотовольтаїка» (Кременчук, 2014, Україна); VI-а міжнародна науково-технічна конференція «Сенсорна електроніка та мікросистемні технології» (Одеса, 2014, Україна).

Публікації. За темою дисертаційної роботи опубліковано 15 наукових праць [111–125], у тому числі: 8 статей, з них 6 статей у наукових фахових виданнях з технічних наук [111, 112, 114–117], 1 стаття у науковому фаховому виданні з фізико-математичних наук [118], одна стаття [113] в іноземному науковому виданні, 7 публікацій в матеріалах міжнародних конференцій [119–125].

Структура і обсяг роботи. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг роботи становить 163 сторінки (з них 135 – основного тексту), що містить 52 рисунки, 22 таблиці, список використаних літературних джерел із 126 найменувань на 11 сторінках та додатки.

РОЗДІЛ 1

ОСОБЛИВОСТІ ПРОХОДЖЕННЯ СВІТЛА ЧЕРЕЗ ОПТИЧНІ БАГАТОШАРОВІ СТРУКТУРИ

В цьому розділі викладено огляд та проведено аналіз літератури за темою дисертації, описано математичну модель проходження світла через оптичні структури (задача аналізу), описано матричний метод Ф. Абеле знаходження спектральних характеристик та наведено задачу синтезу багатошарових оптичних структур, вказано на необхідність побудови нових моделей, які дозволять врахувати особливості матеріалів при створенні оптичних фільтрів з наперед заданими спектральними характеристиками.

1.1. Аналізу стану і тенденцій розвитку математичного моделювання проходження світла через оптичні структури

Зростання інтересу до технічного застосування багатошарових інтерференційних систем і фільтрів оптичних структур стимулювало розвиток математичних розробок методів розрахунків багатошарових покриттів [1–13]. Дослідження багатошарових інтерференційних систем і фільтрів оптичних структур бере свій початок ще з середини минулого століття [6], проте жорсткіші вимоги щодо селективності фільтрів для сучасних оптичних систем спричинили поштовх до пошуку оптимальних рішень щодо конструкцій інтерференційних фільтрів, оскільки такі фільтри дають змогу виділяти певні довжини хвиль, а також використовуються для розділення чи групування окремих каналів по обидва боки оптичних ліній. Сьогодні особливої актуальності набуло розроблення нових типів оптичних тонкоплівкових фільтрів. Це зумовлено широким використанням цих пристроїв в різноманітних системах: у задачах екологічного контролю, модернізації температурних сенсорів, високочутливих пристроїв для отримання термічного зображення, наприклад зображення відбитків пальців людини тощо [1, 2, 4-5]. Вони є практично незамінними в галузі телекомунікацій,

оскільки мають унікальні у своєму роді якості, що відповідають чітким вимогам оптичних комунікаційних систем. Ці якості включають: стійкість до зовнішніх дій, термостійкість, добрі оптичні властивості, модульний принцип побудови та масштабність, серійний процес виробництва, експлуатаційну гнучкість. Першочерговим завданням розробників залишається забезпечення максимальної селективності та експлуатаційної надійності таких фільтрів під час використання мінімальної кількості тонкоплівкових шарів у структурах.

Вирішувані в даний час оптикою тонких плівок задачі можуть бути умовно розділені на два типи: задачі аналізу і задачі синтезу багат шарових оптичних покриттів. Задача аналізу або пряма задача полягає у визначенні енергетичних і фазових характеристик покриття відомої багат шарової тонкоплівкової системи. Під енергетичними характеристиками розуміють спектральні і кутові залежності коефіцієнтів відбивання, пропускання і поглинання, а під фазовими характеристиками – значення фазових зсувів світлової хвилі при відбиванні і проходженні багат шарової структури.

Для розв'язання задач аналізу застосовують різні математичні методи, які різняться один від одного об'ємом обчислювальної роботи. Розв'язання задач цього типу в чисельному вигляді являє собою важку роботу, яка забирає багато часу. Тому значно зручніше проводити такі розрахунки на електронно-обчислювальних машинах. Задача розрахунку характеристик інтерференційного покриття базується на розв'язанні стаціонарного хвильового рівняння в наближенні плоских хвиль. До нашого часу розроблено велику кількість обчислювальних схем, які використовуються для розрахунку оптичних покриттів. Найбільш поширеним, мабуть, є підхід, який базується на обчисленні тангенціальних складових векторів напруженості електричного і магнітного полів послідовно на всіх межах шарів, що утворюють покриття. Введення матричної форми запису рівнянь, що пов'язують амплітуди полів на сусідніх границях, дозволило в компактній формі досить послідовно врахувати інтерференційні ефекти у шаруватих структурах усіх типів. Матричний метод вперше був запропонований Ф. Абелле [6] у 1950 році.

Задача синтезу, її ще називають оберненою задачею синтезу, полягає у визначенні параметрів інтерференційної структури, які б найоптимальніше відтворювали її наперед задані спектральні характеристики. Задачі цього типу належать до числа некоректних задач математики. Хоча за останні роки дослідженню цього типу завдань було присвячено велику кількість робіт [34–88, 90], але досі не існує загального аналітичного методу їх розв’язання. З розвитком електронної обчислювальної техніки стало можливим чисельне розв’язання задач цього типу і останнім часом були досягнуті певні успіхи в цьому напрямі [89, 91–101].

Основні проблеми, які виникають при розв’язанні оберненої задачі синтезу пов’язані з необхідністю пошуку розв’язку системи нелінійних рівнянь. На практиці у замкнутій формі це вдається отримати в дуже небагатьох випадках, а саме для покриттів, які складаються з невеликої кількості шарів і то при досить сильних обмеженнях, які накладаються на їх структуру. З цим пов’язано існування великого числа методів синтезу, орієнтованих головним чином на розв’язання частинних задач. Серед аналітичних методів синтезу можна відмітити два, хоча специфічні, але достатньо потужні методи, – еквівалентних шарів і ефективних границь.

Метод еквівалентних шарів [1–5] побудований на аналізі шаруватих систем, які складаються із симетричних комбінацій плівок, що періодично повторюються. Цей метод отримав широке застосування при конструюванні як діелектричних, так і металодіелектричних фільтрів відрізаючого типу, світлоподільних та поляризуючих покриттів.

Метод ефективних границь [1–5] базується на аналізі шаруватих систем, які мають структуру типу фільтра Фабрі-П’єро, і використовується головним чином для синтезу фільтруючих покриттів. Цей метод дає можливість також отримувати практичні цінні результати при конструюванні багатошарових просвітлюючих покриттів.

Існує також цілий ряд аналітичних методів конструювання покриттів, детально викладених в роботах П. Карда [10], Ш. Фурмана [4], Б. Мешкова і П. Яковлєва [1].

Спроби розв'язати задачу синтезу перебором параметрів шарів інтерференційних систем із послідуочим розрахунком спектральних характеристик не стали успішними внаслідок надзвичайно великих витрат машинного часу навіть для сучасних комп'ютерів. Найкращі результати при розв'язанні задачі синтезу отримуються при використанні методів багатовимірного пошуку нелінійних функцій [1, 2, 102–110].

На основі оптичних матеріалів можна також формувати неоднорідну плівку з новими унікальними властивостями. У цьому напрямі слід відмітити роботи В. Герасимова, І. Миголинця, О. Тихонравова, Ш. Фурмана, Р. Якобсона та ін. [38–78]. На даний час проблема моделювання характеристик оптичних покриттів із частковою неоднорідністю вирішена недостатньо. Відома шарувато-неоднорідна модель часткової неоднорідності зі ступінчастим розподілом не відображає реального розподілу профілю показника заломлення в плівках [78–82, 92–95]. Такий стан справ у першу чергу вимагає розробки математичних моделей профілю показника заломлення покриттів, які б враховували реальні дані профілекултивих фізичних досліджень для плівок найбільш вивчених нових матеріалів [83, 84]. Це б уможливило вивчення безпосереднього взаємозв'язку між особливостями формування покриття та інформативними ознаками структури плівка-підкладина. Відомі дослідження шарувато-неоднорідних моделей з частковою неоднорідністю [81–90] не відображають кутових та поляризаційних параметрів спектральних характеристик оптичних шаруватих покриттів.

Технологія виготовлення оптичних покриттів вимагає відтворюваності характеристик і прогнозування можливих відхилень у параметрах шарів. Методи математичного моделювання в поєднанні з розвитком сучасних комп'ютерних технологій дозволяють у найзагальнішій їх постановці отримати оцінку характеристик покриття, дослідити причину зміни (розміщення) положення і

рівня пропускання в екстремумах інтерференційних структур, виконати локальний і глобальний прогноз поведінки і прогнозувати наслідки [85].

Можливості просвітлення підкладинок неоднорідною плівкою, а тим більше порівняльна їх характеристика з результатами просвітлення багатошаровими однорідними структурами при падінні світла під кутом, є невивченими [1, 87]. Відомі математичні методи не завжди дозволяють розв'язати оптимально задачу синтезу однорідних шаруватих структур навіть для невеликої кількості шарів. Це стимулювало розробку нових математичних підходів до рішення проблеми синтезу оптичних покриттів, що знайшло відображення в роботах О. Тихонравова, М. Трубецкого, Б. Сулівана, Дж. Добровольського, А. Крашілнікової [6, 30–38].

Отже, за своєю математичною природою задачі синтезу оптичних шаруватих покриттів близькі до цілого ряду задач синтезу в інших областях фізики: електродинаміці, радіофізиці, акустиці. Хоча пристрої, з якими пов'язані ці задачі, можуть на перший погляд суттєво відрізнятися від оптичних багатошарових покриттів, проте хвильові процеси в них та їх основні характеристики описуються тими ж рівняннями, що і в оптиці. Тому математичні методи і підходи до розв'язання задач синтезу, пов'язаних з оптичними шаруватими покриттями, можна поширити і на задачі синтезу з інших розділів фізики та техніки.

1.2. Відбивання світла від межі розділу двох середовищ

Математично тонка плівка може бути представлена як плоско-паралельний нескінченно протяжний шар, товщина якого порівнянна з довжиною хвилі падаючого світлового випромінювання [3]. Цей шар характеризується показником заломлення n_j , незалежного або залежного від товщини d_j , оптичною товщиною $n_j d_j$, а в разі поглинаючих шарів – показником поглинання k_j .

Електромагнітну світлову хвилю розглядаємо у вигляді суперпозиції двох змінних векторних хвиль – електричної E і магнітної H . Нехай падаюче світло

поляризоване лінійно, тоді електричний вектор падаючої хвилі можна записати в такому вигляді [3]:

$$E = E_0 \exp \left(i \omega \left(t - \frac{rk}{v} \right) \right), \quad (1.1)$$

де E_0 – амплітуда падаючої світлової хвилі, ω – частота, k – хвильовий вектор, v – швидкість розповсюдження хвилі в даному середовищі, r – радіус-вектор поточної точки спостереження, t – час.

Магнітний вектор H відповідно дорівнює [3]:

$$H = n [k \times E], \quad (1.2)$$

де n – показник заломлення середовища.

Аналогічно можна представити електричний та магнітний вектори відбитої E_1, H_1 і заломленої E_2, H_2 хвиль:

$$E_1 = E_{10} \exp \left(i \omega_1 \left(t - \frac{rk_1}{v_1} \right) \right), \quad (1.3)$$

$$H_1 = n_1 [k_1 \times E_1],$$

$$E_2 = E_{20} \exp \left(i \omega_2 \left(t - \frac{rk_2}{v_2} \right) \right), \quad (1.4)$$

$$H_2 = n_2 [k_2 \times E_2].$$

де індекси 1 і 2 позначають відповідно відбиту і заломлену хвилі.

На межі розділу в будь-якій точці і в будь-який момент часу для тангенціальних складових електричного та магнітного векторів і нормальних складових векторів електричної D та магнітної B індукції відбитої і заломленої хвиль повинні виконуватися граничні умови (умови неперервності складових векторів), виведені з рівнянь Максвелла [3]:

$$\begin{aligned} E_{0t} &= E_{1t} & D_{0n} &= D_{1n}, \\ H_{0t} &= H_{1t} & B_{0n} &= B_{1n}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Оскільки амплітуди монохроматичних хвиль не залежать ні від координат, ні від часу, то граничні умови виконуються при рівності показників у експоненті:

$$\omega = \omega_1 = \omega_2, \quad (1.6)$$

тобто при переході світла із одного середовища в інше його частота не змінюється. До того, у будь-якій точці межі розділу:

$$\frac{(rk)}{v} = \frac{(r_1 k_1)}{v_1} = \frac{(r_2 k_2)}{v_2}. \quad (1.7)$$

Вибравши в якості межі розділу площину $Y=0$, отримаємо:

$$\frac{xk_x + zk_z}{v} = \frac{xk_{1x} + zk_{1z}}{v_1} = \frac{xk_{2x} + zk_{2z}}{v_2}. \quad (1.8)$$

Оскільки рівність (1.8) повинна виконуватися для довільних x, z , то:

$$\frac{k_{2x}}{v_2} = \frac{k_{1x}}{v_1} = \frac{k_x}{v}; \quad \frac{k_{2z}}{v_2} = \frac{k_{1z}}{v_1} = \frac{k_z}{v}. \quad (1.9)$$

Площина, яка визначається вектором k і нормаллю до межі розділу двох середовищ, називають площиною падіння. Співвідношення (1.9) показують, що вектори k, k_1 і k_2 лежать у цій площині. Вважаючи площину XZ (рис. 1.1) площиною падіння і позначаючи кути, які вектори k, k_1 і k_2 утворюють з віссю OZ , через α_0, α_1 і α_2 , то:

$$\begin{aligned} k_x &= \sin \alpha_0, & k_{1x} &= \sin \alpha_1, & k_{2x} &= \sin \alpha_2, \\ k_y &= 0, & k_{1y} &= 0, & k_{2y} &= 0, \\ k_z &= \cos \alpha_0, & k_{1z} &= -\cos \alpha_1, & k_{2z} &= \cos \alpha_2. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Вважаючи, що хвиля поширюється з 0-го середовища в m -те, компонента вектора k уздовж осі OZ додатня, якщо хвиля поширюється в протилежному напрямку – ця компонента від’ємна, тобто

$$k_z = \cos \alpha_0 \geq 0, \quad k_{1z} = \cos \alpha_1 \leq 0, \quad k_{2z} = \cos \alpha_2 \geq 0. \quad (1.11)$$

Підставляючи (1.10) у першу систему рівностей (1.9) та враховуючи, що $v=v_1$, а також (1.11), отримаємо:

$$\frac{\sin \alpha_0}{v} = \frac{\sin \alpha_1}{v_1} = \frac{\sin \alpha_2}{v_2}. \quad (1.12)$$

Звідси:

$$\alpha_1 = \pi - \alpha_0, \quad \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha_2} = \frac{v}{v_2} = \frac{n_m}{n_0}, \quad \text{або} \quad n_0 \sin \alpha_0 = n_m \sin \alpha_1. \quad (1.13)$$

Припустимо, що обидва середовища (однорідні та ізотропні) абсолютно прозорі. Нехай $\vec{E}_0$ – амплітуда електричного вектора падаючої хвилі, будемо вважати її комплексною величиною з фазою, рівною постійній (дійсній) частині аргументу хвильової функції. Змінна (уявна) її частина має вигляд:

$$\tau = \omega \left(t - \frac{rk}{v} \right) = \omega \left(t - \frac{x \sin \alpha_0 + z \cos \alpha_0}{v} \right). \quad (1.14)$$

Розкладемо кожен вектор на дві компоненти – паралельну E_p і перпендикулярну E_s площині падіння. Вибір додатніх напрямків для компонент вказано на рис. 1.1 [3], s-компоненти розташовані перпендикулярно площині малюнка. Тоді компоненти електричного і магнітного векторів падаючої світлової хвилі з урахуванням (1.1 та 1.2) мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} E_x &= +E_{0p}(\cos \alpha_0) \exp(-i\tau), & H_x &= -E_{0s}n_0(\cos \alpha_0) \exp(-i\tau), \\ E_y &= E_{0s} \exp(-i\tau), & H_y &= +E_{0p}n_0 \exp(-i\tau), \\ E_z &= -E_{0p}(\sin \alpha_0) \exp(-i\tau), & H_z &= E_{0s}n_0(\sin \alpha_0) \exp(-i\tau). \end{aligned} \quad (1.15)$$

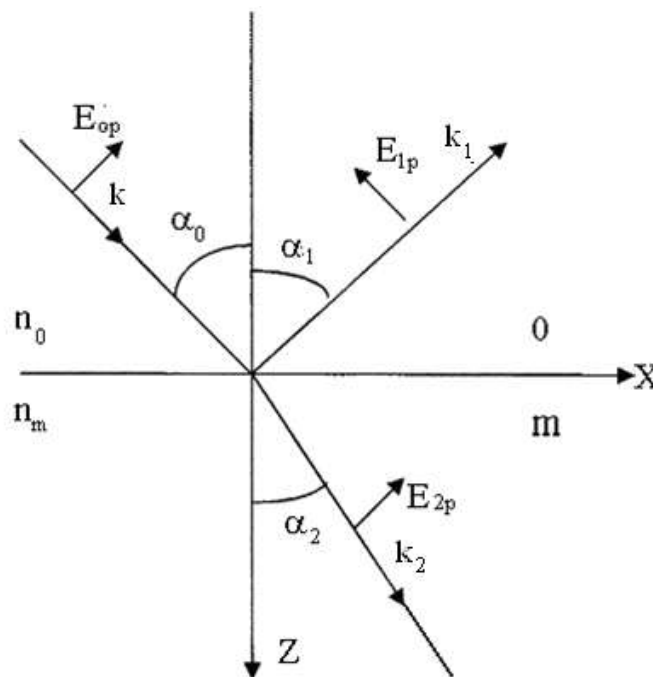


Рис. 1.1. Схема напрямку поширення падаючого, відбитого і заломленого випромінювання

Аналогічно, якщо $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$ – комплексні амплітуди відбитої і заломленої хвиль, то компоненти їх електричного і магнітного векторів відповідно рівні:

$$\begin{aligned}
E_{1x} &= -E_{1p}(\cos \alpha_1) \exp(-i\tau), & H_{1x} &= +E_s n_0(\cos \alpha_1) \exp(-i\tau_1), \\
E_{1y} &= E_{1s} \exp(-i\tau_1), & H_{1y} &= +E_{1p} n_0 \exp(-i\tau_1), \\
E_{1z} &= -E_{1p}(\sin \alpha_1) \exp(-i\tau_1), & H_{1z} &= -E_{0s} n_0(\sin \alpha_1) \exp(-i\tau_1).
\end{aligned} \tag{1.16}$$

$$\text{де } \tau_1 = \omega \left(t - \frac{x \sin \alpha_1 + z \cos \alpha_1}{v} \right),$$

$$\begin{aligned}
E_{2x} &= E_{2p}(\cos \alpha_2) \exp(-i\tau_2), & H_{2x} &= -E_{2s} n_m(\cos \alpha_2) \exp(-i\tau_2), \\
E_{2y} &= E_{2s} \exp(-i\tau_2), & H_{2y} &= E_{2p} n_m \exp(-i\tau_2), \\
E_{2z} &= -E_{2p}(\sin \alpha_2) \exp(-i\tau_2), & H_{2z} &= -E_{2s} n_m(\sin \alpha_2) \exp(-i\tau_2).
\end{aligned} \tag{1.17}$$

$$\text{де } \tau_2 = \omega \left(t - \frac{x \sin \alpha_2 + z \cos \alpha_2}{v_2} \right).$$

Відповідно до граничних умов (1.5) необхідно, щоб тангенціальні складові векторів E і H були неперервні, тобто:

$$\begin{aligned}
E_x + E_{1x} &= E_{2x}, & H_x + H_{1x} &= H_{2x}, \\
E_y + E_{1y} &= E_{2y}, & H_y + H_{1y} &= H_{2y}.
\end{aligned} \tag{1.18}$$

З підставлення в (1.18) значення компонент з (1.16) і (1.17) при умові $\alpha_0 = \alpha_1$ впливають такі співвідношення:

$$\begin{cases} (E_{0p} - E_{1p}) \cos \alpha_0 = E_{2p} \cos \alpha_2, \\ (E_{0p} + E_{1p}) n_1 = E_{2p} n_m, \end{cases} \tag{1.19}$$

$$\begin{cases} (E_{0s} + E_{1s}) = E_{2s}, \\ (E_{0s} - E_{1s}) n_1 \cos \alpha_0 = E_{2s} n_m \cos \alpha_2. \end{cases} \tag{1.20}$$

З рівнянь (1.19–1.20) випливає:

$$\begin{cases} E_{2p} = \frac{2n_1 \cos \alpha_0}{n_m \cos \alpha_0 + n_1 \cos \alpha_2} E_{0p}, \\ E_{2s} = \frac{2n_1 \cos \alpha_0}{n_1 \cos \alpha_0 + n_m \cos \alpha_2} E_{0s}, \end{cases} \tag{1.21}$$

$$\begin{cases} E_{1p} = \frac{n_m \cos \alpha_0 - n_1 \cos \alpha_2}{n_m \cos \alpha_0 + n_1 \cos \alpha_2} E_{0p}, \\ E_{1s} = \frac{n_1 \cos \alpha_0 - n_m \cos \alpha_2}{n_1 \cos \alpha_0 + n_m \cos \alpha_2} E_{0s}. \end{cases} \tag{1.22}$$

Амплітудні коефіцієнти пропускання t і відбивання r , що визначаються як

$$t_p = \frac{E_{2p}}{E_{0p}}, \quad t_s = \frac{E_{2s}}{E_{0s}}, \quad r_p = \frac{E_{1p}}{E_{0p}}, \quad r_s = \frac{E_{1s}}{E_{0s}}, \quad \text{названі коефіцієнтами Френеля.} \quad (1.21)$$

урахуванням (1.21), (1.22) і закону заломлення вони відповідно рівні:

$$\begin{cases} t_p = \frac{2n_1 \cos \alpha_0}{n_m \cos \alpha_0 + n_1 \cos \alpha_2} = \frac{2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_0}{\sin(\alpha_0 + \alpha_2) \cos(\alpha_0 - \alpha_2)}, \\ t_s = \frac{2n_1 \cos \alpha_0}{n_1 \cos \alpha_0 + n_m \cos \alpha_2} = \frac{2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_0}{\sin(\alpha_0 + \alpha_2)}, \end{cases} \quad (1.23)$$

$$\begin{cases} r_p = \frac{n_m \cos \alpha_0 - n_1 \cos \alpha_2}{n_m \cos \alpha_0 + n_1 \cos \alpha_2} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_0 - \alpha_2)}{\operatorname{tg}(\alpha_0 + \alpha_2)}, \\ r_s = \frac{n_1 \cos \alpha_0 - n_m \cos \alpha_2}{n_1 \cos \alpha_0 + n_m \cos \alpha_2} = -\frac{\sin(\alpha_0 - \alpha_2)}{\sin(\alpha_0 + \alpha_2)}, \end{cases} \quad (1.24)$$

Для нормального падіння $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2$:

$$\begin{cases} t_p = \frac{2n_1}{n_1 + n_m}, \\ t_s = \frac{2n_1}{n_1 + n_m}, \end{cases} \quad (1.25)$$

$$\begin{cases} r_p = \frac{n_m - n_1}{n_m + n_1}, \\ r_s = -\frac{n_m - n_1}{n_m + n_1}. \end{cases} \quad (1.26)$$

Кількість енергії в первинній хвилі, яка падає на одиницю поверхні межі розділу за одиницю часу, якщо світловий пучок поширюється під деяким кутом α_0 відносно нормалі до поверхні розділу, визначатиметься співвідношенням [3]:

$$J_0 = S \cos \alpha_0 = \frac{cn_1}{4\pi} |E_0|^2 \cos \alpha_0. \quad (1.27)$$

Для відбитої і заломленої хвиль енергія, що покидає одиницю поверхні за одиницю часу, визначається аналогічними виразами:

$$\begin{aligned}
J_1 &= \frac{cn_1}{4\pi} |E_{10}|^2 \cos \alpha_0, \\
J_2 &= \frac{cn_2}{4\pi} |E_{20}|^2 \cos \alpha_2.
\end{aligned}
\tag{1.28}$$

Звідси енергетичні коефіцієнти відбивання R і пропускання T :

$$R = \frac{J_1}{J_2} = \frac{|E_{10}|^2}{|E_0|^2}; \quad T = \frac{J_2}{J_0} = \frac{n_2 \cos \alpha_2}{n_1 \cos \alpha_0} \frac{|E_{20}|^2}{|E_0|^2}.
\tag{1.29}$$

Нехай вектор $\vec{E}$ падаючої хвилі утворює деякий кут $\mathcal{G}$ з площиною падіння, тоді: $E_{0p} = E_0 \cos \mathcal{G}$; $E_{0s} = E_0 \sin \mathcal{G}$. Звідси можна визначити енергію р- і s-компонент падаючої, відбитої і заломленої хвиль[3]:

$$\begin{cases} J_{0p} = \frac{cn_1}{4\pi} |E_{0p}|^2 \cos \alpha_0 = J_0 \cos^2 \mathcal{G}, \\ J_{0s} = \frac{cn_1}{4\pi} |E_{0s}|^2 \cos \alpha_0 = J_0 \sin^2 \mathcal{G}, \end{cases},
\tag{1.30}$$

$$\begin{cases} J_{1p} = \frac{cn_1}{4\pi} |E_{1p}|^2 \cos \alpha_0, \\ J_{1s} = \frac{cn_1}{4\pi} |E_{1s}|^2 \cos \alpha_0, \end{cases},
\tag{1.31}$$

$$\begin{cases} J_{2p} = \frac{cn_1}{4\pi} |E_{2p}|^2 \cos \alpha_2, \\ J_{2s} = \frac{cn_1}{4\pi} |E_{2s}|^2 \cos \alpha_2. \end{cases}
\tag{1.32}$$

Тоді, з урахуванням (1.29) і означенням енергетичних коефіцієнтів відбивання та пропускання (1.27), отримаємо:

$$\begin{aligned}
R &= \frac{J_1}{J_2} = \frac{J_{1p} + J_{1s}}{J_0} = \frac{J_{1p}}{J_{0p}} \cos^2 \mathcal{G} + \frac{J_{1s}}{J_{0s}} \sin^2 \mathcal{G}, \\
R &= R_p \cos^2 \mathcal{G} + R_s \sin^2 \mathcal{G},
\end{aligned}
\tag{1.33}$$

де

$$\begin{cases} R_p = \frac{J_{1p}}{J_{0p}} = \frac{|E_{1p}|^2}{|E_{0p}|^2} = |r_p|^2 = \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha_0 - \alpha_2)}{\operatorname{tg}^2(\alpha_0 + \alpha_2)}, \\ R_s = \frac{J_{1s}}{J_{0s}} = \frac{|E_{1s}|^2}{|E_{0s}|^2} = |r_s|^2 = \frac{\sin^2(\alpha_0 - \alpha_2)}{\sin^2(\alpha_0 + \alpha_2)}. \end{cases} \quad (1.1.33a)$$

Аналогічно:

$$T = \frac{J_2}{J_0} = T_p \cos^2 \vartheta + T_s \sin^2 \vartheta, \quad (1.34)$$

де

$$\begin{cases} T_p = \frac{n_2 \cos \alpha_2}{n_1 \cos \alpha_0} \cdot \frac{|E_{2p}|^2}{|E_{0p}|^2} = \frac{\sin 2\alpha_0 \sin 2\alpha_2}{\sin^2(\alpha_0 + \alpha_2) \cos^2(\alpha_0 - \alpha_2)}, \\ T_s = \frac{n_2 \cos \alpha_2}{n_1 \cos \alpha_0} \cdot \frac{|E_{2s}|^2}{|E_{0s}|^2} = \frac{\sin 2\alpha_0 \sin 2\alpha_2}{\sin^2(\alpha_0 + \alpha_2)}. \end{cases} \quad (1.34a)$$

Для нормального падіння отримаємо:

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad i \quad T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}. \quad (1.35)$$

Знаменники у виразі (1.33a) і (1.34a) кінцеві, за винятком випадку, коли $\alpha_0 + \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$, тоді $\operatorname{tg}(\alpha_0 + \alpha_2) = \infty$, і відповідно $R_p = 0$. У цьому разі напрямки поширення відбитої і заломленої хвиль перпендикулярні один одному, а із закону заломлення випливає, що

$$\operatorname{tg} \alpha_{Bp} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (1.36)$$

де α_{Bp} – кут повної поляризації, або кут Брюстера.

Для світла, що падає під таким кутом відсутня електрична хвиля, поляризована в площині падіння.

1.3. Поширення світла в багат шарових діелектричних системах

Будемо вважати, що світло падає на багат шарову діелектричну систему, що складається з m прозорих однорідних та ізоотропних шарів, кожен з яких характеризується показником заломлення n_j і оптичною товщиною $n_j d_j$ (рис. 1.2) [3]. Багат шарова система обмежена напівнескінченними середовищами з показниками заломлення n_0 і n_m . Кут падіння світла на багат шарову систему α_0 . Фронт хвилі вважатимемо плоским – для того, щоб можна було знехтувати дифракційними явищами на краях покриття. Строге розв’язання задач визначення амплітуди (енергії) відбитої і заломленої електромагнітних хвиль для непоглинаючих покриттів може бути здійснено на основі методу підсумовування багаторазових відбивань, використанні принципу суперпозицій, співвідношень Стокса і рівнянь Максвелла з певними граничними умовами. Останній метод на сьогодні є найбільш строгим і забезпечує повний і послідовний облік інтерференційних і поляризаційних ефектів в будь-яких плівкових багат шарових системах.

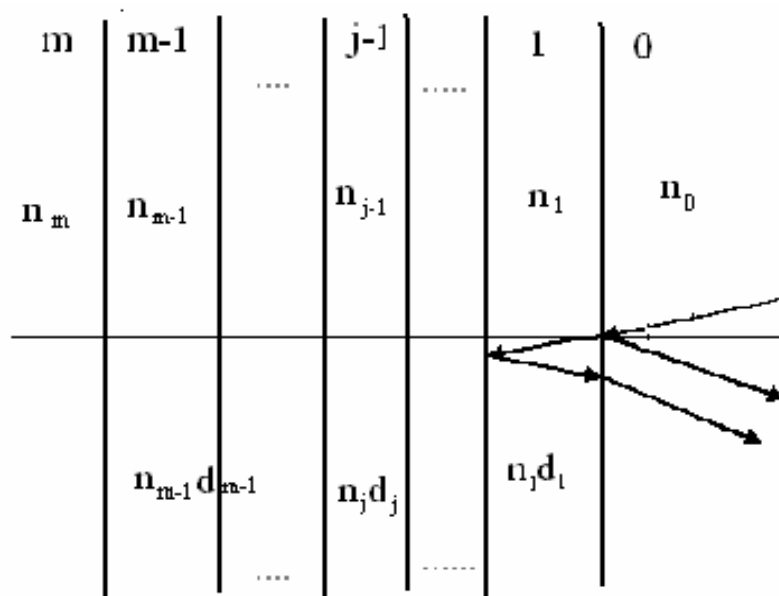


Рис. 1.2. Схема поширення світла в багат шаровій системі

Обмежимося розглядом нормального падіння світла на непоглинаючу систему плівок, а потім узагальнимо отримані результати на випадок будь-якого кута падіння і системи плівок, що здатні поглинати. Нехай у напрямку Z на

багатошарову систему падає випромінювання з плоским хвильовим фронтом. Внаслідок існування на кожній межі розділу відбитої і заломленої хвиль, всередині багатошарової системи виникають інтерференційні ефекти. Для j -го шару загальний вид розв'язку для електричного і магнітного полів записується у вигляді суми двох синусоїдальних хвиль, що поширюються в протилежних напрямках:

$$\begin{cases} E_{(z,t)} = a_j \exp\left(i\left(\omega t - \frac{2\pi n_j z_j}{\lambda} + \alpha_j\right)\right) + \epsilon_j \exp\left(i\left(\omega t - \frac{2\pi n_j z_j}{\lambda} + \beta_j\right)\right), \\ H_{(z,t)} = n_j \left[a_j \exp\left(i\left(\omega t - \frac{2\pi n_j z_j}{\lambda} + \alpha_j\right)\right) - \epsilon_j \exp\left(i\left(\omega t + \frac{2\pi n_j z_j}{\lambda} + \beta_j\right)\right) \right]. \end{cases} \quad (1.37)$$

Тут a_j ; ϵ_j ; α_j ; β_j – сталі, які визначаються з умов безперервності тангенціальних складових напруженостей електричного і магнітного полів $E_{(z)}$ $H_{(z)}$ на кожній межі розділу. Оскільки в оптиці, як правило, мають справу в основному з усередненими за часом величинами, тимчасовий множник у виразі для E і H можна опустити. Умову безперервності тангенціальних складових E і H векторів на $(j-1)$ -й межі розділу може бути записано в такому вигляді:

$$\begin{aligned} & a_j \exp\left(i\left(\alpha_j - \frac{2\pi n_j z_{j-1}}{\lambda}\right)\right) + \epsilon_j \exp\left(i\left(\beta_j + \frac{2\pi n_j z_{j-1}}{\lambda}\right)\right) = \\ & = a_{j-1} \exp\left(i\left(\alpha_{j-1} - \frac{2\pi n_{j-1} z_{j-1}}{\lambda}\right)\right) + \epsilon_{j-1} \exp\left(i\left(\beta_{j-1} + \frac{2\pi n_{j-1} z_{j-1}}{\lambda}\right)\right), \\ & n_j \left[a_j \exp\left(i\left(\alpha_j - \frac{2\pi n_j z_{j-1}}{\lambda}\right)\right) - \epsilon_j \exp\left(i\left(\beta_j + \frac{2\pi n_j z_{j-1}}{\lambda}\right)\right) \right] = \\ & = n_{j-1} \left[a_{j-1} \exp\left(i\left(\alpha_{j-1} - \frac{2\pi n_{j-1} z_{j-1}}{\lambda}\right)\right) - \epsilon_{j-1} \exp\left(i\left(\beta_{j-1} + \frac{2\pi n_{j-1} z_{j-1}}{\lambda}\right)\right) \right]. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Для зручності аналізу введемо нову систему позначення хвильових полів (рис. 1.3)[3].

$$\begin{aligned}
E_{j^-}^{(t)} &= a_j \exp\left(i\left(\alpha_j - \frac{2\pi n_j z_j}{\lambda}\right)\right), \\
E_{(j-1)^+}^{(t)} &= a_j \exp\left(i\left(\alpha_j + \frac{2\pi n_j z_{j-1}}{\lambda}\right)\right), \\
E_{j^-}^{(r)} &= \epsilon_j \exp\left(i\left(\beta_j + \frac{2\pi n_j z_j}{\lambda}\right)\right), \\
E_{(j-1)^+}^{(r)} &= \epsilon_j \exp\left(i\left(\beta_j + \frac{2\pi n_j z_{j-1}}{\lambda}\right)\right).
\end{aligned} \tag{1.39}$$

Із цього запису випливає, що

$$\begin{aligned}
E_{(j-1)^+}^{(t)} &= E_{j^-}^{(t)} \exp(i\varphi_j), \\
E_{(j-1)^+}^{(r)} &= E_{j^-}^{(r)} \exp(-i\varphi_j).
\end{aligned} \tag{1.40}$$

$$\text{де } \varphi_j = \frac{2\pi}{\lambda} n_j (z_j - z_{j-1}).$$

Величину φ_j назовемо фазовою товщиною шару. Враховуючи (1.39) та (1.40), умови безперервності на $(j-1)$ -й межі розділу можуть бути переписані в такому вигляді:

$$\begin{cases} E_{(j-1)^-}^{(t)} + E_{(j-1)^-}^{(r)} = E_{j^-}^{(t)} \exp(i\varphi_j) + E_{j^-}^{(r)} \exp(-i\varphi_j), \\ E_{(j-1)^-}^{(t)} - E_{(j-1)^-}^{(r)} = \frac{n_j}{n_{j-1}} \left(E_{j^-}^{(t)} \exp(i\varphi_j) - E_{j^-}^{(r)} \exp(-i\varphi_j) \right). \end{cases} \tag{1.41}$$

Розв'язавши систему рівнянь відносно $E_{(j-1)^-}^{(t)}$ і $E_{(j-1)^-}^{(r)}$ легко отримати такі рекурентні співвідношення:

$$\begin{aligned}
E_{(j-1)^-}^{(t)} &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{n_j}{n_{j-1}} \right) E_{j^-}^{(t)} \exp(i\varphi_j) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{n_j}{n_{j-1}} \right) E_{j^-}^{(r)} \exp(-i\varphi_j), \\
E_{(j-1)^-}^{(r)} &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{n_j}{n_{j-1}} \right) E_{j^-}^{(t)} \exp(i\varphi_j) + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{n_j}{n_{j-1}} \right) E_{j^-}^{(r)} \exp(-i\varphi_j).
\end{aligned} \tag{1.42}$$

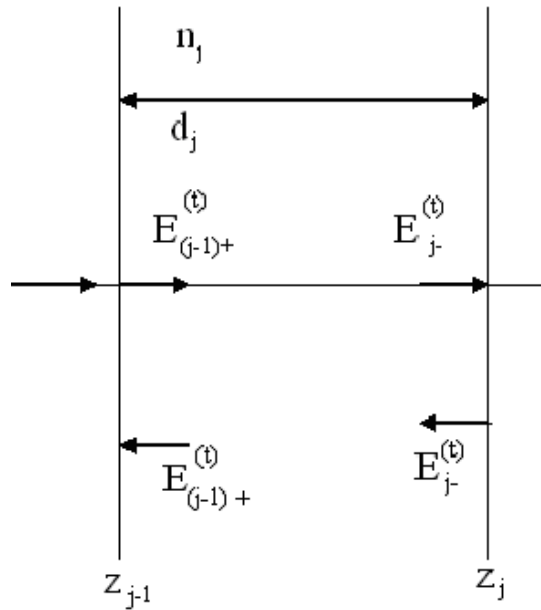


Рис. 1.3. Система позначень хвильових полів

Узагальнені коефіцієнти Френеля f_{j-1} і g_{j-1} для $(j-1)$ -ї межі розділу мають наступний вигляд:

$$f_{j-1} = \frac{n_{j-1} - n_j}{n_{j-1} + n_j}, \quad g_{j-1} = \frac{2n_{j-1}}{n_{j-1} + n_j},$$

тоді:

$$\begin{cases} E_{(j-1)-}^{(t)} = \frac{\exp(i\varphi_j)}{g_{j-1}} E_{j-}^{(t)} + \frac{f_{j-1}}{g_{j-1}} E_{j-}^{(r)} \exp(-i\varphi_j), \\ E_{(j-1)-}^{(r)} = \frac{f_{j-1}}{g_{j-1}} E_{j-}^{(t)} \exp(i\varphi_j) + \frac{\exp(-i\varphi_j)}{g_{j-1}} E_{j-}^{(r)}. \end{cases} \quad (1.42)$$

Ці рекурентні формули можна переписати у вигляді еквівалентного матричного рівняння, що пов'язує електричні поля на j -й і $(j-1)$ -й межах розділу:

$$\begin{bmatrix} E_{(j-1)-}^{(t)} \\ E_{(j-1)-}^{(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\exp(i\varphi_j)}{g_{j-1}} & \frac{f_{j-1}}{g_{j-1}} \exp(-i\varphi_j) \\ \frac{f_{j-1}}{g_{j-1}} \exp(i\varphi_j) & \frac{\exp(-i\varphi_j)}{g_{j-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{j-}^{(r)} \\ E_{j-}^{(t)} \end{bmatrix} = \mathbb{N}_j \begin{bmatrix} E_{j-}^{(r)} \\ E_{j-}^{(t)} \end{bmatrix}. \quad (1.43)$$

Зручність матричного запису полягає в простоті і компактності рекурентної процедури, що пов'язує $E_{(j-1)-}^{(t)}$ і $E_{(j-1)-}^{(r)}$ з $E_{j-}^{(t)}$ і $E_{j-}^{(r)}$. Використовуючи встановлені

правила перемноження матриць, легко встановити зв'язок $E_{(j-2)^-}^{(t)}$ і $E_{(j-2)^-}^{(r)}$ з $E_j^{(t)}$ і $E_j^{(r)}$, який узгоджується з результатами безпосередньої алгебраїчної підстановки:

$$\begin{bmatrix} E_{(j-2)^-}^{(t)} \\ E_{(j-2)^-}^{(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\exp(i\varphi_{j-1})}{g_{j-2}} & \frac{f_{j-2}\exp(-i\varphi_{j-1})}{g_{j-2}} \\ \frac{f_{j-2}\exp(i\varphi_{j-1})}{g_{j-2}} & \frac{\exp(-i\varphi_{j-1})}{q_{j-2}} \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} \frac{\exp(i\varphi_j)}{g_{j-1}} & \frac{f_{j-1}\exp(-i\varphi_j)}{g_{j-1}} \\ \frac{f_{j-1}\exp(i\varphi_{j-1})}{g_{j-1}} & \frac{\exp(-i\varphi_{j-1})}{g_{j-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_j^{(t)} \\ E_j^{(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_j^{(t)} \\ E_j^{(r)} \end{bmatrix},$$

де:

$$A = \frac{\exp(i(\varphi_{j-1} + \varphi_j)) + f_{j-1}f_{j-2}\exp(-i(\varphi_{j-1} - \varphi_j))}{g_{j-1}g_{j-2}},$$

$$B = \frac{f_{j-1}\exp(i(\varphi_{j-1} - \varphi_j)) + f_{j-2}\exp(-i(\varphi_{j-1} + \varphi_j))}{g_{j-1}g_{j-2}},$$

$$C = \frac{f_{j-2}\exp(i(\varphi_{j-1} + \varphi_j)) + f_{j-1}\exp(-i(\varphi_{j-1} - \varphi_j))}{g_{j-1}g_{j-2}},$$

$$D = \frac{\exp(-i(\varphi_{j-1} + \varphi_j)) + f_{j-1}f_{j-2}\exp(i(\varphi_{j-1} - \varphi_j))}{g_{j-1}g_{j-2}}.$$

Очевидно, що шляхом послідовного застосування цієї рекурентної процедури можна отримати амплітуди електричного поля відбитої і заломленої хвиль з боку середовища, з якого падає світло, з урахуванням граничних умов на m -й межі розділу в такій формі:

$$\begin{bmatrix} E_{0^-}^{(t)} \\ E_{0^-}^{(r)} \end{bmatrix} = \mathbb{N}_1 \mathbb{N}_2 \mathbb{N}_3 \dots \mathbb{N}_{m-1} \begin{bmatrix} E_{(m)^-}^{(t)} \\ E_{(m)^-}^{(r)} \end{bmatrix} = \mathbb{N} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{n_m}{n_{m-1}} \right) \\ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{n_m}{n_{m-1}} \right) \end{bmatrix}, \quad (1.44)$$

де $\mathbb{N} = \prod_{j=1}^{m-1} \mathbb{N}_j$.

Тут яскраво виявляються значні переваги матричного запису, наприклад, зміна фазової товщини φ_j j -го шару впливає тільки на j -ту матрицю, тоді як зміна показника заломлення n_j впливає на $\mathbb{N}_j$ і $\mathbb{N}_{j-1}$. При цьому добутки $\prod_{k=1}^{j-1} \mathbb{N}_k$ і $\prod_{k=j+1}^{m-1} \mathbb{N}_k$ не змінюються. Таким чином, якщо при проектуванні системи необхідно знати вплив такої зміни, то ці добутки можуть бути розраховані окремо і не потрібно повного перерахунку всього добутку.

Матрична форма запису відіграє ще важливішу роль, якщо в якості змінних використовувати $E_{(z)}$ і $H_{(z)}$. Раніше ми записували електричний і магнітний вектори в j -му шарі на j -й межі розділу таким чином:

$$\begin{cases} E_j = E_{j^-}^{(t)} + E_{j^-}^{(r)}, \\ H_j = n_j E_{j^-}^{(t)} - n_j E_{j^-}^{(r)}, \end{cases} \quad (1.45)$$

або в еквівалентній формі:

$$\begin{bmatrix} E_j \\ H_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n_j & -n_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{j^-}^{(t)} \\ E_{j^-}^{(r)} \end{bmatrix}. \quad (1.46)$$

Таким чином:

$$\begin{bmatrix} E_{j^-}^{(t)} \\ E_{j^-}^{(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n_j & -n_j \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_j \\ H_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2n_j} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2n_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_j \\ H_j \end{bmatrix}. \quad (1.47)$$

Щоб отримати зв'язок між електричним і магнітним полями в $(j-1)$ -му і електричним і магнітним полями в j -му шарі, запишемо електричне і магнітне поля в $(j-1)$ -му шарі на $(j-1)$ -й межі розділу, використовуючи (1.46):

$$\begin{bmatrix} E_{j-1} \\ H_{j-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n_{j-1} & -n_{j-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{(j-1)^-}^{(t)} \\ E_{(j-1)^-}^{(r)} \end{bmatrix}.$$

Із урахуванням (1.43):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_{j-1} \\ H_{j-1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ n_{j-1} & -n_{j-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\exp(i\varphi_j)}{g_{j-1}} & \frac{f_{j-1} \exp(-i\varphi_j)}{g_{j-1}} \\ \frac{f_{j-1} \exp(i\varphi_j)}{g_{j-1}} & \frac{\exp(-i\varphi_j)}{g_{j-1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{j^-}^{(t)} \\ E_{j^-}^{(r)} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1+f_{j-1}}{g_{j-1}} \exp(i\varphi_j) & \frac{1+f_{j-1}}{g_{j-1}} \exp(-i\varphi_j) \\ n_{j-1} \frac{1-f_{j-1}}{g_{j-1}} \exp(i\varphi_j) & -n_{j-1} \frac{1-f_{j-1}}{g_{j-1}} \exp(-i\varphi_j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{j^-}^{(t)} \\ E_{j^-}^{(r)} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Оскільки $\frac{1+f_{j-1}}{g_{j-1}} = 1$, а $\frac{1-f_{j-1}}{g_{j-1}} = \frac{n_j}{n_{j-1}}$, то:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_{j-1} \\ H_{j-1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \exp(i\varphi_j) & \exp(-i\varphi_j) \\ n_j \exp(i\varphi_j) & -n_j \exp(-i\varphi_j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{(j-1)^-}^{(t)} \\ E_{(j-1)^-}^{(r)} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \exp(i\varphi_j) & \exp(-i\varphi_j) \\ n_j \exp(i\varphi_j) & -n_j \exp(-i\varphi_j) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2n_j} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2n_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_j \\ H_j \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \varphi_j & \frac{i}{n_j} \sin \varphi_j \\ in_j \sin \varphi_j & \cos \varphi_j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_j \\ H_j \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{1.48}$$

Таким чином, j -та матриця залежить тільки від оптичних постійних j -го шару (оптична товщина, показник заломлення). У цій системі запису багатошарова система може бути представлена добутком матриць. У цьому разі

компоненти E , H вектора в середовищі, з якого падає світло, пов'язані з компонентами E , H вектора в середовищі, в яке світло поширюється, таким співвідношенням:

$$\begin{bmatrix} E_0 \\ H_0 \end{bmatrix} = M_1 M_2 \dots M_{m-1} \begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} E \\ H \end{bmatrix}, \quad M = \prod_{j=1}^{m-1} M_j. \quad (1.49)$$

Якщо згадати граничні умови на нульовій і m -й межах розділу:

$$\begin{cases} E_0 = E_{0^-}^{(t)} + E_{0^-}^{(r)} \\ H_0 = n_0 E_{0^-}^{(t)} - n_0 E_{0^-}^{(r)} \end{cases}, \quad \begin{cases} E_m = E_{(m)^+}^{(t)} = 1 \\ H = n_l E_{(m)^+}^{(t)} = n_l \end{cases}, \quad (1.50)$$

то (1.49) можна записати у вигляді:

$$\begin{bmatrix} E_{0^-}^{(t)} + E_{0^-}^{(r)} \\ n_0 E_{0^-}^{(t)} - n_0 E_{0^-}^{(r)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & im_{12} \\ im_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ n_l \end{bmatrix}. \quad (1.51)$$

Перемноживши матриці в правій частині, отримаємо еквівалентну систему рівнянь:

$$\begin{cases} E_{0^-}^{(t)} + E_{0^-}^{(r)} = m_{11} + in_m m_{12}, \\ n_0 E_{0^-}^{(t)} - n_0 E_{0^-}^{(r)} = m_{21} + in_m m_{22}. \end{cases} \quad (1.52)$$

Розв'язавши систему рівнянь, знайдемо вирази для електричних полів відбитої і заломленої хвиль через елементи характеристичної матриці:

$$\begin{cases} E_{0^-}^{(t)} = \frac{1}{2} \left[(m_{11} + in_m m_{12}) + \frac{1}{n_0} (m_{21} + in_m m_{22}) \right], \\ E_{0^-}^{(r)} = \frac{1}{2} \left[(m_{11} + in_m m_{12}) - \frac{1}{n_0} (m_{21} + in_m m_{22}) \right]. \end{cases} \quad (1.53)$$

Амплітудні та енергетичні коефіцієнти відбивання і пропускання багатошарової інтерференційної системи, виражені через елементи характеристичної матриці, мають такий вигляд:

$$\begin{cases} r_{0^-} = \frac{E_{0^-}^{(r)}}{E_{0^-}^{(t)}} = \frac{n_0 (m_{11} + in_m m_{12}) - (n_m m_{22} + im_{21})}{n_0 (m_{11} + in_m m_{12}) + (n_m m_{22} + im_{21})}, \\ t_{0^-} = \frac{1}{E_{0^-}^{(t)}} = \frac{2n_0}{n_0 (m_{11} + in_m m_{12}) + (n_m m_{22} + im_{21})}. \end{cases}, \quad (1.54)$$

$$\begin{cases} R = |r_{0-}|^2 \\ T = \frac{n_s}{n_0} |t_{0-}|^2 \end{cases} \quad (1.55)$$

Зміни фази електричних полів відбитої і пройденої через багат шарову систему хвиль можуть бути представлені в такому вигляді:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \rho = - \frac{2n_0(m_{11}m_{21} - n_m^2 m_{22}m_{12})}{n_0^2(m_{11})^2 - n_m^2(m_{22})^2 + n_0^2 n_m^2(m_{12})^2 - (m_{21})^2} \\ \operatorname{tg} \tau = - \frac{n_0 n_m m_{12} + m_{21}}{n_0 m_{11} + n_m m_{22}} \end{cases} \quad (1.56)$$

Вирази для r_{0-} , t_{0-} , ρ і τ можуть бути використані для розрахунку в тому разі, якщо елементи матриці $m_{11}, m_{22}, m_{12}, m_{21}$ – дійсні числа. Амплітудні та енергетичні коефіцієнти відбивання і пропускання, а також зміни фази електричних полів відбитої і заломленої електромагнітних хвиль при похилому падінні світла на багат шарову діелектричну систему шарів, можуть бути отримані з формул, аналогічних (1.54) – (1.55), якщо в них фазову товщину шарів замінити на $\frac{2\pi n_j d_j}{\lambda} \cos \alpha_j$, а показники заломлення замінити на «ефективні»

значення, різні для s- і p-компонент випромінювання: $n_j^{(p)} = \frac{\cos \alpha_j}{n_j}$ і

$$\tilde{n}_j^{(s)} = n_j \cos \alpha_j.$$

Перейдемо до матричної форми розв'язання задачі аналізу для оптичних шаруватих покриттів. Даний підхід був розроблений Ф. Абеле у 1950 році. Запропоновано характеристичну матрицю одного шару записати у вигляді:

$$M_j(N_j, d_j, \lambda) = \begin{vmatrix} \cos \delta_j(N_j, d_j, \lambda) & -\frac{i}{p_j} \sin \delta_j(N_j, d_j, \lambda) \\ -ip_j \sin \delta_j(N_j, d_j, \lambda) & \cos \delta_j(N_j, d_j, \lambda) \end{vmatrix}, \quad (1.57)$$

де $\delta_j(N_j, d_j, \lambda) = \frac{2\pi N_j d_j \cos \theta_j}{\lambda}$ – фазова товщина, $N_j = n_j(1 + ik_j)$, $i = \sqrt{-1}$,

$n_j, k_j, d_j, \theta_j, \lambda$ – показник заломлення, показник поглинання, геометрична

товщина, кут між променем, що падає на $(j+1)$ -й шар, і нормаллю до площини розділу j -го та $(j+1)$ -го шарів, довжина хвилі відповідно. Оскільки для зменшення світлових втрат в оптичних елементах при просвітленні їх поверхонь використовуються матеріали з незначним поглинанням, то будемо вважати для полегшення моделювання $k_j=0$ і, відповідно, $N_j=n_j$. При цьому значення $p_j = N_j \cos \theta_j$ – для ТЕ хвилі (s-поляризація) і $p_j = \frac{N_j}{\cos \theta_j}$ – для ТМ хвилі (p-поляризація).

Характеристичну матрицю k -шарової структури можемо записати:

$$M(\bar{n}, \bar{d}, \lambda) = M_k(n_k, d_k, \lambda) \cdot M_{k-1}(n_{k-1}, d_{k-1}, \lambda) \cdots M_2(n_2, d_2, \lambda) \cdot M_1(n_1, d_1, \lambda), \quad (1.58)$$

де M_j – характеристична матриця j -го шару;

$\bar{n} = (n_1, n_2, \dots, n_{k-1}, n_k)$ – вектор значень показників заломлення;

$\bar{d} = (d_1, d_2, \dots, d_{k-1}, d_k)$ – вектор значень геометричної товщини;

λ – довжина хвилі.

Звідси коефіцієнт пропускання даної k -шарової структури при заданих значеннях $\bar{n}, \bar{d}$ та λ :

$$T = \frac{p_s}{p_0} |t|^2 = \frac{4}{\left(2 + \frac{p_0}{p_s} m_{11}^2 + \frac{p_s}{p_0} m_{22}^2 + p_0 p_s m_{12}^2 + \frac{1}{p_0 p_s} m_{21}^2 \right)}, \quad (1.59)$$

де $p_0 = N_0 \cos \theta_0$ і $p_s = N_s \cos \theta_s$ – для ТЕ хвилі (s-поляризація);

$p_0 = \frac{N_0}{\cos \theta_0}$ і $p_s = \frac{N_s}{\cos \theta_s}$ для ТМ хвилі (p-поляризація);

θ_0 – кут, під яким промінь падає на шарувату структуру;

θ_s – кут, під яким промінь виходить із шаруватої структури, кут заломлення;

n_0, n_s – показники заломлення зовнішнього середовища і підкладинки відповідно,

$m_{11}, m_{12}, m_{21}, m_{22}$ – елементи характеристичної матриці M .

Коефіцієнт відбивання набуде вигляд:

$$R = \left[\frac{n_0 \cdot \cos \theta_0 (m_{11} + n_s \cdot \cos \theta_s \cdot m_{12}) - (n_s \cdot \cos \theta_s \cdot m_{22} + m_{21})}{n_0 \cdot \cos \theta_0 (m_{11} + n_s \cdot \cos \theta_s \cdot m_{12}) + (n_s \cdot \cos \theta_s \cdot m_{22} + m_{21})} \right]^2. \quad 1.60)$$

Також слід відмітити, що згідно із законом збереження енергії для непоглинаючих плівок

$$R + T = 1.$$

Отже, знаючи параметри шаруватого середовища, можна за допомогою формул (1.59), (1.60) визначити його спектральні характеристики, тобто залежності від довжини хвилі коефіцієнта пропускання T та коефіцієнта відбивання R . Це і є прямою задачею або задачею аналізу.

1.4. Задача синтезу для оптичних шаруватих покриттів

Позначимо всю сукупність параметрів шаруватого середовища через u , оператор прямої задачі через A , а яку-небудь спектральну характеристику – f . У випадку багат шарових непоглинаючих оптичних покриттів при нормальному падінні світла оператор прямої задачі A визначається виразами для характеристичних матриць шарів, потім формулою для характеристичної матриці всього покриття і, нарешті, формулами (1.59–1.60). Той факт, що за допомогою оператора прямої задачі спектральні характеристики виражаються через параметри середовища можна записати у вигляді [94]:

$$Au = f. \quad (1.61)$$

Задачі синтезу являються оберненими по відношенню до задач аналізу (рис.1.4.)[94]: у них за заданими спектральними характеристиками потрібно визначити параметри шаруватого середовища, яке відтворює характеристики, що найбільше наближені до заданих. Вони відносяться до так званих обернених задач математичної фізики.

Для задач математичної фізики центральним є поняття коректності задачі. Задача називається коректною по Адамару, якщо має місце:

- 1) існування розв'язку;
- 2) єдиність розв'язку;

3) стійкість розв'язку відносно малих варіацій вхідних даних.

Обернені задачі математичної фізики за своєю первинною постановкою є, як правило, некоректними.

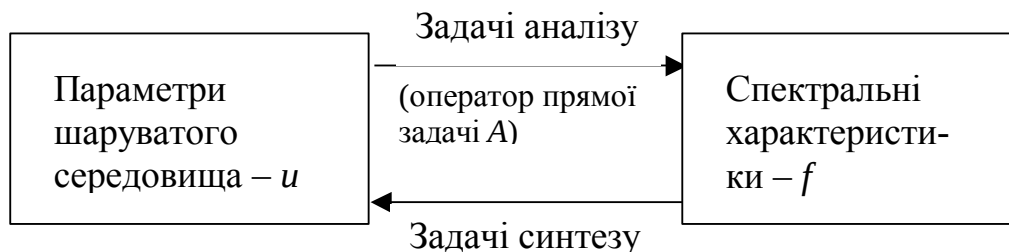


Рис. 1.4. Схема зв'язку задачі аналізу і задачі синтезу.

Розглянемо коротко, в чому проявляється некоректність обернених задач синтезу і які для них зміст та значимість окремих складових поняття коректності.

1. *Існування розв'язку.* В задачах синтезу позначимо через $\bar{f}$ задану спектральну характеристику. Частіше – це деяка ідеалізована характеристика, і практично завжди розв'язку оберненої задачі не існує. Дійсно, факт встановлюється математично абсолютно строго. Із результатів теорії диференціальних рівнянь випливає, що спектральні характеристики шаруватого середовища є аналітичними функціями довжини хвилі λ . Такі функції можуть бути диференційовані нескінчену кількість разів, тобто є гладкими і не можуть мати розривів. Більше того, вони не можуть бути постійними ні на якій ділянці спектру, інакше аналітичні функції взагалі не залежать від частоти, а це має місце лише для границі розділу двох середовищ при відсутності шаруватого середовища. Часто ідеалізовані характеристики, які задаються, мають такий вигляд: на окремих ділянках спектру вони задаються постійними.

Із наведеного вище випливає, що розв'язок задачі синтезу потрібно розуміти не як розв'язок оберненої задачі $Au = \bar{f}$, а в іншому розумінні – як можливість визначення такого вектора параметрів середовища u , для якого відповідна йому спектральна характеристика $f = Au$ апроксимує задану

характеристику $\bar{f}$ з деякою достатньою точністю. У такому розумінні розв'язку повинна базуватись математична постановка задачі синтезу.

2. *Єдиність розв'язку.* Якщо для задачі синтезу існує декілька розв'язків $u_1, u_2, \dots$ рівняння $Au = \bar{f}$, тоді із всієї сукупності можливих розв'язків може бути вибрано той, який більше всього підходить по умовам фізичного і конструктивного впровадження. Взагалі, єдиність розв'язку задачі синтезу забезпечується включенням цих умов в математичну постановку задачі. Можливі також ситуації, коли більш доцільно будувати завідомо неєдиний розв'язок (серії розв'язків).

3. *Стійкість розв'язку.* Нехай $\bar{u}$ – розв'язок рівняння (1.27) при правій частині $\bar{f}$, а u_n – при правій частині f_n . Розв'язок задачі називається стійким, якщо із того, що $f_n \rightarrow \bar{f}$, випливає, що $u_n \rightarrow \bar{u}$. Для більшості обернених задач математичної фізики характерна нестійкість розв'язків задачі, тобто із збіжності f_n до $\bar{f}$ не випливає збіжність u_n до $\bar{u}$. Тобто нестійкість оберненої задачі синтезу для рівняння $Au = \bar{f}$ означає, що дуже близькі характеристики можуть реалізовуватись за допомогою досить різних за своїми параметрами і, відповідно, за своїми конструктивними властивостями середовищами. Як уже було сказано, умови найкращої конструктивної реалізації обов'язково повинні включатись в математичну постановку задач синтезу. Звичайно, якщо математична постановка адекватно враховує ці умови, то отримані розв'язки для близьких, однаково прийнятних для нас вхідних даних не можуть сильно відрізнятись за своїми конструктивними властивостями. Таким чином, стійкість розв'язку також необхідна і повинна забезпечуватись за рахунок правильного включення в постановку задачі додаткових умов.

Також слід відмітити, що крім описаного загального підходу до проблеми синтезу як оберненої задачі, є ще один частинний метод її розв'язання. Це синтез шляхом аналізу. При дослідженні прямої задачі досить часто визначаються такі властивості досліджуваних середовищ, які можуть бути безпосередньо

використані для розв'язання деяких окремих задач синтезу. Так, при певному куті падіння світла (куті Брюстера) межа розділу двох середовищ може служити поляризатором відбитого світла. Розв'язання окремих задач синтезу шляхом детального аналізу прямої задачі історично завжди передувє використанню загального підходу до проблеми синтезу. На основі аналізу можуть бути розв'язані лише деякі задачі й при цьому, як правило, далеко не оптимальним чином. Тому розвиток науки і техніки завжди неминує призводить до необхідності постановки і розв'язання задач синтезу як обернених задач математичної фізики.

Висновки до розділу 1

Аналіз літературних джерел показав, що багато вчених у своїх працях займалися дослідженням оптичних багатошарових структур. Але незважаючи на це, на даний час не повністю дослідженим залишається падіння світла під кутом на багатошарові оптичні структури. Технологія виготовлення оптичних покриттів вимагає відтворюваності характеристик і прогнозування можливих відхилень у параметрах шарів. Неоднорідності на межах розділу плівка-підкладка є небажаними, так як затрудняють контроль геометричної товщини плівок при їх виготовленні. Не вирішеною залишається проблема модельного представлення неоднорідностей в частково неоднорідних плівках при неперервній зміні показника заломлення на межах розділу. Відомі дослідження не відображають кутові та поляризаційні параметри спектральних характеристик оптичних фільтрів при наявності часткової неоднорідності.

Отже, необхідно *вдосконалити існуючі* математичні моделі профілю показника заломлення частково неоднорідних високозаломлюючих шарів оптичних фільтрів для покращення їх спектральних характеристик при падінні світла під кутом, визначити оптимальні просторово-поляризаційні параметри цих шарів методами багатовимірного пошуку.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі завдання дослідження:

- на основі аналізу літературних джерел вдосконалити існуючі математичні моделі оптичних структур, які б дозволяли враховувати часткову неоднорідність у високозаломлюючому шарі;
- створити програмні реалізації розроблених моделей профілю показника заломлення та дослідити просторово-поляризаційні параметри вузькосмугових, відрізаючих та широкосмугових оптичних фільтрів для різних діапазонів спектру в залежності від кута та поляризації;
- на основі методів багатовимірного пошуку розробити програмно-алгоритмічний комплекс та дослідити можливості просвітлення підкладинок однорідними одно-, дво-, три- або чотиришаровими структурами при падінні різних за поляризацією світлових потоків під кутом до поверхні;
- спроектувати отримані результати на реальні матеріали, зробити порівняльну характеристику їх ефективності, вдосконалити характеристики відомих оптичних покриттів.

РОЗДІЛ 2

ЗАСТОСУВАННЯ r -АЛГОРИТМУ ТА МЕТОДУ ВАЖКОЇ КУЛЬКИ ДЛЯ ЗНАХОДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ОПТИЧНИХ ШАРУВАТИХ ПОКРИТТІВ

У цьому розділі запропоновано задачу оптимізації параметрів оптичного багатошарового покриття в загальному вигляді, розглянуто такі методи багатовимірної пошуку, як метод узагальненого градієнтного спуску, субградієнтні методи з розтягуванням простору в напрямку субградієнта, r -алгоритм, метод важкої кульки. На основі розглянутих методів багатовимірної пошуку обґрунтовано вибір r -алгоритму та методу важкої кульки для визначення просторово-поляризаційних параметрів оптичних багатошарових структур, а також оптимізаційної моделі, яка використовує r -алгоритм та метод важкої кульки для знаходження оптимальних параметрів оптичних багатошарових структур.

2.1. Основні положення

Математично задача оптимізації параметрів оптичного покриття в загальному вигляді формулюється таким чином: потрібно мінімізувати скалярну функцію F в області D , тобто [94]:

$$F(\mathbf{x}^*) = \min_{\mathbf{x} \in D} F(\mathbf{x}), \quad (2.1)$$

де $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_m, x_{m+1}, \dots, x_{2m}]^T$ – $2m$ -мірний вектор-стовпчик, визначений на лінійному просторі E_{2m} (значок T означає операцію транспонування). Вектор $\mathbf{x}$ називається вектором конструктивних параметрів, координатами якого в нашому випадку є показники заломлення n_j і товщини шарів d_j покриття, тобто $\mathbf{x} = [n_1, n_2, \dots, n_m, d_1, d_2, \dots, d_m]^T$. Допустима область $D \subset E_{2m}$ визначається практичною реалізацією шарів покриття. При конструюванні інтерференційних покриттів до обмежень відносяться верхні та нижні межі інтервалу зміни показників заломлення та товщин шарів:

$$D = \left\{ \mathbf{x} \mid n_{j\min} \leq n_j \leq n_{j\max}, \quad d_{j\min} \leq d_j \leq d_{j\max}, \quad j = \overline{1, m} \right\}. \quad (2.2)$$

Оскільки у виразі (2.2) допустимі рівності, то область D є замкнутою. У протилежному випадку вона називається відкритою.

Обмеження на показники заломлення шарів пов'язані з наявністю плівкоутворюючих матеріалів, які використовуються при виготовленні покриття. Наприклад, при конструюванні покриттів, призначених для роботи у видимій та ближній інфрачервоній областях спектра, показники заломлення зазвичай вибирають із умов $1,35 \leq n_j \leq 2,6$. Для дальньої ультрафіолетової області показник заломлення може досягати 5.0. Нижнє обмеження на товщину шарів може бути пов'язане з необхідністю отримання суцільних плівок на підкладках, що мають мікронерівності поверхні, або з обмеженнями за чутливістю використовуваної контрольно-вимірювальної апаратури. Реально $d_{j\min}$ становить 50 нм. Верхнє обмеження зазвичай пов'язане з вимогами механічної стійкості шарів. Як правило, оптичну товщину шару вибирають не більшою, ніж λ_0 . Таким чином, при машинному конструюванні покриттів на відміну від аналітичних методів обмеження на параметри шарів враховують уже на етапі формулювання задачі.

Обмеження типу нерівностей (2.2) виключатимемо за допомогою стандартного прийому, який полягає у введенні нової змінної $\mathbf{z}$, яка пов'язана з $\mathbf{x}$ відношеннями виду [17]:

$$x_j = x_{j\min} + (x_{j\max} - x_{j\min}) \sin^2 z_j \quad (2.3a)$$

або

$$x_j = \frac{x_{j\max} z_j^2 + x_{j\min}}{z_j^2 + 1}, \quad j = \overline{1, 2m}. \quad (2.3b)$$

Тут $x_j \in [x_{j\min}, x_{j\max}]$ при довільних значеннях z_j . Таке перетворення змінних зводить задачу (2.1) до задачі безумовної мінімізації.

Вважатимемо, що кожному значенню вектора конструктивних параметрів відповідає точка на гіперповерхні функції $F(\mathbf{x})$, причому ця відповідність є взаємно однозначною. Сукупність параметрів шарів покриття, що забезпечує

мінімальне значення функції $F(\mathbf{x})$, будемо позначати через $\mathbf{x}^*$. Значення функції визначає глобальний мінімум, якщо для всієї допустимої області D виконується умова $F(\mathbf{x}^*) < F(\mathbf{x})$. Якщо ж ця умова виконується тільки для деякої частини допустимої області, то $F(\mathbf{x}^*)$ називається локальним мінімумом. Оскільки характеристики інтерференційного покриття нелінійно залежать від конструктивних параметрів, то з обчислювальної точки зору задача (2.1) є задачею нелінійного програмування. У загальному випадку її розв'язок полягає в побудові послідовності векторів конструктивних параметрів, які забезпечують монотонне спадання цільової функції: $F(x^0) > F(x^1) > F(x^2) > \dots > F(x^k) > \dots$.

Процедура пошуку мінімуму нелінійної функції складається з декількох етапів (рис. 2.1). Передусім необхідно вибрати нульове (початкове) наближення x^0 в області, де ітераційний процес, що застосовується, є збіжним. Потім перевіряється умова припинення пошуку. Якщо цей критерій не задовольняється, то починається безпосередній пошук. Перший етап – визначення напрямку переміщення робочої точки $\mathbf{x}$ в просторі можливої варіації параметрів, а другий етап – вибір зсуву вздовж цього напрямку. Як правило, цикл виконується багато разів, причому отриманий на кожній ітерації результат використовується як нульове наближення для наступної ітерації.

Досить часто, використовуючи одне нульове наближення, знайти глобальний максимум не можна. Тому на практиці це роблять таким чином: 1) область, в якій шукається екстремум цільової функції, розбивається на невеликі підобласті, на центрах яких, як на нульових наближеннях, перевіряють працездатність того чи іншого ітераційного алгоритму. Якщо при цьому потрібний критерій поведінки цільової функції виконується, то можна процес продовжити до критерію припинення ітераційного процесу, в протилежному випадку необхідно впевнитись, що екстремуму потрібного характеру в даній підобласті немає; 2) нульові наближення визначаються методами випадкового пошуку. Для достовірності розв'язку задачі доцільно використовувати обидва підходи до визначення початкового наближення.

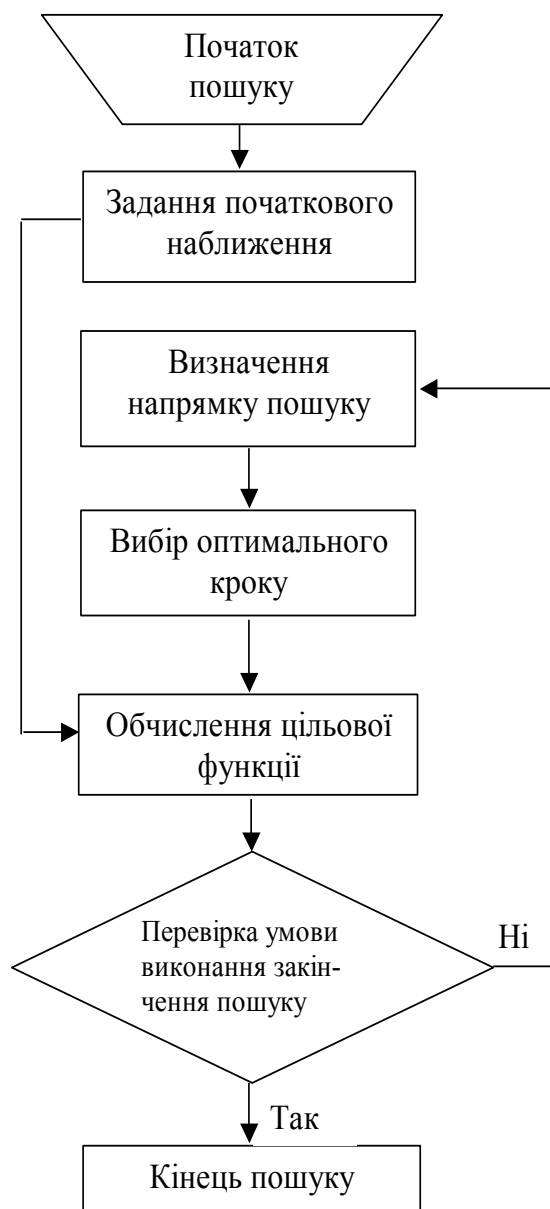


Рис. 2.1. Блок-схема розв'язання екстремальної задачі

Для визначення глобального максимуму вибиралась велика кількість початкових наближень. Із отриманих локальних максимумів вибиралось найбільше значення, яке і вважалось глобальним максимумом.

2.2. Застосування r-алгоритму до розв'язання оберненої задачі синтезу

2.2.1. Метод узагальненого градієнтного спуску

Будемо вважати, що $f(x)$ – опукла функція, визначена на евклідовому просторі E^n , – безліч мінімумів (вона може бути і порожньою), $x^* \in X^*$ – точка мінімуму; $g_f(x)$ – субградієнт функції в точці x [16].

Субградієнтом $g_f(\bar{x})$ функції f в точці $\bar{x}$ є вектор $g_f(\bar{x})$ такий, що $f(x) - f(\bar{x}) \geq (g_f(\bar{x}), x - \bar{x})$ для всіх $x \in E^n$. Із визначення субградієнта випливає, що якщо $f(x) < f(\bar{x})$, то:

$$(-g_f(\bar{x}), x - \bar{x}) > 0. \quad (2.4)$$

Геометрично формула (2.4) означає, що антисубградієнт в точці $\bar{x}$ утворює гострий кут з довільним напрямком, проведеним з $\bar{x}$ в напрямку точки x з меншим значенням $f(x)$. Звідси, якщо X^* не порожня множина, $\bar{x} \notin X^*$ то при рухові з $\bar{x}$ в напрямку $-g_f(\bar{x})$ з достатньо малим кроком відстань до X^* зменшується. Цей простий факт лежить в основі субградієнтного методу, або методу узагальненого градієнтного спуску, вперше запропонованого у зв'язку з розв'язуванням мережевої транспортної задачі [18].

Методом узагальненого градієнтного спуску є процедура побудови мінімізуючої послідовності $\{x_k\}_{k=0}^{\infty}$, де x_0 – початкове наближення, а x_k будуються за такою рекурентною формулою:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{g_f(x_k)}{\|g_f(x_k)\|}, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.5)$$

Тут $g_f(x_k)$ – довільний субградієнт функції $f(x)$ в точці x_k , h_{k+1} – кроковий множник. Якщо $\|g_f(x_k)\| = 0$, то x_k – точка мінімуму функції $f(x)$ і процес зупиняється. Найбільш загальний результат про збіжність даного методу міститься в нижче наведених теоремах [16].

Теорема 1. Нехай $f(x)$ – опукла функція, визначена на E^n , з обмеженою областю мінімумів X^* , $\{h_k\}$ ($k=1,2,\dots$) – послідовність чисел, що має властивості:

$$h_k > 0; \quad \lim_{k \rightarrow \infty} h_k = 0; \quad \sum_{k=1}^{\infty} h_k = +\infty.$$

Тоді послідовність $\{x_k\}$ ($k=1,2,\dots$), утворена за формулою (2.5) при довільному $x_0 \in E^n$ має одну з таких властивостей: або знайдеться таке $k = \bar{k}$, що $x_{\bar{k}} \in X^*$, або $\lim_{k \rightarrow \infty} \min_{y \in X^*} \|x_k - y\| = 0$, $\lim_{k \rightarrow \infty} f(x_k) = \min_{y \in E^n} f(y) = f^*$.

Теорема 2. Нехай $f(x)$ – опукла функція, визначена на E^n , і для всіх $x \in E^n$ при ϕ ($0 \leq \phi \leq \pi/2$) виконується нерівність [16]:

$$(g_f(x), x - x^*(x)) \geq \cos \phi \|g_f(x)\| \cdot \|x - x^*(x)\|, \quad (2.6)$$

де $x^*(x)$ – точка, що належить безлічі мінімумів функції $f(x)$ і на найкоротшій відстані від x . Тоді, якщо при заданому x_0 вибрати величину h_1 , що задовольняє нерівності:

$$h_1 \geq \begin{cases} \|x^*(x_0) - x_0\| \cos \phi, & \pi/4 \leq \phi \leq \pi/2, \\ \|x^*(x_0) - x_0\| / (2 \cos \phi), & 0 \leq \phi < \pi/4, \end{cases}$$

визначити $\{h_k\}_{k=1}^{\infty}$ відповідно до рекурентної формули:

$$h_{k+1} = h_k r(\phi), \quad k=1,2,\dots,$$

де

$$r(\phi) = \begin{cases} \sin \phi, & \pi/4 \leq \phi < \pi/2, \\ 1 / (2 \cos \phi), & 0 \leq \phi < \pi/4, \end{cases}$$

і обчислити $\{x_k\}_{k=1}^{\infty}$ за формулою (2.5), то або при деякому k^* $g_f(x_{k^*})$ і x_{k^*} належить області мінімумів, або при всіх $k=1,2,\dots$ виконується нерівність:

$$\|x_k - x^*(x_k)\| \leq \begin{cases} h_{k+1} / \cos \phi, & \pi/4 \leq \phi < \pi/2, \\ 2 \cos \phi \cdot h_{k+1}, & 0 \leq \phi < \pi/4. \end{cases}$$

Таким чином, якщо кут ϕ наперед відомий, то регулюючи крок за формулами теореми 2, можна отримати збіжність до мінімуму зі швидкістю геометричної прогресії зі знаменником $q = r(\phi)$.

У формулі (2.6) $\cos \phi$ характеризує ступінь опуклості поверхонь рівня функції $f(x)$. Якщо в деякому околі мінімуму функції $f(x)$ не існує такого $\phi < \pi/2$, що для будь-якого x з цього околу виконується (2.6), то таку функцію називатимемо істотно ярною. При мінімізації істотно ярних функцій наведений у теоремі 2 спосіб регулювання крокових множників непридатний. У цьому випадку слід використовувати універсальний спосіб вибору крокових множників, зазначений у теоремі 1.

Сформулюємо теорему, аналогічну теоремі 2, безпосередньо в термінах, що характеризують ступінь «опуклості» поверхонь рівня [16].

Теорема 3. Нехай опукла функція $f(x)$ визначена на E^n , x^* – єдина точка мінімуму $f(x)$ і задані початкове наближення x_0 і числа σ і h_1 , причому, $\sigma \geq \sqrt{2}$, $h_1 \geq \|x_0 - x^*\| / \sigma$. Розглянемо множину $Y = \{y : \|y - x^*\| \leq \sigma h_1\}$. Якщо для будь-якої пари точок $x, z \in Y$, такої, що $f(x) = f(z) \neq f(x^*)$, виконується умова

$$\|x - x^*\| \leq \sigma \|z - x^*\|,$$

то послідовність $\{x_k\}_{k=0}^\infty$, утворена за допомогою рекурентних формул (2.5), де $h_{k+1} = h_k \sqrt{\sigma^2 - 1} / \sigma$, збігається зі швидкістю геометричної прогресії:

$$\|x - x^*\| \leq h_{k+1} \sigma,$$

за винятком випадку, коли для деякого $k = \bar{k}$ $g_f(x_{\bar{k}}) = 0$, тобто $x_{\bar{k}} = x^*$.

2.2.2. Субградієнтні методи з розтягуванням простору в напрямку субградієнта

При аналізі алгоритмів узагальненого градієнтного спуску, що збігаються зі швидкістю геометричної прогресії, істотну роль відіграють верхні межі синусів

кутів між напрямком антиградієнта в даній точці і напрямком з неї в точку мінімуму. Повільна збіжність нездоланна в рамках цього методу в яружних задачах, коли верхня межа зазначених кутів дорівнює $\pi / 2$.

Можна змінити ситуацію, використовуючи лінійні неортогональні перетворення простору аргументів для поліпшення обумовленості завдання. У разі коли антиградієнти утворюють кут з напрямком на точку мінімуму, близький до $\pi / 2$, розумно застосувати операцію розтягування простору в напрямку градієнта для зменшення його «поперечної» складової.

Операція розтягування простору в напрямку градієнта спочатку введена Н. 3. Шором [21–23] як евристична процедура для поліпшення властивостей обумовленості завдання. Вона реалізується за допомогою оператора розтягування простору, який у векторній формі представимо [15]:

$$R_{\alpha}(\xi) = I_n + (\alpha - 1)\xi\xi^T, \quad \xi \in E^n, \quad \|\xi\| = 1, \quad \alpha > 1,$$

де $(\cdot)^T$ означає транспонування; $\|\cdot\|$ – евклідова норма; I_n – одинична матриця порядку; α – коефіцієнт розтягування простору; ξ – напрямок розтягування.

При описі алгоритмів використовується оператор $R_{\beta}(\xi)$, зворотний до оператора розтягування простору $R_{\alpha}(\xi)$. Він має таку форму [15]:

$$R_{\beta}(\xi) = R_{\alpha}^{-1}(\xi) = I_n + (\beta - 1)\xi\xi^T, \quad \beta = \frac{1}{\alpha} < 1.$$

Опишемо принципову схему алгоритмів субградієнтного типу з розтягуванням простору в напрямку субградієнта для мінімізації функції $f(x)$ [16].

Задані $x_0 \in E^n$, $B_0 = A_0^{-1} = I_n$ (одинична матриця розміру $n \times n$). Після k кроків маємо $x_k \in E^n$, $B_k = A_k^{-1}$, A_k – матриця розмірності $n \times n$ перетворення простору після k кроків.

1. Обчислюємо $g_f(x_k)$ (якщо $g_f(x_k) = 0$, процес зупиняється).

2. Визначаємо $\tilde{g}_k = g_{\phi_k}(y_k) = B_k^* g_f(x_k)$, де $\phi_k(y) = f(B_k y)$; $y_k = A_k x_k$; $\tilde{g}_k$ – узагальнений градієнт для функції $\phi_k(y)$, визначений у розтягнутому просторі.

3. Обчислюємо:

$$\xi_k = \tilde{g}_k / \|\tilde{g}_k\|; \quad x_{k+1} = x_k - h_{k+1} B_k \xi_k. \quad (2.7)$$

Формулі (2.7) відповідає рух по антисубградієнту в розтягнутому просторі:
 $A_k x_{k+1} = y_k - h_{k+1} \xi_k$.

4. Обчислюємо:

$$B_{k+1} = A_{k+1}^{-1} = B_k R_{\beta_{k+1}}(\xi_k), \quad \beta_{k+1} = 1 / \alpha_{k+1}. \quad (2.8)$$

Формулі (2.8) відповідає розтягнення перетвореного простору в напрямку ξ_k :

$$A_{k+1} = R_{\alpha_{k+1}}(\xi_k) A_k, \quad \alpha_{k+1} > 1.$$

5. Переходимо до наступного кроку: $k+1 \rightarrow k+2$.

Основна складність при конструюванні працездатного алгоритму полягає у виборі коефіцієнтів розтягування простору і стратегії зміни крокових множників h_k . Перші експерименти показали, що вибираючи $\alpha = 2$ і $h_k = \text{const}$, для багатьох прикладів опуклих яружних функцій можна отримати хороші результати [21]. На жаль, такий простий спосіб не завжди приводить до мети. При побудові інших варіантів алгоритмів, які вдалося теоретично обґрунтувати, кроковий множник і коефіцієнти розтягування простору вибиралися таким чином, щоб послідовність відстаней до точки мінімуму у відповідних перетворених просторах не зростала. Цей принцип гарантує збіжність зі швидкістю геометричної прогресії за значенням функції. Для реалізації зазначеного принципу необхідна деяка додаткова інформація про функцію $f(x)$ – значення функції в точці мінімуму f^* і так звані сталі росту M і N .

Теорема 4. Нехай $f(x)$ – опукла функція, визначена на E^n [16] і в деякому сферичному околі S_d точки мінімуму $x^* : S_d = \{x : \|x - x^*\| \leq d\}$ субградієнт задовольняє двосторонній нерівності [16]:

$$N(f(x) - f(x^*)) \leq (g_f(x), x - x^*) \leq M(f(x) - f(x^*)), \quad (2.9)$$

де $M > N$ – додатні константи. Тоді, якщо в алгоритмі прийняти:

- 1) $x_0 \in S_d$,
- 2) $h_{k+1} = \frac{2MN}{M+N} \frac{f(x_k) - f(x^*)}{\|\tilde{g}_k\|}$,
- 3) $1 < \alpha_{k+1} \leq \frac{(M+N)}{(M-N)}, k = 0, 1, 2, \dots$,

то для всіх $k = 0, 1, \dots$ справедливою є нерівність

$$\|A_k(x_k - x^*)\| \leq d. \quad (2.10)$$

Із нерівності (2.10) випливає локалізація x^* в еліпсоїді Φ_k з центром у точці x_k . Відношення об'ємів еліпсоїдів Φ_{k+1} і Φ_k задається такою рівністю:

$$\frac{\text{vol}(\Phi_{k+1})}{\text{vol}(\Phi_k)} = \beta_k = \frac{M-N}{M+N}.$$

Для квадратичної додатньо визначеної функції в нерівності (2.9) можна вибрати $M = N = 2$. Для кусково-лінійної функції, надграфік якої являє собою конус з вершиною в точці (x^*, f^*) можна вибрати $M = N = 1$. Для цих випадків $\beta_{k+1} = \beta = 0$ і алгоритм збігається за число кроків, що не перевищує n .

Розв'язання невинродженої системи n лінійних рівнянь з n невідомими $(a_i, x) + b_i = 0, i = 1, \dots, n$, можна замінити знаходженням мінімуму $f(x) = \max_{1 \leq i \leq n} |(a_i, x) + b_i|$. Беручи $f^* = 0$, $\beta_k = 0$, і застосовуючи метод (2.7–2.8) отримуємо алгоритм, відповідний відомій кінцевій процедурі розв'язання алгебраїчних систем – методу ортогоналізації градієнтів.

Отримані узагальнення теореми 5 справедливі і для деяких класів неопуклих функцій, які виникають при розв'язанні систем нелінійних рівнянь $f_i(x) = 0, i = 1, \dots, n$. Для $f(x) = \max |f_i(x)|$ можна показати, що якщо x^* (розв'язок системи) – регулярна точка (тобто функції безперервно диференційовані в цій точці і якобіан системи $I(x^*)$ відмінний від нуля), то для

будь-якого $\delta > 0$ знайдеться достатньо малий окіл $S_d(x^*)$, такий, що сталі M і N в (2.9) можна вибрати відповідно $M = 1 + \delta; N = 1 - \delta; \beta = \frac{M - N}{M + N} = \delta$. Якщо застосовувати граничний варіант алгоритму з $\beta = 0$ і відновленням після кожних n ітерацій (великий цикл), то при звичайному припущенні гладкості та регулярності для розв'язання систем нелінійних рівнянь можна отримати квадратичну швидкість збіжності.

Сімейство алгоритмів з розтягуванням простору в напрямку субградієнта містить як окремий випадок так званий метод еліпсоїдів. Метод еліпсоїдів був запропонований Д. Б. Юдіним і А. С. Неміровським [27] виходячи з методів послідовних відсікань, а також, незалежно, Н. З. Шором [28] – як окремий випадок алгоритму з розтягуванням простору в напрямку субградієнта. Такий алгоритм використовує такі параметри: коефіцієнт розтягування простору вибирається сталим і рівним

$$\alpha_{k+1} = \alpha = \sqrt{\frac{n+1}{n-1}},$$

а регулювання кроку здійснюється за правилом:

$$h_1 = \frac{r}{n+1}; \quad h_{k+1} = h_k \frac{n}{\sqrt{n^2-1}}; \quad k = 1, 2, \dots,$$

де n – розмірність простору; r – радіус кулі з центром в точці x_0 , що містить точку x^* .

Метод еліпсоїдів збігається зі швидкістю геометричної прогресії за відхиленням найкращого досягнутого на цьому кроці значення від оптимального, при цьому знаменник геометричної прогресії залежить тільки від розмірності простору асимптотично:

$$q_n \approx 1 - \frac{1}{2n^2}.$$

Досвід застосування алгоритмів з розтягуванням простору в напрямку градієнта показав можливість суттєвого прискорення субградієнтних процесів при використанні операторів, що змінюють метрику простору.

2.2.3. Субградієнтні методи з розтягуванням простору в напрямку різниці двох послідовних субградієнтів (r-алгоритми)

При вирішенні складних завдань недиференційованої оптимізації середньої розмірності (до кількох сотень змінних) особливо ефективними виявилися алгоритми субградієнтного типу з розтягуванням простору в напрямку різниці двох послідовних субградієнтів (r-алгоритми). Вони були запропоновані у 1971 році у роботі [29].

За своєю структурою і трудомісткістю ітерації r-алгоритми близькі до методів з розтягуванням простору в напрямку субградієнта. Але між ними є важлива відмінність: методи узагальненого градієнтного спуску з розтягуванням простору в напрямку субградієнта в принципі не можуть бути монотонними, в той же час r-алгоритми при певному регулюванні крокових множників і коефіцієнтів розтягування простору можуть стати монотонними.

Наведемо загальну схему r-алгоритмів для мінімізації опуклої функції $f(x)$, визначеної на E^n [16]. Припускаємо, що $f(x)$ має обмежену область мінімумів X^* , так що $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$.

Вибираємо початкове наближення $x_0 \in E^n$ і невід'язну матрицю B_0 (найчастіше B_0 збігається з одиничною матрицею I_n або з діагональною матрицею D_n з додатніми елементами на діагоналі, за допомогою якої здійснюється масштабування змінних).

Перший крок алгоритму виконуємо за формулою $x_1 = x_0 - h_0 \eta_0$, де $\eta_0 = B_0 B_0^T g_f(x_0)$, h_0 – деякий кроковий множник, який вибирається з умови існування в точці x_1 субградієнта $g_f(x_1)$ такого, що $(g_f(x_1), \eta_0) \leq 0$. При $B_0 = I_n$ маємо $\eta_0 = g_f(x_0)$ і перший крок збігається з ітерацією субградієнтного процесу.

Нехай у результаті обчислень після k ($k = 1, 2, \dots$) кроків процесу отримані певні значення $x_k \in E^n$ і матриці B_k розмірності $n \times n$. Опишемо $(k+1)$ -й крок процесу.

1. Обчислюємо такі величини: $g_f(x_k)$ – субградієнт функції $f(x)$ в точці x_k ; $r_k = B_k^T(g_f(x_k) - g_f(x_{k-1}))$ – вектор різниці двох послідовних субградієнтів у перетвореному просторі.
2. Визначаємо $\xi_k = r_k / \|r_k\|$.
3. Задаємо величину β_k , зворотну коефіцієнту розтягування простору α_k перед $(k+1)$ -м кроком.
4. Обчислюємо $B_{k+1} = B_k R_{\beta_k}(\xi_k)$, де $R_{\beta_k}(\xi_k)$ – оператор розтягування простору на $(k+1)$ -му кроці. Зауважимо, що $B_{k+1} = A_{k+1}^{-1}$.
5. Знаходимо $\tilde{g}_k = B_{k+1}^T g_f(x_k)$ – субградієнт функції $\phi_{k+1} = f(B_{k+1}y)$ у точці $y_{k+1} = A_{k+1}x_k$.
6. Визначаємо:

$$x_{k+1} = x_k - h_k B_{k+1} \tilde{g}_k / \|\tilde{g}_k\|. \quad (2.11)$$
7. Переходимо до наступного кроку або закінчуємо роботу алгоритму при виконанні деяких умов зупинки.

Практична ефективність алгоритму багато в чому залежить від вибору крокового множника h_k . У г-алгоритмі h_k вибирається з умови наближеного пошуку мінімуму $f(x)$ за напрямком, при цьому при мінімізації опуклих функцій має дотримуватися умова $h_k \geq h_k^*$, (h_k^* – значення крокового множника, відповідного мінімуму за напрямком). У загальному випадку необхідно, щоб напрямок субградієнта в точці x_{k+1} утворював нетупий кут з напрямком спуску з точки x_k .

При мінімізації негладких опуклих функцій, визначених на E^n , найбільш вдалим виявилися нижченаведені варіанти алгоритму при проведенні експериментальних і практичних розрахунків. Коефіцієнти розтягування простору α_k вибираються в межах 2-3, для крокового множника h_k застосовується адаптивний спосіб регулювання. Задається деяке натуральне число m , сталі $q > 1$ і $t_k^0 > 0$. Після k кроків отримуємо сталу t_k^0 . Рухаємося з точки x_k в напрямку

спуску з кроком до тих пір, поки не буде виконана умова завершення спуску за напрямком, або число кроків не дорівнюватиме m . Умова завершення спуску може полягати в тому, що значення функції в наступній точці не менше, ніж значення функції в попередній точці; інший варіант такої умови – похідна за напрямом спуску в даній точці невід’ємна. Якщо виконалося m кроків, а умова завершення спуску не виконана, то замість t_k^0 запам'ятовуємо $t_k^1 = qt_k^0$, де $q > 1$, і продовжуємо спуск у тому ж напрямку з великим кроком. Якщо після чергових m кроків умова завершення спуску не виконана, то замість t_k^1 беремо $t_k^2 = qt_k^1$ і т. д. Оскільки припускаємо, що $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$, то після кінцевого числа кроків у певному напрямку обов’язково виконається умова завершення спуску. Стала кроку $t_k^{p_k} = q^{p_k} t_k^0$ ($p \in \{0, 1, 2, \dots\}$), яка використовувалася на останньому кроці, приймається як початкова при спуску в новому напрямку з точки x_{k+1} , тобто $t_{k+1}^0 = t_k^{p_k}$. Як показали численні обчислювальні експерименти і практичні розрахунки, в більшості випадків при $\alpha \in [2, 3]$ та $m = 3$ і зазначеному вище способі регулювання число кроків за напрямком в середньому рідко перевершує 2, при цьому за n кроків г-алгоритму точність по функціоналу, як правило, покращується в 3-5 разів.

У разі мінімізації гладкої функції для прискорення збіжності можна застосовувати більш тонкі способи пошуку мінімуму за напрямком, наприклад квадратичну апроксимацію по трьох точках, процес «золотого перерізу» та ін. У гладкому випадку добре зарекомендував себе адаптивний спосіб регулювання кроку за напрямком, подібний до наведеного вище, з невеликою зміною: якщо на даній ітерації функція прийняла вже після першого кроку більше значення, то кроковий множник множиться на задане число, що менше за одиницю (порядку 0,8 – 0,95). Це пов’язано з тим, що в гладкому випадку швидкість збіжності може виявитися більш швидшою при більш точному знаходженні мінімуму за напрямком, а додаткове подрібнення кроку сприяє збільшенню точності пошуку мінімуму за напрямком.

2.3. Застосування методу важкої кульки до розв'язання оберненої задачі синтезу

Одним із найпростіших багатокрокових методів є метод важкої кульки [20], в якому кожне наступне наближення розраховується згідно з формулою:

$$x^{k+1} = x^k + \beta(x^k - x^{k-1}) - h\nabla F(x^k), \quad (2.12)$$

де $x^k = (n_1^k, n_2^k, \dots, n_i^k, \dots, n_m^k, d_1^k, d_2^k, \dots, d_i^k, \dots, d_m^k)$ – досліджувана точка на k -й ітерації m -шарової структури;

$x^{k+1} = (n_1^{k+1}, n_2^{k+1}, \dots, n_i^{k+1}, \dots, n_m^{k+1}, d_1^{k+1}, d_2^{k+1}, \dots, d_i^{k+1}, \dots, d_m^{k+1})$ – досліджувана точка на $(k+1)$ -й ітерації m -шарової структури;

n_i^k – показник заломлення i -го шару на k -й ітерації;

d_i^k – геометрична товщина i -го шару на k -й ітерації;

$\nabla F(x^k) = \nabla \Omega(x^k)$ – диференціал досліджуваної функції;

$h > 0, \beta \geq 0$ – деякі параметри.

При $\beta = 0$ метод перетворюється в градієнтний. Свою назву метод отримав внаслідок такої фізичної аналогії. Рух тіла (важкої кульки) в потенціальному полі при наявності сили тертя описується диференціальним рівнянням другого порядку:

$$\mu \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -\nabla f(x(t)) - p \frac{dx(t)}{dt}. \quad (2.13)$$

Очевидно, що через втрату енергії на тертя тіло зрештою опиниться в точці мінімуму потенціалу $f(x)$. Таким чином, важка кулька «вирішує» відповідну задачу мінімізації. Якщо розглядати різницевий аналог рівняння (2.13), то прийдемо до ітераційного методу (2.12).

Введення інерції руху (доданок $\beta(x^k - x^{k-1})$) в ітераційний процес може привести до прискорення збіжності. Замість зигзагоподібного руху при градієнтному методі в даному випадку отримується більш плавна траєкторія на «дні яру». Ці міркування підтверджуються наступною теоремою [20].

Теорема 5. Нехай x^* – невироджена точка мінімуму $f(x)$, $x \in R^n$ [20]. Тоді при

$$0 \leq \beta < 1, 0 < \alpha < 2(1 + \beta)/L, l \leq \nabla^2 f(x^*) \leq L \quad (2.14)$$

знайдеться $\varepsilon > 0$ таке, що при довільних $x^0, x^1, \|x^0 - x^*\| \leq \varepsilon, \|x^1 - x^*\| \leq \varepsilon$ метод (2.12) збігається до x^* зі швидкістю геометричної прогресії:

$$\|x^k - x^*\| \leq c(\delta)(q + \delta)^k, 0 \leq q < 1, 0 < \delta < 1 - q. \quad (2.15)$$

Величина q мінімальна і рівна

$$q^* = \frac{\sqrt{L} - \sqrt{l}}{\sqrt{L} + \sqrt{l}} \text{ при } \alpha^* = \frac{4}{(\sqrt{L} + \sqrt{l})^2}, \beta^* = \left(\frac{\sqrt{L} - \sqrt{l}}{\sqrt{L} + \sqrt{l}} \right)^2. \quad (2.16)$$

Цільовою функцією візьмемо середньоквадратичне значення показника пропускання на досліджуваному спектральному діапазоні:

$$\Omega(\lambda_1, \lambda_2) = \max_{\bar{n}, \bar{d}} F(\bar{n}, \bar{d}) = \max_{\bar{n}, \bar{d}} \left(\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L T^2(\bar{n}, \bar{d}, \lambda_{(i)}) \right)^{1/2}, \quad (2.17)$$

де L – число точок сітки спектрального інтервалу від λ_1 до λ_2 , при рівномірному його поділі з кроком $\Delta\lambda$:

$$L = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)}{\Delta\lambda} + 1. \quad (2.18)$$

Підкладинкою вибрано найбільш поширений в оптиці матеріал з показником заломлення $n_s = 1,51$ (скло). При дослідженні вибирались значення області довжин хвиль від ультрафіолетової до ближньої інфрачервоної:

$$\lambda_1 = 200 \text{ нм}, \lambda_1 < \lambda_2 \leq 1200 \text{ нм}, \Delta\lambda = 5 \text{ нм}, \quad (2.19)$$

та обмеження на параметри:

$$1,35 \leq n_j \leq 2,6, 50 \text{ нм} \leq d_j \leq 750 \text{ нм} \left(j = \overline{1, N} \right), N = 1, 2, 3, 4. \quad (2.20)$$

Для такої громіздкої функції, як функція (2.17), знайти похідну аналітично практично неможливо, тому необхідно визначати її методами кінцево-різницевої апроксимації. Похідна функції визначалась за формулою:

$$F'_{x_i}(x_1^0, x_2^0, \dots, x_i^0, \dots, x_N^0) = \frac{F(x_1^0, x_2^0, \dots, x_i^0 + \Delta x_i, \dots, x_N^0) - F(x_1^0, x_2^0, \dots, x_i^0, \dots, x_N^0)}{\Delta x_i}, \quad (2.21)$$

де F – досліджувана функція;

$(x_1^0, x_2^0, \dots, x_i^0, \dots, x_N^0)$ – досліджувана точка;

Δx_i – приріст змінної x_i .

У зв'язку з особливостями досліджуваного функціоналу та проведеними дослідженнями в роботах [88, 91, 100] для практичних розрахунків був вибраний г-алгоритм та метод важкого шарика. Як критерій закінчення пошуку використовувалася оцінка, що характеризує ступінь спадання цільової функції на трьох послідовних ітераціях, тобто

$$\frac{|F(X^{(k+2)}) - F(X^{(k)})|}{F(X^{(k)})} < \varepsilon. \quad (2.22)$$

Висновки до розділу 2

Основні результати цього розділу зводяться до наступного:

1. Описано обернену задачу синтезу оптичних шаруватих структур у вигляді оптимізаційної задачі та описано можливість застосування методів багатовимірного пошуку для її розв'язання.
2. Розглянуто такі методи багатовимірного пошуку, як метод узагальненого градієнтного спуску, субградієнтні методи з розтягуванням простору в напрямку субградієнта, г-алгоритм. Описано їх застосування до задачі оптимізації параметрів оптичного покриття. Обґрунтовано вибір г-алгоритму.
3. Розглянуто метод важкої кульки, описано його застосування до задачі оптимізації параметрів оптичного покриття. Обґрунтовано вибір вказаного методу.
4. Описано методику знаходження похідної розглядуваного функціоналу та критерії закінчення пошуку вказаними методами.

РОЗДІЛ 3

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВО-ПОЛЯРИЗАЦІЙНИХ ПАРАМЕТРІВ СПЕКТРАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОПТИЧНИХ ФІЛЬТРІВ

У цьому розділі побудовано математичні моделі вузькосмугових, відрізаючих та широкосмугових оптичних фільтрів, в яких враховано наявність часткової неоднорідності у високозаломлюючих шарах. На основі розроблених моделей встановлено основні залежності просторово-поляризаційних параметрів спектральних характеристик цих фільтрів від поляризації та кута падіння.

3.1. Побудова математичної моделі частково неоднорідних плівок для оптичних фільтрів

При синтезі оптичних короткоперіодних структур вважають, що межі на границях плівка-підкладка і плівка-плівка є різкими [1–4]. Тому неоднорідності на межах розділу плівка-підкладка є небажаними, оскільки утруднюють контроль геометричної товщини плівок при їх виготовленні [38–41]. Необхідність у нових матеріалах для оптичних покриттів стимулювала дослідження профілю показника заломлення і концентраційного профілю компонент плівок безкисневих некристалічних матеріалів. Показники заломлення некристалічних плівок на основі некристалічних напівпровідників можуть неперервно змінюватися від 2,1 до 5. Такі плівки залежно від складу є прозорими як у видимій, так і в інфрачервоній ділянках спектра [1].

Структури моно- та багатошарових інтерференційних систем визначаються значенням робочої довжини хвилі λ_0 , на якій має функціонувати цей оптичний елемент. Відносно значення цієї величини вибираються оптичні товщини для різних фільтрів. Так, поняття «чвертьхвильовий шар» означає, що цей шар має оптичну товщину $nd = \frac{\lambda_0}{4}$. Для даного шару коефіцієнт пропускання сягає

екстремуму при довжині хвилі λ_0 (мінімуму – при $n_{\text{плівки}} > n_{\text{підкладкинки}}$, максимуму – при $n_{\text{плівки}} < n_{\text{підкладкинки}}$). У напівхвильовому шарі оптична товщина $nd = \frac{\lambda_0}{2}$. І для нього особливим є те, що при робочій довжині хвилі λ_0 коефіцієнт пропускання має максимум при $n_{\text{плівки}} > n_{\text{підкладкинки}}$, мінімум – при $n_{\text{плівки}} < n_{\text{підкладкинки}}$. У даному розділі розглядається випадок, коли $n_{\text{плівки}} > n_{\text{підкладкинки}}$.

Розглянемо зв'язок робочої довжини хвилі λ_0 з найбільш розповсюдженими фільтрами. Так, для відрізаючих фільтрів типу S-BНВ..ВНВ, де В та Н – високо- та низькозаломлюючі шари і $n_B d_B = n_H d_H = \frac{\lambda_0}{4}$, коефіцієнт пропускання при робочій довжині хвилі λ_0 має мінімум, обмежений областями високого відбивання. Для вузькосмугових фільтрів типу S-BНВ..2В..ВНВ отримаємо широкий діапазон відбивання, і лише окіл робочої довжини хвилі λ_0 буде вузьким діапазоном пропускання, причому максимум пропускання буде саме при робочій довжині хвилі λ_0 . Для широкосмугових фільтрів типу S-2ВН2В..2ВН2В отримаємо широкий діапазон пропускання.

При розрахунках спектральних характеристик короткоперіодних структур у загальному випадку будемо враховувати перехідну область у високозаломлюючій компоненті (рис. 3.1). Дана модель є подальшим розвитком відомих моделей [78, 81, 90, 94–97]. Позначимо товщину перехідної області через d_p . З експерименту відомо, що геометрична товщина перехідної області d_p може досягати 30 нм [78, 81, 90].

Задання неоднорідності показника заломлення з розподілом $n(z)$ по товщині в перехідному шарі здійснюється таким чином. Перехідний шар розбивається на m_p рівних за товщиною зон, і значення показника заломлення залежно від типу розподілу рівне значенню, наведеному в табл. 3.1.

Таблиця 3.1

Значення показника заломлення j -ї зони перехідної області залежно від розподілу

Розподіли	Показник заломлення j -ї зони перехідної області, n_{pj}
Ступінчастий	n_p
Лінійний	$n_f + \frac{(n_p - n_f)}{m_p - 1} \cdot (j - 1)$
Квадратичний	$n_f + \frac{(n_p - n_f)}{(m_p - 1)^2} \cdot (j - 1)^2$
Логарифмічний	$n_f + \frac{(n_p - n_f)}{\ln(m_p)} \cdot \ln(j)$
Експоненціальний	$n_f + \frac{(n_p - n_f)}{e^{m_p - 1} - 1} \cdot (e^{j-1} - 1)$

Значення показника заломлення в перехідному шарі за законом $n(z)$ змінюватиметься від n_f до n_p .



Рис. 3.1. Модель частково неоднорідної плівки (розподіли показника заломлення: 1 – ступінчастий; 2 – лінійний; 3 – квадратичний; 4 – логарифмічний; 5 – експоненціальний)

Геометрична товщина центральної частини плівки d_f у цьому випадку:

$$d_f(d_p) = \frac{1}{n_f} \left(\frac{\lambda_0}{k} - d_p \cdot n_{sp} \right), \quad (3.1)$$

де

$$n_{sp} = \frac{1}{m_p} \sum_{j=1}^{mp} n_{pj}, \quad (3.2)$$

n_{sp} – середнє значення показника заломлення в перехідному шарі відповідно; m_p – кількість розбиттів перехідного шару; $k=2$ – коли розглядається напівхвильовий шар і $k=4$ – коли розглядається чвертьхвильовий шар; n_f – показник заломлення основної частини плівки; n_{pj} – показник заломлення j -ї зони при розбитті перехідної області (табл. 3.1). Для того щоб уникнути неоднозначності при посиланні на формулу (3.1), будемо вважати, що $d_f(d_p, d_v)$ визначається для $k = 4$.

Промодельюємо вплив перехідної області високозаломлюючого шару на спектральні характеристики структур за допомогою матричного методу Абеле, описаного у підрозділі 1.3.

Враховуючи формулу (1.57) та вибираючи за параметри показник заломлення n , геометричну товщину шару d і довжину хвилі λ , можна записати характеристичну матрицю одного шару таким чином [2, 33, 90, 94–97]:

$$M_s(n, d, \lambda) = \begin{bmatrix} \cos \delta(n, d, \lambda) & -\frac{i}{p} \sin \delta(n, d, \lambda) \\ -ip \sin \delta(n, d, \lambda) & \cos \delta(n, d, \lambda) \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

де $\delta(n, d, \lambda) = \frac{2\pi \cdot n \cdot d \cdot \cos \theta}{\lambda}$, $i = \sqrt{-1}$, θ – кут між променем і нормаллю до

площини падіння. Значення $p = n \cos \theta$ – для ТЕ хвилі (s-поляризація) і $p = \frac{n}{\cos \theta}$

– для ТМ хвилі (р-поляризація).

Характеристична матриця перехідного шару дорівнюватиме:

$$M_p(\lambda) = \prod_{j=0}^{mp-1} M_s(n_{pj}, \frac{d_p}{m_p}, \lambda). \quad (3.4)$$

Отже, якщо брати до уваги наявність перехідного шару, то використовуючи формули (3.1, 3.3–3.4), можна записати характеристичну матрицю даної частково неоднорідної структури [1, 33]:

$$M(\lambda) = M_s(n_f, d_f(d_p), \lambda) \cdot M_p(\lambda). \quad (3.5)$$

Як бачимо, вона рівна добутку характеристичних матриць основної частини і перехідного шару.

Перейдемо до розгляду багатошарових структур. Спочатку розглянемо відрізаючий фільтр конструкції S-BНВ..ВНВ.

Будемо вважати, що високозаломлюючий шар містить перехідну область. Тоді його характеристична матриця дорівнюватиме:

$$M_B(\lambda) = M_s(n_B, d_f(d_p), \lambda) \cdot M_p(\lambda), \quad (3.6)$$

де n_B – показник заломлення основної частини високозаломлюючого шару.

Низькозаломлюючий шар матиме характеристичну матрицю, що дорівнює:

$$M_H(\lambda) = M_s(n_H, d_f(d_p), \lambda), \quad (3.7)$$

де n_H – показник заломлення низькозаломлюючого шару.

Беручи це до уваги, ми можемо записати характеристичну матрицю $(2k+1)$ -шарової структури типу S-BНВ..ВНВ:

$$M(\lambda) = \prod_{i=1}^k (M_B(\lambda) \cdot M_H(\lambda)) \cdot M_B(\lambda). \quad (3.8)$$

Розглянемо вузькосмуговий фільтр з конструкцією S-BНВ..2В..ВНВ. Якщо вважати, що високозаломлюючий шар містить перехідну область, тоді його характеристична матриця визначається формулою (3.6), а в низькозаломлюючого шару – формулою (3.7). Характеристичну матрицю $(4k+1)$ -шарової структури типу S-BНВ..2В..ВНВ можемо задати формулою:

$$M(\lambda) = \prod_{i=1}^k (M_B(\lambda) \cdot M_H(\lambda)) \cdot M_s\left(n_B, \frac{1}{n_B} \left(\frac{\lambda_0}{2} - d_p \cdot n_{sp} \right), \lambda\right) \cdot \prod_{i=1}^k (M_H(\lambda) \cdot M_B(\lambda)). \quad (3.9)$$

Характеристичну матрицю для широкосмугового фільтра типу S-2ВН2В..2ВН2В можна записати у вигляді:

$$M(\lambda) = \prod_{i=1}^k \left(M_s \left(n_B, \frac{1}{n_B} \left(\frac{\lambda_0}{2} - d_p \cdot n_{sp} \right), \lambda \right) \cdot M_H(\lambda) \right) \times \\ \times M_s \left(n_B, \frac{1}{n_B} \left(\frac{\lambda_0}{2} - d_p \cdot n_{sp} \right), \lambda \right). \quad (3.10)$$

Знаючи характеристичну матрицю всієї структури, за допомогою формули (1.74) легко можна знайти коефіцієнт пропускання, залежний від довжини хвилі λ :

$$T = \frac{p_s}{p_0} |t|^2 = \frac{4}{\left(2 + \frac{p_0}{p_s} m_{11}^2 + \frac{p_s}{p_0} m_{22}^2 + p_0 p_s m_{12}^2 + \frac{1}{p_0 p_s} m_{21}^2 \right)}, \quad (3.11)$$

де $p_0 = N_0 \cos \theta_0$ і $p_s = N_s \cos \theta_s$ – для ТЕ хвилі (s-поляризація);

$p_0 = \frac{N_0}{\cos \theta_0}$ і $p_s = \frac{N_s}{\cos \theta_s}$ – для ТМ хвилі (p-поляризація);

θ_0 – кут, під яким промінь падає на багатошарову структуру;

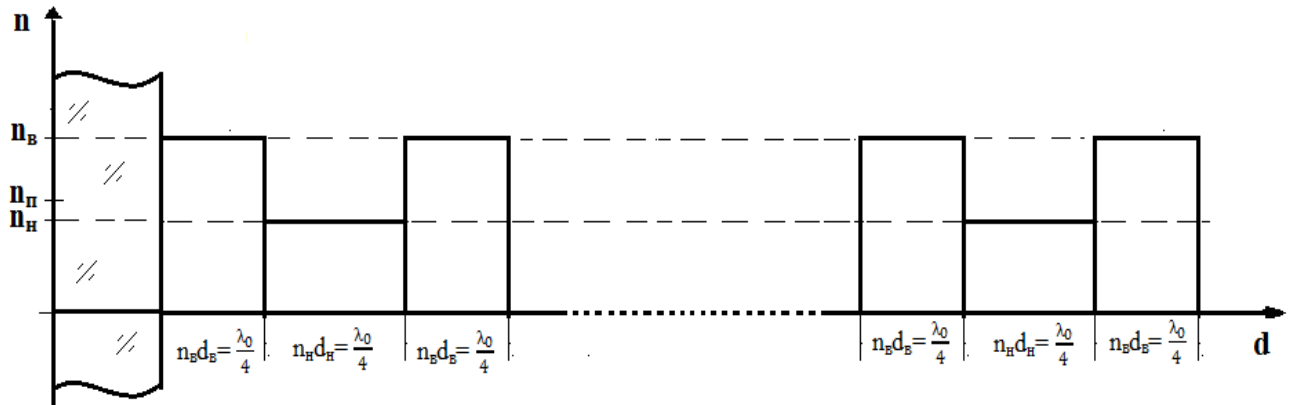
θ_s – кут, під яким промінь виходить із багатошарової структури, кут заломлення;

n_0, n_s – показники заломлення зовнішнього середовища і підкладки відповідно;

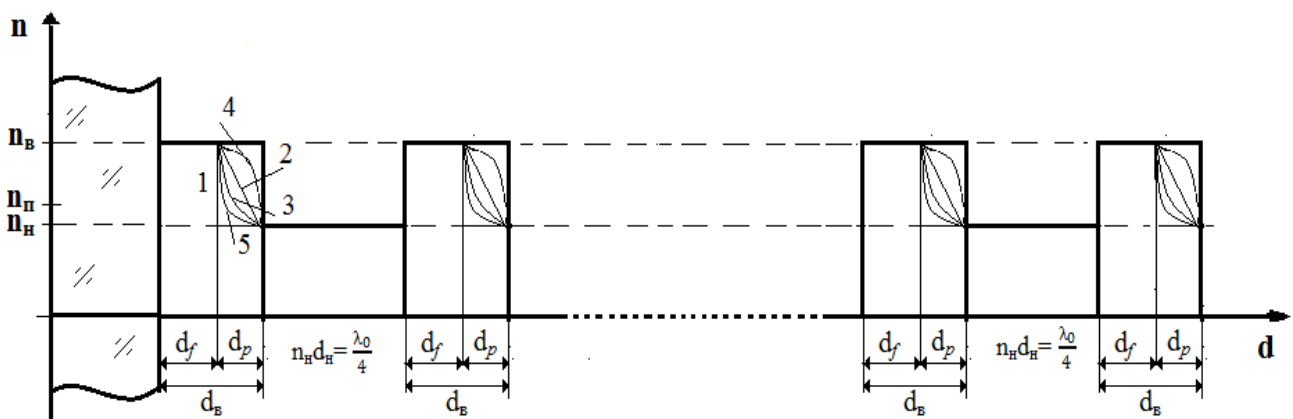
$m_{11}, m_{12}, m_{21}, m_{22}$ – елементи характеристичної матриці $M(\lambda)$.

Враховуючи вище сказане, модель частково неоднорідної оптичної структури з чергуючимися шарами (ВНВ..ВНВ) з врахуванням часткової неоднорідності високозаломлюючого шару з різним характером зміни показника заломлення буде мати вигляд показаний на рис. 3.2.

Беручи до уваги вищенаведені теоретичні відомості, дослідимо як впливає перехідна область на спектральні характеристики оптичних вузькосмугових, відрізаючих та широкосмугових фільтрів при різних робочих довжинах хвиль. Для таких розрахунків було розроблено відповідне програмне забезпечення на мові програмування Delphi 7. Всі результати було перевірено за допомогою математичної системи MathCAD.



а)



б)

Рис. 3.2. Модель частково оптичної структури з чергуючимися шарами:
 а) без врахування часткової неоднорідності високозаломлюючого шару;
 б) з врахуванням часткової неоднорідності високозаломлюючого шару з різним характером зміни показника заломлення

Досліджуються оптичні фільтри з показниками заломлення високого шару $n_B = 2,3$ та низького – $n_H = 1,35$, осадженими на підкладки із скла К-8 з $n_s = 1,51$. Перехідний шар розглядався із максимально можливою товщиною $d_p = 30$ нм, показник заломлення перехідної області $n_p = 2,6$. У якості робочих використовувалися довжини хвиль найпоширеніших лазерів – 480, 630, 750, 1000, 3000 нм.

3.2. Математичне моделювання просторово-поляризаційних параметрів спектральних характеристик оптичних вузькосмугових фільтрів

3.2.1. Дослідження кутових та поляризаційних параметрів вузькосмугових фільтрів

Розглянемо вузькосмугові фільтри типу S-ВНВ..2В..ВНВ, що знаходяться в зовнішньому середовищі ($n_0=1$) та утворені багат шаровими інтерференційними структурами чередуванням шарів В з високим ($n_B=2,3$) і Н з низьким ($n_H=1,35$) показниками заломлення, осадженими на підкладинки із скла К-8 з $n_s=1,51$ та оптичними товщинами, що дорівнюють $nd = \frac{\lambda_0}{4}$, тобто чверті робочої довжини хвилі λ_0 при падінні світла вздовж нормалі до їх поверхонь.

На рис. 3.3 наведено типовий спектр пропускання вузькосмугових фільтрів та його основні параметри: довжина хвилі максимуму пропускання – $\lambda_{\max} = \lambda_0$; коефіцієнт максимуму пропускання – $T_{\max}$; напівширина смуги пропускання $\delta\lambda_{0,5}$ на рівні 0,5 та десятинна ширина $\delta\lambda_{0,1}$ – на рівні 0,1 та відповідні їм значення довжин хвиль λ_3 і λ_4 та λ_2 і λ_5 ; ширини спектральних інтервалів подавлення пропускання $\Delta\lambda_K$ і $\Delta\lambda_D$, у межах яких пропускання нижче 0,1 у більш короткохвильовій $\Delta\lambda_K$ і довгохвильовій $\Delta\lambda_D$ областях з відповідними їм довжинами хвиль λ_1 - λ_2 і λ_6 - λ_5 . Розглянемо зміни спектрів пропускання вузькосмугових інтерференційних фільтрів зі зміною кута падіння θ_0 для s- та р-поляризацій світлових потоків з довжиною хвилі 630 нм.

Із табл 3.2 видно, що для s-поляризації при збільшенні кута падіння світла максимальні значення пропускання $T_{\max}$ поступово знижуються від 0,9587 при $\theta_0 = 0^\circ$ до 0,5960 при $\theta_0 = 75^\circ$, при цьому положення $\lambda_{\max}$ зміщується в короткохвильову область від 630,00 до 530,29 нм. Для р-поляризації максимум

пропускання зростає від 0,9587 при $\theta_0 = 0^\circ$ до 0,9999 при $\theta_0 = 56^\circ 29'$, що пояснюється законом Брюстера ($\theta_0 = 56^\circ 29'$ – кут Брюстера при показнику заломлення зовнішнього середовища $n_0 = 1$ та показнику заломлення підкладки $n_s = 1,51$ при проходженні світла із зовнішнього середовища в підкладку), а потім знижується до 0,8938 при $\theta_0 = 75^\circ$, при цьому $\lambda_{\max}$ значніше зміщується в короткохвильову область до 516,35 нм.

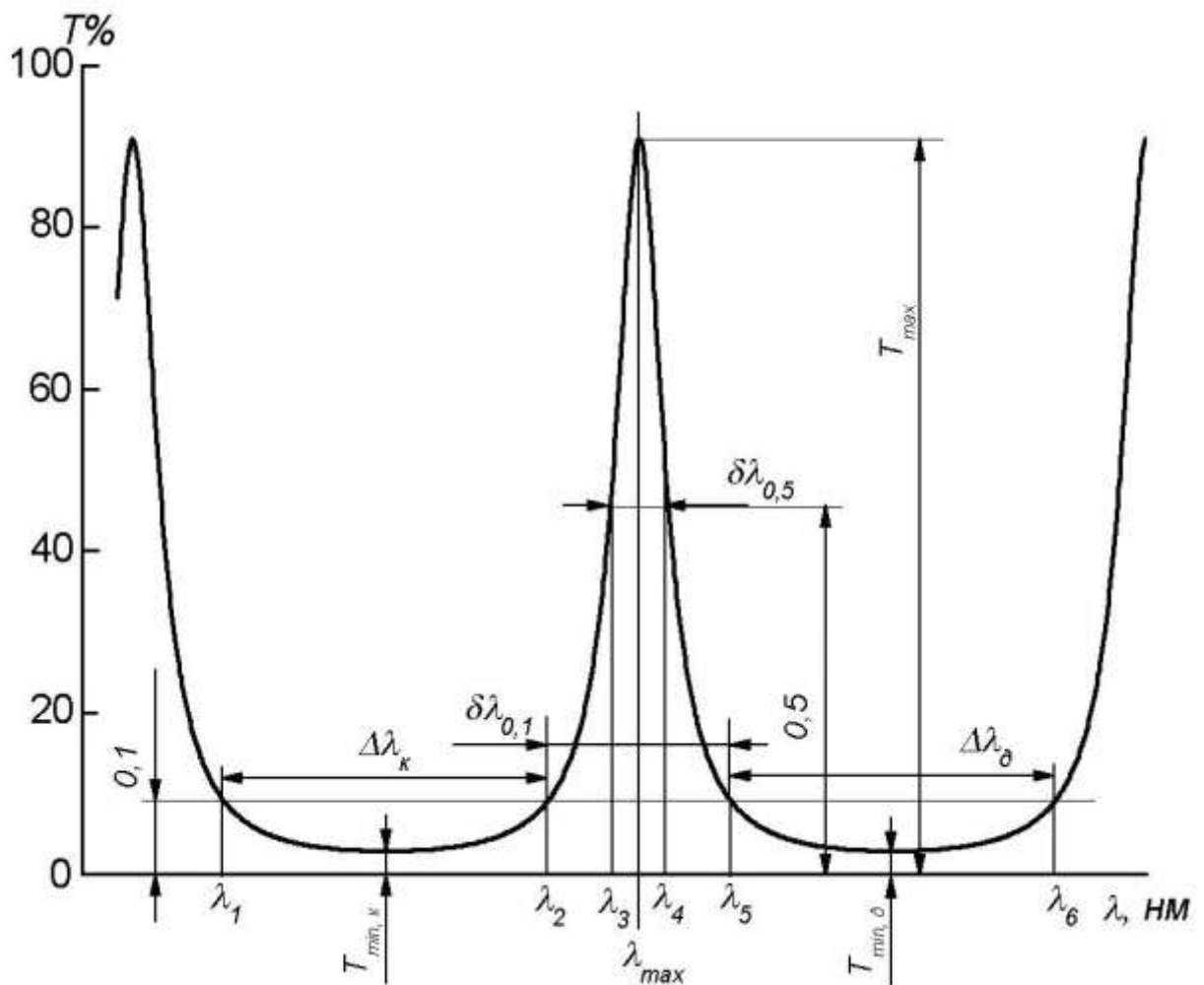


Рис. 3.3. Форма та основні параметри спектрів пропускання вузькосмугових фільтрів

Напівширина $\delta\lambda_{0,5}$ смуги пропускання для s-поляризації зменшується від 2,47 нм при $\theta_0 = 0^\circ$ до 0,12 нм при $\theta_0 = 75^\circ$, а для р-поляризації вона зростає від 2,47 нм при $\theta_0 = 0^\circ$ до 26,32 нм при $\theta_0 = 75^\circ$.

Десятинна ширина $\delta\lambda_{0,1}$ для s-поляризації зменшується від 7,57 нм при $\theta_0 = 0^\circ$ до 0,58 нм при $\theta_0 = 75^\circ$. Для р-поляризації вона зростає до 36,18 нм при $\theta_0 = 60^\circ$, а при $\theta_0 = 75^\circ$ повністю розширюється на спектральний діапазон. Крім того, майже при всіх кутах падіння світла напівширина $\delta\lambda_{0,5}$ приблизно в три рази менша за $\delta\lambda_{0,1}$ для обох поляризацій.

Таблиця 3.2

Основні параметри спектрів пропускання вузькосмугового фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм

Кути падіння, θ_0	Максимум пропускання $T_{\max}$	Положення максимуму пропускання $\lambda_{\max}$, нм	Напівширина смуги пропускання $\delta\lambda_{0,5}$, нм	Десятинна ширина смуги пропускання, $\delta\lambda_{0,1}$, нм	Ширина короткохвильової області блокування $\Delta\lambda_K$, нм	Ширина довгохвильової області блокування $\Delta\lambda_D$, нм
0°	0,9587149	630,00	2,47	7,57	108,30	170,16
s-поляризація						
30°	0,9404918	604,32	1,56	4,83	114,13	174,12
45°	0,9056039	577,87	0,88	2,78	120,56	177,67
$56^\circ 29'$	0,8475903	556,70	0,49	1,61	126,29	180,32
60°	0,8198669	550,66	0,40	1,34	128,05	181,10
75°	0,5960574	530,29	0,12	0,58	134,75	184,74
р-поляризація						
30°	0,9738412	603,68	3,60	10,98	98,27	142,20
45°	0,9910921	574,88	5,82	17,77	84,24	109,87
$56^\circ 29'$	0,9999990	550,13	9,51	29,82	67,57	76,87
60°	0,9983373	542,73	11,24	36,18	60,99	64,11
75°	0,8938144	516,35	26,32	—	8,66	—

Ширина короткохвильової області блокування $\Delta\lambda_K$ пропускання світла для s-поляризації зростає від 108,30 нм при $\theta_0 = 0^\circ$ до 134,75 нм при $\theta_0 = 75^\circ$, а для р-поляризації вона зменшується до 60,99 нм при $\theta_0 = 60^\circ$, а при $\theta_0 = 75^\circ$ такий інтервал становить лише 8,66 нм.

Ширина довгохвильової області блокування $\Delta\lambda_d$ пропускання світла для s-поляризації зростає від 170,16 нм при $\theta_0 = 0^\circ$ до 184,74 нм при $\theta_0 = 75^\circ$, а для р-поляризації вона зменшується до 64,11 нм при $\theta_0 = 60^\circ$, а при вищих кутах падіння пропускання стає вищим за 0,1. Крім того, для обох поляризацій та всіх кутів падіння $\Delta\lambda_d > \Delta\lambda_k$.

Типовий характер зміни спектрів пропускання вузькосмугових інтерференційних фільтрів зі зміною кута падіння θ_0 для s- та р-поляризацій світлових потоків з довжиною хвилі 630 нм наведено на рис. 3.4 та 3.5 для унаочнення.

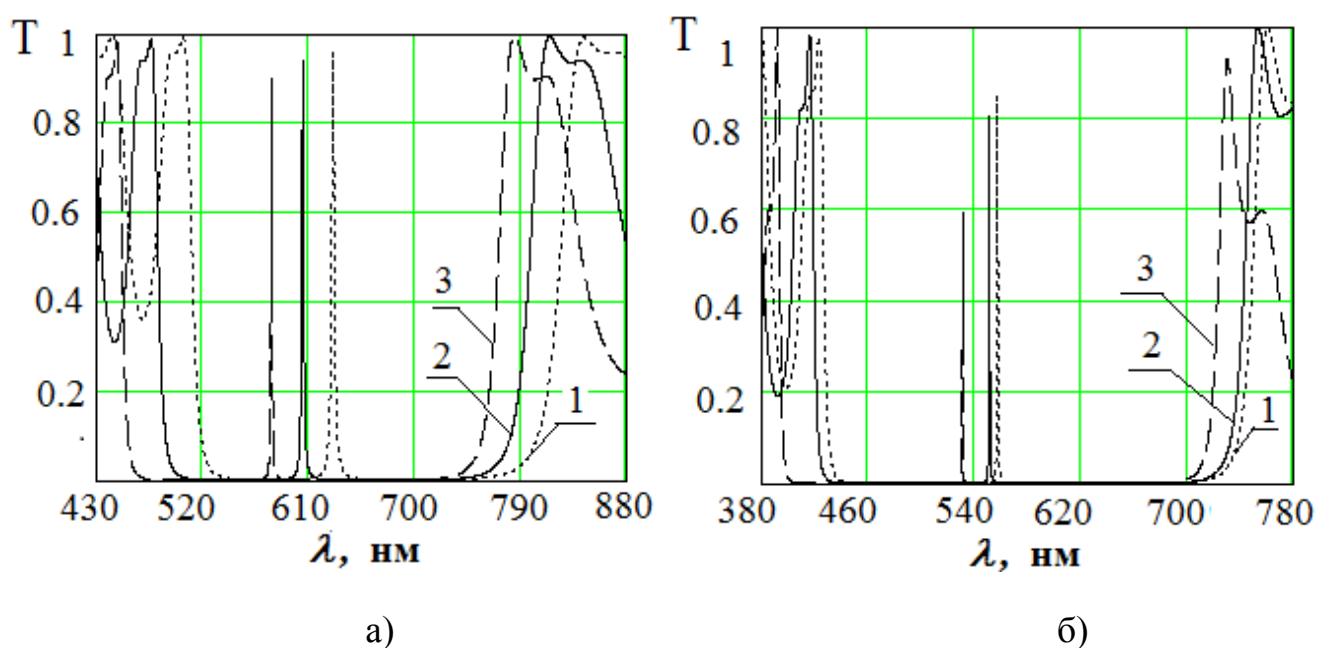


Рис. 3.4. Трансформація спектрів пропускання вузькосмугового фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм зі зміною кутів падіння для s-поляризації:
а) 1 – $\theta_0 = 0^\circ$, 2 – $\theta_0 = 30^\circ$, 3 – $\theta_0 = 45^\circ$; б) 1 – $\theta_0 = 56^\circ 29'$, 2 – $\theta_0 = 60^\circ$, 3 – $\theta_0 = 75^\circ$

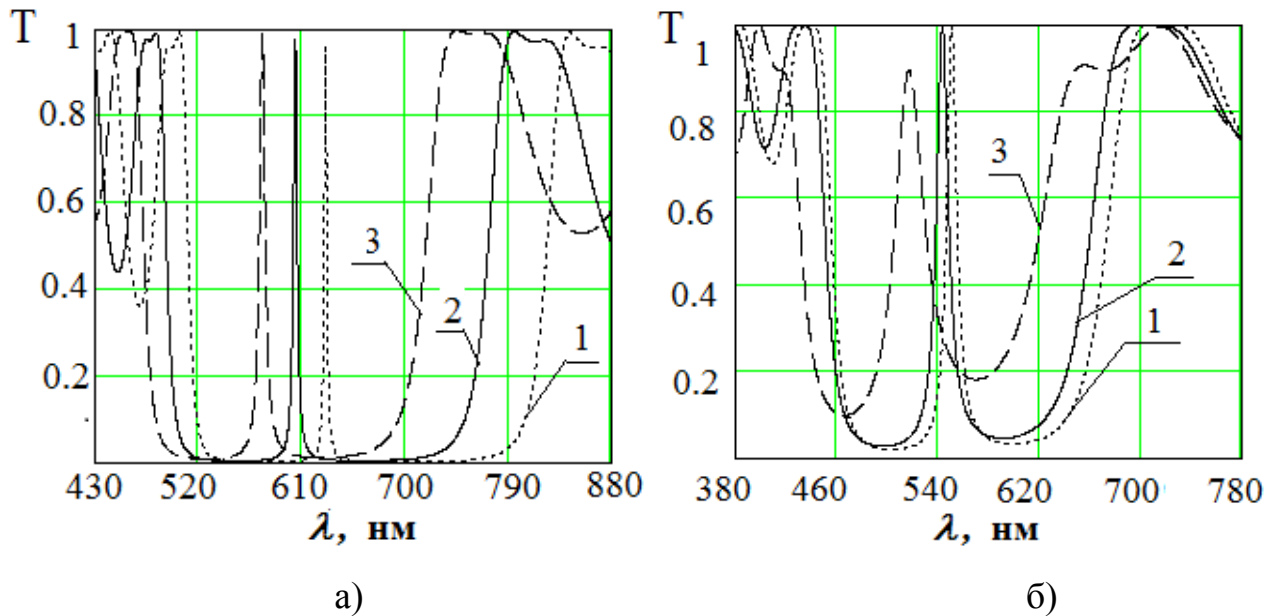


Рис. 3.5. Трансформація спектрів пропускання вузькосмугового фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм зі зміною кутів падіння для р-поляризації: а) 1 – $\theta_0 = 0^\circ$, 2 – $\theta_0 = 30^\circ$, 3 – $\theta_0 = 45^\circ$; б) 1 – $\theta_0 = 56^\circ 29'$, 2 – $\theta_0 = 60^\circ$, 3 – $\theta_0 = 75^\circ$

В області прозорості складових вузькосмугових інтерференційних фільтрів можливе досягнення максимуму пропускання вище за 95% для всіх робочих довжин хвиль; значення зміщень $\lambda_{\max}$ у короткохвильову область зростають із ростом λ_0 ; напівширина $\delta\lambda_{0,5}$ та десятинна ширина $\delta\lambda_{0,1}$ смуг пропускання, а також ширини короткохвильових $\Delta\lambda_K$ та довгохвильових $\Delta\lambda_D$ областей блокування пропускання світла зростають із ростом λ_0 незалежно від їх змін із ростом кутів падіння θ_0 . Крім того, для обох поляризацій та при всіх кутах падіння $\Delta\lambda_D > \Delta\lambda_K$.

3.2.2. Вплив неоднорідностей на спектральні характеристики вузькосмугових фільтрів

Вплив перехідної області на спектральні характеристики вузькосмугових фільтрів розглянемо на прикладі 17-шарового вузькосмугового фільтра S-BNB..2B..BNB (рис. 3.6), для якого показник заломлення високого шару

$n_B = 2,3$, низького шару – $n_H = 1,35$, показник заломлення перехідної області $n_p = 2,6$, робоча довжина хвилі $\lambda_0 = 630 \text{ нм}$.

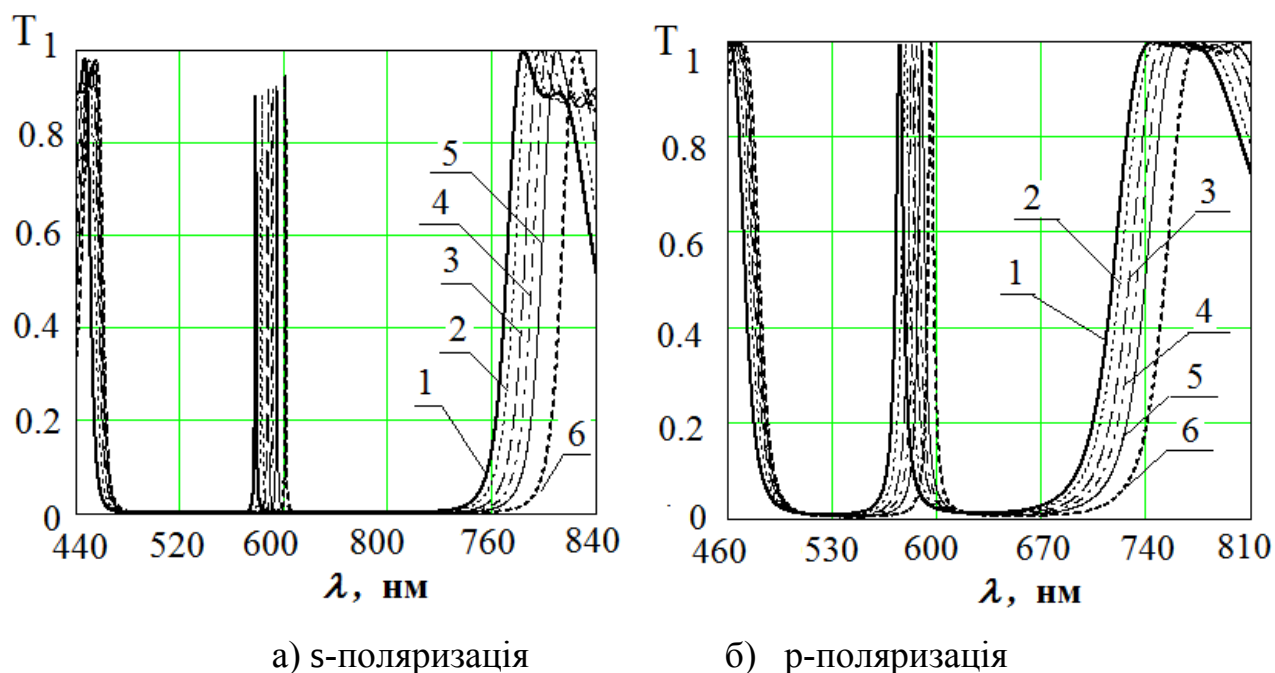


Рис. 3.6. Спектральні характеристики 17-шарового фільтра при $\theta_0 = 45^\circ$ ($\lambda_0 = 630 \text{ нм}$) в ідеальному випадку та за наявності перехідної області з різними розподілами показника заломлення: 1 – ідеальний випадок; 2 – з експоненціальним розподілом показника заломлення; 3 – з квадратичним розподілом показника заломлення; 4 – з лінійним розподілом показника заломлення; 5 – з логарифмічним розподілом показника заломлення; 6 – зі ступінчастим розподілом показника заломлення

Із табл. 3.3 видно, що за наявності перехідної області із ступінчастим розподілом коефіцієнт пропускання при $\theta_0 = 0^\circ$ збільшується на $\Delta T = 0,0217706$, з логарифмічним – на $\Delta T = 0,0126193$, з лінійним – на $\Delta T = 0,0085272$, з квадратичним – на $\Delta T = 0,0048300$, з експоненціальним – на $\Delta T = 0,0010717$, при цьому робоча довжина хвилі при ступінчастому розподілі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 20,84 \text{ нм}$ (табл. 3.4), на $\Delta\lambda = 14,40 \text{ нм}$ – при логарифмічному, на $\Delta\lambda = 11,18 \text{ нм}$ – при лінійному, на $\Delta\lambda = 8,05 \text{ нм}$ – при квадратичному, на $\Delta\lambda = 3,74 \text{ нм}$ – при експоненціальному.

Таблиця 3.3

Коефіцієнт пропускання

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	56°29'	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	0,9587149	0,9404918	0,9056039	0,8475903	0,8198669	0,5960574
Експоненціальний	0,9597866	0,9418814	0,9074613	0,8500532	0,8225212	0,5993514
Квадратичний	0,9635449	0,9466961	0,9138566	0,8581573	0,8310754	0,6095356
Лінійний	0,9672421	0,9514642	0,9201487	0,8663707	0,8403614	0,6205974
Логарифмічний	0,9713342	0,9567738	0,9272983	0,8760161	0,8505212	0,6323141
Ступінчастий	0,9804855	0,9688199	0,9439835	0,8981770	0,8741932	0,6622928
p-поляризація						
Ідеальний	0,9587149	0,9738412	0,9910921	0,9999990	0,9983373	0,8938144
Експоненціальний	0,9597866	0,9747176	0,9916146	0,9999919	0,9981004	0,8927973
Квадратичний	0,9635449	0,9777132	0,9933265	0,9998368	0,9971448	0,8891301
Лінійний	0,9672421	0,9806099	0,9948897	0,9994727	0,9959686	0,8853420
Логарифмічний	0,9713342	0,9837635	0,9964584	0,9987831	0,9943364	0,8809160
Ступінчастий	0,9804855	0,9904630	0,9991171	0,9958738	0,9891690	0,8684357

Отже, найбільше впливає на спектральні характеристики ступінчастий розподіл показника заломлення перехідної області. Далі йдуть логарифмічний, лінійний, квадратичний та експоненціальний.

Для ступінчастого розподілу для s-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ коефіцієнт пропускання збільшується на $\Delta T = 0,0283281$, робоча довжина хвилі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta \lambda = 21,83$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta T = 0,0383796$ і $\Delta \lambda = 22,94$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta T = 0,0505867$ і $\Delta \lambda = 23,89$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta T = 0,0543263$ і $\Delta \lambda = 24,18$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta T = 0,0662354$ і $\Delta \lambda = 25,16$ нм. Звідси випливає, що із збільшенням кута за наявності перехідної області збільшується відхилення від ідеального випадку в напрямку збільшення коефіцієнта пропускання, а також збільшується зсув робочої довжини в область довгих хвиль.

Таблиця 3.4

Робоча довжина хвилі

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	56°29'	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	630,00	604,32	577,87	556,70	550,66	530,29
Експоненціальний	633,74	608,23	581,96	560,94	554,95	534,73
Квадратичний	638,05	612,75	586,72	565,90	559,97	539,97
Лінійний	641,18	616,03	590,18	569,51	563,63	543,78
Логарифмічний	644,40	619,41	593,74	573,23	567,39	547,70
Ступінчастий	650,84	626,15	600,81	580,59	574,84	555,45
p-поляризація						
Ідеальний	630,00	603,68	574,88	550,13	542,73	516,35
Експоненціальний	633,74	607,34	578,46	553,63	546,2	519,36
Квадратичний	638,05	611,61	582,68	557,81	550,35	523,08
Лінійний	641,18	614,73	585,8	560,92	553,46	525,96
Логарифмічний	644,40	617,96	589,04	564,15	556,68	529,03
Ступінчастий	650,84	624,49	595,66	570,85	563,40	535,72

Для ступінчастого розподілу для р-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ коефіцієнт пропускання збільшується на $\Delta T = 0,0166218$, робоча довжина хвилі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 20,81$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta T = 0,008025$ і $\Delta\lambda = 20,78$ нм. При $\theta_0 = 56^\circ 29'$ ($\theta_0 = 56^\circ 29'$ – кут Брюстера при показнику заломлення зовнішнього середовища $n_0 = 1$ та показнику заломлення підкладки $n_s = 1,51$ при проходженні світла із зовнішнього середовища в підкладку) коефіцієнт пропускання зменшується на $\Delta T = 0,0041252$ і робоча довжина хвилі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 20,72$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta T = 0,0091683$ і $\Delta\lambda = 20,67$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta T = 0,0253787$ і $\Delta\lambda = 19,37$ нм. Отже, для р-поляризації із збільшенням кута за наявності перехідної області спочатку зменшуються відхилення від ідеального випадку в напрямку збільшення коефіцієнта пропускання, а починаючи з кута $\theta_0 = 56^\circ 29'$

відхилення збільшується в напрямку зменшення коефіцієнта пропускання. При цьому зменшується зсув робочої довжини в область довгих хвиль.

Із табл. 3.5 видно, що за наявності перехідної області із ступінчастим розподілом напівширина $\delta\lambda_{0,5}$ при $\theta_0 = 0^\circ$ зменшується на $\Delta\lambda = 0,81$ нм, при логарифмічному – на $\Delta\lambda = 0,46$ нм, при лінійному – на $\Delta\lambda = 0,30$ нм, при квадратичному – на $\Delta\lambda = 0,17$ нм, при експоненціальному – на $\Delta\lambda = 0,03$ нм. Для ступінчастого розподілу для s-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ напівширина зменшується на $\Delta\lambda = 0,53$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 0,3$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 0,16$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 0,13$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta\lambda = 0,02$ нм. Для р-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ напівширина зменшується на $\Delta\lambda = 1,12$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 1,69$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 2,67$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 3,24$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta\lambda = 9,17$ нм. Отже, за наявності перехідної області напівширина зменшується для всіх кутів обох поляризацій.

Таблиця 3.5

Напівширина спектрального діапазону пропускання

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	$56^\circ 29'$	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	2,47	1,56	0,88	0,49	0,40	0,12
Експоненціальний	2,44	1,55	0,88	0,49	0,41	0,11
Квадратичний	2,30	1,47	0,83	0,47	0,38	0,12
Лінійний	2,17	1,37	0,78	0,44	0,37	0,11
Логарифмічний	2,01	1,27	0,72	0,41	0,33	0,11
Ступінчастий	1,66	1,03	0,58	0,33	0,27	0,10
р-поляризація						
Ідеальний	2,47	3,60	5,82	9,51	11,24	26,32
Експоненціальний	2,44	3,57	5,81	9,53	11,28	26,45
Квадратичний	2,30	3,39	5,55	9,14	10,82	24,95
Лінійний	2,17	3,21	5,26	8,67	10,28	23,24
Логарифмічний	2,01	2,99	4,93	8,14	9,64	21,35
Ступінчастий	1,66	2,48	4,13	6,84	8,10	17,15

Із табл. 3.6 видно, що за наявності перехідної області із ступінчастим розподілом десятинна ширина $\delta\lambda_{0,1}$ при $\theta_0 = 0^\circ$ зменшується на $\Delta\lambda = 2,55$ нм, при логарифмічному – на $\Delta\lambda = 1,45$ нм, при лінійному – на $\Delta\lambda = 1,03$ нм, при квадратичному – на $\Delta\lambda = 0,53$ нм, при експоненціальному – на $\Delta\lambda = 0,09$ нм. Для ступінчастого розподілу для s-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ напівширина зменшується на $\Delta\lambda = 1,67$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 0,98$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 0,56$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 0,47$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta\lambda = 0,2$ нм. Для р-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ напівширина зменшується на $\Delta\lambda = 3,49$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 5,32$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 8,84$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 11,00$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – повністю розширюється на спектральний діапазон. Звідси випливає, що за наявності перехідної області десятинна ширина зменшується для всіх кутів обох поляризацій.

Таблиця 3.6

Десятинна ширина спектрального діапазону пропускання

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	$56^\circ 29'$	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	7,57	4,83	2,78	1,61	1,34	0,58
Експоненціальний	7,48	4,79	2,76	1,62	1,35	0,59
Квадратичний	7,04	4,51	2,60	1,53	1,28	0,57
Лінійний	6,60	4,21	2,43	1,42	1,19	0,53
Логарифмічний	6,12	3,89	2,25	1,31	1,10	0,48
Ступінчастий	5,02	3,16	1,80	1,05	0,87	0,38
р-поляризація						
Ідеальний	7,57	10,98	17,77	29,82	36,18	–
Експоненціальний	7,48	10,90	17,73	29,88	36,29	–
Квадратичний	7,04	10,32	16,89	28,51	34,56	–
Лінійний	6,60	9,72	15,97	26,96	32,59	–
Логарифмічний	6,12	9,05	14,93	25,19	30,37	–
Ступінчастий	5,02	7,49	12,45	20,98	25,18	–

Із табл. 3.7 видно, що ширина спектрального інтервалу подавлення пропускання $\Delta\lambda_K$, всередині якого пропускання менше 0,1 для області менш короткохвильової, ніж $\lambda_{\max}$, за наявності перехідної області із ступінчастим розподілом при $\theta_0 = 0^\circ$ збільшується на $\Delta\lambda = 14,8$ нм, при логарифмічному – на $\Delta\lambda = 8,77$ нм, при лінійному – на $\Delta\lambda = 6,15$ нм, при квадратичному – на $\Delta\lambda = 3,79$ нм, при експоненціальному – на $\Delta\lambda = 1,20$ нм. Для ступінчастого розподілу для s-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ цей інтервал збільшується на $\Delta\lambda = 14,54$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 14,37$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 14,19$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 14,14$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta\lambda = 13,77$ нм.

Таблиця 3.7

Ширина спектрального інтервалу $\Delta\lambda_K$

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	$56^\circ 29'$	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	108,30	114,13	120,56	126,29	128,05	134,75
Експоненціальний	109,50	115,23	121,56	127,15	128,86	135,35
Квадратичний	112,09	117,75	124,00	129,51	131,19	137,55
Лінійний	114,45	120,08	126,30	131,8	133,47	139,78
Логарифмічний	117,07	122,67	128,88	134,37	136,05	142,34
Ступінчастий	123,10	128,67	134,93	140,48	142,19	148,52
p-поляризація						
Ідеальний	108,30	98,27	84,24	67,57	60,99	8,66
Експоненціальний	109,50	99,25	84,98	68,07	61,43	12,82
Квадратичний	112,09	101,71	87,41	70,73	64,28	24,38
Лінійний	114,45	104,05	89,83	73,47	67,27	32,18
Логарифмічний	117,07	106,67	92,56	76,60	70,65	39,30
Ступінчастий	123,10	112,76	99,04	84,03	78,61	52,76

Для ступінчастого розподілу для p-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ цей спектральний інтервал $\Delta\lambda_K$ збільшується на $\Delta\lambda = 14,49$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на

$\Delta\lambda = 14,80$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 16,46$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 17,62$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta\lambda = 44,1$ нм. Отже, за наявності перехідної області ширина спектрального інтервалу $\Delta\lambda_K$ збільшується для всіх кутів обох поляризацій.

Із табл. 3.8 видно, що ширина спектрального інтервалу подавлення пропускання $\Delta\lambda_D$, всередині якого пропускання менше 0,1 для області більш довгохвильової, ніж $\lambda_{\max}$, за наявності перехідної області із ступінчастим розподілом при $\theta_0 = 0^\circ$ збільшується на $\Delta\lambda = 21,04$ нм, при логарифмічному – на $\Delta\lambda = 11,51$ нм, при лінійному – на $\Delta\lambda = 7,88$ нм, при квадратичному – на $\Delta\lambda = 4,73$ нм, при експоненціальному – на $\Delta\lambda = 1,50$ нм.

Таблиця 3.8

Ширина спектрального інтервалу $\Delta\lambda_D$

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	$56^\circ 29'$	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	170,16	174,12	177,67	180,32	181,10	184,74
Експоненціальний	171,66	175,57	179,11	181,75	182,54	186,23
Квадратичний	174,89	178,71	182,19	184,79	185,58	189,27
Лінійний	178,04	181,79	185,21	187,81	188,59	192,28
Логарифмічний	181,67	185,35	188,72	191,31	192,09	195,74
Ступінчастий	191,20	194,78	198,13	200,75	201,55	204,97
p-поляризація						
Ідеальний	170,16	142,20	109,87	76,87	64,11	–
Експоненціальний	171,66	143,48	110,89	77,60	64,69	–
Квадратичний	174,89	146,49	113,78	80,72	68,14	–
Лінійний	178,04	149,47	116,72	84,07	71,88	–
Логарифмічний	181,67	152,92	120,16	87,96	76,19	–
Ступінчастий	191,20	162,01	129,20	98,02	87,18	–

Для ступінчастого розподілу для s -поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ цей інтервал збільшується на $\Delta\lambda = 20,66$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 20,46$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 20,43$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 20,45$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta\lambda = 20,23$ нм. Для p -поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ цей спектральний інтервал $\Delta\lambda_D$ збільшується на $\Delta\lambda = 19,81$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 19,33$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 21,15$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 23,07$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ такий інтервал вироджується. Отримаємо, що за наявності перехідної області ширина спектрального інтервалу $\Delta\lambda_D$ збільшується для всіх кутів обох поляризацій.

За наявності перехідної області із ступінчастим розподілом показника заломлення коефіцієнт пропускання при $\theta_0 = 0^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм зменшується на $\Delta T = 0,0283308$, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta T = 0,0217706$, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta T = 0,0175378$, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta T = 0,0115229$ і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta T = 0,0015864$. Звідси випливає, що із збільшенням робочої довжини хвилі значення коефіцієнта пропускання у точці мінімуму менше відрізняється від ідеального випадку, що спостерігається для всіх кутів обох поляризацій.

Розглянемо зсуви точки максимуму пропускання при різних робочих довжинах хвиль для ступінчастого показника заломлення. При $\theta_0 = 0^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм відбувається зсув точки максимуму пропускання в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 19,05$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 20,84$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 21,71$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 22,74$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 24,10$ нм. Отже, із збільшенням робочої довжини хвилі за наявності перехідної області збільшується зсув точки максимуму пропускання в область довгих хвиль, що характерно для всіх кутів обох поляризацій.

За наявності перехідної області із ступінчастим розподілом показника заломлення напівширина пропускання $\delta\lambda_{0,5}$ при $\theta_0 = 0^\circ$ при робочій довжині

хвилі $\lambda_0 = 480$ нм зменшується на $\Delta\lambda = 0,83$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 0,81$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 0,76$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 0,65$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 0,20$ нм. Отримаємо, що із збільшенням робочої довжини хвилі для напівширини зменшується відхилення від ідеального випадку, що спостерігається для всіх кутів обох поляризацій.

За наявності перехідної області із ступінчастим розподілом показника заломлення десятинна ширина пропускання $\delta\lambda_{0,1}$ при $\theta_0 = 0^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм зменшується на $\Delta\lambda = 2,61$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 2,55$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 2,41$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 2,04$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 0,66$ нм. Отже, із збільшенням робочої довжини хвилі для десятинної ширини зменшується відхилення від ідеального випадку, що спостерігається для всіх кутів обох поляризацій.

За наявності перехідної області із ступінчастим розподілом показника заломлення ширина спектрального інтервалу подавлення пропускання $\Delta\lambda_K$, всередині якого пропускання менше 0,1 для області менш короткохвильової ніж $\lambda_{\max}$, при $\theta_0 = 0^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм збільшується на $\Delta\lambda = 14,49$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 14,80$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 14,32$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 12,95$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 7,83$ нм. Звідси випливає, що із збільшенням робочої довжини хвилі (починаючи з $\lambda_0 = 630$ нм) для даного інтервалу зменшуються відхилення від ідеального випадку, що спостерігається для всіх кутів обох поляризацій.

За наявності перехідної області із ступінчастим розподілом показника заломлення ширина спектрального інтервалу подавлення пропускання $\Delta\lambda_D$, всередині якого пропускання менше 0,1 для області більш довгохвильової, ніж $\lambda_{\max}$, при $\theta_0 = 0^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм збільшується на $\Delta\lambda = 23,80$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 21,04$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 19,23$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 16,45$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на

$\Delta\lambda = 9,79$ нм. Отже, із збільшенням робочої довжини хвилі для цього інтервалу зменшуються відхилення від ідеального випадку, що спостерігається для всіх кутів обох поляризацій.

Розглянемо випадок, коли кількість шарів у фільтрі S-BNB..2B..BNB збільшується при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 630$ нм. Так, наявність перехідної області із ступінчастим розподілом показника заломлення у високозаломлюючій компоненті для 17-шарового відрізаючого фільтра S-BNB..BNB приводить до збільшення коефіцієнта пропускання на $\Delta T = 0,0217706$ відносно ідеального випадку, зміщення робочої довжини хвилі в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 20,84$ нм, зменшення напівширини пропускання $\delta\lambda_{0,5}$ на $\Delta\lambda = 0,81$ нм, зменшення десятичної ширини пропускання $\delta\lambda_{0,1}$ на $\Delta\lambda = 2,55$ нм, збільшення спектрального інтервалу $\Delta\lambda_K$ на $\Delta\lambda = 14,80$ нм, збільшення спектрального інтервалу $\Delta\lambda_D$ на $\Delta\lambda = 21,04$ нм. Для 25-шарового фільтра відбувається збільшення коефіцієнта пропускання на $\Delta T = 0,02174216$ відносно ідеального випадку, зміщення робочої довжини хвилі в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 20,80$ нм, зменшення напівширини пропускання $\delta\lambda_{0,5}$ на $\Delta\lambda = 0,14$ нм, зменшення десятичної ширини пропускання $\delta\lambda_{0,1}$ на $\Delta\lambda = 0,42$ нм, збільшення спектрального інтервалу $\Delta\lambda_K$ на $\Delta\lambda = 13,14$ нм, збільшення спектрального інтервалу $\Delta\lambda_D$ на $\Delta\lambda = 18,96$ нм. Як бачимо, ці відхилення є меншими, ніж у разі із 17-шаровими структурами.

Подальше збільшення шарів теж зменшує різницю між ідеальним випадком різких меж між плівками за наявності перехідної області у високозаломлюючій компоненті. Це спостерігається при всіх можливих робочих довжинах хвиль і довільних кутах падіння світла.

3.3. Математичне моделювання просторово-поляризаційних параметрів спектральних характеристик оптичних відрізаючих фільтрів

3.3.1. Дослідження кутових та поляризаційних параметрів відрізаючих фільтрів

Розглянемо відрізаючі фільтри типу S-BNB...BNB, що знаходяться в зовнішньому середовищі із ($n_0=1$) та утворені багат шаровими інтерференційними структурами чередуванням шарів В з високим ($n_B=2,3$) і Н з низьким ($n_H=1,35$) показниками заломлення, осадженими на підкладки із скла К-8 з $n_s=1,51$ та оптичними товщинами, що становлять $nd = \frac{\lambda_0}{4}$, тобто чверть робочої довжини хвилі λ_0 при падінні світла вздовж нормалі до їх поверхонь.

На рис. 3.7 наведено типовий спектр пропускання відрізаючих БІС та їх основні параметри: довжина хвилі мінімуму пропускання – $\lambda_{\min} = \lambda_0$; коефіцієнт мінімуму пропускання – $T_{\min}$; ширина області мінімального пропускання $\Delta\lambda_{0,5}$ на рівні $T=0,5$ і $\Delta\lambda_{0,1}$ – на рівні $T=0,1$ та відповідні їм значення довжин хвиль $\lambda_{0,5}$ і $\lambda_{0,1}$; довжина хвилі максимуму пропускання – $\lambda_{\max}$, коефіцієнт максимуму пропускання – $T_{\max}$. Розглянемо зміни спектрів пропускання відрізаючих інтерференційних фільтрів зі зміною кута падіння θ_0 для s- та р-поляризацій світлових потоків з довжиною хвилі 630 нм.

Із табл 3.9 видно, що для s-поляризації при збільшенні кута падіння світла мінімальні значення пропускання $T_{\min}$ поступово знижуються від 0,0002265 при $\theta_0=0^\circ$ до 0,00000109 при $\theta_0=75^\circ$, при цьому положення $\lambda_{\min}$ зміщується в короткохвильову область від 630,00 до 509,06 нм. Для р-поляризації мінімум

пропускання зростає від 0,0002265 при $\theta_0 = 0^\circ$ до 0,0640361 при $\theta_0 = 75^\circ$, при цьому $\lambda_{\min}$ значніше зміщується в короткохвильову область до 502,23 нм.

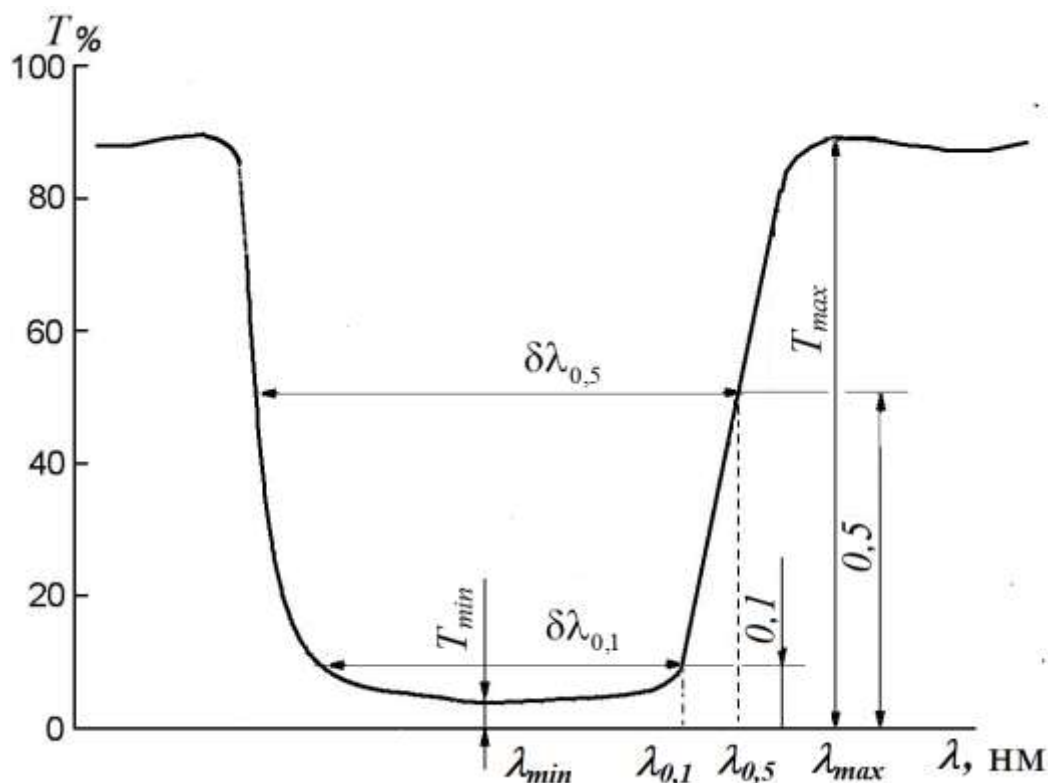


Рис. 3.7. Форма та основні параметри спектрів пропускання відрізаючих фільтрів

Ширина області мінімального пропускання на рівні $T = 0,1$ для s-поляризації збільшується від 231,23 нм при $\theta_0 = 0^\circ$ до 277,32 нм при $\theta_0 = 75^\circ$, причому відповідна довжина хвилі в довгохвильовій області $\lambda_{0,1}$ зміщується в короткохвильову область від 766,17 до 681,91 нм. Для р-поляризації ця ширина мінімального пропускання зменшується від 231,23 нм при $\theta_0 = 0^\circ$ до 58,93 нм при $\theta_0 = 75^\circ$, а відповідна довжина хвилі в довгохвильовій області $\lambda_{0,1}$ значніше зміщується в короткострокову область від 766,17 до 534,71 нм.

Ширина області мінімального пропускання на рівні $T = 0,5$ для s-поляризації збільшується від 248,89 нм при $\theta_0 = 0^\circ$ до 284,03 нм при $\theta_0 = 75^\circ$, відповідна довжина хвилі в довгохвильовій області $\lambda_{0,1}$ зміщується в короткострокову область від 778,14 нм до 686,76 нм. Для р-поляризації ця ширина мінімального

пропускання зменшується від 248,89 нм при $\theta_0 = 0^\circ$ до 121,98 нм при $\theta_0 = 75^\circ$, а відповідна довжина хвилі в довгохвильовій області $\lambda_{0,1}$ значніше зміщується в короткострокову область від 778,14 до 573,93 нм.

Таблиця 3.9

Основні параметри спектрів пропускання вузькосмугового фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм

θ_0	0°	30°	45°	$56^\circ 29'$	60°	75°
s-поляризація						
$T_{\min}$	0,0002265	0,0000886	0,000027726	0,00000882	0,00000603	0,00000109
$\lambda_{\min}$	630	600,42	569	542,96	535,36	509,06
$\partial\lambda_{0,1}$	231,23	241,33	252,57	262,48	265,51	277,32
$\delta\lambda_{0,5}$	248,89	256,05	264,47	272,21	274,62	284,03
$\lambda_{0,1}$	766,17	744,25	721,62	703,56	698,45	681,91
$\lambda_{0,5}$	778,14	754,38	729,94	710,45	704,92	686,76
$\lambda_{\max}$	787,06	761,72	735,72	714,95	709,03	689,01
$T_{\max}$	0,9933168	0,9869882	0,9712925	0,9377571	0,9191901	0,7286869
p-поляризація						
$T_{\min}$	0,0002265	0,0005874	0,0019827	0,0068076	0,0103097	0,0640361
$\lambda_{\min}$	630	600,37	568,69	542,03	534,1	502,23
$\partial\lambda_{0,1}$	231,23	198,66	161,59	127,23	115,99	58,93
$\delta\lambda_{0,5}$	248,89	218,13	184,46	155,78	147,35	121,98
$\lambda_{0,1}$	766,17	715,57	660,51	612,79	598,14	534,71
$\lambda_{0,5}$	778,14	728,45	675,16	630,51	617,42	573,93
$\lambda_{\max}$	787,06	738,22	686,53	644,51	632,68	578
$T_{\max}$	0,9933168	0,9960466	0,9988652	0,9999999	0,9998967	0,9959381

Максимальні значення пропускання $T_{\max}$ для s-поляризації знижуються від 0,9933168 при $\theta_0 = 0^\circ$ до 0,7286869 при $\theta_0 = 75^\circ$, при цьому положення $\lambda_{\min}$ зміщується в короткохвильову область від 787,06 до 689,01 нм. Для p-поляризації максимум пропускання зростає від 0,9933168 при $\theta_0 = 0^\circ$ до 0,9999999 при $\theta_0 = 56^\circ 29'$, що пояснюється законом Брюстера ($\theta_0 = 56^\circ 29'$ – кут Брюстера при показнику заломлення зовнішнього середовища $n_0 = 1$ та показнику заломлення

підкладки $n_s = 1,51$ при проходженні світла із зовнішнього середовища в підкладку), а потім знижується до 0,9959381 при $\theta_0 = 75^\circ$, при цьому $\lambda_{\max}$ значніше зміщується в короткохвильову область до 578,00 нм.

Типовий характер зміни спектрів пропускання відрізаючих інтерференційних фільтрів зі зміною кута падіння θ_0 для s- та р-поляризацій світлових потоків з довжиною хвилі 630 нм наведено на рис. 3.8 та рис. 3.9 для унаочнення.

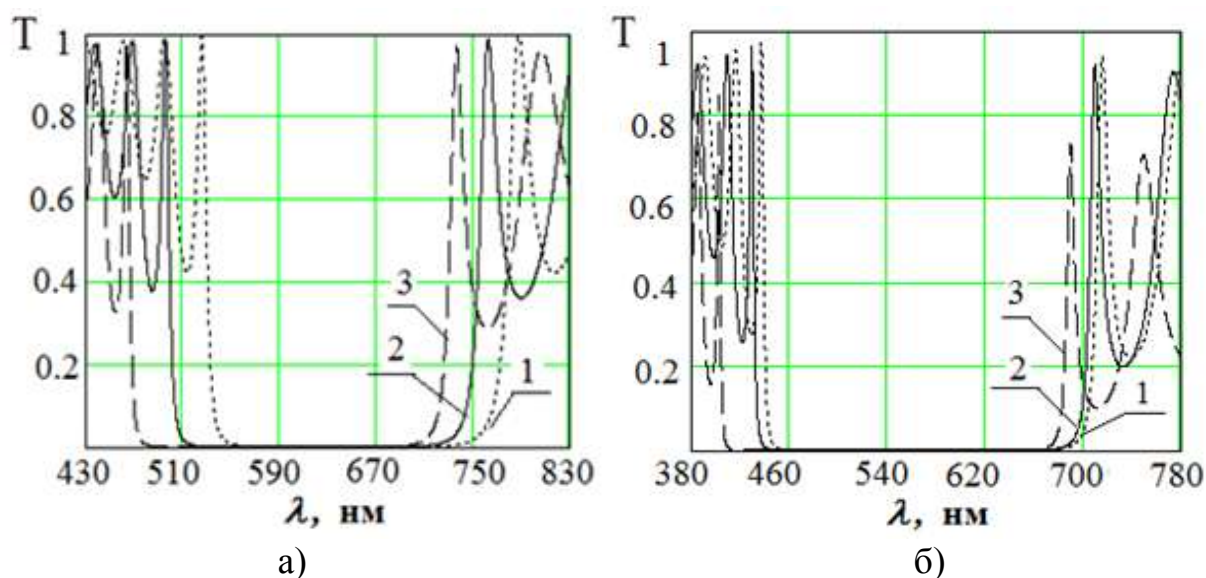


Рис. 3.8. Трансформація спектрів пропускання відрізаючого фільтру з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм зі зміною кутів падіння для s-поляризації: а) 1 – $\theta_0 = 0^\circ$, 2 – $\theta_0 = 30^\circ$, 3 – $\theta_0 = 45^\circ$; б) 1 – $\theta_0 = 56^\circ 29'$, 2 – $\theta_0 = 60^\circ$, 3 – $\theta_0 = 75^\circ$

Із збільшенням робочої довжини хвилі для відрізаючих фільтрів коефіцієнти мінімуму пропускання – $T_{\min}$ і максимуму пропускання – $T_{\max}$ практично не змінюються для всіх кутів; значення зміщень $\lambda_{\max}$, $\lambda_{0,1}$, $\lambda_{0,5}$, $\lambda_{0,1}$ в короткохвильову область зростають з ростом λ_0 : ширини смуг області мінімального пропускання на рівні $T = 0,1$ та на рівні $T = 0,5$ зростають з ростом λ_0 незалежно від їх змін з ростом кутів падіння θ_0 .

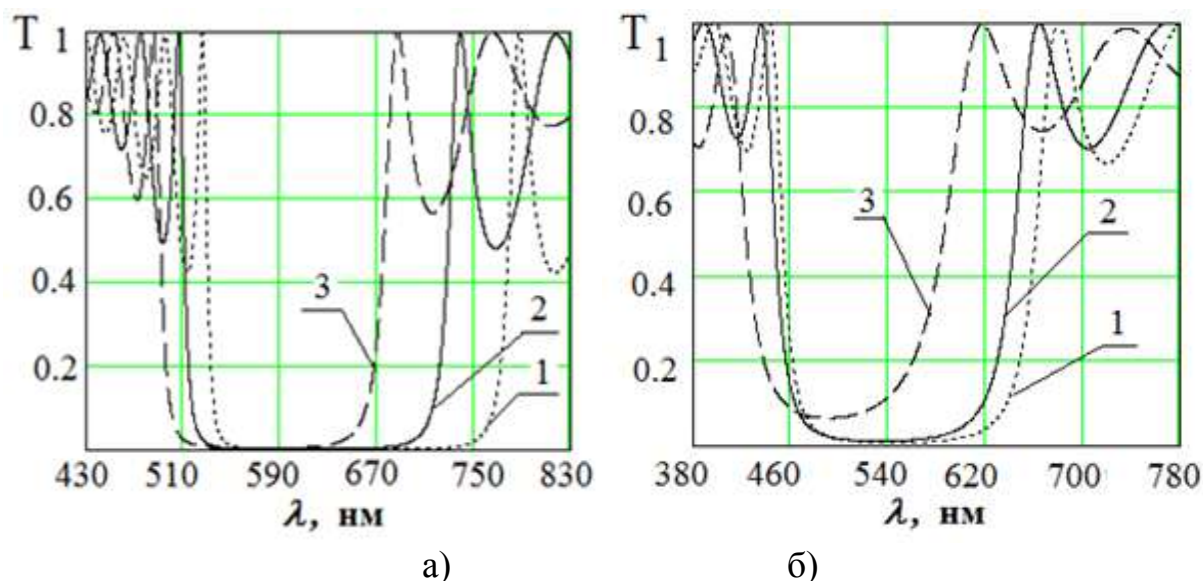


Рис. 3.9. Трансформація спектрів пропускання відрізаючого фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм зі зміною кутів падіння для р-поляризації: а) 1 – $\theta_0 = 0^\circ$, 2 – $\theta_0 = 30^\circ$, 3 – $\theta_0 = 45^\circ$; б) 1 – $\theta_0 = 56^\circ 29'$, 2 – $\theta_0 = 60^\circ$, 3 – $\theta_0 = 75^\circ$

3.3.2. Вплив неоднорідностей на спектральні характеристики відрізаючих фільтрів

Вплив перехідної області на спектральні характеристики відрізаючих фільтрів розглянемо на прикладі 17-шарового відрізаючого фільтра S-BНВ...ВНВ (рис. 3.9), для якого показник заломлення високого шару $n_B = 2,3$, та низького – $n_H = 1,35$, показник заломлення перехідної області $n_p = 2,6$, робоча довжина хвилі $\lambda_0 = 630$ нм. з табл. 3.10 видно, що за наявності перехідної області з ступінчастим розподілом показника заломлення коефіцієнт мінімуму пропускання при $\theta_0 = 0^\circ$ зменшується на $\Delta T = 0,0001471$, з логарифмічним – на $\Delta T = 0,0000965$, з лінійним – на $\Delta T = 0,0000692$, з квадратичним – на $\Delta T = 0,0000413$, з експоненціальним – на $\Delta T = 0,0000097$, при цьому робоча довжина хвилі при ступінчастому розподілі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 19,37$ нм (табл. 3.11), на $\Delta\lambda = 13,66$ нм – при логарифмічному, на $\Delta\lambda = 10,78$ нм – при лінійному, на $\Delta\lambda = 7,96$ нм – при квадратичному,

на $\Delta\lambda = 3,89\text{ нм}$ – при експоненціальному. Отже, найбільше впливає на спектральні характеристики ступінчастий розподіл показника заломлення перехідної області, що характерно для всіх кутів. Далі йдуть логарифмічний, лінійний, квадратичний та експоненціальний.

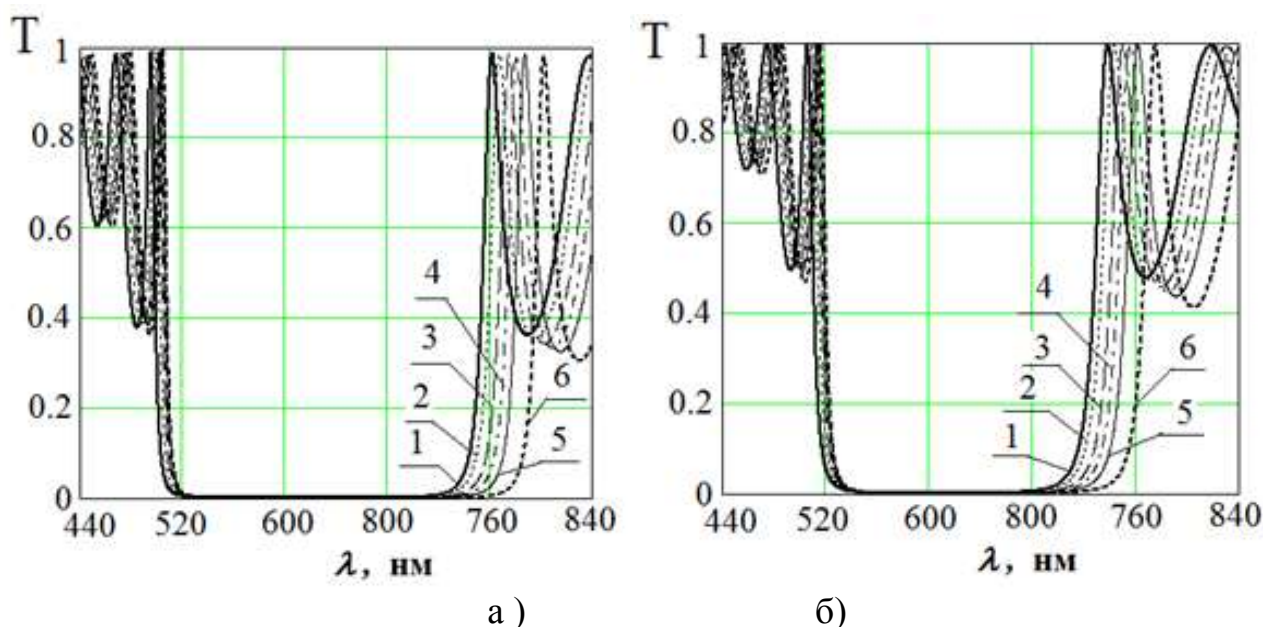


Рис. 3.10. Спектральні характеристики 17-шарового відрізаючого фільтру при $\theta_0 = 30^\circ$ в ідеальному випадку та при наявності перехідної області з різними розподілами показника заломлення: 1 – ідеальний випадок; 2 – з експоненціальним розподілом показника заломлення; 3 – з квадратичним розподілом показника заломлення; 4 – з лінійним розподілом показника заломлення; 5 – з логарифмічним розподілом показника заломлення; 6 – зі ступінчастим розподілом показника заломлення: а) – s-поляризація; б) – р-поляризація.

Для ступінчастого розподілу для s-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ коефіцієнт мінімуму пропускання зменшується на $\Delta T = 0,0000584$, робоча довжина хвилі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 19,98\text{ нм}$, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta T = 0,0000185$ і $\Delta\lambda = 20,72\text{ нм}$, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta T = 0,0000059$ і $\Delta\lambda = 21,42\text{ нм}$, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta T = 0,0000040$ і $\Delta\lambda = 21,65\text{ нм}$, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta T = 0,0000008$ і $\Delta\lambda = 22,52\text{ нм}$. Звідси випливає, що для s-поляризації із збільшенням кута за наявності перехідної області зменшується відхилення від

ідеального випадку в напрямку зменшення коефіцієнта мінімуму пропускання, а також збільшується зсув робочої довжини в область довгих хвиль

Таблиця 3.10

Коефіцієнт мінімуму пропускання $T_{\min}$ відрізаючого фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	56°29'	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	0,0002265	0,0000886	0,0000277	0,0000088	0,0000060	0,0000011
Експоненціальний	0,0002168	0,0000856	0,0000271	0,0000087	0,0000060	0,0000011
Квадратичний	0,0001852	0,0000730	0,0000232	0,0000075	0,0000052	0,0000009
Лінійний	0,0001573	0,0000617	0,0000195	0,0000063	0,0000043	0,0000008
Логарифмічний	0,0001300	0,0000506	0,0000159	0,0000051	0,0000035	0,0000006
Ступінчастий	0,0000794	0,0000302	0,0000092	0,0000029	0,0000020	0,0000003
p-поляризація						
Ідеальний	0,0002265	0,0005874	0,0019827	0,0068076	0,0103097	0,0640361
Експоненціальний	0,0002168	0,0005691	0,0019475	0,0067635	0,0102739	0,0634332
Квадратичний	0,0001852	0,0004923	0,0017079	0,0059946	0,0091291	0,0556556
Лінійний	0,0001573	0,0004216	0,0014756	0,0052122	0,0079482	0,0479352
Логарифмічний	0,0001300	0,0003514	0,0012396	0,0044022	0,0067193	0,0400246
Ступінчастий	0,0000794	0,0002177	0,0007793	0,0027930	0,0042697	0,0250107

Для p-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ коефіцієнт мінімуму пропускання зменшується на $\Delta T = 0,0003697$, робоча довжина хвилі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 19,72$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta T = 0,0012034$ і $\Delta\lambda = 19,99$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta T = 0,0040146$ і $\Delta\lambda = 19,96$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta T = 0,0060400$ і $\Delta\lambda = 19,83$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta T = 0,0390254$ і $\Delta\lambda = 16,91$ нм. Отже, для p-поляризації із збільшенням кута за наявності перехідної області збільшуються відхилення від ідеального випадку в напрямку зменшення коефіцієнта пропускання. При цьому збільшується зсув робочої

довжини в область довгих хвиль, а починаючи з кута $\theta_0 = 45^\circ$ зменшується зсув робочої довжини в область довгих хвиль.

Таблиця 3.11

Робоча довжина хвилі відрізаючого фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	56°29'	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	630,00	600,42	569,00	542,96	535,36	509,06
Експоненціальний	633,89	604,52	573,36	547,58	540,07	514,08
Квадратичний	637,96	608,76	577,81	552,23	544,78	519,05
Лінійний	640,78	611,67	580,83	555,35	547,93	522,32
Логарифмічний	643,66	614,62	583,86	558,46	551,07	525,56
Ступінчастий	649,37	620,40	589,72	564,38	557,01	531,58
p-поляризація						
Ідеальний	630	600,37	568,69	542,03	534,10	502,23
Експоненціальний	633,89	604,25	572,54	545,8	537,82	504,77
Квадратичний	637,96	608,37	576,69	549,91	541,89	507,85
Лінійний	640,78	611,25	579,62	552,84	544,80	510,31
Логарифмічний	643,66	614,19	582,61	555,84	547,77	513,00
Ступінчастий	649,37	620,09	588,68	561,99	553,93	519,14

Із табл. 3.12 видно, що за наявності перехідної області з ступінчастим розподілом показника заломлення ширина смуги області мінімального пропускання на рівні $T=0,1$ при $\theta_0 = 0^\circ$ збільшується на $\Delta\lambda = 33,33$ нм, з логарифмічним – на $\Delta\lambda = 18,63$ нм, з лінійним – на $\Delta\lambda = 12,82$ нм, з квадратичним – на $\Delta\lambda = 7,73$ нм, з експоненціальним – на $\Delta\lambda = 2,41$ нм. При цьому довжина хвилі $\lambda_{0,1}$, що відповідає рівню $T=0,1$ в довгохвильовій області при ступінчастому розподілі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 41,04$ нм (табл. 3.13.), на $\Delta\lambda = 25,47$ нм – при логарифмічному, на $\Delta\lambda = 18,78$ нм – при лінійному, на $\Delta\lambda = 12,65$ нм – при квадратичному, на $\Delta\lambda = 5,23$ нм – при експоненціальному. Отже, найбільше впливає на ширину смуги області

мінімального пропускання на рівні $T=0,1$ та на відповідну довжину хвилі ступінчастий розподіл показника заломлення перехідної області, що характерно для всіх кутів. Далі йдуть логарифмічний, лінійний, квадратичний та експоненціальний.

Таблиця 3.12

Ширина смуги області мінімального пропускання $\partial\lambda_{0,1}$ на рівні $T=0,1$ для відрізаючого фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	56°29'	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	231,23	241,33	252,57	262,48	265,51	277,32
Експоненціальний	233,64	243,64	254,74	264,5	267,49	279,08
Квадратичний	238,96	248,93	259,99	269,68	272,64	284,13
Лінійний	244,05	254,05	265,14	274,85	277,81	289,26
Логарифмічний	249,86	259,92	271,08	280,83	283,8	295,27
Ступінчастий	264,56	274,85	286,28	296,26	299,31	310,96
p-поляризація						
Ідеальний	231,23	198,66	161,59	127,23	115,99	58,93
Експоненціальний	233,64	200,62	163,03	128,21	116,82	58,96
Квадратичний	238,96	205,38	167,27	132,16	120,76	65,52
Лінійний	244,05	210,06	171,58	136,33	124,99	72,33
Логарифмічний	249,86	215,45	176,6	141,24	129,94	79,75
Ступінчастий	264,56	229,19	189,52	153,93	142,76	96,81

Для ступінчастого розподілу для s-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ ширина смуги області мінімального пропускання на рівні $T=0,1$ збільшується на $\Delta\lambda = 33,52$ нм, відповідна довжина хвилі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 42,05$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 33,71$ і $\Delta\lambda = 43,21$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 33,78$ і $\Delta\lambda = 44,22$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 33,80$ і $\Delta\lambda = 44,53$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta\lambda = 33,64$ і $\Delta\lambda = 45,56$ нм. Звідси випливає, що для s-поляризації за наявності перехідної області для всіх кутів збільшується ширина смуги області

мінімального пропускання в порівнянні з ідеальним випадком, а також відбувається зсув відповідної довжини хвилі в область довгих хвиль. Для р-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ ширина смуги області мінімального пропускання на рівні $T=0,1$ збільшується на $\Delta\lambda = 30,53$ нм, відповідна довжина хвилі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 42,05$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 27,93$ і $\Delta\lambda = 43,21$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 26,70$ і $\Delta\lambda = 44,22$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 26,77$ і $\Delta\lambda = 44,53$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta\lambda = 37,88$ і $\Delta\lambda = 45,56$ нм. Отже, для р-поляризації за наявності перехідної області для всіх кутів збільшується ширина смуги області мінімального пропускання в порівнянні з ідеальним випадком, а також відбувається зсув відповідної довжини хвилі в область довгих хвиль.

Таблиця 3.13

Довжина хвилі $\lambda_{0,1}$, що відповідає $T = 0,1$ для відрізаючого фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	$56^\circ 29'$	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	766,17	744,25	721,62	703,56	698,45	681,91
Експоненціальний	771,4	749,61	727,13	709,2	704,13	687,72
Квадратичний	778,82	757,21	734,94	717,19	712,18	695,97
Лінійний	784,95	763,49	741,4	723,8	718,83	702,77
Логарифмічний	791,64	770,35	748,45	731,02	726,10	710,21
Ступінчастий	807,21	786,30	764,83	747,78	742,98	727,47
p-поляризація						
Ідеальний	766,17	715,57	660,51	612,79	598,14	534,71
Експоненціальний	771,4	720,5	679,71	617,03	602,26	537,51
Квадратичний	778,82	727,55	671,77	623,47	608,64	544,7
Лінійний	784,95	733,4	677,36	628,91	614,08	551,37
Логарифмічний	791,64	739,8	683,49	634,9	620,06	558,6
Ступінчастий	807,21	754,7	697,79	648,93	634,11	575,33

З табл. 3.14 видно, що за наявності перехідної області із ступінчастим розподілом показника заломлення ширина смуги області мінімального пропускання на рівні $T=0,5$ при $\theta_0 = 0^\circ$ збільшується на $\Delta\lambda = 31,53\text{ нм}$, з логарифмічним – на $\Delta\lambda = 17,70\text{ нм}$, з лінійним – на $\Delta\lambda = 12,22\text{ нм}$, з квадратичним – на $\Delta\lambda = 7,44\text{ нм}$, з експоненціальним – на $\Delta\lambda = 2,39\text{ нм}$. При цьому довжина хвилі $\lambda_{0,5}$, що відповідає рівню $T=0,5$ в довгохвильовій області при ступінчастому розподілі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 39,96\text{ нм}$ (табл. 3.15), на $\Delta\lambda = 24,87\text{ нм}$ – при логарифмічному, на $\Delta\lambda = 18,37\text{ нм}$ – при лінійному, на $\Delta\lambda = 12,42\text{ нм}$ – при квадратичному, на $\Delta\lambda = 5,18\text{ нм}$ – при експоненціальному.

Таблиця 3.14

Ширина $\delta\lambda_{0,5}$ смуги області мінімального пропускання на рівні $T=0,1$ для відрізаючого фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630\text{ нм}$

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	$56^\circ 29'$	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	248,89	256,05	264,47	272,21	274,62	284,03
Експоненціальний	251,28	258,37	266,69	274,28	276,64	285,85
Квадратичний	256,33	263,47	271,81	279,38	281,73	290,85
Лінійний	261,11	268,35	276,79	284,43	286,79	295,94
Логарифмічний	266,59	273,96	282,53	290,26	292,34	301,84
Ступінчастий	280,42	288,2	297,21	305,3	307,78	317,29
p-поляризація						
Ідеальний	248,89	218,13	184,46	155,78	147,35	121,98
Експоненціальний	251,28	220,09	185,96	156,9	148,35	122,46
Квадратичний	256,33	224,56	189,83	160,28	151,61	125,11
Лінійний	261,11	228,88	193,68	163,78	155,01	128,04
Логарифмічний	266,59	233,86	198,17	167,88	159,01	131,56
Ступінчастий	280,42	246,59	209,74	178,59	169,47	140,94

Отже, найбільше впливає на ширину смуги області мінімального пропускання на рівні $T=0,5$ та на відповідну довжину хвилі ступінчастий розподіл

показника заломлення перехідної області, що характерно для всіх кутів. Далі йдуть логарифмічний, лінійний, квадратичний та експоненціальний.

Таблиця 3.15

Довжина хвилі $\lambda_{0,5}$, що відповідає $T=0,5$ для відрізаючого фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	56°29'	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	778,14	754,38	729,94	710,45	704,92	686,76
Експоненціальний	783,32	759,71	735,44	716,08	710,59	692,58
Квадратичний	790,56	767,17	743,15	724	718,58	700,78
Лінійний	796,51	773,31	749,5	730,53	725,16	707,55
Логарифмічний	803,01	780,01	756,43	737,65	732,34	714,92
Ступінчастий	818,1	795,58	772,52	754,2	749,01	732,04
p-поляризація						
Ідеальний	778,14	728,45	675,16	630,51	617,42	573,93
Експоненціальний	783,32	733,33	665,08	634,78	621,59	577,56
Квадратичний	790,56	740,19	686,17	640,89	627,60	583,02
Лінійний	796,51	745,83	691,5	645,98	632,61	587,66
Логарифмічний	803,01	752	697,34	651,54	638,1	592,8
Ступінчастий	818,1	766,36	710,93	664,55	650,94	605,01

Для ступінчастого розподілу для s-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ ширина смуги області мінімального пропускання на рівні $T=0,5$ збільшується на $\Delta\lambda = 32,15$ нм, відповідна довжина хвилі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 41,20$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 32,74$ і $\Delta\lambda = 42,58$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 33,09$ і $\Delta\lambda = 43,75$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 33,16$ і $\Delta\lambda = 44,09$ – нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta\lambda = 33,26$ і $\Delta\lambda = 45,28$ нм. Звідси випливає, що для s-поляризації за наявності перехідної області для всіх кутів збільшується ширина смуги області мінімального пропускання в порівнянні з ідеальним випадком, а також відбувається зсув відповідної довжини хвилі в область довгих хвиль. Для p-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ ширина смуги області мінімального пропускання на

рівні $T=0,5$ збільшується на $\Delta\lambda = 28,46$ нм, відповідна довжина хвилі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 37,91$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 25,28$ і $\Delta\lambda = 35,77$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 22,81$ і $\Delta\lambda = 34,04$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 22,12$ і $\Delta\lambda = 33,52$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta\lambda = 18,96$ і $\Delta\lambda = 31,08$ нм. Отже, для р-поляризації за наявності перехідної області для всіх кутів збільшується ширина смуги області мінімального пропускання в порівнянні з ідеальним випадком, а також відбувається зсув відповідної довжини хвилі в область довгих хвиль.

Із табл. 3.16 видно, що за наявності перехідної області із ступінчастим розподілом показника заломлення коефіцієнт максимуму пропускання $T_{\max}$ при $\theta_0 = 0^\circ$ зменшується на $\Delta T = 0,0025601$, з логарифмічним – на $\Delta T = 0,0017589$, з лінійним – на $\Delta T = 0,0013620$, з квадратичним на $\Delta T = 0,0009776$ з експоненціальним на $\Delta T = 0,0004510$, при цьому відповідна довжина хвилі $\lambda_{\max}$ при ступінчастому розподілі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 38,96$ нм (табл. 3.17), на $\Delta\lambda = 24,27$ нм – при логарифмічному, на $\Delta\lambda = 17,96$ нм – при лінійному, на $\Delta\lambda = 12,17$ нм, – при квадратичному, на $\Delta\lambda = 5,11$ нм – при експоненціальному. Як бачимо найбільше впливає на дані спектральні характеристики ступінчастий розподіл показника заломлення перехідної області що характерно для всіх кутів. Далі йдуть логарифмічний, лінійний, квадратичний та експоненціальний.

Для ступінчастого розподілу для s-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ коефіцієнт максимуму пропускання $T_{\max}$ зменшується на $\Delta T = 0,0040353$, відповідна довжина хвилі $\lambda_{\max}$ зміщується в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 40,41$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta T = 0,0067700$ і $\Delta\lambda = 41,99$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta T = 0,0107808$ і $\Delta\lambda = 43,31$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta T = 0,0124401$ і $\Delta\lambda = 43,69$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta T = 0,0200898$ і $\Delta\lambda = 45,04$ нм. Отже, для s-поляризації із збільшенням кута за наявності перехідної області збільшуються відхилення від

ідеального випадку в напрямку зменшення коефіцієнта максимуму пропускання, а також збільшується зсув відповідної довжини хвилі $\lambda_{\max}$ в область довгих хвиль.

Таблиця 3.16

Коефіцієнт максимуму пропускання відрізаючого фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	56°29'	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	0,9933168	0,9869882	0,9712925	0,9377571	0,9191901	0,7286869
Експоненціальний	0,9928658	0,9862725	0,9700804	0,9358064	0,9169306	0,7249673
Квадратичний	0,9923392	0,9854377	0,9686705	0,9335445	0,9143151	0,7206918
Лінійний	0,9919548	0,9848308	0,9676496	0,9319160	0,9124340	0,7176457
Логарифмічний	0,9915579	0,9842070	0,9666063	0,9302604	0,9105271	0,7145857
Ступінчастий	0,9907567	0,9829529	0,96452246	0,9269763	0,9067500	0,7085971
p-поляризація						
Ідеальний	0,9933168	0,9960466	0,9988652	0,9999999	0,9998967	0,6094936
Експоненціальний	0,9928658	0,9957637	0,9987941	0,9999975	0,9998253	0,9976250
Квадратичний	0,9923392	0,9954323	0,9987066	0,9999907	0,9997344	0,9990677
Лінійний	0,9919548	0,9951901	0,9986400	0,9999848	0,9996684	0,9996980
Логарифмічний	0,9915579	0,9949399	0,9985699	0,9999782	0,9996006	0,9999838
Ступінчастий	0,9907567	0,9944349	0,9984188	0,9999690	0,9994942	0,9995983

Для p-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ коефіцієнт мінімуму пропускання зменшується на $\Delta T = 0,0016117$, робоча довжина хвилі зміщується в область довгих хвиль на $\Delta \lambda = 36,78$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ на $\Delta T = 0,0004464$ і $\Delta \lambda = 34,43$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ на $\Delta T = 0,0000309$ і $\Delta \lambda = 32,29$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ на $\Delta T = 0,0004025$ і $\Delta \lambda = 31,59$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ на $\Delta T = 0,0036602$ і $\Delta \lambda = 49,04$ нм. Звідси випливає, що для p-поляризації із збільшенням кута за наявності перехідної області збільшуються відхилення від ідеального випадку в напрямку зменшення коефіцієнта максимуму пропускання. При цьому збільшується зсув відповідної довжини хвилі $\lambda_{\max}$ в область довгих хвиль, а починаючи з кута $\theta_0 = 45^\circ$ зменшується зсув в область довгих хвиль.

Таблиця 3.17

Довжина хвилі $\lambda_{\max}$, що відповідає $T_{\max}$ для відрізаючого фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	56°29'	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	787,06	761,72	735,72	714,95	709,03	689,01
Експоненціальний	792,17	766,99	741,18	720,56	714,68	694,82
Квадратичний	799,23	774,32	748,79	728,41	722,6	702,98
Лінійний	805,02	780,33	755,04	734,86	729,11	709,69
Логарифмічний	811,33	786,89	761,87	741,9	736,22	717,03
Ступінчастий	826,02	802,13	777,71	758,26	752,72	734,05
p-поляризація						
Ідеальний	787,06	738,22	686,53	644,51	632,68	578
Експоненціальний	792,17	743,03	691,03	648,76	636,85	601,71
Квадратичний	799,23	749,69	697,26	654,6	642,58	607,26
Лінійний	805,02	755,16	702,38	659,39	647,26	611,65
Логарифмічний	811,33	761,12	707,96	664,62	652,37	616,36
Ступінчастий	826,02	775	720,96	676,8	664,27	627,04

За наявності перехідної області з ступінчастим розподілом показника заломлення, коефіцієнт мінімуму пропускання при $\theta_0 = 0^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм зменшується на $\Delta T = 0,0001767$, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta T = 0,0001471$, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta T = 0,0001247$, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta T = 0,0000879$ і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta T = 0,0000135$. При $\theta_0 = 45^\circ$ для s-поляризації при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм цей показник зменшується на $\Delta T = 0,0000222$, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta T = 0,0000185$, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta T = 0,0000155$, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta T = 0,0000105$ і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta T = 0,0000008$. Для p-поляризації коефіцієнт мінімуму пропускання при $\theta_0 = 45^\circ$ зменшується на $\Delta T = 0,0014766$, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta T = 0,0012034$, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta T = 0,0009978$, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta T = 0,0006668$ і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta T = 0,0000545$. Звідси випливає, що із збільшенням робочої

довжини хвилі, значення коефіцієнта пропускання в точці мінімуму менше відрізняється від ідеального випадку, що спостерігається для всіх кутів обох поляризацій. Для s-поляризації ця різниця менш помітна.

Розглянемо зсуви точки мінімуму пропускання при різних робочих довжинах хвиль для ступінчастого показника заломлення. При $\theta_0 = 0^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм відбувається зсув точки мінімуму пропускання в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 18,15$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм на $\Delta\lambda = 19,37$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 20,27$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 21,69$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 24,95$ нм. При $\theta_0 = 45^\circ$ для s-поляризації при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм цей показник зсувається в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 19,16$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 20,72$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 21,89$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 23,74$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 27,97$ нм. Для p-поляризації точка мінімуму пропускання при $\theta_0 = 45^\circ$ зміщується в область довгих хвиль при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм на $\Delta\lambda = 19,02$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 19,99$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 20,73$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 21,91$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 24,62$ нм. Отже, із збільшенням робочої довжини хвилі за наявності перехідної області, збільшується зсув точки мінімуму пропускання в область довгих хвиль, що характерно для всіх кутів обох поляризацій, причому для s-поляризації цей зсув більш помітний.

За наявності перехідної області з ступінчастим розподілом показника заломлення, ширина смуги області мінімального пропускання $\delta\lambda_{0,1}$ на рівні $T=0,1$ при $\theta_0 = 0^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм збільшується на $\Delta\lambda = 35,91$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 33,33$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 31,01$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 26,94$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 15,77$ нм. При $\theta_0 = 45^\circ$ для s-поляризації при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм цей показник збільшується на $\Delta\lambda = 36,67$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 33,71$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 31,09$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 26,52$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на

$\Delta\lambda = 14,23$ нм. Для р-поляризації ширина смуги області мінімального пропускання $\delta\lambda_{0,5}$ при $\theta_0 = 45^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм збільшується на $\Delta\lambda = 30,40$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 27,93$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 25,62$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм на $\Delta\lambda = 21,44$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм на $\Delta\lambda = 9,64$ нм. Звідси випливає, що із збільшенням робочої довжини хвилі, зменшується збільшення ширини смуги області мінімального пропускання $\delta\lambda_{0,1}$ у порівнянні з ідеальним випадком, що спостерігається для всіх кутів обох поляризацій.

Розглянемо довжину хвилі, що відповідає рівню пропускання $T=0,1$ при різних робочих довжинах хвиль для ступінчастого показника заломлення. При $\theta_0 = 0^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм відбувається зсув цієї точки в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 41,84$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 41,04$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 40,20$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 38,62$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 33,79$ нм. При $\theta_0 = 45^\circ$ для s-поляризації при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм цей показник зсувається в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 44,04$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 43,21$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 42,33$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 40,66$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 35,56$ нм. Для р-поляризації точка, що відповідає рівню пропускання $T=0,1$ при $\theta_0 = 45^\circ$, зміщується в область довгих хвиль при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм на $\Delta\lambda = 38,10$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 37,28$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 36,41$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 34,72$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 29,53$ нм. Отже, із збільшенням робочої довжини хвилі за наявності перехідної області, збільшується зсув точки, що відповідає рівню пропускання $T=0,1$ в область довгих хвиль, що характерно для всіх кутів обох поляризацій, причому для s-поляризації цей зсув більш помітний.

За наявності перехідної області із ступінчастим розподілом показника заломлення, ширина смуги області мінімального пропускання $\delta\lambda_{0,5}$ на рівні $T=0,5$

при $\theta_0 = 0^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм збільшується на $\Delta\lambda = 33,98$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 31,53$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 29,38$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 25,67$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 15,61$ нм. При $\theta_0 = 45^\circ$ для s-поляризації при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм цей показник збільшується на $\Delta\lambda = 35,57$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 32,74$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 30,25$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 25,93$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 14,46$ нм. Для р-поляризації ширина смуги області мінімального пропускання $\delta\lambda_{0,5}$ при $\theta_0 = 45^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм збільшується на $\Delta\lambda = 27,53$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм на $\Delta\lambda = 25,28$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм на $\Delta\lambda = 23,26$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм на $\Delta\lambda = 19,68$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм на $\Delta\lambda = 9,91$ нм. Звідси випливає, що із збільшенням робочої довжини хвилі зменшується збільшення ширини смуги області мінімального пропускання $\delta\lambda_{0,5}$ у порівнянні з ідеальним випадком, що спостерігається для всіх кутів обох поляризацій.

Розглянемо довжину хвилі, що відповідає рівню пропускання $T=0,5$ при різних робочих довжинах хвиль для ступінчастого показника заломлення. При $\theta_0 = 0^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм відбувається зсув цієї точки в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 40,72$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 39,96$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 39,18$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 37,75$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 33,43$ нм. При $\theta_0 = 45^\circ$ для s-поляризації при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм цей показник зсувається в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 43,38$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 42,58$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 41,75$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 40,18$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 35,45$ нм. Для р-поляризації точка, що відповідає рівню пропускання $T=0,5$ при $\theta_0 = 45^\circ$ зміщується в область довгих хвиль при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм на $\Delta\lambda = 36,51$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 35,77$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на

$\Delta\lambda = 35,02$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 33,60$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 29,35$ нм. Отже, із збільшенням робочої довжини хвилі, при наявності перехідної області, збільшується зсув точки, що відповідає рівню пропускання $T=0,5$ в область довгих хвиль, що характерно для всіх кутів обох поляризацій, причому для s-поляризації цей зсув більш помітний.

За наявності перехідної області із ступінчастим розподілом показника заломлення, коефіцієнт максимуму пропускання при $\theta_0 = 0^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм зменшується на $\Delta T = 0,0030843$, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta T = 0,0025601$, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta T = 0,0022321$, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta T = 0,0017442$ і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta T = 0,0006089$. При $\theta_0 = 45^\circ$ для s-поляризації при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм цей показник зменшується на $\Delta T = 0,0081401$, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta T = 0,0067701$, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta T = 0,0059138$, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta T = 0,0046357$ і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta T = 0,0016324$. Для р-поляризації коефіцієнт мінімуму пропускання при $\theta_0 = 45^\circ$ зменшується на $\Delta T = 0,0005639$, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta T = 0,0004464$, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta T = 0,0003803$, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta T = 0,0002887$ і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta T = 0,0000959$. Звідси випливає, що із збільшенням робочої довжини хвилі значення коефіцієнта максимуму пропускання в точці мінімуму менше відрізняється від ідеального випадку, що спостерігається для всіх кутів обох поляризацій. Для s-поляризації ця різниця більш помітна.

Розглянемо зсуви точки максимуму пропускання при різних робочих довжинах хвиль для ступінчастого показника заломлення. При $\theta_0 = 0^\circ$ при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм відбувається зсув точки мінімуму пропускання в область довгих хвиль на $\Delta\lambda = 39,71$ нм, при $\lambda_0 = 630$ нм – на $\Delta\lambda = 38,96$ нм, при $\lambda_0 = 750$ нм – на $\Delta\lambda = 38,22$ нм, при $\lambda_0 = 1000$ нм – на $\Delta\lambda = 36,89$ нм і при $\lambda_0 = 3000$ нм – на $\Delta\lambda = 32,93$ нм. При $\theta_0 = 45^\circ$ для s-поляризації при робочій довжині хвилі $\lambda_0 = 480$ нм цей показник зсувається в область довгих хвиль – на

$\Delta\lambda = 42,78$ нм, при $\lambda_0=630$ нм – на $\Delta\lambda = 41,99$ нм, при $\lambda_0=750$ нм – на $\Delta\lambda = 41,19$ нм, при $\lambda_0=1000$ нм – на $\Delta\lambda = 39,70$ нм і при $\lambda_0=3000$ нм – на $\Delta\lambda = 35,20$ нм. Для р-поляризації точка мінімуму пропускання при $\theta_0 = 45^\circ$ зміщується в область довгих хвиль при робочій довжині хвилі $\lambda_0=480$ нм – на $\Delta\lambda = 35,12$ нм, при $\lambda_0=630$ нм – на $\Delta\lambda = 34,43$ нм, при $\lambda_0=750$ нм – на $\Delta\lambda = 33,75$ нм, при $\lambda_0=1000$ нм – на $\Delta\lambda = 32,53$ нм і при $\lambda_0=3000$ нм на $\Delta\lambda = 28,96$ нм. Отже, із збільшенням робочої довжини хвилі при наявності перехідної області, зменшується зсув точки максимуму пропускання в область довгих хвиль, що характерно для всіх кутів обох поляризацій, причому для s-поляризації цей зсув більш помітний.

Розглянемо випадок, коли кількість шарів у фільтрі S-BНВ...ВНВ збільшується при робочій довжині хвилі $\lambda_0=630$ нм. Так, наявність перехідної області із ступінчастим розподілом показника заломлення у високозаломлюючій компоненті для 17-шарового відрізаючого фільтра S-BНВ..ВНВ приводить до зменшення мінімуму коефіцієнта пропускання на $\Delta T = 0,0001471$ відносно ідеального випадку, зміщення відповідної довжини хвилі в область довгих хвиль на 19,37 нм, збільшення ширини області мінімального пропускання $\delta\lambda_{0,1}$ на рівні $T=0,1$ на $\Delta\lambda = 33,33$ нм, зміщення відповідної довжини хвилі $\lambda_{0,1}$ в область довгих хвиль на 41,04 нм, збільшення ширини області мінімального пропускання $\delta\lambda_{0,5}$ на рівні $T=0,5$ на $\Delta\lambda = 31,53$ нм, зміщення відповідної довжини хвилі $\lambda_{0,5}$ в область довгих хвиль на 39,96 нм, зменшення максимуму коефіцієнта пропускання на $\Delta T = 0,0025601$ відносно ідеального випадку, зміщення відповідної довжини хвилі в область довгих хвиль на 38,96 нм. Для 25-шарового фільтра відбувається зменшення мінімуму коефіцієнта пропускання на $\Delta T = 0,0000025$ відносно ідеального випадку, зміщення відповідної довжини хвилі в область довгих хвиль на 19,11 нм, збільшення ширини області мінімального пропускання $\delta\lambda_{0,1}$ на рівні $T=0,1$ на $\Delta\lambda = 32,14$ нм, зміщення

відповідної довжини хвилі $\lambda_{0,1}$ в область довгих хвиль на 39,97 нм, збільшення ширини області мінімального пропускання $\delta\lambda_{0,5}$ на рівні $T=0,5$ на $\Delta\lambda = 31,35$ нм, зміщення відповідної довжини хвилі $\lambda_{0,5}$ в область довгих хвиль на 39,49 нм, зменшення максимуму коефіцієнта пропускання на $\Delta T = 0,0026116$ відносно ідеального випадку, зміщення відповідної довжини хвилі в область довгих хвиль на 39,08 нм.

Як бачимо, ці відхилення є меншими, ніж у випадку з 17-шаровими структурами для всіх спектральних характеристик крім максимуму коефіцієнта пропускання, та відповідної довжини хвилі.

Подальше збільшення шарів теж зменшує різницю між ідеальним випадком різких меж між плівками та за наявності перехідної області у високозаломлюючій компоненті. Це спостерігається при всіх можливих робочих довжинах хвиль і довільних кутах падіння світла.

3.4. Математичне моделювання просторово-поляризаційних параметрів спектральних характеристик широкосмугових фільтрів

3.4.1. Дослідження кутових та поляризаційних параметрів широкосмугових фільтрів

Розглянемо широкосмугові фільтри типу S-2ВН2В...2ВН2В, що знаходяться в зовнішньому середовищі із $n_0=1$ та утворені багатошаровими інтерференційними структурами чередуванням шарів В з високим ($n_B = 2,3$) і Н з низьким ($n_H = 1,35$) показниками заломлення, осадженими на підкладинки із скла К-8 з $n_s = 1,51$ та оптичними товщинами, що дорівнюють $nd = \frac{\lambda_0}{4}$.

На рис. 3.11 наведено типовий спектр пропускання широкосмугових БІС та їх основні параметри: середній коефіцієнт пропускання $T_{сер}$, який визначається в діапазоні довжин хвиль від $\lambda_k 0,5$ до $\lambda_o 0,5$ – короткохвильова та довгохвильова границі спектрального діапазону на рівні $T=0,5$; ширина смуги пропускання $\delta\lambda_{0,5}$ на рівні $T=0,5$ і ширина смуги пропускання $\delta\lambda_{0,1}$ – на рівні $T=0,1$, які визначаються в діапазоні довжин хвиль від $\lambda_k 0,5$ до $\lambda_o 0,5$ та від $\lambda_k 0,1$ до $\lambda_o 0,1$ – відповідно короткохвильові, та довгохвильові границі спектрального діапазону. Розглянемо зміни спектрів пропускання широкосмугових інтерференційних фільтрів зі зміною кута падіння θ_0 для s- та р-поляризацій світлових потоків з довжиною хвилі 630 нм.

Із табл. 3.18 видно, що для s-поляризації при збільшенні кута падіння світла середнє значення пропускання $T_{сер}$ поступово зменшується від 0,9173907 при $\theta_0 = 0^\circ$ до 0,6237177 при $\theta_0 = 75^\circ$. Для р-поляризації середнє пропускання зростає від 0,9173907 при $\theta_0 = 0^\circ$ до 0,9528160 при $\theta_0 = 56^\circ 29'$, що пояснюється законом Брюстера ($\theta_0 = 56^\circ 29'$ – кут Брюстера при показнику заломлення зовнішнього середовища $n_0=1$, та показнику заломлення підкладинки $n_s = 1,51$ при проходженні світла із зовнішнього середовища в підкладинку), а потім

зменшується до 0,8563779. Як бачимо, середній коефіцієнт пропускання для р-поляризації завжди більший ніж для s-поляризації.

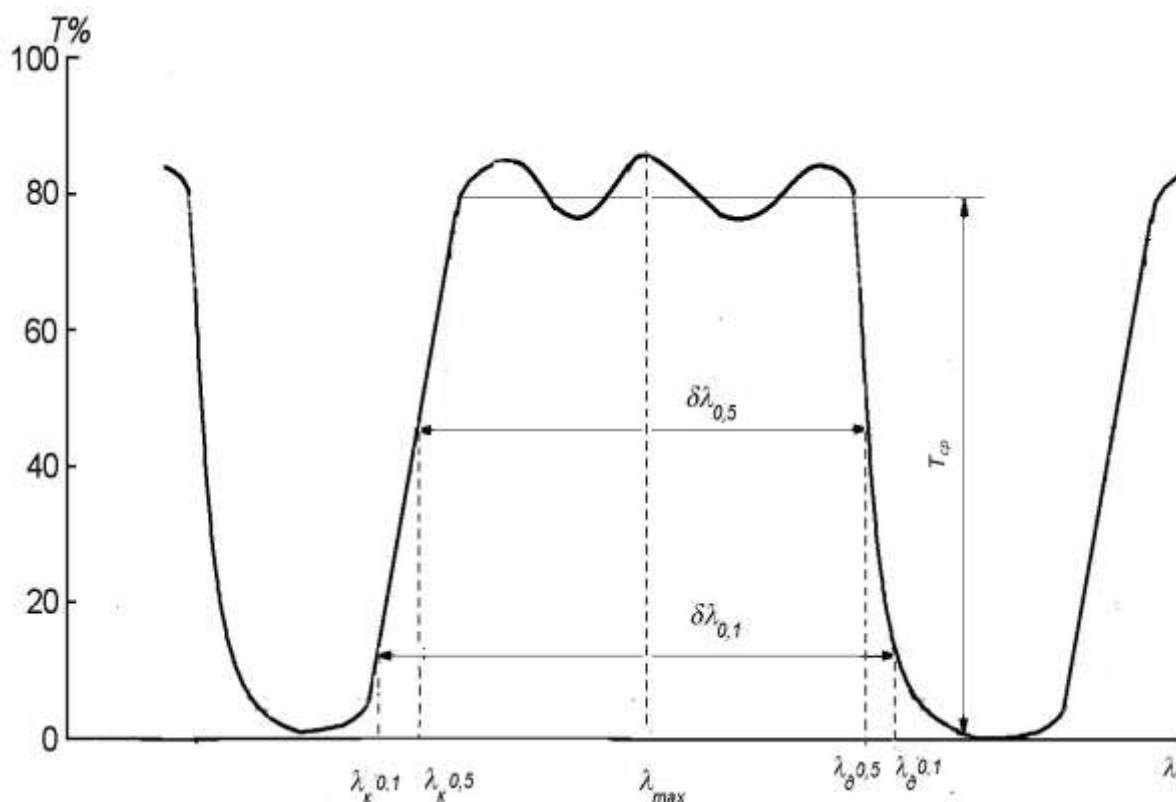


Рис. 3.11. Форма та основні параметри спектрів пропускання широкосмугових фільтрів

Таблиця 3.18

Основні параметри спектрів пропускання широкосмугового фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм

θ_0	0°	30°	45°	$56^\circ 29'$	60°	75°
s- поляризація						
$\delta\lambda_{0,5}$	302,31	281,36	259,34	241,32	236,11	217,92
$\partial\lambda_{0,1}$	319,21	295,58	270,99	250,96	245,15	224,47
$T_{ср}$	0,9173907	0,9028779	0,8763371	0,8323270	0,8108416	0,6237177
р поляризація						
$\delta\lambda_{0,5}$	302,31	301,68	302,2	303,43	303,78	299,97
$\partial\lambda_{0,1}$	319,21	321,05	326,16	335,16	339,5	—
$T_{ср}$	0,9173907	0,93147215	0,9463634	0,9528160	0,95075812	0,8563779

Ширина смуги пропускання на рівні $T=0,1$ для s-поляризації зменшується з 319,21 нм при $\theta_0 = 0^\circ$ до 224,47 нм при $\theta_0 = 75^\circ$, а для р-поляризації ця ширина смуги пропускання збільшується з 319,21 нм при $\theta_0 = 0^\circ$ до 339,5 нм при $\theta_0 = 60^\circ$, а при $\theta_0 = 75^\circ$ розширюється на весь спектральний діапазон.

Ширина смуги пропускання на рівні $T=0,5$ для s-поляризації зменшується з 302,31 нм при $\theta_0 = 0^\circ$ до 217,92 нм при $\theta_0 = 75^\circ$, а для р-поляризації ця ширина смуги пропускання збільшується з 302,31 нм при $\theta_0 = 0^\circ$ до 299,97 нм при $\theta_0 = 75^\circ$.

Типовий характер зміни спектрів пропускання широкосмугових інтерференційних фільтрів зі зміною кута падіння θ_0 для s- та р-поляризацій світлових потоків з довжиною хвилі 630 нм наведено на рис. 3.12 та рис. 3.13 для унаочнення.

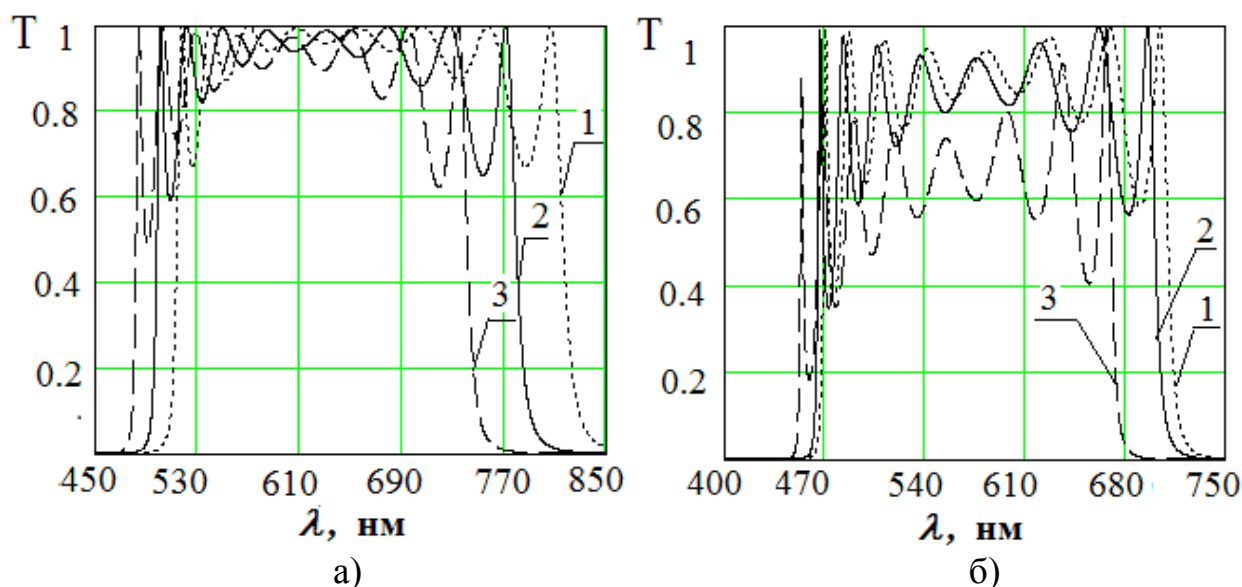


Рис. 3.12. Трансформація спектрів пропускання широкосмугового фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм зі зміною кутів падіння для s-поляризації: а) 1 – $\theta_0 = 0^\circ$, 2 – $\theta_0 = 30^\circ$, 3 – $\theta_0 = 45^\circ$; б) 1 – $\theta_0 = 56^\circ 29'$, 2 – $\theta_0 = 60^\circ$, 3 – $\theta_0 = 75^\circ$

Із збільшенням робочої довжини хвилі для широкосмугових фільтрів середній коефіцієнт пропускання – $T_{сер}$ практично не змінюються для всіх кутів, ширини смуг пропускання на рівні $T=0,1$ та на рівні $T=0,5$ зростають з ростом λ_0 незалежно від їх змін з ростом кутів падіння θ_0 .

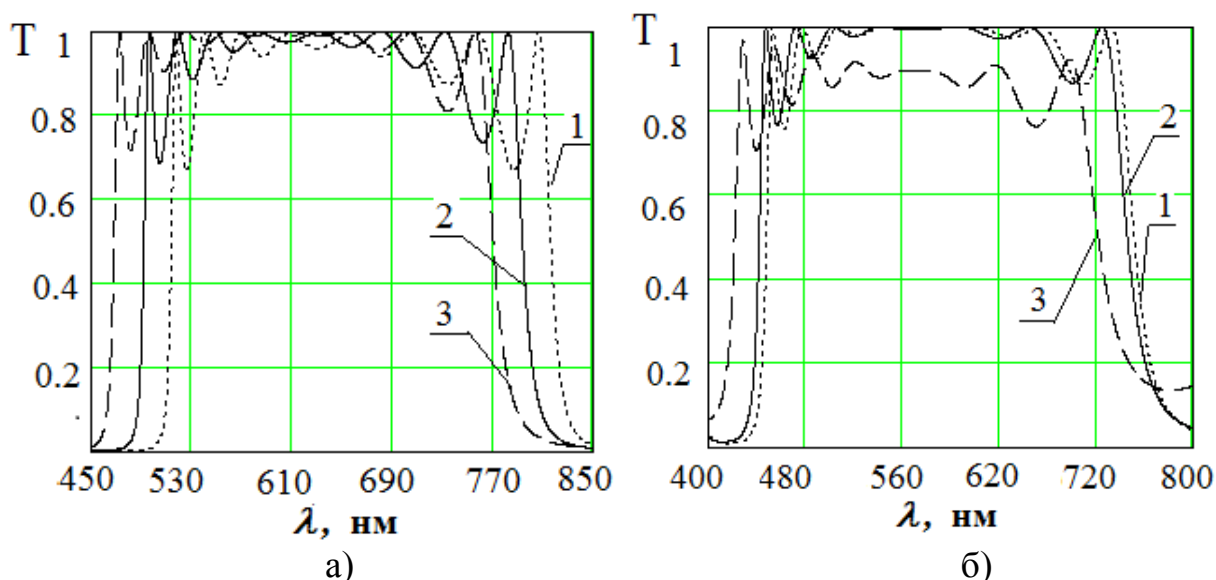


Рис. 3.13. Трансформація спектрів пропускання широкосмугового фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм зі зміною кутів падіння для р-поляризації: а) 1 – $\theta_0 = 0^\circ$, 2 – $\theta_0 = 30^\circ$, 3 – $\theta_0 = 45^\circ$; б) 1 – $\theta_0 = 56^\circ 29'$, 2 – $\theta_0 = 60^\circ$, 3 – $\theta_0 = 75^\circ$

3.4.2. Вплив неоднорідностей на спектральні характеристики широкосмугових фільтрів.

Вплив перехідної області на спектральні характеристики широкосмугових фільтрів розглянемо на прикладі 17-шарового широкосмугового фільтра S-2ВН2В...2ВН2В (рис. 3.14), для якого показник заломлення високого шару – $n_B = 2,3$, та низького – $n_H = 1,35$, показник заломлення перехідної області $n_p = 2,6$, робоча довжина хвилі $\lambda_0 = 630$ нм.

З табл. 3.19 видно, що за наявності перехідної області із ступінчастим розподілом показника заломлення середній коефіцієнт пропускання при $\theta_0 = 0^\circ$ зменшується на $\Delta T = 0,0070555$, з логарифмічним – на $\Delta T = 0,0046143$, з лінійним – на $\Delta T = 0,0034600$, з квадратичним – на $\Delta T = 0,0022866$, з експоненціальним – на $\Delta T = 0,0008895$. Отже, найбільше впливає на середній коефіцієнт пропускання ступінчастий розподіл показника заломлення перехідної області, що характерно для всіх кутів. Далі йдуть логарифмічний, лінійний, квадратичний та експоненціальний.

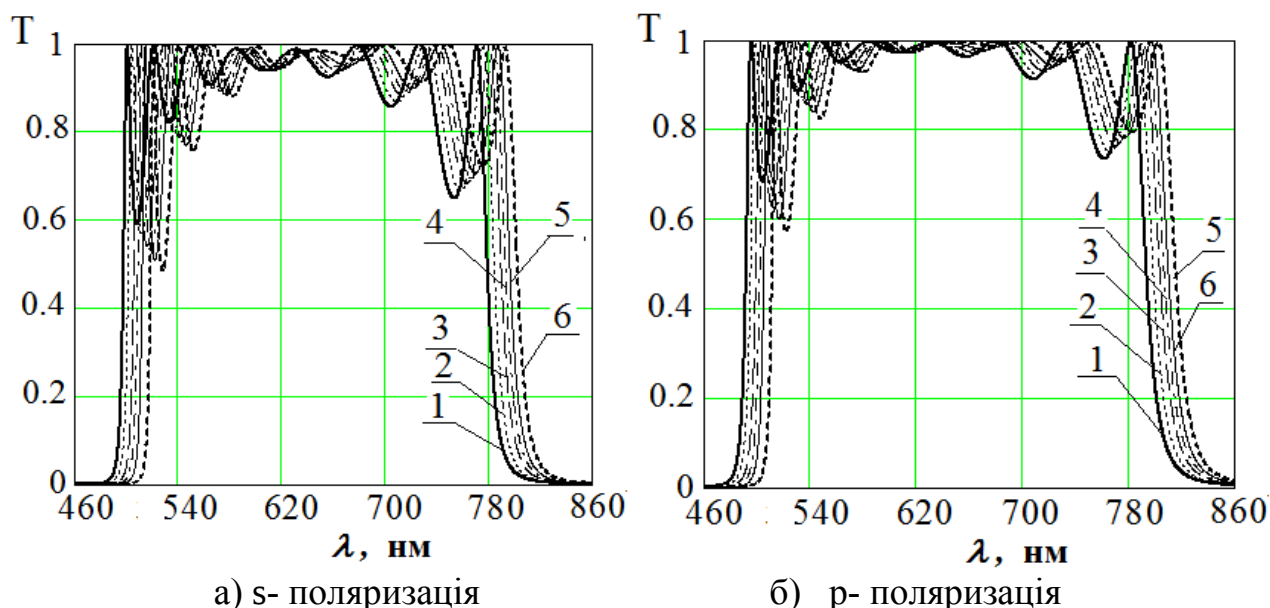


Рис. 3.14. Спектральні характеристики 17-шарової структури S-2ВН2В...2ВН2В при $\theta_0 = 30^\circ$ в ідеальному випадку та за наявності перехідної області з різними розподілами показника заломлення: 1 – ідеальний випадок; 2 – з експоненціальним розподілом показника заломлення; 3 – з квадратичним розподілом показника заломлення; 4 – з лінійним розподілом показника заломлення; 5 – з логарифмічним розподілом показника заломлення; 6 – зі ступінчастим розподілом показника заломлення

Для ступінчастого розподілу для s-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ середній коефіцієнт пропускання збільшується на $\Delta T = 0,0081847$, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta T = 0,0096345$, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta T = 0,0112350$, при $\theta_0 = 60^\circ$ на $\Delta T = 0,0117816$, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta T = 0,0145897$. Звідси випливає, що для s-поляризації із збільшенням кута за наявності перехідної області збільшується відхилення від ідеального випадку в напрямку збільшення середнього коефіцієнта пропускання.

Для ступінчастого розподілу для p-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ середній коефіцієнт пропускання збільшується на $\Delta T = 0,0029595$, а при $\theta_0 = 45^\circ$ зменшується на $\Delta T = 0,0022036$, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta T = 0,0071805$, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta T = 0,0087468$, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta T = 0,0143293$. Отже для p-поляризації із збільшенням кута за наявності перехідної області зменшуються відхилення від ідеального випадку в напрямку зменшення середнього коефіцієнта пропускання.

Таблиця 3.19

Коефіцієнт середнього пропускання $T_{сер}$ для широкосмугового фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм

Розподіл \ Кут	0°	30°	45°	56°29'	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	0,9173907	0,9028779	0,8763371	0,8323270	0,8108416	0,6237177
Експоненціальний	0,9182802	0,9035438	0,8765857	0,8320123	0,8103388	0,6225568
Квадратичний	0,9196773	0,9049897	0,8780282	0,8334732	0,8117596	0,6240245
Лінійний	0,9208507	0,9063406	0,8796400	0,8353242	0,8137464	0,6264258
Логарифмічний	0,9220050	0,9077771	0,8814260	0,8375222	0,8160635	0,6294152
Ступінчастий	0,9244462	0,9110626	0,8859716	0,8435620	0,8226232	0,6383074
p-поляризація						
Ідеальний	0,9173907	0,9314721	0,9463634	0,9528160	0,9507581	0,8563779
Експоненціальний	0,9182802	0,9318838	0,9463080	0,9525193	0,9504547	0,8569399
Квадратичний	0,9196773	0,9325320	0,9460477	0,9515118	0,9492665	0,8554419
Лінійний	0,9208507	0,9330718	0,9457828	0,9504615	0,9479512	0,8532972
Логарифмічний	0,9220050	0,9335472	0,9453755	0,9491429	0,9463313	0,8504999
Ступінчастий	0,9244462	0,9344316	0,9441598	0,9456355	0,9420113	0,8420486

Із табл 3.20 видно, що за наявності перехідної області з ступінчастим розподілом показника заломлення ширина смуги пропускання на рівні $T=0,1$ при $\theta_0 = 0^\circ$ збільшується на $\Delta\lambda = 1,36$ нм, з логарифмічним – на $\Delta\lambda = 2,40$ нм, з лінійним – на $\Delta\lambda = 2,44$ нм, з квадратичним – на $\Delta\lambda = 2,31$ нм, з експоненціальним – на $\Delta\lambda = 1,55$ нм. Наявність перехідної області мало впливає на ширину смуги пропускання на рівні $T=0,1$. При $\theta_0 = 0^\circ$ найбільше впливає лінійний розподіл показника заломлення, при $\theta_0 = 30^\circ$, $\theta_0 = 45^\circ$, $\theta_0 = 56^\circ 29'$ та $\theta_0 = 60^\circ$ – логарифмічний, при $\theta_0 = 75^\circ$ – ступінчастий розподіл показника заломлення перехідної області.

Для логарифмічного розподілу для s-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ ширина смуги пропускання на рівні $T=0,1$ збільшується на $\Delta\lambda = 3,05$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 3,80$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 4,46$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 4,66$

нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta\lambda = 5,39$ нм. З огляду на вище сказане, для s-поляризації за наявності перехідної області із збільшенням кута за наявності перехідної області збільшується відхилення від ідеального випадку в напрямку збільшення ширини смуги пропускання.

Таблиця 3.20

Ширина смуги пропускання $\partial\lambda_{0,1}$ на рівні $T=0,1$ для широкосмугового фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	$56^\circ 29'$	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	319,21	295,58	270,99	250,96	245,15	224,47
Експоненціальний	320,76	297,31	272,94	253,09	247,33	226,83
Квадратичний	321,52	298,27	274,12	254,47	248,78	228,49
Лінійний	321,65	298,54	274,55	255,04	249,39	229,26
Логарифмічний	321,61	298,63	274,79	255,42	249,81	229,86
Ступінчастий	320,57	297,86	274,32	255,23	249,71	230,14
p-поляризація						
Ідеальний	319,21	321,05	326,16	335,16	339,5	-
Експоненціальний	320,76	322,87	328,36	337,93	342,57	-
Квадратичний	321,52	323,89	329,72	339,68	344,49	-
Лінійний	321,65	324,2	330,22	340,29	345,12	-
Логарифмічний	321,61	324,31	330,47	340,57	345,34	-
Ступінчастий	320,57	323,49	329,72	339,34	343,66	-

Для логарифмічного розподілу для p-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ ширина смуги пропускання на рівні $T=0,1$ збільшується на $\Delta\lambda = 3,26$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 4,31$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 5,41$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 5,84$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ ця смуга пропускання розширюється на весь діапазон. Звідси випливає, що для p-поляризації за наявності перехідної області для всіх кутів збільшується ширина смуги пропускання на рівні $T=0,1$ в порівнянні з ідеальним випадком.

Із табл. 3.21 видно, що за наявності перехідної області з ступінчастим розподілом показника заломлення ширина смуги пропускання на рівні $T=0,5$ при

$\theta_0 = 0^\circ$ збільшується – на $\Delta\lambda = 1,53$ нм, з логарифмічним – на $\Delta\lambda = 2,31$ нм, з лінійним – на $\Delta\lambda = 2,29$ нм, з квадратичним – на $\Delta\lambda = 2,12$ нм, з експоненціальним – на $\Delta\lambda = 1,40$ нм. Наявність перехідної області мало впливає на ширину смуги пропускання на рівні $T=0,5$, при $\theta_0 = 0^\circ, \theta_0 = 30^\circ, \theta_0 = 45^\circ, \theta_0 = 56^\circ 29', \theta_0 = 60^\circ$ найбільше впливає логарифмічний розподіл показника заломлення, логарифмічний, при $\theta_0 = 75^\circ$ для s-поляризації ступінчастий розподіл показника заломлення перехідної області.

Таблиця 3.21

Ширина смуги пропускання $\delta\lambda_{0,5}$ на рівні $T=0,5$ для широкосмугового фільтра з робочою довжиною хвилі $\lambda_0 = 630$ нм

Розподіл\ Кут	0°	30°	45°	$56^\circ 29'$	60°	75°
s-поляризація						
Ідеальний	302,31	281,36	259,34	241,32	236,11	217,92
Експоненціальний	303,71	282,92	261,1	243,27	238,11	220,13
Квадратичний	304,43	283,79	262,17	244,51	239,42	221,68
Лінійний	304,6	284,07	262,55	245,02	239,96	222,4
Логарифмічний	304,62	284,16	262,76	245,34	240,33	222,95
Ступінчастий	303,84	283,54	262,34	245,13	240,2	223,2
p-поляризація						
Ідеальний	302,31	301,68	302,2	303,43	303,78	299,97
Експоненціальний	303,71	303,26	303,99	305,44	305,86	302,19
Квадратичний	304,43	304,2	305,18	306,82	307,29	303,76
Лінійний	304,60	304,52	305,66	307,43	307,92	304,44
Логарифмічний	304,62	304,68	305,97	307,82	308,34	304,89
Ступінчастий	303,84	304,18	305,7	307,63	308,12	304,69

Для логарифмічного розподілу для s-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ ширина смуги пропускання на рівні $T=0,5$ збільшується на $\Delta\lambda = 2,80$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 3,42$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 4,02$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 4,22$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta\lambda = 5,03$ нм. Отже, для s-поляризації за наявності перехідної області із збільшенням кута за наявності перехідної області

збільшується відхилення від ідеального випадку в напрямку збільшення ширини смуги пропускання.

Для логарифмічного розподілу для р-поляризації при $\theta_0 = 30^\circ$ ширина смуги пропускання на рівні $T=0,5$ збільшується – на $\Delta\lambda = 3,00$ нм, при $\theta_0 = 45^\circ$ – на $\Delta\lambda = 3,77$ нм, при $\theta_0 = 56^\circ 29'$ – на $\Delta\lambda = 4,39$ нм, при $\theta_0 = 60^\circ$ – на $\Delta\lambda = 4,56$ нм, при $\theta_0 = 75^\circ$ – на $\Delta\lambda = 4,92$ нм. Звідси випливає, що для р-поляризації за наявності перехідної області із збільшенням кута за наявності перехідної області збільшується відхилення від ідеального випадку в напрямку збільшення ширини смуги пропускання.

За наявності перехідної області із збільшенням робочої довжини хвилі, значення середнього коефіцієнта пропускання менше відрізняється від ідеального випадку, що спостерігається для всіх кутів обох поляризацій.

За наявності перехідної області із збільшенням робочої довжини хвилі, ширина смуги пропускання $\delta\lambda_{0,1}$ на рівні $T=0,1$ та ширина смуги пропускання $\delta\lambda_{0,5}$ на рівні $T=0,5$ збільшується ширина відповідних смуг пропускання $\delta\lambda_{0,1}$ та $\delta\lambda_{0,5}$ у порівнянні з ідеальним випадком, що спостерігається для всіх кутів обох поляризацій.

Розглянемо випадок, коли кількість шарів у фільтрі S-2ВН2В...2ВН2В збільшується при робочій довжині хвилі $\lambda_0=630$ нм. Так, наявність перехідної області зі ступінчастим розподілом показника заломлення у високозаломлюючій компоненті для 17-шарового відрізаючого фільтра S-2ВН2В..2ВН2В при $\theta_0 = 0^\circ$ приводить до збільшення середнього коефіцієнта пропускання на $\Delta T = 0,0070555$ відносно ідеального випадку, збільшення ширини смуги пропускання $\delta\lambda_{0,1}$ на рівні $T=0,1$ на $\Delta\lambda = 1,36$ нм, збільшення ширини смуги $\delta\lambda_{0,5}$ на рівні $T=0,5$ на $\Delta\lambda = 1,53$ нм. Для 25-шарового відбувається збільшення середнього коефіцієнта пропускання на $\Delta T = 0,0075126$ відносно ідеального випадку, збільшення ширини смуги пропускання $\delta\lambda_{0,1}$ на рівні $T=0,1$ на $\Delta\lambda = 1,22$ нм, збільшення ширини смуги $\delta\lambda_{0,5}$ на рівні $T=0,5$ на $\Delta\lambda = 1,27$ нм.

Як бачимо, ці відхилення є меншими, ніж у випадку з 17-шаровими структурами для всіх спектральних характеристик. Подальше збільшення шарів теж зменшує різницю між ідеальним випадком різких меж між плівками та при наявності перехідної області у високозаломлюючій компоненті. Це спостерігається при всіх можливих робочих довжинах хвиль.

Висновки до розділу 3

1. Встановлено, що незалежно від робочої довжини хвилі для вузькосмугових фільтрів при зростанні кута падіння паралельного пучка світла на багат шарову інтерференційну систему:
 - із збільшенням робочої довжини хвилі зменшується відхилення розмірів діапазону відбивання від ідеального випадку та спостерігається зсув діапазону відбивання в область довгих хвиль;
 - максимальні значення $T_{\max}$ пропускання для s-поляризованого світла зменшуються, а для р-поляризованого – зростають до кута Брюстера, а потім зменшуються, причому залишаються завжди вищими ніж для s- поляризованого світла;
 - положення максимумів $\lambda_{\max}$ пропускання завжди зміщуються в короткохвильову область, залишаючись вищими для s-поляризованого світла;
 - напівширина $\delta\lambda_{0,5}$ та десятинна ширина $\delta\lambda_{0,1}$ смуг пропускання для s- поляризованого світла зменшуються, а для р-поляризованого зростають, залишаючись завжди вищими;
 - ширини спектральних інтервалів $\Delta\lambda_K$ та $\Delta\lambda_D$ низького пропускання для s-поляризованого світла зростають, а для р-поляризованого – зменшуються.

2. Наявність перехідної області з неоднорідним розподілом показника заломлення впливає на спектральні характеристики вузькосмугових фільтрів таким чином:
 - для s-поляризації із збільшенням кута збільшується відхилення від ідеального випадку в напрямку збільшення коефіцієнта пропускання, а також збільшується зсув робочої довжини в область довгих хвиль;
 - для р-поляризації із збільшенням кута спочатку збільшується відхилення від ідеального випадку в напрямку збільшення коефіцієнта пропускання, а починаючи з кута $\theta_0 = 56^\circ 29'$ (кут Брюстера) відхилення збільшується в напрямку зменшення коефіцієнта пропускання, при цьому зменшується зсув робочої довжини в область довгих хвиль;
 - напівширина $\delta\lambda_{0,5}$ та десятинна ширина $\delta\lambda_{0,1}$ зменшуються, а ширина спектральних інтервалів $\Delta\lambda_K$ та $\Delta\lambda_D$ збільшується для всіх кутів для обох поляризацій.
3. Встановлено, що незалежно від робочої довжини хвилі для відрізаючих фільтрів при зростанні кута падіння паралельного пучка світла на багат шарову інтерференційну систему:
 - мінімальні значення $T_{\min}$ пропускання зменшуються для s-поляризованого світла, а для р-поляризованого – зростають, залишаючись завжди вищими;
 - положення мінімумів $\lambda_{\min}$ пропускання завжди зміщуються в короткохвильову область, залишаючись завжди вищими для s-поляризованого – світла;
 - ширина області мінімального пропускання на рівні $T=0,5$ та на рівні $T=0,1$ збільшується для s-поляризованого світла, а для р-поляризованого – зменшується, причому відповідні довжини хвиль для обох поляризацій зміщуються у короткохвильову область;
 - максимальні значення $T_{\max}$ пропускання зменшуються для s-поляризованого світла, а для р-поляризованого – зростають до кута Брюстера, а потім спадають;

- положення максимумів $\lambda_{\max}$ пропускання завжди зміщуються в короткохвильову область, залишаючись завжди вищими для s-поляризованого світла.
- 4. Наявність перехідної області з неоднорідним розподілом показника заломлення впливає на спектральні характеристики відрізаючих фільтрів таким чином:
 - для s-поляризації із збільшенням кута зменшується відхилення від ідеального випадку в напрямку зменшення коефіцієнта мінімуму пропускання, а також збільшується зсув робочої довжини в область довгих хвиль;
 - для p-поляризації із збільшенням кута за наявності перехідної області збільшуються відхилення від ідеального випадку в напрямку зменшення мінімуму коефіцієнта пропускання. При цьому збільшується зсув робочої довжини в область довгих хвиль, а починаючи з кута $\theta_0 = 45^\circ$ зменшується зсув робочої довжини в область довгих хвиль;
 - для обох поляризацій за наявності перехідної області для всіх кутів збільшується ширина смуги області мінімального пропускання $\delta\lambda_{0,1}$ та $\delta\lambda_{0,5}$ в порівнянні з ідеальним випадком, а також відбувається зсув відповідних довжин хвиль в область довгих хвиль;
 - для s-поляризації із збільшенням кута за наявності перехідної області збільшуються відхилення від ідеального випадку в напрямку зменшення коефіцієнта максимуму пропускання, а також збільшується зсув відповідної довжини хвилі $\lambda_{\max}$ в область довгих хвиль;
 - для p-поляризації із збільшенням кута за наявності перехідної області збільшуються відхилення від ідеального випадку в напрямку зменшення коефіцієнта максимуму пропускання. При цьому збільшується зсув відповідної довжини хвилі $\lambda_{\max}$ в область довгих хвиль, а починаючи з кута $\theta_0 = 45^\circ$ цей зсув зменшується в область довгих хвиль.

5. Встановлено, що незалежно від робочої довжини хвиль широкосмугових фільтрів при зростанні кута падіння паралельного пучка світла на багатошарову інтерференційну систему:
 - значення середнього коефіцієнта пропускання $T_{сер}$ зменшуються для s-поляризованого світла, а для р-поляризованого зростають до кута Брюстера, а потім спадають, середній коефіцієнт пропускання для р-поляризації завжди більший ніж для s-поляризації;
 - ширина смуг пропускання на рівні $T=0,5$ та на рівні $T=0,1$ зменшується для s-поляризованого світла, а для р-поляризованого збільшується.
6. Наявність перехідної області з неоднорідним розподілом показника заломлення впливає на спектральні характеристики широкосмугових фільтрів таким чином:
 - для s-поляризації із збільшенням кута за наявності перехідної області збільшується відхилення від ідеального випадку в напрямку збільшення середнього коефіцієнта пропускання;
 - для р-поляризації із збільшенням кута за наявності перехідної області зменшуються відхилення від ідеального випадку в напрямку зменшення середнього коефіцієнта пропускання;
 - для обох поляризацій за наявності перехідної області для всіх кутів збільшується ширина смуг пропускання на рівні $T=0,1$ та на рівні $T=0,5$ в порівнянні з ідеальним випадком.

Отримані залежності параметрів інтерференційних оптичних фільтрів є ідентичними для будь-яких використовуваних для їх виготовлення прозорих матеріалів підкладинок та високо- і низькозаломлюючих шарів

Виявлені особливості спектральних характеристик частково неоднорідних плівок із різним типом розподілу показника заломлення на межах розділу та математичне моделювання їх структури дозволяють розширити можливість застосування плівок некристалічних матеріалів у практиці конструювання та виготовлення оптичних фільтрів.

РОЗДІЛ 4

ДОСЛІДЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ОДНОРІДНИХ ОПТИЧНИХ СТРУКТУР ДЛЯ НИЗЬКОЗАЛОМЛЮЮЧОЇ ПІДКЛАДИНКИ ПРИ ПАДІННІ СВІТЛА ПІД КУТОМ

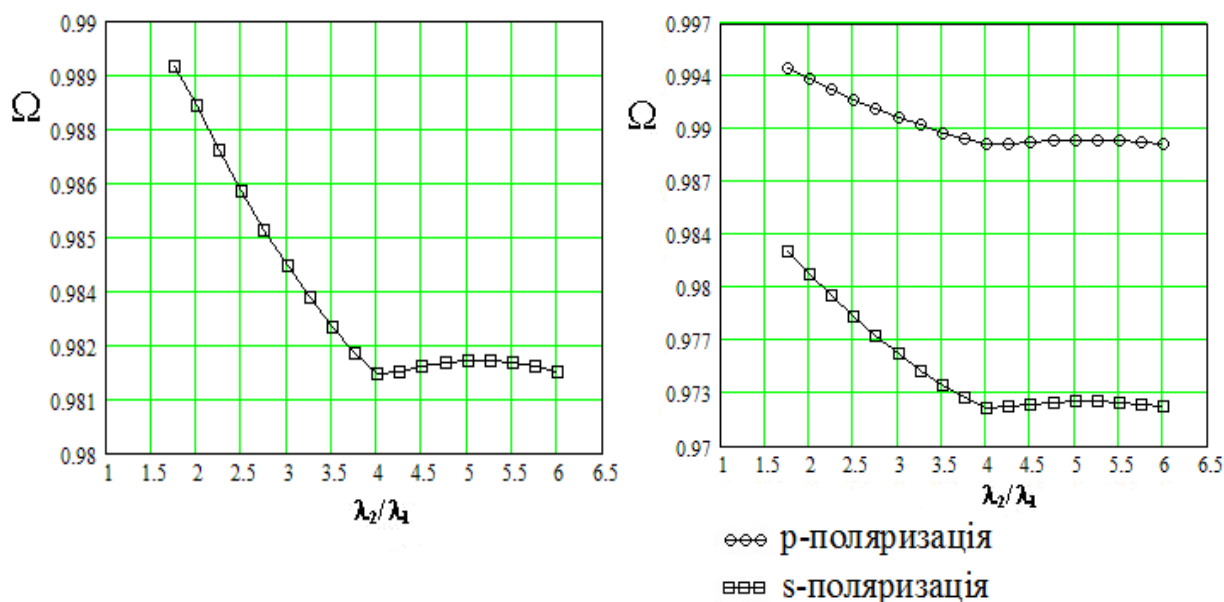
У цьому розділі визначено оптимальні параметри багатошарових однорідних структур при падінні світла під кутом, динаміку їх зміни при зростанні спектрального інтервалу. Для знаходження оптимальних параметрів багатошарової структури, що забезпечує просвітлення в широкій області спектра, використано метод важкої кульки та метод г-алгоритму. Запропоновано метод зведення до реальних матеріалів та покращено характеристики відомого просвітлюючого покриття.

Результати обчислень наведено з точністю 10^{-6} . При дослідженні одно-, двошарових структур як нульові наближення вибиралось 256 точок, для тришарової вибирались 324 точок, для чотиришарової 512 початкових наближень. Для одно- та двошарових структур вся область можливих значень параметрів розбивається на 256 підобластей, із яких і вибирається до одному нульовому наближенню. Для три- та чотиришарових структур для вибору нульових наближень вся область можливих значень параметрів розбивається на 324 і 512 підобластей відповідно. Програмне забезпечення написане мовою програмування Delphi 7. Розрахунки проводились на комп'ютері з процесором Intel(R) Core(TM) i5-3230 @ 3.30 ГГц та ОЗУ 2 ГБ.

4.1. Дослідження оптимальних параметрів одношарових однорідних плівок

Розглянемо оптимальні значення функціонала (2.17) для одношарової ($k=1$) структури при падінні світла під різними кутами. Спочатку розглянемо, коли промінь падає перпендикулярно до шаруватої структури, тобто $\theta_0 = 0^\circ$ (рис. 4.1a).

Відомо, що найкраще серед одношарових просвітлює одиничний шар із показником заломлення рівним $\sqrt{n_s}$ і оптичною завтовшки $\lambda_0/4$, де λ_0 – робоча довжина хвилі [1]. Значення показника заломлення, що дорівнює $\sqrt{1,51}$, не існує, тому що мінімальним показником заломлення є 1,35. Тому оптимальним значенням показника заломлення одношарової структури для всіх спектральних діапазонів є нижня можлива межа для показника заломлення $n_1=1.35$. Значення функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає від 0,988944 до 0,981820. При збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,9818.



а) $\theta_0 = 0^\circ$

б) $\theta_0 = 30^\circ$

Рис. 4.1. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для одношарової однорідної структури при $\theta_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 30^\circ$

При куті відмінному від $\theta_0 = 0^\circ$ промінь розкладається на ТЕ хвилю (s-поляризація) і ТМ хвилю (р-поляризація). Досліджувалися два випадки: s-поляризація, р-поляризація, відповідно пропускався s-поляризований промінь, р-поляризований промінь. Шукаємо оптимальні значення функціонала (2.17) для одношарової ($k=1$) структури при падінні світла під іншими кутами. З рисунку 4.1б видно, що при падінні світла під кутом $\theta_0 = 30^\circ$ функціонал $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ при

збільшенні правої границі від 350 до 800 нм при s-поляризації спадає від 0,982401 до 0,972406, а при р-поляризації спадає від 0,994103 до 0,989296.

При збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціонала практично не змінюється і тримається при s-поляризації в околі значення 0,9724, а при р-поляризації – в околі значення 0,9890.

При падінні під кутом $\theta_0 = 45^\circ$ (рис. 4.2a) функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає при s-поляризації від 0,967423 до 0,952610, при р-поляризації від 0,999071 до 0,997183, причому при s-поляризації спостерігається більш стрімке падіння, але повільніше падіння як для кута $\theta_0 = 30^\circ$. При збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,9526 при s-поляризації та в околі 0,9971 при р-поляризації.

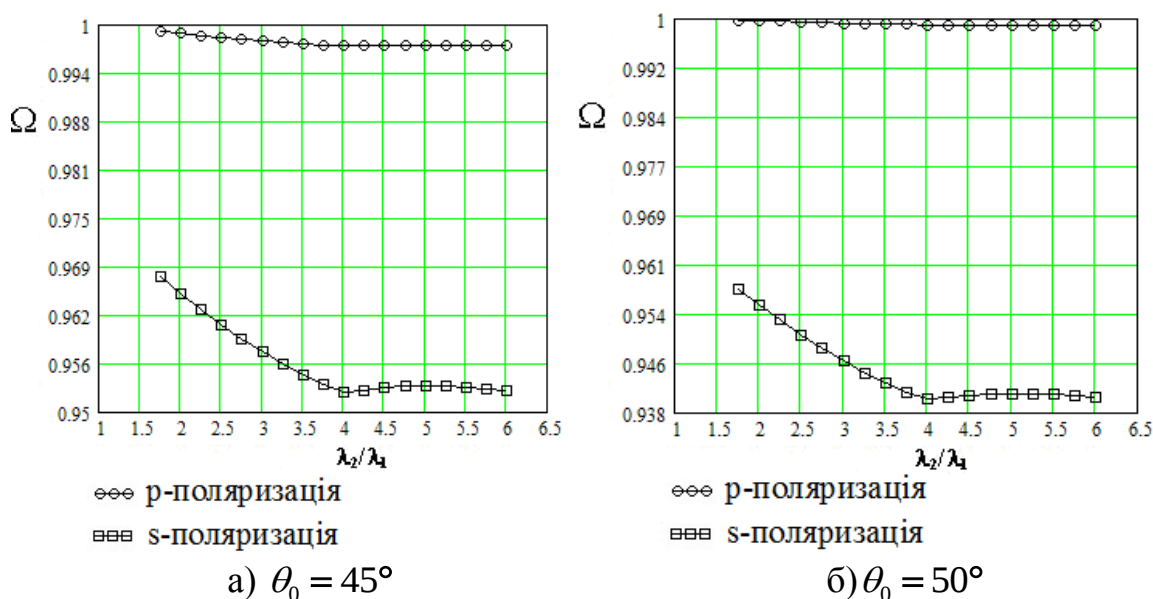


Рис. 4.2. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2/\lambda_1)$ для одношарової однорідної структури при $\theta_0 = 45^\circ$, $\theta_0 = 50^\circ$

Розглянемо оптимальні значення функціонала для одношарової структури при падінні світла під кутом $\theta_0 = 55^\circ$ (рис. 4.3a). Для s-поляризації функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає від 0,942619 до 0,922146, а при збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,9226. Для р-поляризації графік функціонала наближається до прямої ще більше, ніж для

кута $\theta_0 = 50^\circ$, хоча можна простежити незначне спадання функціонала при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 450 нм з 0,999425 до 0,992172. При подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення коливається в околі значення 0,9992.

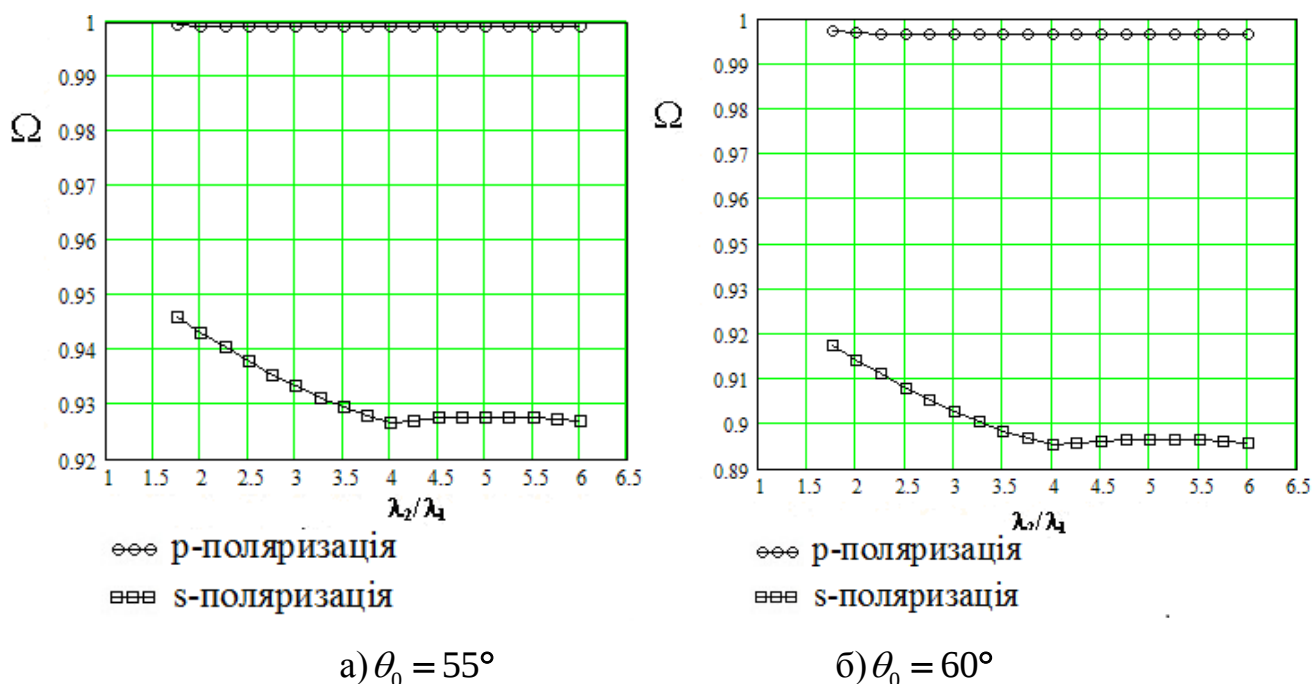


Рис. 4.3. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для одношарової однорідної структури при $\theta_0 = 55^\circ$, $\theta_0 = 60^\circ$

Із рис. 4.3б видно, що при падінні світла під кутом $\theta_0 = 60^\circ$ для s-поляризації функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає від 0,919108 до 0,895883, а при збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,8950. Для р-поляризації графік функціонала наближається до прямої, хоча простежується незначне спадання функціонала при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 450 нм від 0,996977 до 0,996151, при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення коливається в околі значення 0,9961.

При падінні світла під кутом $\theta_0 = 75^\circ$ (рис. 4.4а) функціонал для s-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає від 0,742300 до 0,706731, при збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм

значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,7080. Для р-поляризації графік функціонала наближається до прямої, хоча в розрізі видно незначне спадання функціонала при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 450 нм від 0,891555 до 0,890187, а при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення коливається в околі значення 0,8901.

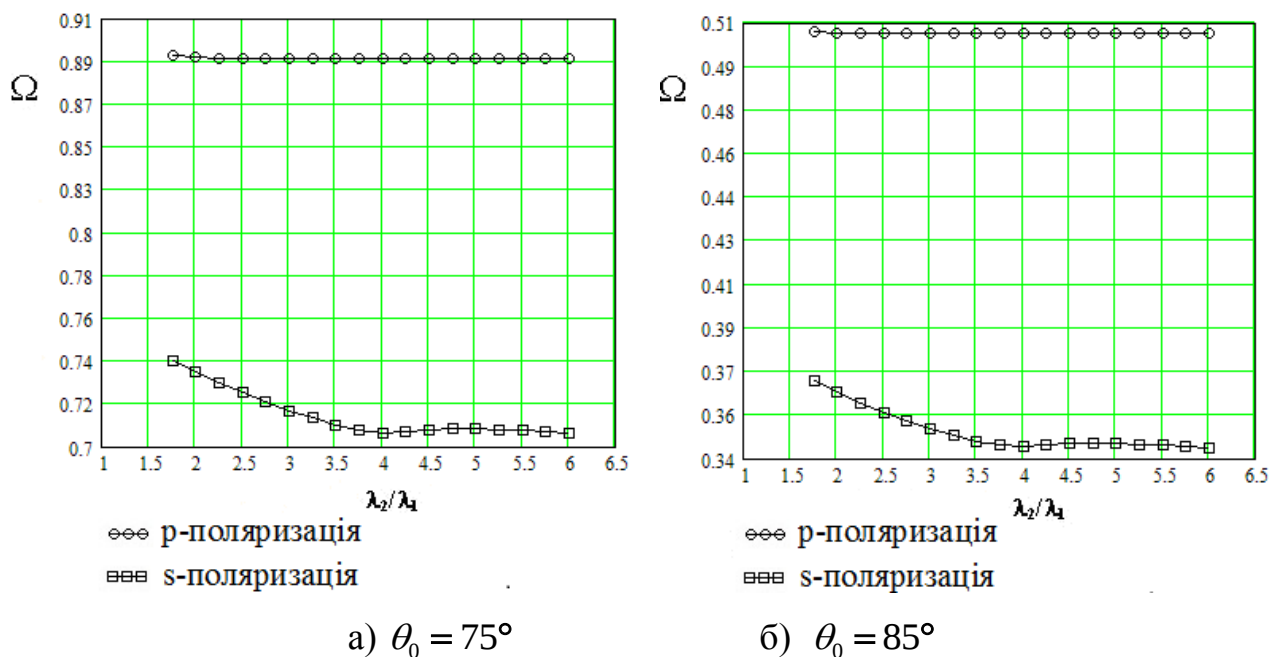


Рис. 4.4. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для одношарової однорідної структури при $\theta_0 = 75^\circ$, $\theta_0 = 85^\circ$

Із рис. 4.4б можна простежити, що для кута $\theta_0 = 85^\circ$ функціонал для s-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає від 0,3697031 до 0,3445891, при збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,3446. Для р-поляризації графік функціонала наближається до прямої, хоча насправді можна простежити незначне спадання функціонала при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 450 нм від 0,5064164 до 0,5060688, при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення коливається в околі значення 0,5061.

Із рис. 4.5. можна простежити таку динаміку зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для одношарової однорідної структури для s-поляризації залежно від кута: для

всіх кутів при збільшенні правої границі від 350 до 800 нм функціонал спадає, причому із збільшенням кута спадання стрімкіше, а від 800 до 1200 нм практично не змінюється; із збільшенням кута значення функціонала зменшується.

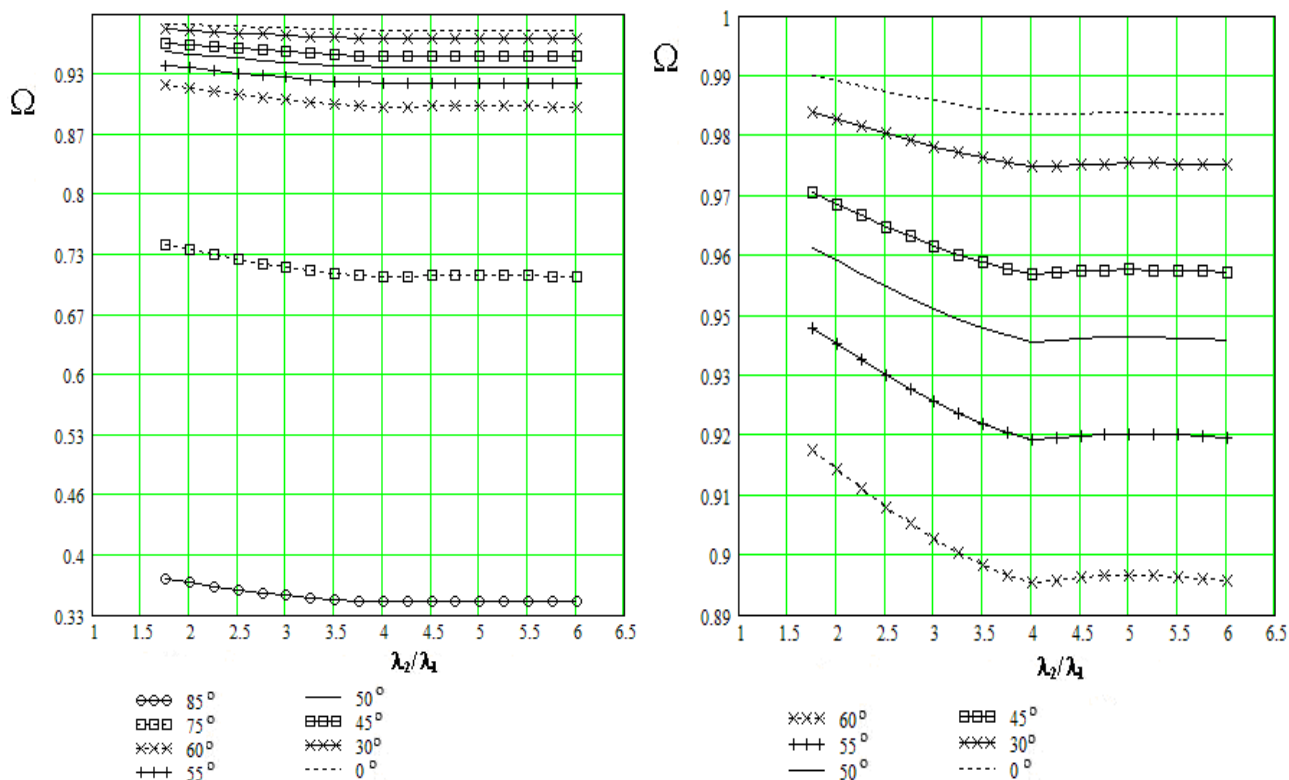


Рис. 4.5. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для одношарової однорідної структури для s-поляризації

При р-поляризації поведінка функціонала трохи відрізняється від поведінки при s-поляризації (рис. 4.6). Видно, що при зростанні кута до $\theta_0 = 55^\circ$ значення функціонала зростає, а потім зменшується. Дана закономірність пояснюється законом Брюстера. Для р-поляризації менш помітні коливання цільової функції, ніж для s-поляризації, її графік функціонала наближається до прямої.

При падінні світла під кутом $\theta_0 = 50^\circ$ поведінка функціонала така ж, як і для s-поляризації, хоча спадання функціонала тут при зміні правої границі від 350 до 800 нм менш помітне, ніж для s-поляризації, а від 800 до 1200 нм значення функціонала практично не змінюється. Значення функціонала при куті $\theta_0 = 55^\circ$ має менші коливання, ніж при інших кутах; при подальшому збільшенні кута значення функціонала зменшується. Графіки функціонала для кутів $\theta_0 = 50^\circ$ і

$\theta_0 = 55^\circ$ перетинаються. Для кутів $\theta_0 = 60^\circ$, $\theta_0 = 75^\circ$, $\theta_0 = 85^\circ$ графік функціонала наближається до прямої, хоча в розрізі видно незначне спадання функціонала при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 450 нм.

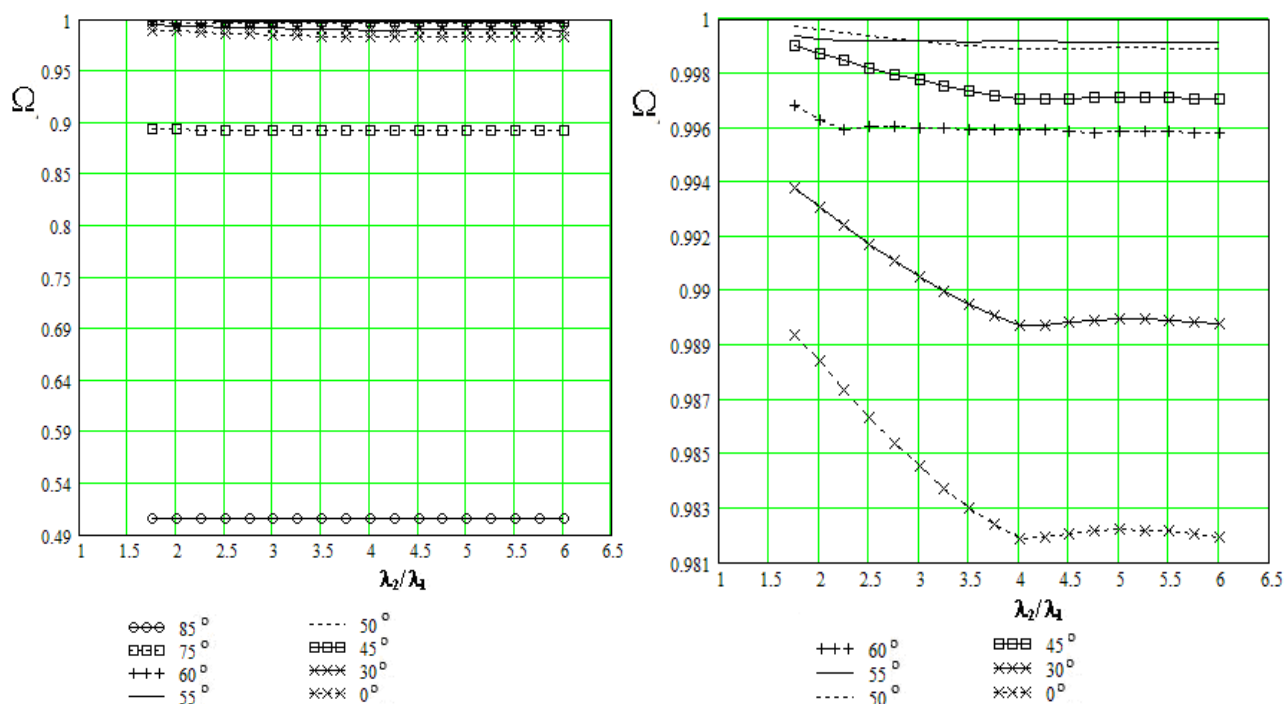


Рис. 4.6. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для одношарової однорідної структури для р-поляризації

Можна простежити таку залежність цільової функції від кута падіння θ_0 : із збільшенням кута для s-поляризації значення цільової функції зменшується, а для р-поляризації значення цільової функції спочатку зростає, а потім зменшується (рис. 4.7), що також пояснюється законом Брюстера.

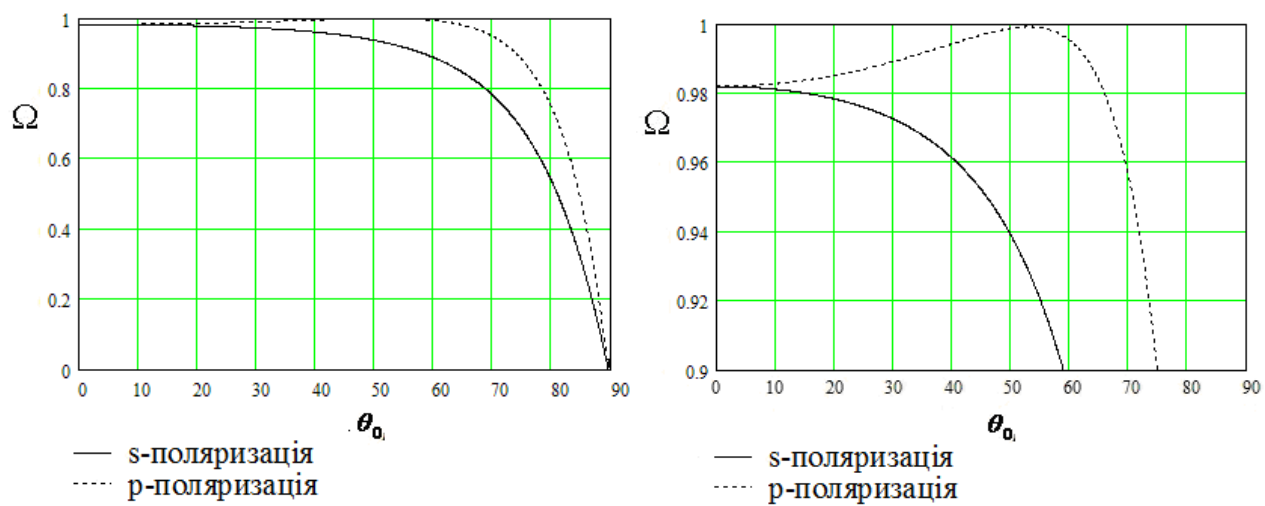
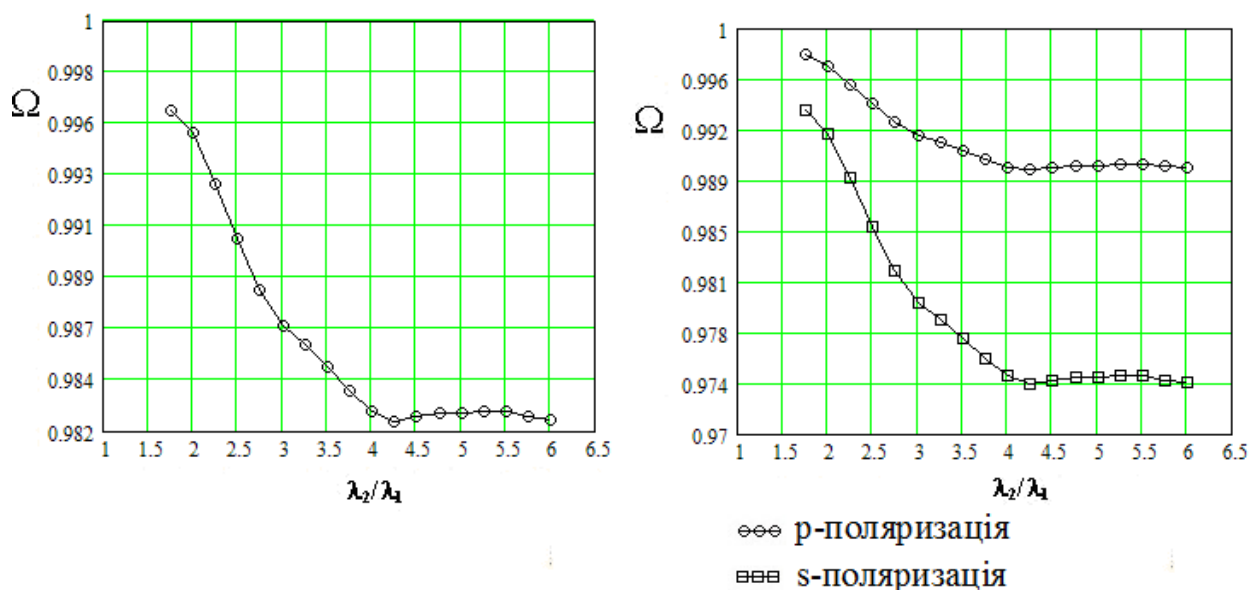


Рис. 4.7. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для одношарової однорідної структури залежно від θ_0

4.2. Дослідження оптимальних параметрів двошарових однорідних плівок

Розглянемо оптимальні значення функціонала (2.17) для двошарової ($k=2$) структури при падінні світла під різними кутами. Спочатку розглянемо, коли промінь падає перпендикулярно до шаруватої структури, тобто $\theta_0 = 0^\circ$ (рис. 4.8а).



а) $\theta_0 = 0^\circ$

б) $\theta_0 = 30^\circ$

Рис. 4.8. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для двошарової однорідної структури при $\theta_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 30^\circ$

Для даного кута функціонал $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 850 нм спадає з 0,996070 до 0,982423. При збільшенні правої границі λ_2 від 850 до 1200 нм значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,9825.

Розглянемо випадок, коли світло падає під кутом $\theta_0 = 30^\circ$. Функціонал $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 850 нм спадає для s-поляризації від 0,993973 до 0,973631, для p-поляризації від 0,998074 до 0,989507 (рис. 4.8б), причому при s-поляризації спостерігається більш стрімке падіння. При збільшенні правої границі λ_2 від 850 до 1200 нм значення

функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,9739 для s-поляризації та в околі значення 0,9898 для p-поляризації. Коливання для s-поляризації на цьому проміжку більш значні, ніж для p-поляризації.

При падінні під кутом $\theta_0 = 45^\circ$ (рис. 4.9а) функціонал для s-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 850 нм спадає для s-поляризації від 0,988496 до 0,955614, а для p-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає від 0,999670 до 0,997180, причому при s-поляризації спостерігається більш стрімке падіння. При збільшенні правої границі λ_2 від 850 до 1200 нм для s-поляризації значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,956. Для p-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,9973.

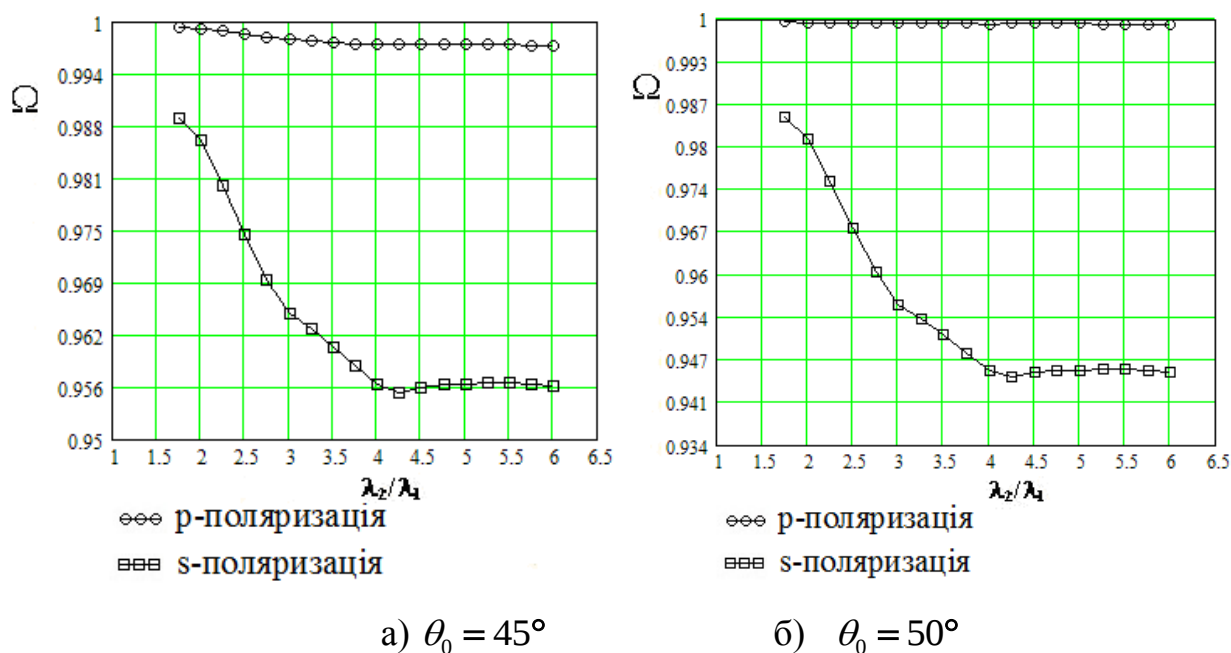
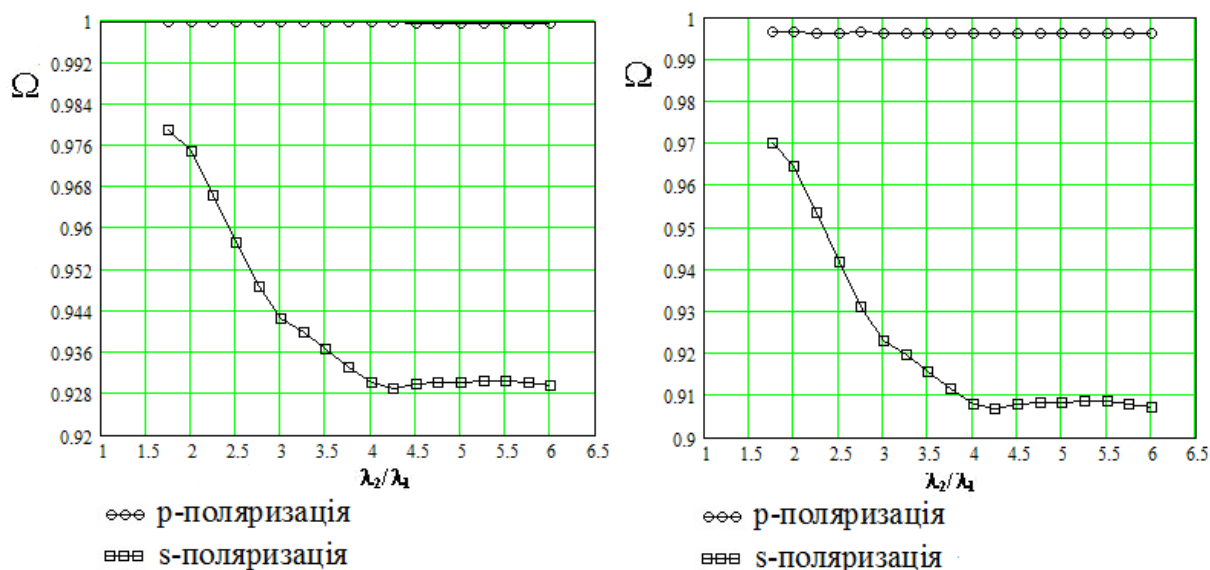


Рис. 4.9. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для двошарової однорідної структури при $\theta_0 = 45^\circ$, $\theta_0 = 50^\circ$

Із рисунку 4.9б видно, що при падінні світла під кутом $\theta_0 = 50^\circ$ функціонал при збільшенні правої границі λ_2 350 до 850 нм спадає для s-поляризації від 0,984766 до 0,944513. При збільшенні правої границі λ_2 від 850 до 1200 нм для s-поляризації значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,9455. Для p-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 350

до 1200 нм значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,9994.

Розглянемо оптимальні значення функціонала для двошарової структури при падінні світла під кутом $\theta_0 = 55^\circ$ (рис. 4.10а). Функціонал при збільшенні правої границі λ_2 350 до 850 нм спадає при s-поляризації від 0,979086 до 0,928893. При збільшенні правої границі λ_2 від 850 до 1200 нм для s-поляризації значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,930. Для р-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 1200 нм значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,9997.



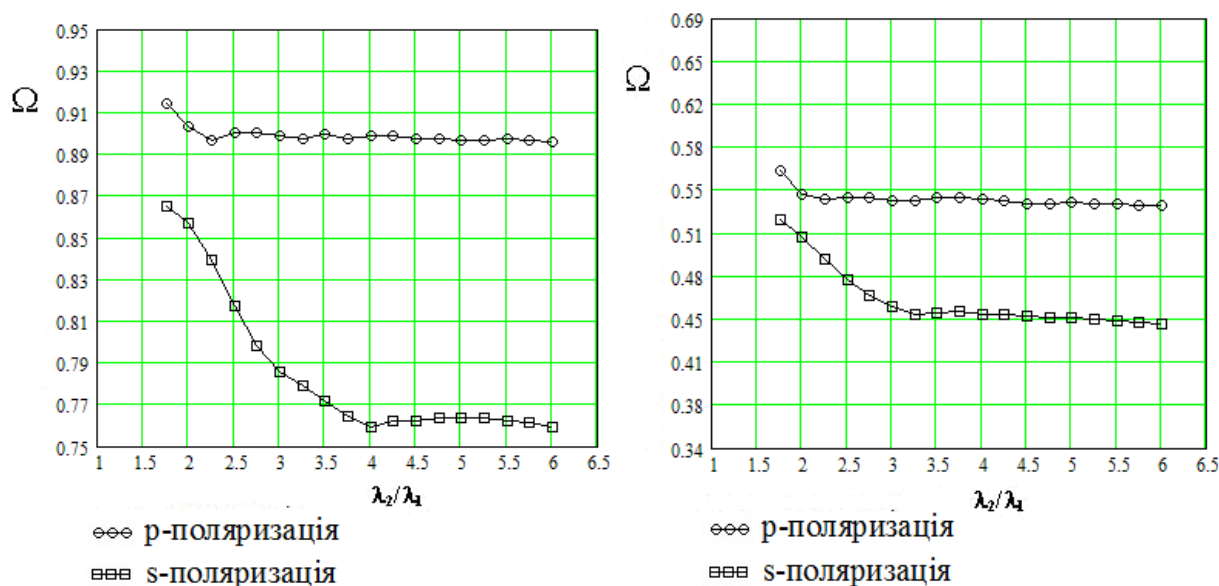
а) $\theta_0 = 55^\circ$

б) $\theta_0 = 60^\circ$

Рис. 4.10. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для двошарової однорідної структури при $\theta_0 = 55^\circ$, $\theta_0 = 60^\circ$

Для кута $\theta_0 = 60^\circ$ (рис. 4.10б) функціонал для s-поляризації при збільшенні правої границі від 350 до 850 нм спадає з 0,969884 до 0,906655, а при збільшенні правої границі λ_2 від 850 до 1200 нм значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,9080. Для р-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 1200 нм значення функціонала практично не змінюється і тримається в околі значення 0,9966.

З рис. 4.11а видно, що при падінні світла під кутом $\theta_0 = 75^\circ$ функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 800 нм спадає при s-поляризації від 0,865229 до 0,758950, від 800 до 1200 нм коливається в околі 0,764. Для р-поляризації функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 450 нм спадає від 0,914411 до 0,896913, а на проміжку від 450 до 1200 нм коливається в околі значення 0,8970.



а) $\theta_0 = 75^\circ$

б) $\theta_0 = 85^\circ$

Рис. 4.11. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для двошарової однорідної структури при $\theta_0 = 75^\circ$, $\theta_0 = 85^\circ$

Для кута $\theta_0 = 85^\circ$ (рис. 4.11б) функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 650 нм спадає для s-поляризації від 0,5264551 до 0,4509184, від 650 до 1200 нм коливається в околі 0,450. Для р-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 450 нм значення функціонала спадає від 0,565424 до 0,542119, від 450 до 1200 нм коливається в околі значення 0,5422.

З рис. 4.12 простежується така динаміку зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для двошарової однорідної структури для s-поляризації в залежності від кута: для всіх кутів при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 850 нм функціонал спадає, причому із збільшенням кута спадання стрімкіше, а від 850 до 1200 нм практично не змінюється. Із збільшенням кута коливання збільшуються, а для кута $\theta_0 = 85^\circ$

функціонал спадає при збільшенні правої границі λ_2 від 350 до 650 нм, а від 650 до 1200 нм практично не змінюється. Загалом можна зробити висновок, що із збільшенням кута функціонал зменшується.

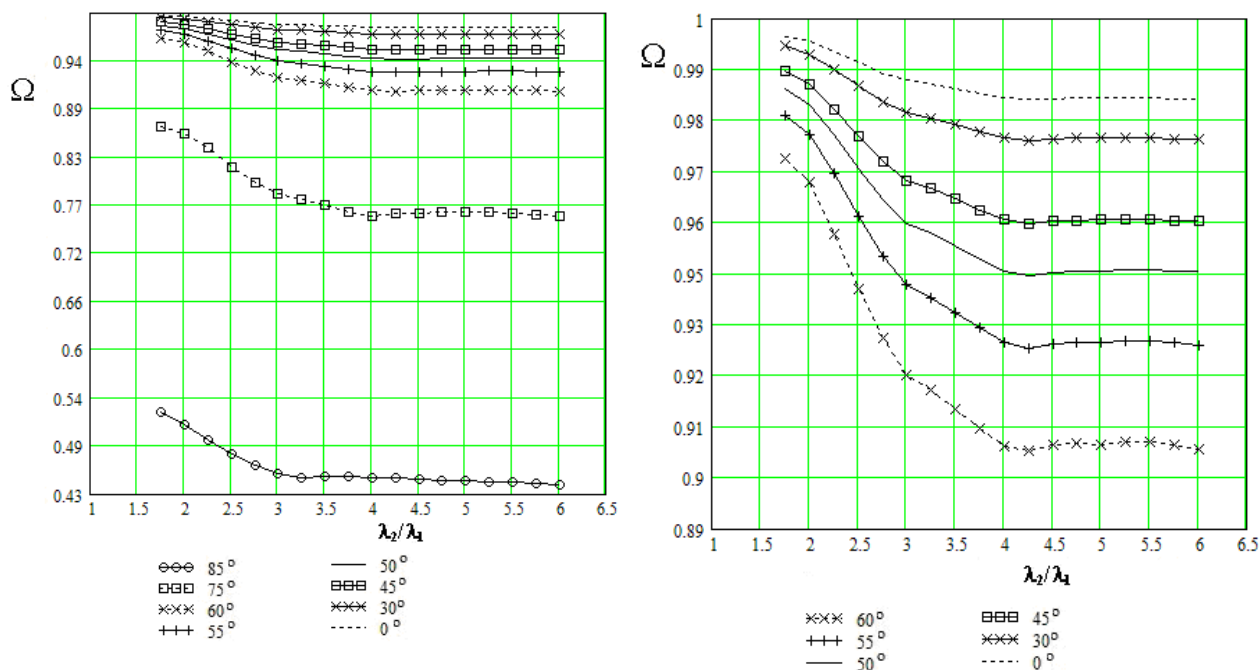


Рис. 4.12. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для двошарової однорідної структури для s-поляризації

При р-поляризації поведінка функціонала відрізняється від поведінки при s-поляризації. (рис. 4.13). Видно, що при зростанні кута до $\theta_0 = 55^\circ$ значення функціонала зростає, а потім зменшується. Дана закономірність пояснюється законом Брюстера. До кута $\theta_0 = 45^\circ$ поведінка така як і для s-поляризації, хоча спадання тут при зміні правої границі від 350 до 800 нм менше помітне, ніж для s-поляризації, а від 800 до 1200 нм практично не змінюється. Значення функціонала при кутах $\theta_0 = 50^\circ$ і $\theta_0 = 55^\circ$ має дуже малі коливання, графік функціонала наближається до прямої. При подальшому збільшенні кута значення функціонала зменшується. Для кутів $\theta_0 = 75^\circ$ і $\theta_0 = 85^\circ$ при зміні правої границі від 350 до 450 нм характерне спадання функціонала, а при зміні від 450 до 1200 нм значення функціонала практично не змінюється.

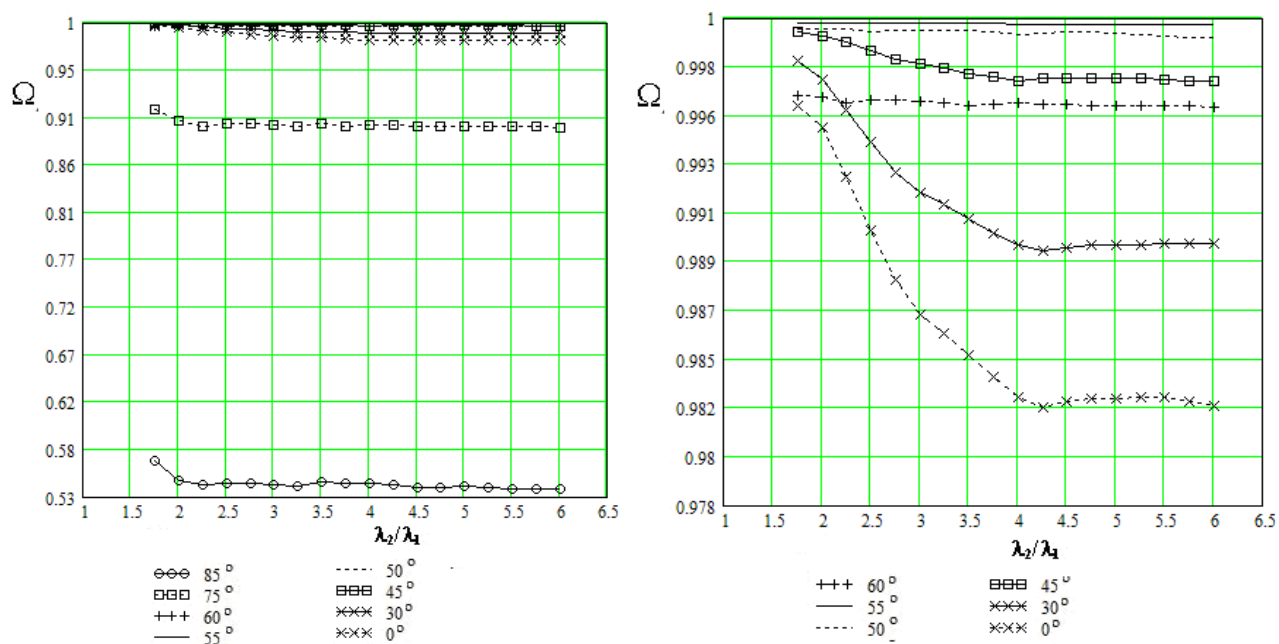


Рис. 4.13. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для двошарової однорідної структури для р-поляризації

Для двошарових плівок можна простежити таку саму, як і для одношарових однорідних плівок, залежність цільової функції від кута падіння θ_0 : із збільшенням кута для s-поляризації значення цільової функції зменшується, а для р-поляризації значення цільової функції спочатку зростає, а потім зменшується (рис. 4.15). Дана закономірність також пояснюється законом Брюстера.

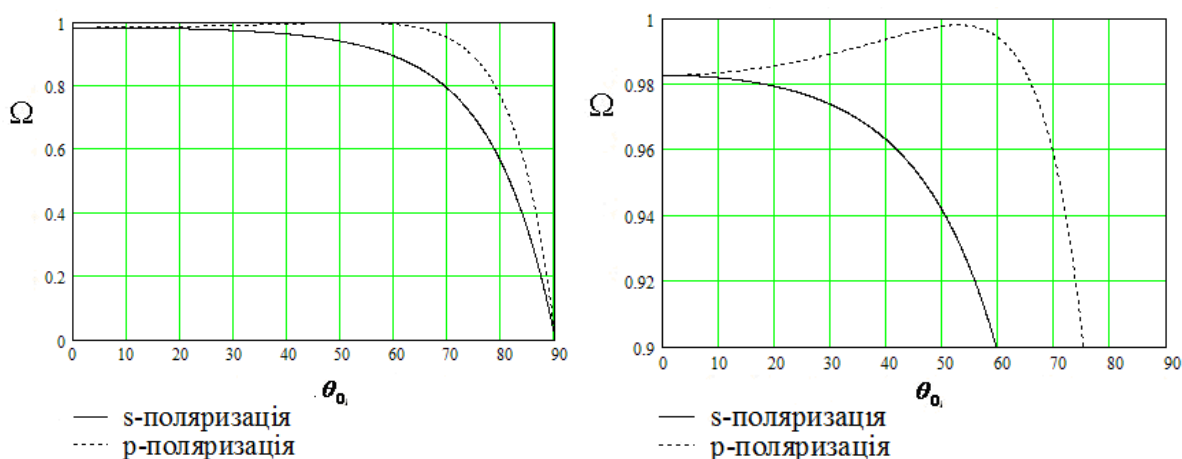


Рис. 4.15. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для двошарової однорідної структури залежно від кута $\theta_0 = 0^\circ$

4.3. Дослідження оптимальних параметрів тришарових однорідних плівок

Розглянемо оптимальні значення функціонала (2.17) для тришарової ($k=3$) структури при падінні світла під різними кутами. Спочатку розглянемо, коли промінь падає перпендикулярно до шаруватої структури, тобто (рис. 4.16а).

Відомо, що для тришарових покриттів, так як і для двошарових, оптимальне значення показника заломлення верхнього шару для всіх спектральних діапазонів є сталим і рівним нижній межі для показника заломлення - 1,35. [1]. Значення функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм спадає від 0,996328 до 0,988119, а при збільшенні правої границі λ_2 від 600 до 1200 нм значення функціонала спадає повільніше від 0,988119 до 0,984155.

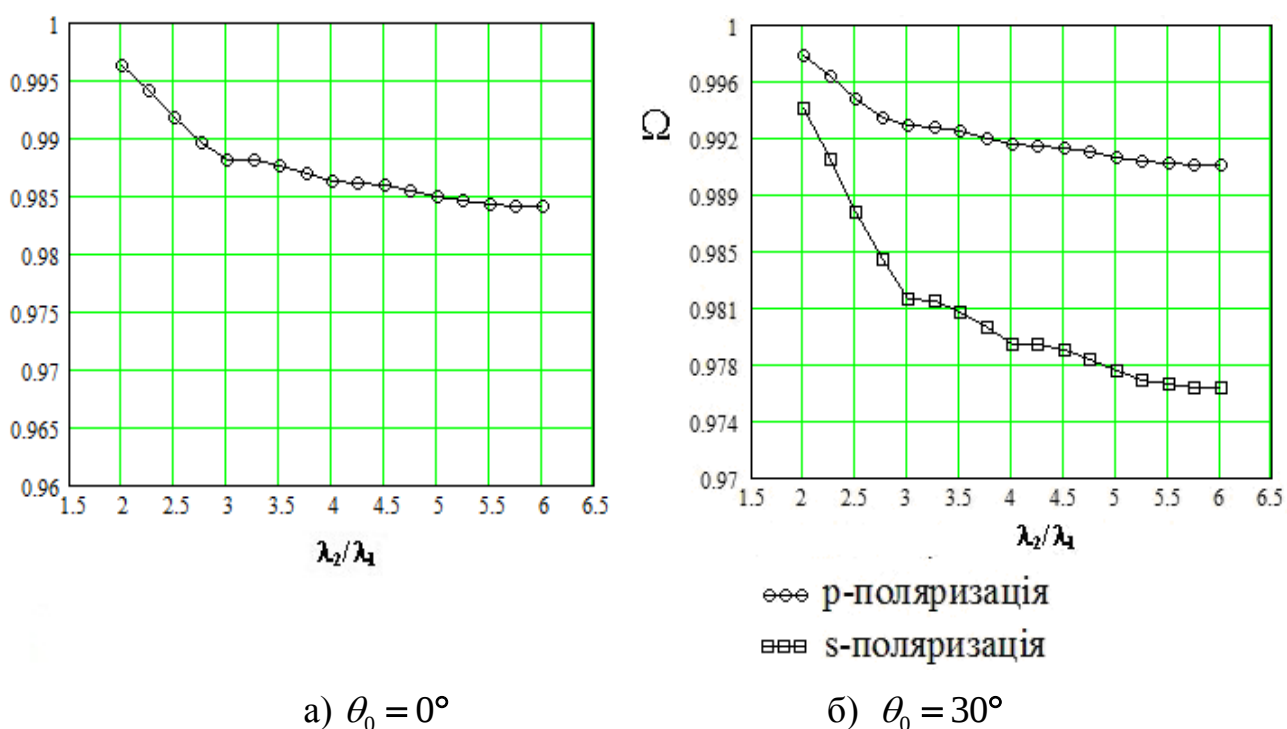
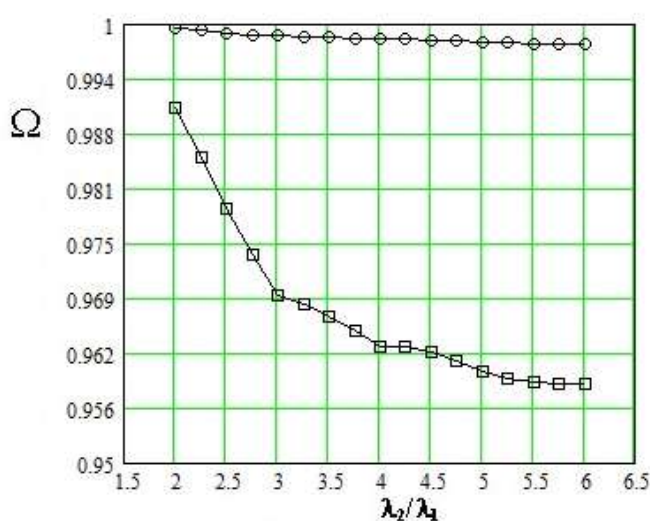


Рис. 4.16. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для тришарової однорідної структури при $\theta_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 30^\circ$

Із рисунку 4.16б видно, що при падінні світла під кутом $\theta_0 = 30^\circ$ функціонал $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 1200 нм при s-поляризації спадає від 0,994465 до 0,975986, а при p-поляризації спадає від

0,997878 до 0,990719. Причому при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм для обох поляризацій значення функціонала спадає стрімкіше (від 0,994465 до 0,981827 для s-поляризації та від 0,997878 до 0,993363 для р-поляризації), ніж при збільшенні правої границі λ_2 від 600 до 1200 нм (від 0,981827 до 0,975986 для s-поляризації та від 0,993363 до 0,990719 для р-поляризації).

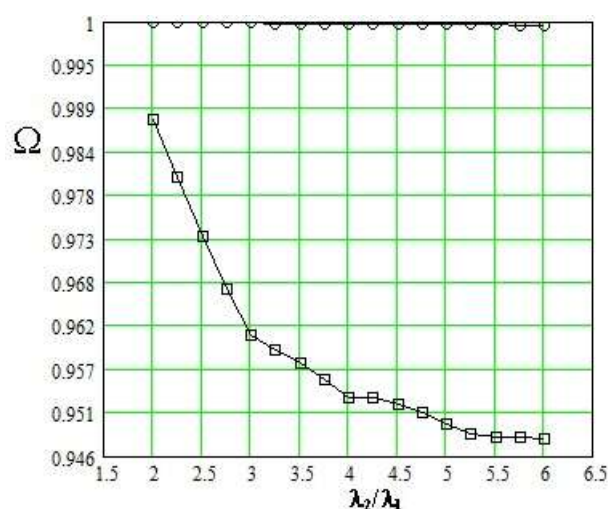
При падінні під кутом $\theta_0 = 45^\circ$ (рис. 4.17а) при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 1200 нм функціонал при s-поляризації спадає від 0,990512 до 0,958919, а при р-поляризації спадає від 0,999588 до 0,997764. Причому при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм для обох поляризацій значення функціонала спадає стрімкіше (від 0,990512 до 0,969015 для s-поляризації та від 0,999588 до 0,998659 для р-поляризації), ніж при збільшенні правої границі λ_2 від 600 до 1200 нм (від 0,969015 до 0,958919 для s-поляризації та від 0,998659 до 0,997764 для р-поляризації).



ooo р-поляризація

sss s-поляризація

а) $\theta_0 = 45^\circ$



ooo р-поляризація

sss s-поляризація

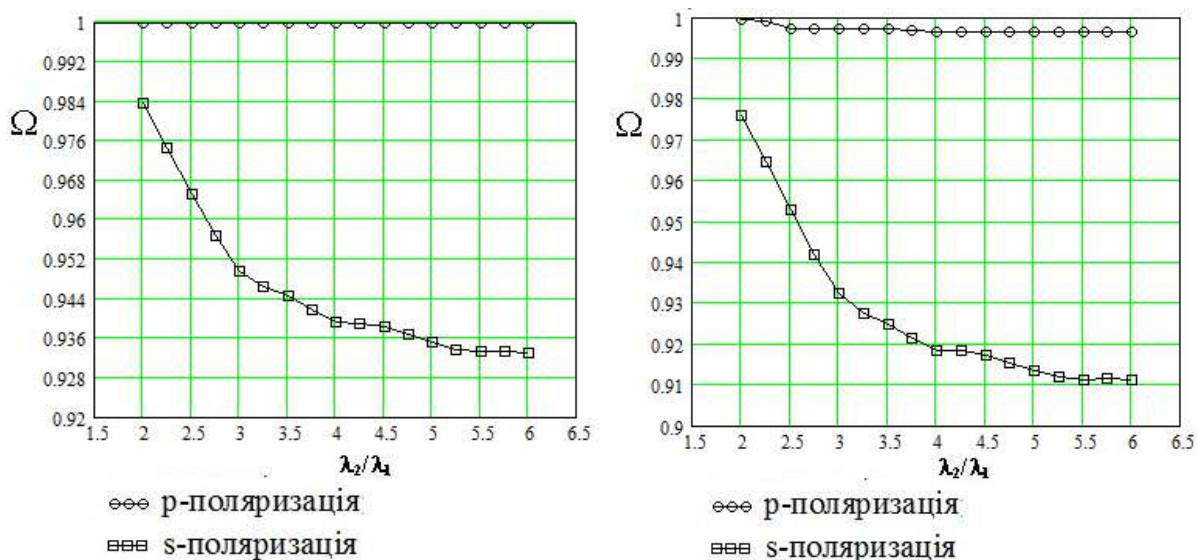
б) $\theta_0 = 50^\circ$

Рис.4.17. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для тришарової однорідної структури при $\theta_0 = 45^\circ$, $\theta_0 = 50^\circ$

Із рис. 4.17б видно, що для кута $\theta_0 = 50^\circ$ функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм при s-поляризації спадає від 0,987847 до 0,948250, а

при р-поляризації спадає від 0,999905 до 0,999562. Причому при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм для s-поляризації значення функціонала спадає стрімкіше від 0,987847 до 0,961005, ніж при збільшенні правої границі λ_2 від 600 до 1200 нм – від 0,961005 до 0,948250. Для р-поляризації графік функціонала наближається до прямої, значення функціонала при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 750 нм спадає від 0,999905 до 0,999798, а при збільшенні правої границі λ_2 від 750 до 1200 нм спадає значно повільніше від 0,999798 до 0,999562.

Розглянемо оптимальні значення функціонала для тришарової структури при падінні світла під кутом $\theta_0 = 55^\circ$ (рис. 4.18а). Для s-поляризації функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм стрімко спадає від 0,983685 до 0,949459, а при збільшенні правої границі λ_2 від 600 до 1200 нм значення функціонала спадає повільніше – від 0,949459 до 0,933074. Для р-поляризації графік функціонала наближається до прямої ще більше, ніж для кута $\theta_0 = 50^\circ$, хоча можна простежити спадання функціонала при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм з 0,999895 до 0,999771, при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення менш помітно спадає до 0,999746.



а) $\theta_0 = 55^\circ$

б) $\theta_0 = 60^\circ$

Рис. 4.18. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для тришарової однорідної структури при $\theta_0 = 55^\circ$, $\theta_0 = 60^\circ$

З рис. 4.18б видно, що при падінні світла під кутом $\theta_0 = 60^\circ$ для s-поляризації функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм спадає від 0,976119 до 0,932437, а при збільшенні правої границі λ_2 від 600 до 1200 нм значення функціонала спадає повільніше до 0,911165. Для р-поляризації простежується спадання функціонала при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 500 нм від 0,999456 до 0,997293, при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення спадає до 0,996369.

При падінні світла під кутом $\theta_0 = 75^\circ$ (рис. 4.19а) функціонал для s-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 800 нм спадає від 0,863755 до 0,771337, при збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціонала повільно спадає до 0,765089. Для р-поляризації значення функціонала при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 450 нм спадає від 0,920708 до 0,904735, а при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення дуже повільно спадає до 0,903456.

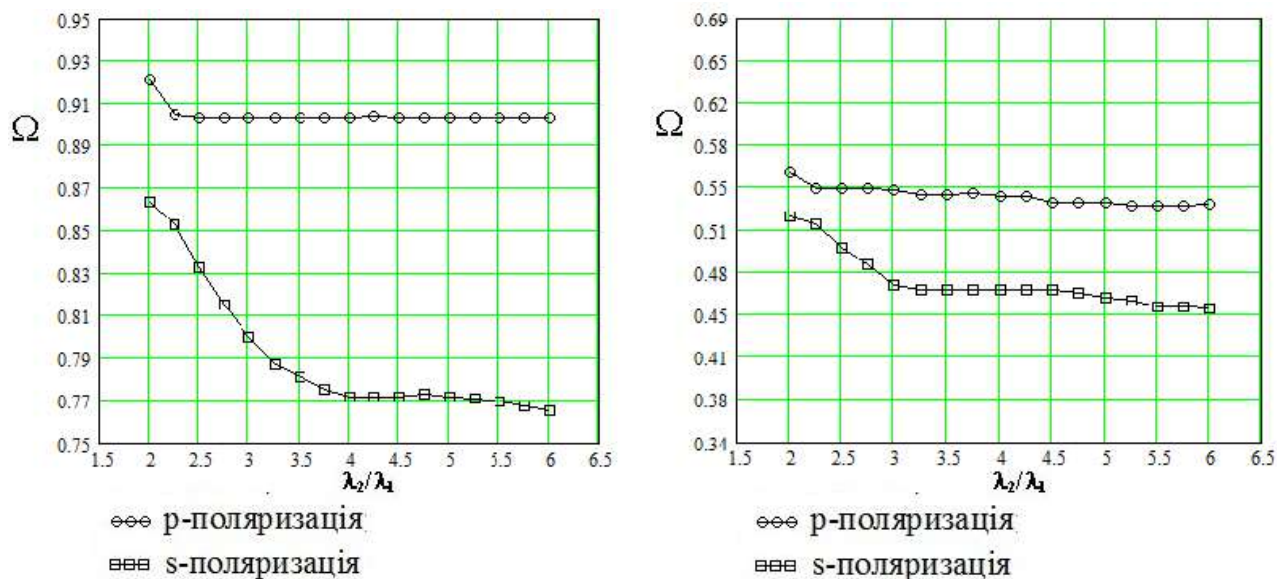
а) $\theta_0 = 75^\circ$ б) $\theta_0 = 85^\circ$

Рис. 4.19. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для тришарової однорідної структури при $\theta_0 = 75^\circ$, $\theta_0 = 85^\circ$

Із рисунку 4.19б можна простежити, що для кута $\theta_0 = 85^\circ$ функціонал для s-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм спадає від

0,526071 до 0,469449, при збільшенні правої границі λ_2 від 600 до 1200 нм значення функціонала зменшується до 0,449437. Для р-поляризації можна простежити стрімке спадання функціонала при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 450 нм від 0,562499 до 0,549696, при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення спадає до 0,535630.

З рисунку 4.20 можна простежити таку динаміку зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для тришарової однорідної структури для s-поляризації залежно від кута: для всіх кутів при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 1200 нм функціонал спадає, причому при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм це спадання стрімкіше, ніж на іншій частині проміжку. На рис. 4.20 видно, що із збільшенням кута значення функціонала зменшується.

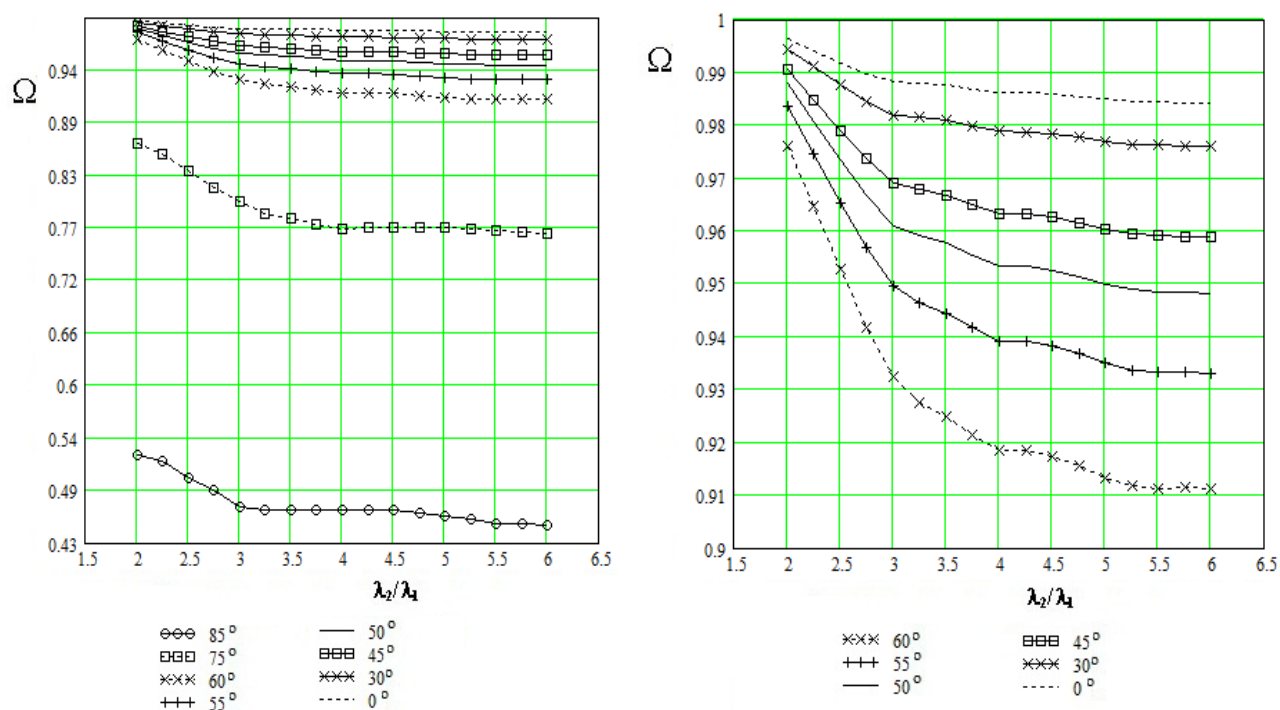


Рис. 4.20. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для тришарової однорідної структури для s-поляризації

При р-поляризації поведінка функціонала трохи відрізняється від поведінки при s-поляризації (рис. 4.21). Видно, що при зростанні кута до $\theta_0 = 55^\circ$ значення функціонала зростає, а потім зменшується. Ця закономірність пояснюється законом Брюстера. Для р-поляризації, як і для s-поляризації при збільшенні

правої границі λ_2 від 400 до 1200 нм функціонал спадає для всіх кутів, хоча тут менш помітні коливання цільової функції, ніж для s-поляризації, графік функціонала наближається до прямої.

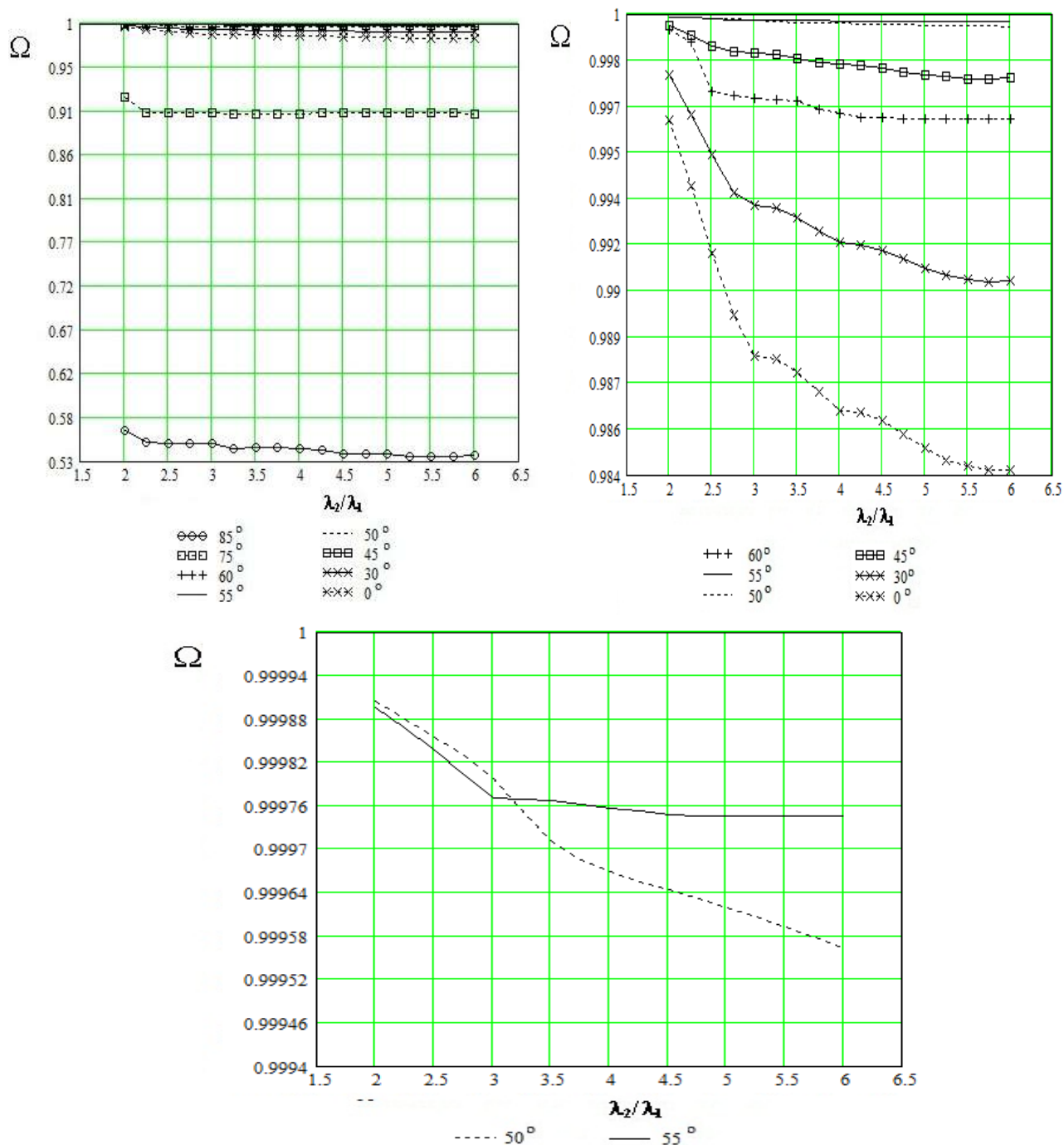


Рис. 4.21. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для тришарової однорідної структури для р-поляризації

Значення функціонала при куті $\theta_0 = 55^\circ$ має менші коливання, ніж при інших кутах, при подальшому збільшенні кута значення функціонала зменшується. Графіки функціонала для кутів $\theta_0 = 50^\circ$ і $\theta_0 = 55^\circ$ перетинаються.

Можна простежити таку залежність цільової функції від кута падіння θ_0 : із збільшенням кута для s-поляризації значення цільової функції зменшується, а для р-поляризації значення цільової функції спочатку зростає, а потім зменшується (рис. 4.22), що також пояснюється законом Брюстера.

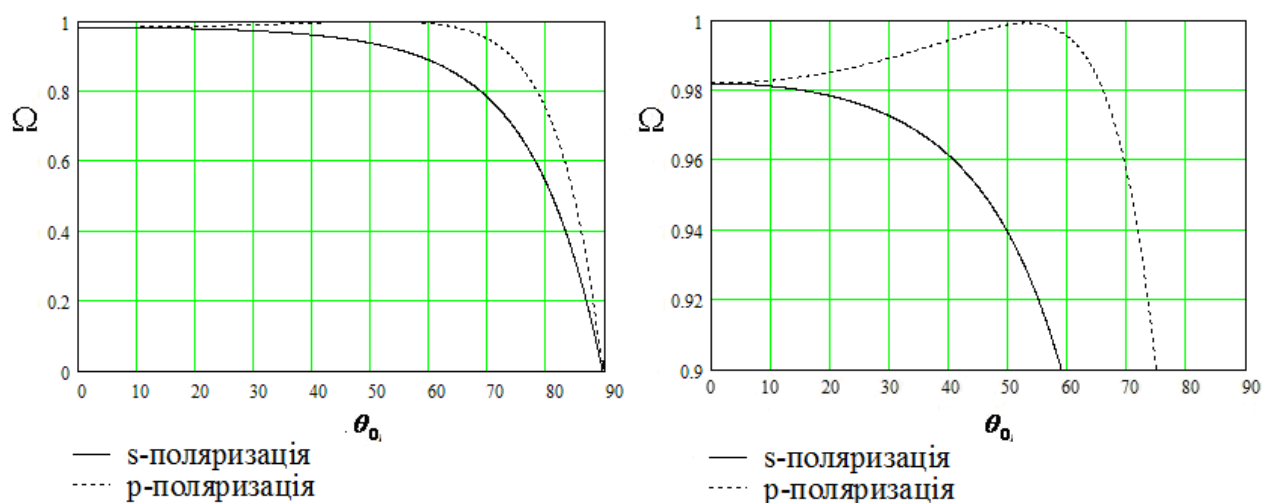
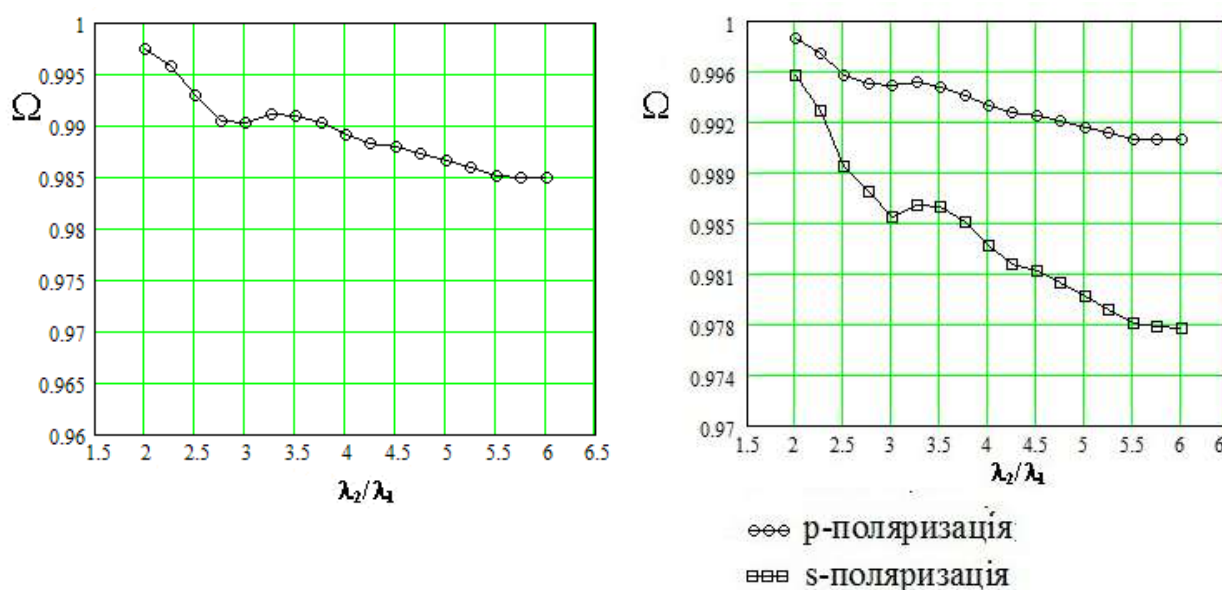


Рис. 4.22. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для тришарової однорідної структури залежно від кута

4.4. Дослідження оптимальних параметрів чотиришарових однорідних плівок

Розглянемо оптимальні значення функціонала (2.17) для чотиришарової ($k=4$) структури при падінні світла під різними кутами. Спочатку розглянемо, коли промінь падає перпендикулярно до шаруватої структури, тобто $\theta_0 = 0^\circ$ (рис. 4.23а).



а) $\theta_0 = 0^\circ$

б) $\theta_0 = 30^\circ$

Рис. 4.23. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для чотиришарової однорідної структури при $\theta_0 = 0^\circ$, $\theta_0 = 30^\circ$

Відомо, що для чотиришарових покриттів, як і для двошарових та тришарових, оптимальне значення показника заломлення верхнього шару для всіх спектральних діапазонів є сталим і рівним нижній межі для показника заломлення – 1.35 [1]. При збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм значення функціонала $\Omega(\lambda_1, \lambda_2)$ спадає, починаючи зі значення 0,997464, приблизно на 0,8%, при збільшенні правої границі λ_2 від 600 до 650 нм – зростає на 0,1%, а при подальшому збільшенні правої границі від 650 до 1200 нм – спадає приблизно на 0,6%. Отже, функціонала $\Omega(\lambda_1, \lambda_2)$ не є строго спадним при збільшенні правої границі, але має схильність до спадання і це спадання є незначним.

Проведемо дослідження, коли кут падіння рівний $\theta_0 = 30^\circ$. Із рис. 4.23б видно, що при збільшенні правої границі від 400 до 600 нм функціонал $\Omega(\lambda_1, \lambda_2)$ при s-поляризації спадає, починаючи зі значення 0,995880, приблизно на 1%, а при р-поляризації спадає від 0,998646 приблизно на 0,3%. При збільшенні правої границі λ_2 від 600 до 650 нм значення функціонала зростає на 0,1% при s-поляризації та 0,03% при р-поляризації, а при подальшому збільшенні правої границі до 1200 нм спадає на 0,9% при s-поляризації та 0,4% при р-поляризації. Як і для $\theta_0 = 0^\circ$, функціонал $\Omega(\lambda_1, \lambda_2)$ в обох випадках не є строго спадним, хоча має схильність до спадання. При цьому при s-поляризації спадання більш стрімке, ніж при р-поляризації.

При падінні під кутом $\theta_0 = 45^\circ$ (рис. 4.24а) при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 1200 нм функціонал для р-поляризації спадає від 0,999759 до 0,997934. При s-поляризації функціонал $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ при збільшенні правої границі від 400 до 650 нм спадає від 0,993200 до 0,974702, при збільшенні правої границі λ_2 від 650 до 700 нм значення функціонала зростає з 0,974702 до 0,975169, а при подальшому збільшенні правої границі з 700 до 1200 нм спадає від 0,975169 до 0,961340. Як бачимо для р-поляризації функціонал спадає повільніше ніж для s-поляризації, і для s-поляризації функціонал не є строго спадним, а має схильність до спадання.

Із рис. 4.24б видно, що для кута $\theta_0 = 50^\circ$ функціонал для s-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 650 нм спадає від 0,990823 до 0,967284, при збільшенні правої границі λ_2 від 650 до 700 нм значення функціонала зростає з 0,967284 до 0,967655, а при подальшому збільшенні правої границі з 700 до 1200 нм спадає від 0,967655 до 0,951446. При збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 1200 нм функціонал при р-поляризації спадає від 0,999960 до 0,999598. Отже, для s-поляризації функціонал не є строго спадним, а для р-поляризації є спадним, причому для р-поляризації це спадання зовсім незначне, графік функціонала наближається до прямої лінії.

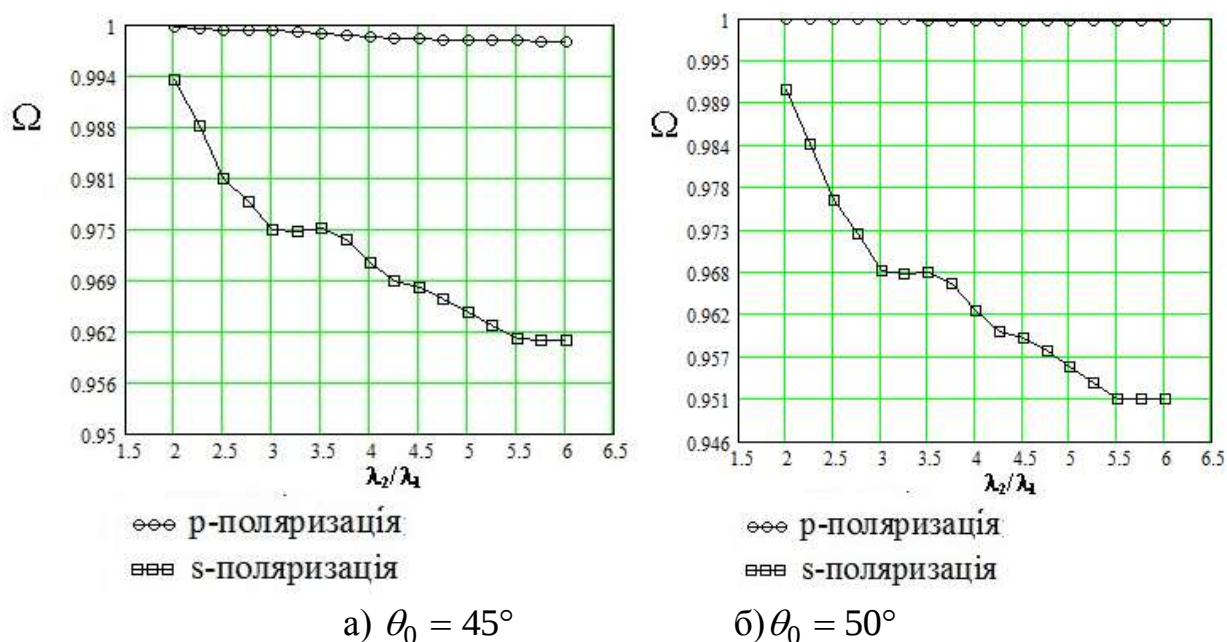


Рис. 4.24. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для чотиришарової однорідної структури при $\theta_0 = 45^\circ$, $\theta_0 = 50^\circ$

Розглянемо оптимальні значення функціонала для чотиришарової структури при падінні світла під кутом $\theta_0 = 55^\circ$ (рис. 4.25а). Для s-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 650 нм спадає з 0,986419 до 0,954115, при збільшенні правої границі λ_2 від 650 до 700 нм значення функціонала зростає з 0,954115 до 0,956574, а при подальшому збільшенні правої границі з 700 до 1200 нм спадає від 0,956574 до 0,937589. Отже для s-поляризації функціонал не є строго спадним, а є схильним до спадання. Для р-поляризації графік функціонала наближається до прямої ще більше, ніж для кута $\theta_0 = 50^\circ$, хоча можна простежити спадання функціонала при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 1200 нм з 0,999928 до 0,999798.

З рис. 4.25б видно, що при падінні світла під кутом $\theta_0 = 60^\circ$ для s-поляризації функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 650 нм спадає від 0,977784 до 0,936939, при збільшенні правої границі λ_2 від 650 до 700 нм значення функціонала зростає до 0,938832, при подальшому збільшенні правої границі до 1200 нм спадає до 0,917825. Для р-поляризації простежується спадання функціонала при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 1200 нм від 0,999710 до 0,998023. Як бачимо для s-поляризації функціонал не є строго

спадним, він схильний до спадання, а для р-поляризації є спадним, причому це спадання вже більш помітне, ніж для кута $\theta_0 = 55^\circ$.

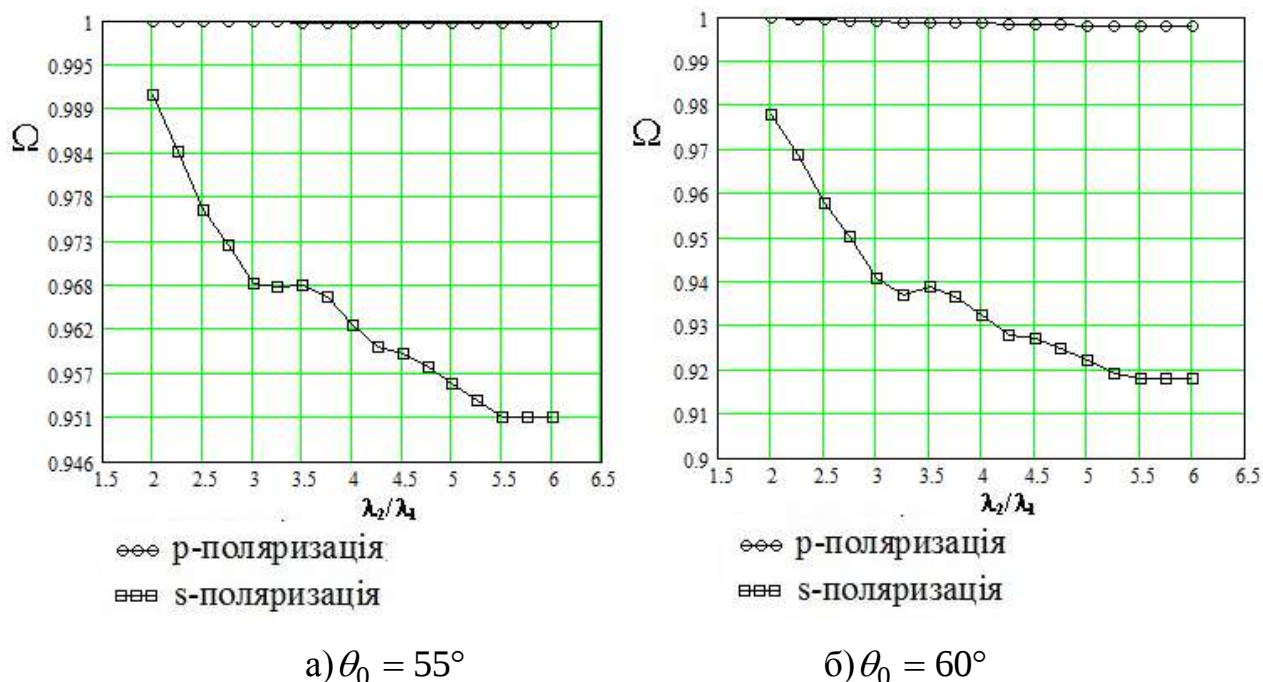


Рис. 4.25. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для чотиришарової однорідної структури при $\theta_0 = 55^\circ$, $\theta_0 = 60^\circ$

При падінні світла під кутом $\theta_0 = 75^\circ$ (рис. 4.26а) функціонал для s-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 900 нм спадає від 0,864027 до 0,772539, при збільшенні правої границі λ_2 від 900 до 950 нм значення функціонала зростає до 0,773879, при подальшому збільшенні правої границі λ_2 від 950 до 1200 нм значення функціонала повільно спадає до 0,766204. Отже, для s-поляризації функціонал схильний до спадання. Для р-поляризації значення функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 450 нм спадає з 0,923152 до 0,910704, а при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення дуже повільно спадає до 0,910499, тобто функціонал для р-поляризації є спадним.

Із рисунку 4.26б можна простежити, що для кута $\theta_0 = 85^\circ$ функціонал для s-поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 650 нм різко спадає з 0,537593 до 0,475012, при збільшенні правої границі λ_2 від 650 до 1200 нм

значення функціонала повільно спадає до 0,454174. Для р-поляризації можна простежити спадання функціонала при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 1200 нм з 0,563425 до 0,539841. Для обох поляризацій функціонал $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ є спадним, причому для s-поляризації спадання більш стрімке ніж при р-поляризації.

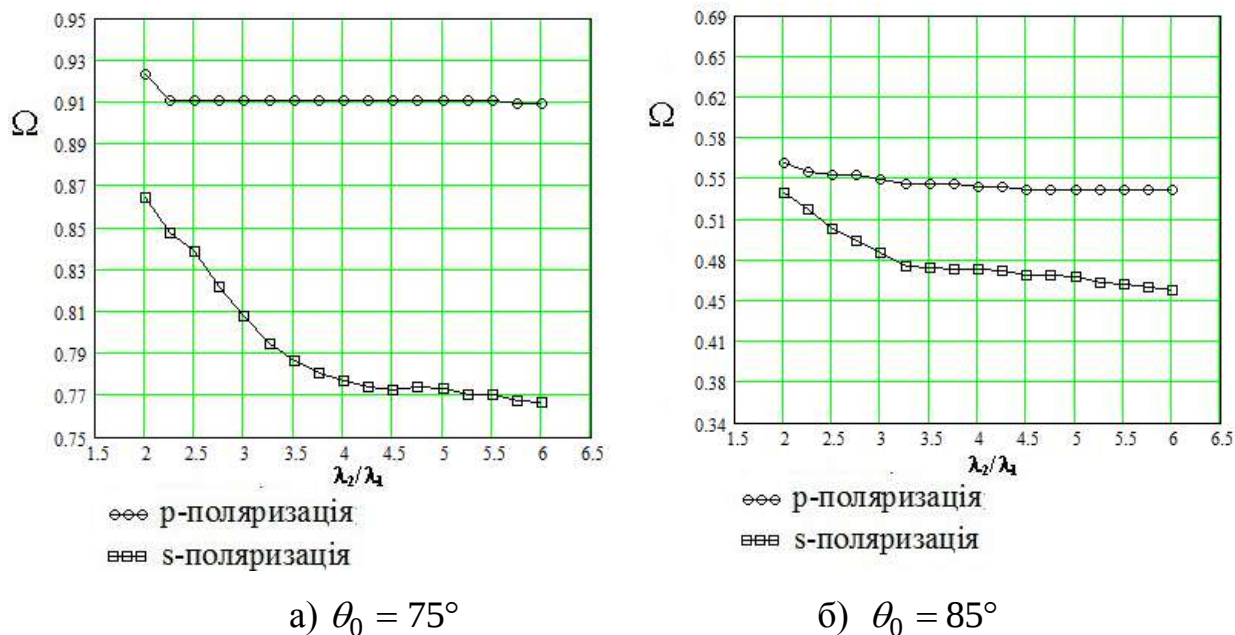


Рис. 4.26. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для чотиришарової однорідної структури при $\theta_0 = 75^\circ$, $\theta_0 = 85^\circ$

Із рисунку 4.27 можна простежити таку динаміку зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для чотиришарової однорідної структури для s-поляризації залежно від кута: для всіх кутів при збільшенні правої границі від 400 до 1200 нм функціонал схильний до спадання, причому при збільшенні правої границі від 600 до 650 нм для кутів $\theta_0 = 0^\circ$ і $\theta_0 = 30^\circ$ відбувається незначне зростання функціонала, а для кутів $\theta_0 = 45^\circ$, $\theta_0 = 50^\circ$, $\theta_0 = 55^\circ$, $\theta_0 = 60^\circ$ це зростання відбувається на проміжку від 650 до 700 нм, для кута $\theta_0 = 75^\circ$ зростання простежується на проміжку від 900 до 950 нм, а для кута $\theta_0 = 85^\circ$ функціонал на всьому проміжку спадає. На рис. 4.27 видно, що із збільшенням кута значення функціонала зменшується.

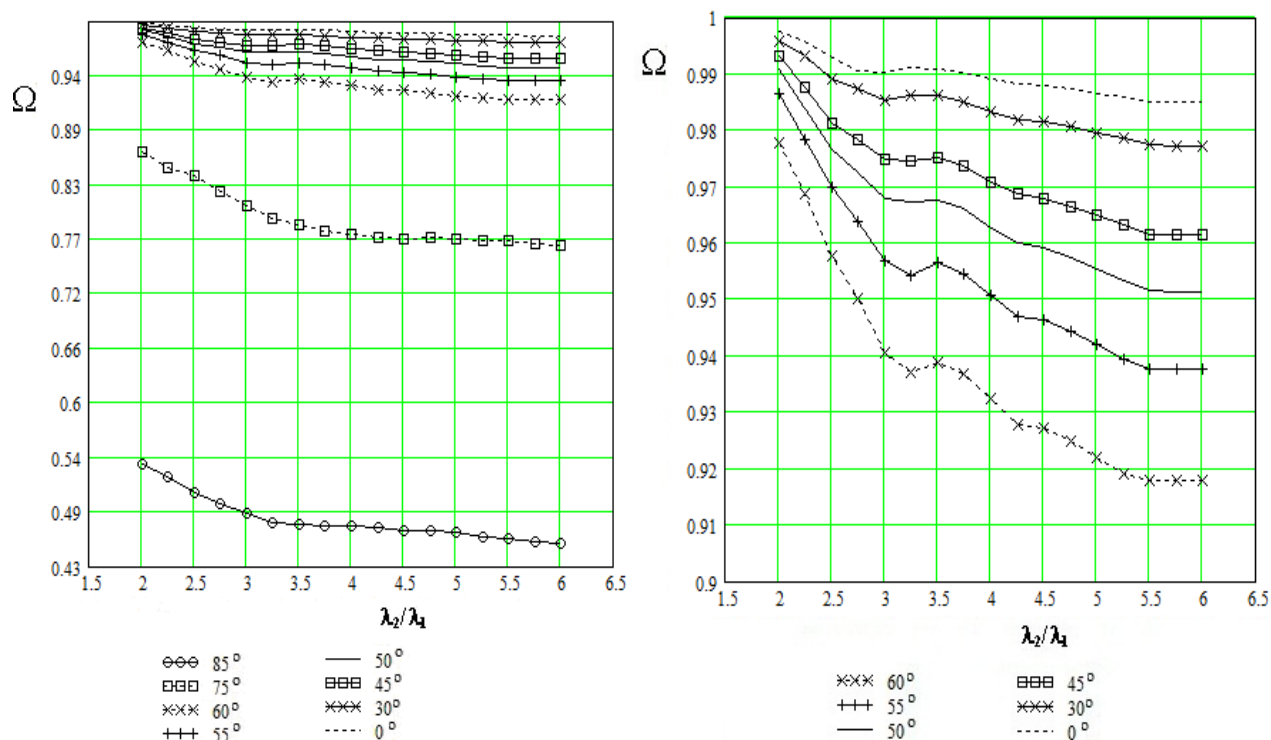


Рис. 4.27. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для чотиришарової однорідної структури для s-поляризації

При р-поляризації поведінка функціонала трохи відрізняється від поведінки при s-поляризації (рис. 4.28). Видно, що при зростанні кута до $\theta_0 = 55^\circ$ значення функціонала зростає, а потім зменшується. Ця закономірність пояснюється законом Брюстера. Для р-поляризації як і для s-поляризації, при збільшенні правої границі від 400 до 1200 нм функціонал спадає для всіх кутів (крім кутів $\theta_0 = 0^\circ$ і $\theta_0 = 30^\circ$, для яких функціонал схильний до спадання. Тут простежується незначне зростання на проміжку від 600 до 650 нм). Для р-поляризації менш помітні коливання цільової функції ніж для s-поляризації, графік функціонала наближається до прямої.

Значення функціонала при куті $\theta_0 = 55^\circ$ має менші коливання ніж при інших кутах, при подальшому збільшенні кута значення функціонала зменшується. Графіки функціонала для кута $\theta_0 = 50^\circ$ і $\theta_0 = 55^\circ$ перетинаються.

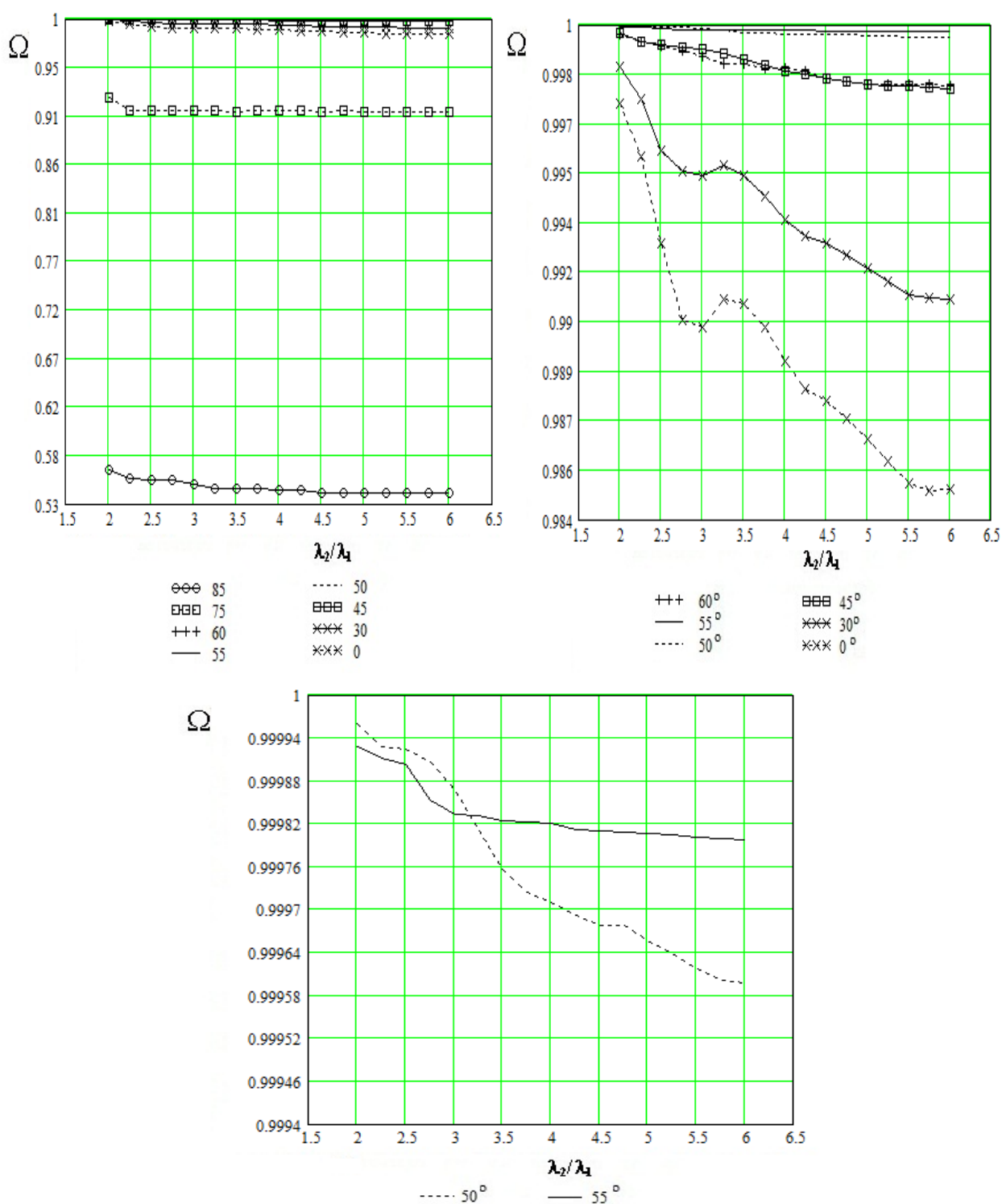


Рис. 4.28. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2/\lambda_1)$ для чотиришарової однорідної структури для р-поляризації

Можна простежити таку залежність цільової функції від кута падіння θ_0 : із збільшенням кута для s-поляризації значення цільової функції зменшується, а для

р-поляризації значення цільової функції спочатку зростає, а потім зменшується (рис. 4.29), що також пояснюється законом Брюстера.

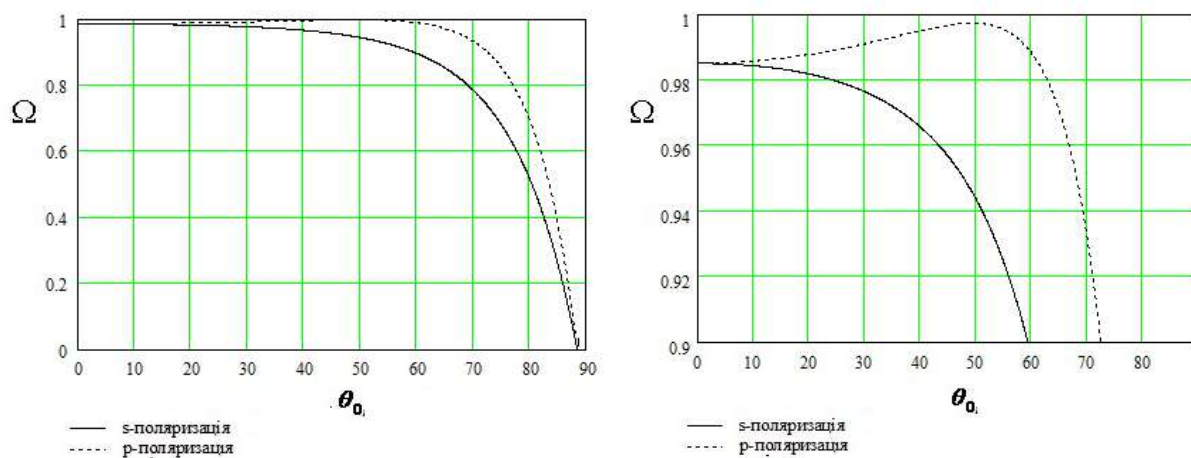


Рис. 4.29. Динаміка зміни функціонала $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для чотиришарової однорідної структури в залежності від θ_0

4.5. Проектування одно-, дво-, три- та чотиришарових покриттів при падінні світла під кутом 30°

Розглянемо авторське свідоцтво №934429 [126]. Покращимо його характеристики. Так, наприклад, реальні матеріали в короткохвильовій області мають такі показники заломлення: 1,35; 1,37; 1,43; 1,65; 1,8; 1,9; 1,95; 2,0; 2,05; 2,1; 2,2. Значення функціонала $F(\bar{n}, \bar{d})$ з параметрами, взятими із авторського свідоцтва №934429 для спектрального інтервалу $0,75 - 1,25 \lambda_0$ для фільтра з робочою довжиною $\lambda_0=750$ нм становитиме 0,9982 (рис. 4.30, крива 1), а від параметрами, взятими в роботі буде складати 0,9997 (4.30, крива 2).

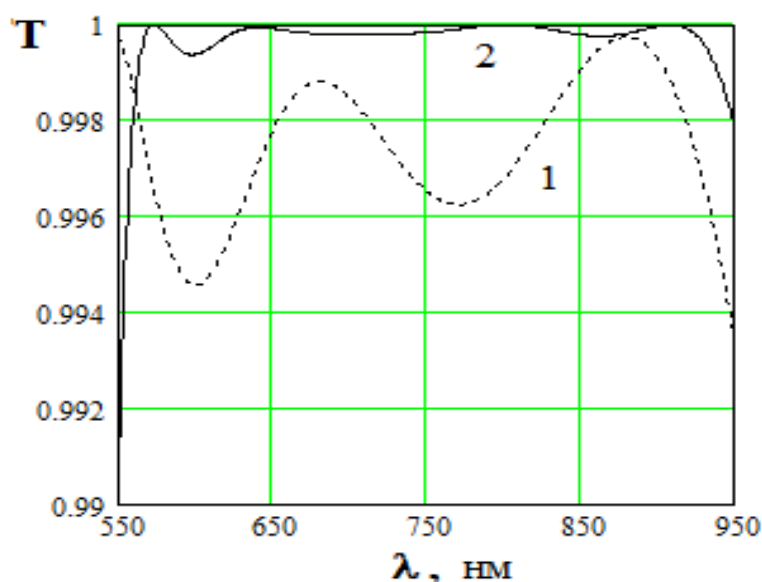


Рис. 4.30. Криві коефіцієнта пропускання при просвітленні 7-шарової підкладки з чергуючимися шарами (1,35 та 2,1) з показником заломлення $n_s=1,52$:

1 – параметри взяті з авторського свідоцтва №934429 (оптичні товщини шарів відносно λ_0 складають 0,064 : 0,038 : 0,401 : 0,032 : 0,084 : 0,459 : 0,229);

2 – отримані параметри ($n_1=1,37, n_2=1,9, n_3=2,2, n_4=1,9, n_5=1,43, n_6=2,2, n_7=1,35, d_1=252,60, d_2=85,09, d_3=63,08, d_4=50,0, d_5=223,89, d_6=156,62, d_7=128,46$)

Отримані за допомогою r-алгоритму значення спектральних характеристик просвітлення підкладки (рис. 4.30, крива 2) вийшли кращими, ніж значення спектральних характеристик просвітлення підкладки існуючого покриття, зазначеного у свідоцтві (рис. 4.30, крива 1). Це дозволяє стверджувати, що

г-алгоритм є ефективним інструментом вирішення деяких оптимізаційних задач, пов'язаних з оптичними багатошаровими покриттями.

Для зведення до реальних матеріалів запропонований метод, що реалізується у формі послідовності кроків:

1. Знаходимо оптимальний розв'язок задачі (2.17–2.20).
2. Визначаємо матеріали до найближчих отриманих теоретичних показників заломлення.
3. Фіксуємо визначені показники заломлення і проводимо оптимізацію по товщині:

$$\Omega(\lambda_1, \lambda_2) = \max_{\bar{d}} F(\bar{n}, \bar{d}) = \max_{\bar{d}} \left(\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L T^2(\bar{n}, \bar{d}, \lambda_{(i)}) \right)^{1/2}, \quad (4.1)$$

враховуючи обмеження на геометричну товщину:

$$50 \text{ нм} \leq d_j \leq 750 \text{ нм} \quad (j = \overline{1, N}), \quad N = 1, 2, 3, 4. \quad (4.2)$$

Оптимізуємо параметри одно-, дво-, три- та чотиришарового покриття на спектральному інтервалі від 200 до 700 нм при падінні світла під кутом $\theta_0 = 30^\circ$. Як підкладинку візьмемо скло з показником заломлення $n_s = 1,51$. За допомогою г-алгоритму [20] спочатку знаходимо оптимальні параметри функціонала (2.17), а далі підбираємо показники заломлення реальних матеріалів, які найближче до отриманих теоретичних результатів. Після цього фіксуємо показники заломлення і оптимізуємо товщини шарів.

Роглянемо одношарове покриття, при падінні світла під кутом. Після проведення обчислень для s-поляризації отримаємо оптичне покриття, для якого шар завтовшки $d_1 = 74.945$ нм складається з матеріалу Na_3AlF_6 , показник заломлення якого $n_1 = 1,35$. Значення цільової функції (2.17) дорівнює 0,9740529. Причому при $\lambda = 364$ нм отримаємо максимум коефіцієнта пропускання $T_{\max} = 0,9854454$, а при $\lambda = 200$ нм отримаємо мінімум коефіцієнта пропускання $T_{\min} = 0,9420194$ (рис. 4.31).

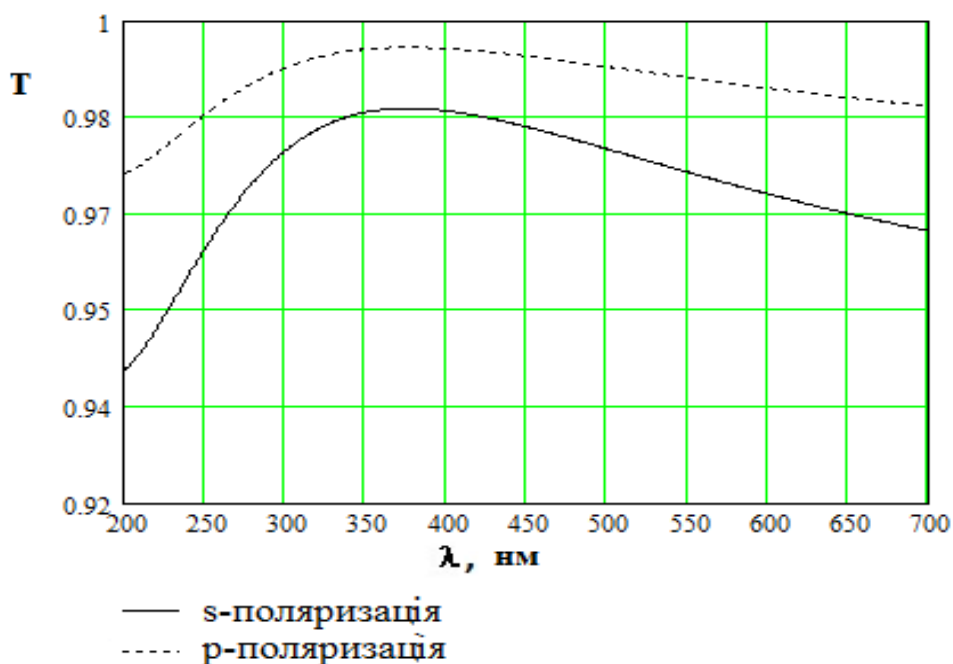


Рис. 4.31. Криві коефіцієнтів пропускання для одношарового покриття при кутові $\theta_0 = 30^\circ$

Для р-поляризації при падінні світла була спроектована така одношарова оптична структура: для шару взято Na_3AlF_6 з показником $n_1 = 1,35$ завтовшки $d_1 = 74,645$ нм. Значення цільової функції (2.17) дорівнює 0,9901028. Причому при $\lambda = 374$ нм отримаємо максимум коефіцієнта пропускання $T_{\max} = 0,9955420$, а при $\lambda = 200$ нм отримаємо мінімум коефіцієнта пропускання $T_{\min} = 0,9746879$. Із рис. 4.30 видно, що на всьому спектральному інтервалі для s-поляризації коефіцієнт пропускання спроектованих покриттів менше ніж для р-поляризації.

Роглянемо двошарове покриття при падінні світла під кутом $\theta_0 = 30^\circ$. Після проведення обчислень для s-поляризації отримаємо оптичне покриття з такою структурою: перший шар завтовшки $d_1 = 145,254$ нм з матеріалу Al_2O_3 , показник заломлення якого $n_1 = 1,63$, другий – матеріал Na_3AlF_6 з показником заломлення $n_2 = 1,35$ та завтовшки $d_2 = 73,413$ нм. Значення цільової функції (2.17) дорівнює 0,9773440. Причому при $\lambda = 334$ нм отримаємо максимум коефіцієнта пропускання $T_{\max} = 0,9974588$, а при $\lambda = 200$ нм отримаємо мінімум коефіцієнта пропускання $T_{\min} = 0,9281729$ (рис. 4.32).

Для р-поляризації при падінні світла була спроектована така двошарова оптична структура. Для першого шару взято SiO з показником заломлення $n_1 = 1,6$ та завтовшки $d_1 = 149,475$, для другого – Na_3AlF_6 з показником $n_2 = 1,35$ та завтовшки $d_2 = 72,873$ нм. Значення цільової функції (2.17) дорівнює 0,99105169. Причому при $\lambda = 336$ нм отримаємо максимум коефіцієнта пропускання $T_{\max} = 0,9994164$, а при $\lambda = 200$ нм отримаємо мінімум коефіцієнта пропускання $T_{\min} = 0,9685197$. Із рисунку 4.32 видно, що на всьому спектральному інтервалі для р-поляризації коефіцієнт пропускання спроектованих покриттів більше ніж для s-поляризації.

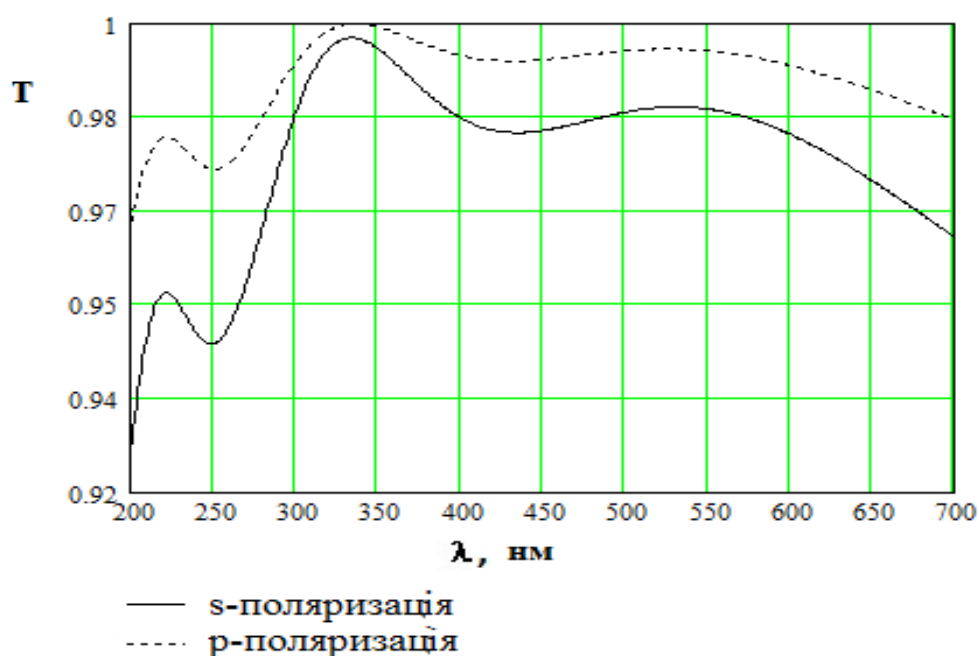


Рис. 4.32. Криві коефіцієнтів пропускання для двошарового покриття при кутові $\theta_0 = 30^\circ$

Роглянемо тришарове покриття, при падінні світла під кутом $\theta_0 = 30^\circ$. Після проведення обчислень для s-поляризації отримаємо оптичне покриття з такою структурою: перший шар – Al_2O_3 з показником заломлення $n_1 = 1,7$ та завтовшки $d_1 = 95,703$ нм, другий – матеріал SiO з показником заломлення $n_2 = 1,6$ та завтовшки $d_2 = 50,000$ нм, третій – Na_3AlF_6 з показником $n_3 = 1,35$ та завтовшки $d_3 = 68,719$ нм. Значення цільової функції (2.17) дорівнює 0,9807555. Причому

при $\lambda = 323$ нм отримаємо максимум коефіцієнта пропускання $T_{\max} = 0,9963507$, а при $\lambda = 200$ нм отримаємо мінімум коефіцієнта пропускання $T_{\min} = 0,93919162$ (рис. 4.33).

Для р-поляризації при падінні світла під кутом $\theta_0 = 30^\circ$ була спроектована така тришарова оптична структура. Для першого шару взято Al_2O_3 з показником заломлення $n_1 = 1,65$ та завтовшки $d_1 = 100,410$ нм, для другого PbTe з показником заломлення $n_2 = 1,57$ та завтовшки $d_2 = 50,000$ нм, для третього Na_3AlF_6 з показником $n_3 = 1,35$ та завтовшки $d_3 = 68,788$ нм. Значення цільової функції (2.17) дорівнює 0,9927670. Графік коефіцієнта пропускання для р-поляризації показано на рис. 4.33. Причому при $\lambda = 325$ нм отримаємо максимум коефіцієнта пропускання $T_{\max} = 0,9987641$, а при $\lambda = 200$ нм отримаємо мінімум коефіцієнта пропускання $T_{\min} = 0,9747135$. Так як і для одно- та двошарового покриттів для тришарового на всьому спектральному інтервалі для s-поляризації коефіцієнт пропускання спроектованих покриттів менше, ніж для р-поляризації.

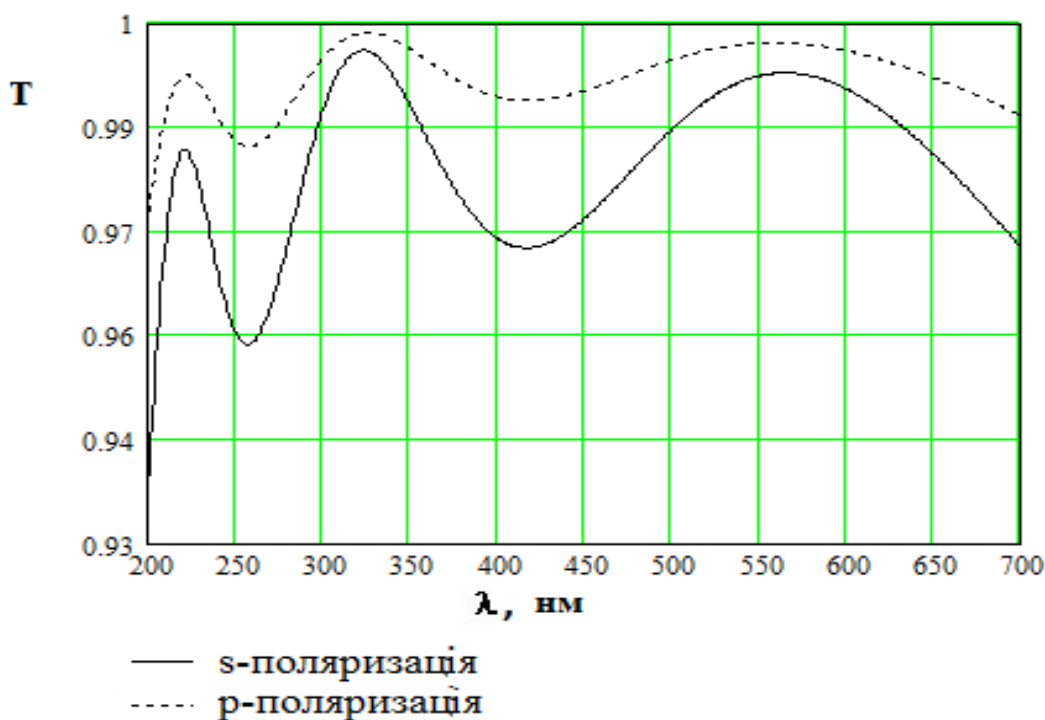


Рис. 4.33. Криві коефіцієнтів пропускання для тришарового покриття при кутові $\theta_0 = 30^\circ$

Роглянемо чотиришарове покриття при падінні світла під кутом $\theta_0 = 30^\circ$. Після проведення обчислень для s-поляризації отримаємо оптичне покриття з такою структурою: перший шар – Al_2O_3 з показником заломлення $n_1 = 1,7$ та завтовшки $d_1 = 51,356$ нм, другий – матеріал HfO_2 з показником заломлення $n_2 = 1,98$ та завтовшки $d_2 = 80,122$ нм, третій – Al_2O_3 з показником заломлення $n_3 = 1,68$ та завтовшки $d_3 = 50,000$ нм, четвертий – Na_3AlF_6 з показником $n_4 = 1,35$ та завтовшки $d_4 = 65,022$ нм. Значення цільової функції (2.17) дорівнює 0,9861392. Причому при $\lambda = 602$ нм отримаємо максимум коефіцієнта пропускання $T_{\max} = 0,9984755$, а при $\lambda = 200$ нм отримаємо мінімум коефіцієнта пропускання $T_{\min} = 0,9382722$ (рис. 4.34).

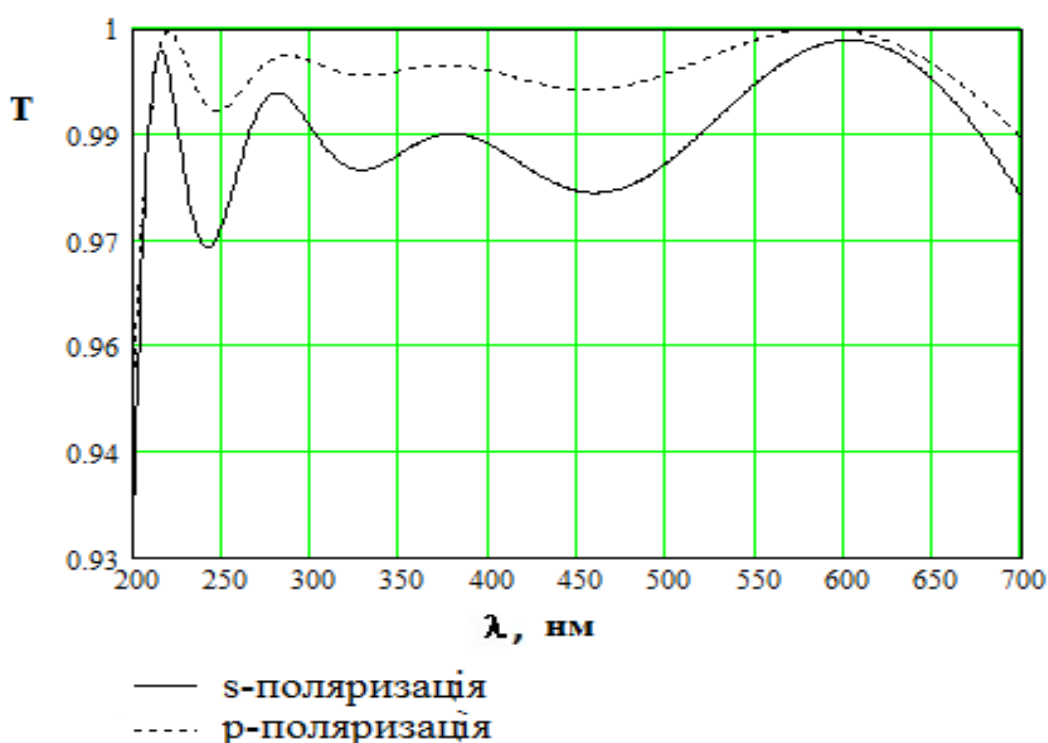


Рис. 4.34. Криві коефіцієнтів пропускання для чотиришарового покриття при кутові $\theta_0 = 30^\circ$.

Для р-поляризації при падінні світла під кутом $\theta_0 = 30^\circ$ була спроектована така чотиришарова оптична структура. Для першого шару взято Al_2O_3 з показником заломлення $n_1 = 1,69$ та завтовшки $d_1 = 51,624$ нм, для другого – HfO_2 з показником заломлення $n_2 = 1,98$ та завтовшки $d_2 = 83,505$ нм, для третього –

Al_2O_3 з показником заломлення $n_3 = 1.67$ завтовшки $d_3 = 50,000 \text{ нм}$, для четвертого $-\text{Na}_3\text{AlF}_6$ з показником $n_4 = 1,35$ завтовшки $d_4 = 63,733 \text{ нм}$. Значення цільової функції (2.17) дорівнює 0,9943578. Графік коефіцієнта пропускання для р-поляризації показано на рис. 4.34. Причому при $\lambda = 587 \text{ нм}$ отримуємо максимум коефіцієнта пропускання $T_{\max} = 0,9999950$, а при $\lambda = 200$ отримуємо мінімум коефіцієнта пропускання $T_{\min} = 0,9551313$. Отже, на всьому спектральному інтервалі для р-поляризації коефіцієнт пропускання спроектованих покриттів більше ніж для s-поляризації незалежно від кількості шарів.

Для обох поляризацій значення цільової функції зростає із збільшенням кількості шарів (табл. 4.1), хоча графіки коефіцієнтів пропускання для обох поляризацій перетинаються (рис. 4.35 та рис. 4.36).

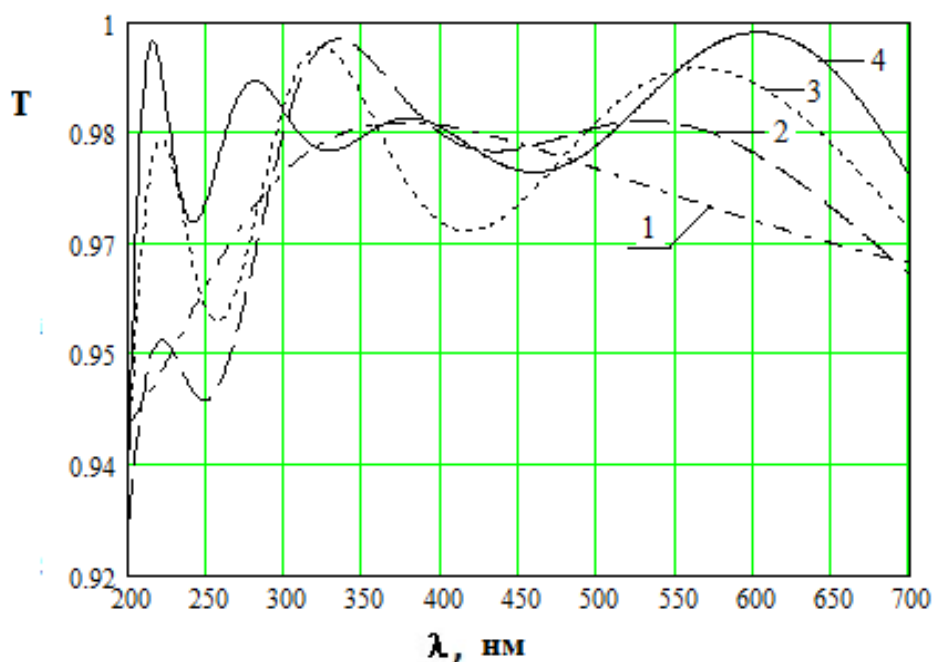


Рис. 4.35. Криві коефіцієнтів пропускання для s-поляризації для кута $\theta_0 = 30^\circ$:
 1 – одношарове покриття; 2 – двошарове покриття; 3 – тришарове покриття;
 4 – чотиришарове покриття

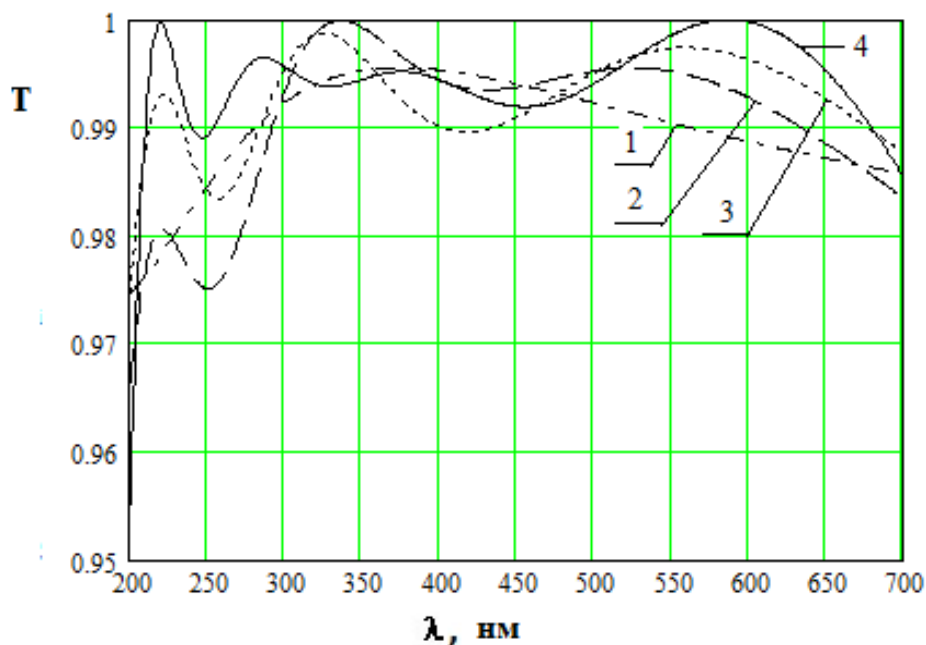


Рис. 4.36. Криві коефіцієнтів пропускання для р-поляризації для кута $\theta_0 = 30^\circ$:
 1 – одношарове покриття; 2 – двошарове покриття; 3 – тришарове покриття;
 4 – чотиришарове покриття

Таблиця 4.1.

Значення цільової функції

Кількість шарів	s-поляризація	p-поляризація
1	0,9740529	0,9901028
2	0,9773440	0,9910516
3	0,9807555	0,9927670
4	0,9861392	0,9943578

Отримані одно-, дво-, три- та чотиришарового покриття можна реалізувати і використовувати на практиці.

Висновки до розділу 4

1. Запропоновано постановку оптимізаційної задачі визначення впливу ширини спектрального інтервалу λ_2 / λ_1 на ефективність просвітлення однорідними плівками низькозаломлюючої підкладки ($n_s=1,51$) при падінні світла під кутом.

2. Досліджено можливості просвітлення низькозаломлюючої підкладинки ($n_s=1,51$) однорідними плівками при падінні світла під кутом для одно-, дво-, три- та чотиришарових покриттів. Виявлено динаміку зміни оптимальних параметрів та досліджуваного функціоналу, який із збільшенням спектрального інтервалу не є строго спадним, але має схильність до спадання. Значення цільової функції із збільшенням кута падіння θ_0 для s -поляризації зменшується, а для p -поляризації її значення спочатку зростає, потім зменшується, що узгоджується із законом Брюстера.
3. Виявлено, що із збільшенням заданого для просвітлення спектрального інтервалу λ_2 / λ_1 можливості просвітлення низькозаломлюючої підкладинки однорідними структурами зменшуються.
4. На основі розроблених математичних моделей і методів запропоновано покращити характеристики відомого просвітлюючого покриття. Отримані результати просвітлення низькозаломлюючої підкладинки ($n_s=1,51$) однорідними плівками при падінні світла під кутом для одно-, дво-, три- та чотиришарових покриттів спроектовано на реальні матеріали і наведено їх порівняльну характеристику.

ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі розв'язана актуальна наукова задача: розроблено математичні моделі профілю показника заломлення для синтезу багатошарових оптичних структур із частково неоднорідними плівками, визначені оптимальні параметри багатошарових оптичних структур при падінні світла під кутом; на основі методів багатовимірної пошуку, розроблено програмно-алгоритмічний комплекс для моделювання і оптимізації спектральних характеристик таких структур. Результати доведено до практичної реалізації та впровадження. При цьому одержано такі результати:

1. Розроблено математичні моделі високозаломлюючих шарів з частковою неоднорідністю, які дозволяють проводити розрахунки спектральних характеристик оптичних фільтрів з врахуванням наступних типів розподілу показника заломлення в перехідній (неоднорідній) області високозаломлюючої плівки: експоненціальним розподілом; квадратичним розподілом; лінійним розподілом; логарифмічним розподілом; ступінчастим розподілом.
2. Залежно від поляризації та кута падіння світлового пучка на оптичний фільтр, вперше виявлено зміни параметрів спектрів пропускання багатошарових оптичних структур при наявності перехідної області з неоднорідним розподілом показника заломлення у високозаломлюючих плівках, що дозволяє враховувати ці зміни при конструюванні оптичних багатошарових покриттів і забезпечувати при виготовленні стабільні значення їх основних параметрів: коефіцієнта пропускання $T_{\max}$, положення максимуму пропускання $\lambda_{\max}$, півширини $\delta\lambda_{0,5}$ та десятиної $\delta\lambda_{0,1}$ ширини смуг пропускання, ширини коротко – та довгохвильового спектральних інтервалів відповідно $\Delta\lambda_K$ та $\Delta\lambda_D$ пропускання для вузькосмугових фільтрів; коефіцієнт мінімуму пропускання $T_{\min}$, коефіцієнт максимуму пропускання $T_{\max}$, ширин області мінімального пропускання на рівні $T=0,5$ та на рівні $T=0,1$ положення

- максимуму пропускання $\lambda_{\max}$ та положення мінімумів пропускання $\lambda_{\min}$ для відрізаючих фільтрів; середнього коефіцієнта пропускання $T_{\text{сер}}$, ширин смуг пропускання на рівні $T=0,1$ та на рівні $T=0,5$ для широкосмугових фільтрів.
3. Встановлено, що по відношенню до спектральної характеристики фільтрів для ідеального випадку різких меж плівками, зміни спектральних характеристик фільтрів з частково неоднорідним перехідним шаром у високозаломлюючій плівці для робочих довжин хвиль видимої області спектру, залежно від типу розподілу показника заломлення в перехідній області плівки зменшується в такій послідовності: ступінчастий, логарифмічний, лінійний, квадратичний та експоненціальний залежності.
 4. Виявлено, що при зміні положення робочої довжини хвилі від видимого діапазону до інфрачервоного, для всіх кутів падіння і при обох поляризаціях, відхилення значень спектральних характеристик оптичних фільтрів з частково неоднорідним шаром від значень, розрахованих для ідеального випадку різких меж між шарами, неперервно зменшується із ростом довжини робочої довжини хвилі.
 5. Досліджено, що при наявності перехідної області у високозаломлюючій компоненті, для заданої робочої довжини хвилі, збільшення числа шарів відносно оптимального їх числа, зменшує різницю в зміні спектральних характеристик між ідеальним випадком різких меж в багатошаровій оптичній структурі та такій же структурі з перехідними шарами. Це зближення спектральних характеристик з ростом числа шарів спостерігається при всіх типових робочих довжинах хвиль і довільних кутах падіння світла.
 6. Запропоновано оптимізаційну модель для визначення впливу ширини спектрального інтервалу λ_2 / λ_1 на ефективність просвітлення однорідними плівками низькозаломлюючої підкладки при падінні світла під кутом. Виявлено, що із збільшенням заданого для просвітлення спектрального інтервалу λ_2 / λ_1 можливості просвітлення низькозаломлюючої підкладки однорідними структурами зменшуються. Досліджено можливості

просвітлення низькозаломлюючої підкладинки ($n_s=1,51$) однорідними плівками при падінні світла під кутом для одно-, дво-, три- та чотиришарових покриттів. Виявлено динаміку зміни оптимальних параметрів та досліджуваного функціоналу, який із збільшенням спектрального інтервалу не є строго спадним, але має схильність до спадання. Значення цільової функції із збільшенням кута падіння θ_0 для s -поляризації зменшується, а для p -поляризації її значення спочатку зростає, потім зменшується, що узгоджується із законом Брюстера. Показані можливості просвітлення однорідними багат шаровими структурами залежно від спектрального інтервалу.

7. На основі розроблених математичних моделей і методів запропоновано покращити характеристики відомого просвітлюючого покриття. Отримані результати просвітлення низькозаломлюючої підкладинки ($n_s=1,51$) однорідними плівками при падінні світла під кутом для одно-, дво-, три- та чотиришарових покриттів спроектовано на реальні матеріали та наведено їх порівняльну характеристику.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Яковлев П. П. Проектирование интерференционных покрытий / П. П. Яковлев, Б. Б. Мешков. – М.: Машиностроение, 1987. – 192 с.
2. Furman Sh. Basics of optics of multiplayer systems / Sh. Furman, A. V. Tikhonravov. – Editions Frontiers, Gif-sur Yvette. – 1992. – 242 p.
3. Путилин Э. С. Оптические покрытия: уч. пос. / Э. С. Путилин. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2010. – 227 с.
4. Фурман Ш. А. Тонкослойные оптические покрытия / Ш. А. Фурман. – Л.: Машиностроение, 1978. – 264 с.
5. Бернинг П. Х. Теория и методы расчета оптических свойств тонких пленок / П. Х. Бернинг // Физика тонких пленок / Пер. с англ. под ред. М. И. Елинсона и В. Б. Сандомирского. – М.: Мир, 1967. – Т. 1. – С. 91–151.
6. Abeles F. Matrix method / F. Abeles // Ann.de Physique. – 1950. – V. 5. – P. 596–640.
7. Хасс Г. Физика тонких пленок / Г. Хасс, М. Франкомб, Р. Гофман / Пер. с англ. под ред. А. Г. Ждана и В. Б. Сандомирского. – М.: Мир, 1975. – Т. 8. – 359 с.
8. Борн М. Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. – 387 с.
9. Apparao K. V. S. R. An Improved Optimization Method of Designing Thin Film Filters / K. V. S. R. Apparao. – Indian J. Pure Appl. Phys. – 1975. – V. 13, № 3. – P. 183–186.
10. Кард П. Г. Анализ и синтез многослойных интерференционных пленок / П. Г. Кард. – Таллин: Валгус, 1971. – 235 с.
11. Крылова Т. Н. Интерференционные покрытия / Т. Н. Крылова. – Л.: Машиностроение, 1973. – 224 с.
12. Колодный Г. Я. Многослойные интерференционные покрытия / Г. Я. Колодный, Е. А. Левчук, Ю. Д. Порядин, П. П. Яковлев // Электронная промышленность. – Л.: Машиностроение, 1981. – Вып. 5–6. – С. 93–101.
13. Яненко О. П. Вузкосмуговий модуляційний радіометр-спектроаналізатор [Електронний ресурс] / О. П. Яненко, Ю. А. Скрипник, В. П. Куценко // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Серія: Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2011. – Вип. 47. – С. 111–117.
14. Шор Н. З. Метод минимизации, использующий операцию растяжения пространства в направлении разности двух последовательных градиентов / Н. З. Шор, Н. Г. Журбенко // Кибернетика. – 1971. – №3. – С. 51–59.
15. Шор Н. З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения / Н. З. Шор. – К.: Наукова думка, 1979. – 199 с.
16. Шор Н. З. Развитие алгоритмов недифференцируемой оптимизации и их приложения / Н. З. Шор, Н. Г. Журбенко, А. П. Лиховид, П. И. Стецюк // Кибернетика и системный анализ. – 2003. – С. 59–79.

17. Батищев Д. И. Методы проектирования / Д. И. Батищев. – М.: Сов. радио, 1975. – 216 с.
18. Шор Н. З. Применение метода градиентного спуска для решения сетевой транспортной задачи / Н. З. Шор. – В кн.: Материалы науч. семинара по теорет. и прикл. вопр. кибернетики и исследования операций: Науч. совет по кибернетике АН УССР. – К., 1962. – Вып. 1. – С. 9–17.
19. Rabinovich K. Multilayer Antireflection Coatings: Theoretical Model and Design Parameters / K. Rabinovich, A. Pagis // Appl. Opt. – 1975. – V. 14, №6. – P. 1326–1334.
20. Васильев В. П. Методы решения экстремальных задач / В. П. Васильев. – М.: Наука, 1981. – 400 с.
21. Шор Н. З. Метод растяжения пространства для ускорения сходимости в задачах овражного типа / Н. З. Шор, В. И. Билецкий. – В кн: Тр. семинара Науч. совета АН УССР по кибернетике «Теория оптимальных решений». – К., 1969. – №2. – С. 3–18.
22. Шор Н. З. Использование операций растяжения пространства в задачах минимизации выпуклых функций / Н. З. Шор // Кибернетика. – 1970. – №1. – С. 6–12.
23. Шор Н. З. О скорости сходимости обобщенного градиентного спуска с растяжением пространства / Н. З. Шор // Кибернетика. – 1970. – №2. – С. 80–85.
24. Стецюк П. І. Методи негладкої оптимізації у спеціальних задачах класифікації / П. І. Стецюк, О. А. Березовський, М. Г. Журбенко, Д. О. Кропотов. – К., 2009. – 27 с. – (Препр. / НАН України, Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова; 2009–1). – Бібліогр.: С. 26–27.
25. Яковлев П. П. Метод конструирования оптических покрытий / П. П. Яковлев, Б. Б. Мешков // Вопросы радиоэлектроники. Серия: Общетехническая. – 1985. – Вып. 12. – С. 125–128.
26. Журбенко М. Г. Субградієнтні методи змінної метрики для розв'язування яружних задач оптимізації / М. Г. Журбенко, П. І. Стецюк. – К., 2009. – 27 с. – (Препр. / НАН України, Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова; 2009–3). – Бібліогр.: С. 25–26. – укр.
27. Юдин Д. Б. Информационная сложность и эффективные методы решения выпуклых экстремальных задач / Д. Б. Юдин, А. С. Немировский // Экономика и мат. методы. – 1976. – Вып. 2. – С. 357–359.
28. Шор Н. З. Метод отсечения с растяжением пространства для решения задач выпуклого программирования / Н. З. Шор // Кибернетика. – 1977. – №1. – С. 94–95.
29. Шор Н. З. Метод минимизации, использующий операцию растяжения пространства в направлении разности двух последовательных градиентов / Н. З. Шор, М. Г. Журбенко // Кибернетика. – 1971. – №3. – С. 51–59.
30. Зінченко В. Ф. Плівкоутворюючі матеріали та багатошарові покриття інтерференційної оптики технологічних ІЧ-лазерів / В. Ф. Зінченко, В. П.

- Антонович, І. Р. Магунов, Г. І. Кочерба, В. П. Соболев, О. В. Мозкова, Б. А. Горштейн // Наука та інновації. – 2009. – Т. 5, № 6. – С. 5–10.
31. Привалов В. Е. Моделирование распространения лазерного излучения в неоднородных средах со сложной геометрией / В. Е. Привалов, А. Ю. Сетейкин, А. Э. Фотиади // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Сер.: Физико-математические науки. – 2013. – № 1 (165). – С. 45–54.
 32. Sveshnikov A. G. Modern methods for synthesizing multiplayer optical coatings / A. G. Sveshnikov, A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov // J. of Communications Technology and Electronics. – 2000. – V. 45, № Suppl. 2. – P. SI 51–SI 59.
 33. Тихонравов А. В. Синтез слоистых сред / А. В. Тихонравов. – М.: Союзполиграфпром, 1987. – 48 с.
 34. Бородюк Н. Р. Исследование оптических характеристик узкополосных фильтров методом моделирования / Н. Р. Бородюк, Б. Б. Мешков, П. П. Яковлев // Техника средств связи. Серия: технология производства и оборудование. – 1992. – Вып. 1. – С. 18–26.
 35. Добровольский Ю. А. Автоматизированная программа проектирования тонкопленочного интерференционного фильтра на основе использования отрицательных фильтров / Ю. А. Добровольский // Космическая оптика. Труды IX Международного конгресса международной комиссии по оптике / Пер. с англ. под ред. В. К. Аблекова. – М.: Машиностроение, 1980. – С. 370–376.
 36. Ефременко В. А. О возможности подавления пиков отражения в полосах пропускания диэлектрических зеркал / В. А. Ефременко, Г. Я. Колодный, Б. Б. Мешков // Квантовая электроника. – 1974. – Т. 1. – № 8. – С. 1857–1861.
 37. Солошенко Н. В. Смогові фільтри міліметрового діапазону на основі хвильоводно-копланарної лінії [Електронний ресурс] / Н. В. Солошенко, М. Ю. Омеляненко // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». Сер.: Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2012. – Вип. 49. – С. 219–221.
 38. Кокс Дж. Просветляющие покрытия для видимой и инфракрасной областей спектра / Дж. Кокс, Г. Хасс // Физика тонких пленок / Пер. с англ. под ред. М. И. Елинсона и В. Б. Сандомирского. – М.: Мир, 1967. – С. 186–213.
 39. Amotchkina T. V. Design, production, and reverse engineering of two-octave antireflection coatings / T. V. Amotchkina, M. K. Trubetskov, V. Pervak, A. Tikhonravov // Applied optics. – 2011. – 50(35). – С. 6468–6475.
 40. Григорьев Ф. В. Пространственные и временные эффекты при осаждении частиц на тонкие пленки диоксида кремния, получаемые с использованием высокоэнергетических процессов напыления / Ф. В. Григорьев, В. Б. Сулимов, О. А. Кондакова, И. В. Кочкиков, А. В. Тихонравов // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика, астрономия, (3). – 2013. – С. 80–83.

41. Первак Ю. А. Оптические свойства неравнотолщинных многослойных покрытий с симметричными периодами / Ю. А. Первак, И. В. Фекешгази // Квантовая электроника. – 1994. – Вып. 46. – С. 8–11.
42. Amotchkina T. V. Quality control of oblique incidence optical coatings based on normal incidence measurement data / T. V. Amotchkina, M. K. Trubetskov, A. V. Tikhonravov, S. Schlichting, H. Ehlers, D. Ristau, D. Death, R. J. Francis, V. Pervak // Optics Express. – 2013. – 21(18). – С. 21508–21522.
43. Tikhonravov A. Optical parameters of oxide films typically used in optical coating production / A. Tikhonravov, M. K. Trubetskov, T. V. Amotchkina, G. DeBell, V. Pervak, A. Krasilnikova, M. L. Grilli, D. Ristau // Applied optics. – 2011. – 50(9). – С. 75–85.
44. Amotchkina T. On the reliability of reverse engineering results / T. Amotchkina, M. Trubetskov, V. Pervak, B. Romanov, A. V. Tikhonravov // Applied optics. – 2012. – 51. – С. 5543–5551.
45. Amotchkina T. Reliable optical characterization of e-beam evaporated TiO_2 films deposited at different substrate temperatures / T. Amotchkina, M. Trubetskov, A. Tikhonravov, I. B. Angelov, V. Pervak // Applied optics. – 2014. – 53(4). – С. A8–A15.
46. Gunster S. Optical and structural properties of coatings for the UV/VUV-spectral range / S. Gunster, D. Ristau, S. Bosch, A. Duparre, E. Masetti, G. Kiriakidis, F. Peiro, E. Quesnel, A. Tikhonravov // in Optical Interference Coatings, JSA Technical Digest (Optical Society of America, Washington DC, 2001). – P. ThB1–1 – ThB1–3.
47. Amotchkina T. Reliable characterization of e-beam evaporated TiO_2 films / T. Amotchkina, M. Trubetskov, A. V. Tikhonravov, I. Angelov, V. Pervak // in Optical Interference Coatings, OSA Technical Digest (online), M. Tilsch and D. Ristau, eds. – 2013. – P. FA. 6.
48. Ristau D. UV-Optical and microstructura properties of MgF_2 - and LaF_3 -coatings deposited by IBS and PVD processes / D. Ristau, S. Giinster, S. Bosch, A. Duparre, E. Masetti, G. Kiriakidis, F. Peiro, E. Quesnel A. Tikhonravov // in Optical Interference Coatings, JSA Technical Digest (Optical Society of America, Washington DC, 2001). – P. ThA5–1 – ThA5–3.
49. Amotchkina T. V. Computational manufacturing as a key element in the design-production chain for modern multilayer coatings / T. V. Amotchkina, S. Schlichting, H. Ehlers, M. K. Trubetskov, A. V. Tikhonravov, D. Ristau // Applied optics. – 2012, 51(31). – P. 7604–7615.
50. Григорьев Ф. В. Алгоритм суперкомпьютерного моделирования напыления оптических нанопокровтий / Ф. В. Григорьев, И. В. Кочкиков, О. А. Кондакова, В. Б. Сулимов, А. В. Тихонравов // Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии (Электронный научный журнал). – 2013. – 14. – С. 323–327.
51. Thelen A. Results of Optical Interference Coatings 2001 Meeting Design Contest / A. Thelen, A. Tikhonravov [et. al.] // in Optical Interference

- Coatings, JSA Technical Digest (Optical Society of America, Washington DC, 2001). – P. TuCl-1 – TuCl-3.
52. Thelen A. Phase properties of WDM Filters / A. Thelen, A. Tikhonravov, M. Trubetskov [et. al.] // in Optical Interference Coatings, JSA Technical Digest (Optical Society of America, Washington DC, 2001). – P. WD5.
 53. Thelen A. Push-button technology in optical coating design: pro et contra / A. Thelen, A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov // in Advances in Optical Interference Coatings, Claude Amra, Angus Macleod Ed., Proceedings of SPIE. – 1999. – Vol. 3738. – P. 210–220.
 54. Tikhonravov A. V. Impact of surface roughness on spectral properties of thin films and multilayers / A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov, A. A. Tikhonravov, A. Duparre // in Optical Interference Coatings, JSA Technical Digest (Optical Society of America, Washington DC, 2001). – P. ThB5-1 – ThB5-3.
 55. Amotchkina T. V. Oscillations in spectral behavior of total losses ($1 - r - t$) in thin dielectric films / T. V. Amotchkina, M. K. Trubetskov, A. V. Tikhonravov, V. Janicki, J. Sancho-Parramon, O. Razskazovskaya, V. Pervak // Optics Express. – 2012. – 20(14). – P. 16129–16144.
 56. Mitsa A. V. Mathematical modeling of influence of layer nanodefects on the light transmission by optical elements with multilayer interference systems / A. V. Mitsa, I. V. Fekeshazi, F. E. Geche, V. M. Kotsovsky // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Вип. 6(89). – Дніпропетровськ, 2013. – С. 96 – 104.
 57. Tikhonravov A. V. Mathematical modeling and simulation of resonance field phenomena in thin films with periodic surface inhomogeneities / A. V. Tikhonravov, A. A. Bikov // SPIE Proceedings. – 1994. – Vol. 2253. – P. 1172–1183.
 58. Манько О. О. Методи корекції передавальних характеристик оптичних фільтрів, що використовують тонкі плівки / О. О. Манько, О. М. Скубак // Науковий вісник Чернівецького університету. – 2014. – Т. 3, Вип. 1. Фізика. Електроніка. – С. 91–95.
 59. Yu K. Design of angle-tuned wedge narrowband thin film filter / K. Yu, Y. Liu, J. Bao, D. Huang // Optics & Laser Technology. – 2014. – V. 56. – P. 71–75.
 60. Gouraud H. Optical fiber dispersion properties management for optimized narrowband bandpass microwave photonics slicing filter applications / H. Gouraud, Ph. Di Bin, L. Billonnet, P. Faugeras, B. Jarry // Optics Communications. – 2006. – V. 265, Is. 2. – P. 506–512.
 61. Овчаренко О. П. Оптичні характеристики вузькосмугових фільтрів порушеного повного внутрішнього відбивання з нерозщепленою смугою пропускання / О. П. Овчаренко, В. І. Білозерцева, Д. О. Гаман // Фізика і хімія твердого тіла. – 2013. – Т. 14, №3. – С. 667–669.

62. Кушнір О. П. Умови екстремального коефіцієнта відбивання багатошарових структур: застосування для розрахунку пропускання вузькосмугових оптичних фільтрів / О. П. Кушнір // Журнал фізичних досліджень. – 2010. – Т. 14, № 4. – С. 4401–1 – 4401–11.
63. Зіньковський Ю. Ф. Поляризаційні фільтри для забезпечення ЕМС джерел НВЧ енергії [Електронний ресурс] / Ю. Ф. Зіньковський, Ю. К. Сидорук, А. О. Туровський // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – 2013. – Вип. 6. – С. 43–49.
64. Сусліков Л. М. Вузькосмугові селективні оптичні фільтри на гіротропних кристалах [Електронний ресурс] / Л. М. Сусліков, В. М. Каменщиков // Науковий вісник Ужгородського університету. Сер.: Фізика. – 2009. – Вип. 26. – С. 144–156.
65. Старик С. П. Методика розв'язку обернених задач синтезу і аналізу оптичних шаруватих покриттів із захисною плівкою / С. П. Старик, О. Г. Гонтар, О. М. Куцай // Сверхтвердые материалы. – 2009. – № 5. – С. 50–62.
66. Tikhonravov A. V. Discrete-Fourier-transform approach to inhomogeneous layer synthesis / A. V. Tikhonravov, B. T. Sullivan, M. V. Borisova // Applied Optics. – 1994. – Vol. 33. – P. 5142–5150.
67. Tikhonravov A. V. Sensitivity of the ellipsometric angles Psi and Delta to the surface inhomogeneity / A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov, A. V. Krasilnikova, I. V. Kochikov // in Advances in Optical Interference Coatings, Claude Amra, Angus Macleod Ed, Proceedings of SPIE. – 1999. – Vol. 3738. – P. 173–182.
68. Tikhonravov A. V. Automated design of WDM filters / A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov // in Optical Interference Coatings, JSA Technical Digest (Optical Society of America, Washington DC, 2001). – P. WD3–1 – WD3–3.
69. Tikhonravov A. V. Design of multilayers featuring inhomogeneous coating properties / A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov // in Developments in Optical Component Coatings, SPIE Proceedings. – 1996. – Vol. 2776. – P. 48–57.
70. Amotchkina T. V. Computational manufacturing as a tool for the selection of the most manufacturable design / T. V. Amotchkina, S. Schlichting, H. Ehlers, M. K. Trubetskov, A. V. Tikhonravov, D. Ristau // Applied optics. – 2012. – 51(36). – P. 8677–8686.
71. Tikhonravov A. V. Characterization of quasi-rugate filters using ellipsometric measurements / A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov, J. Hrdina, J. Sobota // Thin Solid Films. – 1996. – Vol. 277. – P. 83–89.
72. Tikhonravov A. V. Designing of coatings for femtosecond lasers with phase derivatives targets / A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov, L. Keller, N. Matuschek // in Advances in Optical Interference Coatings, Claude Amra, Angus Macleod Ed., Proceedings of SPIE. – 1999. – Vol. 3738. – P. 221–229.

73. Tikhonravov A. V. Real-Time Characterization and Optimization of E-Beam Evaporated Optical Coatings / A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov, I. V. Kochikov // in Optical Interference Coatings, JSA Technical Digest (Optical Society of America, Washington DC, 2001). – P. ME8–1 – ME8–3.
74. Tikhonravov A. V. Influence of systematic errors in spectral photometric measurements on the determination of optical thin film parameters / A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov, M. A. Kokarev, T. V. Amotchkina [et. al.] // in Optical Interference Coatings, JSA Technical Digest (Optical Society of America, Washington DC, 2001). – P. TuD2–1 – TuD2–3.
75. Tikhonravov A. V. Study of thin film inhomogeneity with a fast-scanning acoustooptic spectrophotometer / A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov, A. N. Tikhonov, O. B. Tcherednichenko, B. C. Lysoi, K. V. Mihailova, B. T. Sullivan, J. A. Dobrowolski // in Developments in Optical Component Coatings, SPIE Proceedings. – 1996. – Vol. 2776. – P. 212–220.
76. Тихонравов А. В. Суперкомпьютерное моделирование современных процессов напыления оптических нанопокровтий / А. В. Тихонравов, И. В. Кочкиков, Т. В. Амочкина, Ф. В. Григорьев, О. А. Кондакова, В. Б. Сулимов // Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии (Электронный научный журнал). – 2012. – 13. – С. 490–496.
77. Janicki V. Design and production of bicolour reflecting coatings with au metal island films / V. Janicki, T. V. Amotchkina, J. Sancho-Parramon, H. Zorc, M. K. Trubetskov, A. Tikhonravov // Optics Express. – 2011. – 19(25):25521–25527.
78. Gerasimov V. A layered-inhomogeneous model of structure of vitreous GeS₂-based films / V. Gerasimov, V. Mitsa // NATO ASI Series. – 1997. – Vol.3. – P.459.
79. Mitsa A. Mathematical modeling of spectral characteristics of optical coatings with slightly inhomogeneous chalcogenide films / A. Mitsa, V. Mitsa, A. Ugrin // Journal of Optoelectronics and Advanced Materials. – 2005. – Vol. 7, No. 2, April. – P.955.
80. Furman Sh. Basics of optics of multiplayer systems [Text] / Sh. Furman, A. V. Tikhonravov. – Editions Frontiers, Gif-sur Yvette, 1992. – 242 p.
81. Міца О. В. Математичне моделювання спектральних характеристик короткоперіодних структур з частково неоднорідними плівками / О. В. Міца, Й. Г. Головач // Інформаційні технології та системи. – № 1–2. – Т. 6. – Львів. – 2003. – С. 152–159.
82. Amotchkina T. V. Comparison of algorithms used for optical characterization of multilayer optical coatings / T. V. Amotchkina, M. K. Trubetskov, V. Pervak, S. Schlichting, H. Ehlers, D. Ristau, A. V. Tikhonravov // Applied optics. – 2011. – 50(20). – P. 3389–3395.
83. Tikhonravov A. V. Estimations of production yields for selection of a practical optimal optical coating design / A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov, T. V. Amotchkina, V. Pervak // Applied optics. – 2011. – 50(9). – P. 141–147.

84. Tikhonravov A. V. Spectroscopic ellipsometry of slightly inhomogeneous non-absorbing thin films with arbitrary refractive index profiles theoretical study / A. V. Tikhonravov, M. K. Trubetskov, A. V. Krasilnikova // *Applied Optics*. – 1998. – Vol. 37. – P. 5902–5911.
85. Міца О. В. Дослідження чутливості спектральних характеристик неоднорідної плівки з різними розподілами показника заломлення до технологічних похибок за допомогою методу Монте-Карло / О. В. Міца, Б. О. Матяшовська, Н. Я. Шумило // *Матеріали VI міжнародної школи-семінару «Теорія прийняття рішень»*. – Ужгород, 2014. – С. 142–143.
86. Amotchkina T. V. General approach to reliable characterization of thin metal films / T. V. Amotchkina, V. Janicki, J. Sancho-Parramon, A. Tikhonravov, M. K. Trubetskov, H. Zorc // *Applied optics*. – 2011. – 50(10). – P. 1453–1464.
87. Jacobsson R. Inhomogeneous and co-evaporated homogeneous films for optical applications / R. Jacobsson // in *Physics of Thin Films*, Hass G., Francombe H., Hoffman R.W., eds. (Academic, New York, 1975). – Vol. 8. – P. 51–98.
88. Міца О. В. Аналіз ефективності методів багатовимірної оптимізації при дослідженні однорідних та неоднорідних структур / О. В. Міца // *Штучний інтелект*. – Донецьк. – 2002. – Вип. 4. – С. 42–48.
89. Міца О. В. Синтез чотиришарових структур та аналіз ефективності методів багатовимірного пошуку / О. В. Міца // *Наук. вісник Чернівецького ун-ту*. – Сер. матем. – 2002. – Вип. 150. – С. 63–68.
90. Міца О. В. Математичне моделювання характеристик широкопasmових фільтрів з частково неоднорідним високозаломлюючим шаром / О. В. Міца // *Наук. вісник Ужгород. ун-ту*. Сер. матем. і інф. – 2002. – Вип. 7. – С. 76–81.
91. Міца О. В. Синтез одно-, дво- та тришарових структур та аналіз ефективності методів багатовимірного пошуку / О. В. Міца, Й. Г. Головач // *Радіоелектроніка та інформатика*. – Харків. – 2003. – Вип. 1. – С. 105–109.
92. Holovacs J. Computer modelling of characteristics of structures with short periods / J. Holovacs, A. Mitsa, V. Mitsa // *Proc. 4th International Conference on Applied Informatics*. – Eger-Noszvaj, Hungary, 1999. – P. 51–57.
93. Mitsa A. Modelling and diagnostics of characteristics of interference filter with layered-inhomogeneous high refractive index / A. Mitsa, Yu. Pervak, V. Gerasimov // *Optical Diagnostics of Materials and Devices for Opto-, Micro- and Quantum Electronics (SPIE IV International Conference)*. – Kiev, Ukraine, 1999. – P. 75.
94. Міца О. В. Математичне моделювання оптичних шаруватих покриттів та оптимізація їх структури: дис. ... канд. техн. наук: 01.05.02 / Міца Олександр Володимирович. – Ужгород, 2004. – 155 с.
95. Міца О. В. Матричний метод дослідження впливу неоднорідностей компонент короткоперіодних структур на їх характеристики / О. В. Міца,

- Й. Г. Головач, Ю. О. Первак // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. матем. і інф. – 2000. – Вип. 5. – С. 75–80.
96. Мица А. В. Расчет и оптимизация оптических свойств неоднородных пленок на подложках Ge с квадратическим распределением показателя преломления / А. В. Мица, Ю. А. Первак, И. В. Фекешгази // Харьковская научная ассамблея (14-й международный симпозиум «Тонкие пленки в оптике и электронике»). – Харьков: Контраст, 2002. – С. 62–65.
 97. Pervak Y. O. Optimization of the structure of a nonuniform film with linear distribution of the refractive index for the anti-reflective coatings of high reflective materials / Y. O. Pervak, I. V. Fekeshgazi, A. V. Mitsa // Proceedings of SPIE (The International Society for Optical Engineering). – Vinnytsia, 2002. – P. 71.
 98. Міца О. В. Оптимізація характеристик оптичних покриттів на основі неоднорідних плівок з різним типом розподілу показника заломлення / О. В. Міца // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. матем. і інф. – 2001. – Вип. 6. – С. 95–99.
 99. Головач Й. Г. Дослідження стійкості спектральних характеристик за допомогою методу Монте-Карло на прикладі четвертьхвильового шару / Й. Г. Головач, О. В. Міца // Міжнародна школа-семінар «Теорія прийняття рішень». – Ужгород, 2002. – С. 28.
 100. Міца О. В. Задача знаходження оптимальних параметрів однорідного оптичного покриття / О. В. Міца, П. І. Стецюк // Теорія оптимальних рішень. – № 2. – Київ, 2003. – С. 127–134.
 101. Мица А. В. Оптимизация спектральных характеристик неоднородных пленок с линейным распределением показателя преломления / А. В. Мица, Ю. А. Первак, И. В. Фекешгази // Управляющие системы и машины. – Киев, 2003. – С. 26–29.
 102. Аоки М. Введение в теорию оптимизации / М. Аоки. Пер. с англ. под ред. Б. Т. Поляка. – М.: Наука, 1977. – 343 с.
 103. Вашук Ф. Г. Математичне програмування та елементи варіаційного числення: Навчально-методичний посібник / Ф. Г. Вашук, О. Г. Лавер, Н. Я. Шумило. – Ужгород: Госпрозрахунковий редакційно-видавничий відділ управління у справах преси і інформації, 2001. – 172 с.
 104. Ляшенко И. Н. Линейное и нелинейное программирование / И. Н. Ляшенко, Е. А. Карагодова, Н. В. Черникова, Н. З. Шор. – К.: Выща шк., 1975. – 372 с.
 105. Михалевич В. С. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем / В. С. Михалевич, В. Л. Волкович. – М.: Наука, 1982. – 285 с.
 106. Пшеничный Б. Н. Численные методы в экстремальных задачах / Б. Н. Пшеничный, Ю. М. Данилин. – М.: Наука, 1975. – 319 с.
 107. Фиакко А. Нелинейное программирование. Методы последовательной безусловной минимизации / А. Фиакко, Г. Мак-Кормик / Пер. с англ. под ред. Е. Г. Гольштейна. – М.: Мир, 1972. – 240 с.

108. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование / Д. Химмельблау / Пер. с англ. под ред. М. Л. Быховского. – М.: Мир, 1975. – 534 с.
109. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука / Р. Шеннон / Пер. с англ. под ред. Е. К. Масловского. – М.: Мир, 1978. – 418 с.
110. Соболев И. М. Численные методы Монте–Карло / И. М. Соболев. – М.: Наука, 1973. – 311 с.
111. Пецко В. І. Моделювання просторово-поляризаційних параметрів спектральних характеристик вузькосмугових оптичних фільтрів / В. І. Пецко, О. В. Міца, І. В. Фекешгазі // Комп'ютерна математика. – 2014. – Вип. 1. – С. 37–45.
112. Пецко В. І. Дослідження оптимальних параметрів одно-, двошарових однорідних оптичних структур для просвітлення низькозаломлюючої підкладки при падінні світла під кутом / В. І. Пецко, О. В. Міца, Й. Г. Головач // Комп'ютерна математика. – 2014. – Вип. 2. – С. 102–110.
113. Petsko V. Design of antireflection costings of a small number of layers at the incidence of light in angle / V. Petsko, O. Mitsa, E. Borkach // Science and Education a New Dimension Natural and Technical Sciences. – 2014, II(3), Is. 21. – P. 63–65.
114. Пецко В. І. Моделювання просторово–поляризаційних параметрів спектральних характеристик відрізаючих оптичних фільтрів / В. І. Пецко // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2014. – 3/5(69). – С. 32–38.
115. Пецко В. І. Моделювання впливу неоднорідностей на спектральні характеристики вузькосмугових оптичних фільтрів / В. І. Пецко, О. В. Міца // Східно-Європейський журнал передових технологій. – 2014. – 4/5(70). – С. 15–20.
116. Пецко В. І. Моделювання просторово–поляризаційних параметрів та вплив неоднорідностей на спектральні характеристики широкосмугових фільтрів / В. І. Пецко, О. В. Міца // Вісник ТНТУ. – 2014. – №3(75). – С. 231–241.
117. Petsko V. I. Optimal parameters of four-layer optical structures when the light is incident at an angle / V. I. Petsko, A. V. Mitsa, F. E. Geche, V. M. Kotsovsky, A. Ye. Batyuk // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Серія комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів, 2014. – № 800. – С. 66–71.
118. Міца О. В. Дослідження оптимальних параметрів тришарових оптичних структур при падінні світла під кутом / О. В. Міца, В. І. Пецко, М. Г. Журбенко // Теорія оптимальних рішень. – 2014. – С. 91–97.

119. Пецко В. І. Моделювання структури оптичних фільтрів в середовищі інтернет / В. І. Пецко, О. В. Міца, Й. Г. Головач // Матеріали VI міжнародної школи-семінару «Теорія прийняття рішень». – Ужгород, УжНУ, 2012. – С. 151.
120. Пецко В. І. Розробка інтернет-ресурсу для проведення розрахунків спектральних характеристик оптичних структур / В. І. Пецко, Р. І. Бідзіля // Матеріали I міжнародної науково-практичної конференції молодих науковців «Інформаційні технології як інноваційний шлях розвитку України у XXI столітті». – Ужгород, ЗакДУ, 2012. – С. 123–127.
121. Пецко В. И. Проектирование трехслойных просветляющих покрытий при падении света под углами 30 и 45 / В. И. Пецко, А. В. Мица // Материалы 4-й международной конференции «Математическое моделирование, оптимизация и информационные технологии». – Кишинев, Том II, 2014. – С. 372–377.
122. Фекешгази И. В. Угловые и поляризационные зависимости пропускания света интерференционными фильтрами из тугоплавких оксидов / И. В. Фекешгази, В. А. Каюкин, Т. С. Сиденко, А. В. Мица, В. И. Пецко // Материалы IV международной самсоновской конференции. – Киев, 2014, УМТ. – С. 48–49.
123. Фекешгази И. В. Пространственно-поляризационные зависимости пропускания света интерференционными структурами фильтров для фотовольтаники / И. В. Фекешгази, Т. С. Сиденко, А. В. Мица, В. И. Пецко // Матеріали III міжнародної практичної конференції «Напівпровідникові матеріали, інформаційні технології та фотовольтаїка». – Кременчук, 2014. – С. 29–30.
124. Пецко В. І. Проектування чотиришарових просвітляючих покриттів при падінні світла під кутом 45^0 / В. І. Пецко, О. В. Міца // Матеріали VII міжнародної школи-семінару «Теорія прийняття рішень». – Ужгород, УжНУ, 2014. – С. 196–197.
125. Фекешгази И. В. Угловые и поляризационные зависимости пропускания света интерференционными структурами сенсорных систем / И. В. Фекешгази, Т. С. Сиденко, А. В. Мица, В. И. Пецко // Матеріали VI міжнародної науково-технічної конференції «Сенсорна електроніка та мікросистемні технології». – Одеса, 2014. – С. 151.
126. А.с. 934429 СССР, МКИ G 02 В 5/28. Широкополосное просветляющее покрытие / В. Д. Веденский и Е. Г. Столов (СССР). – № 2809841/18–10; Заявлено 09.07.79; Опубл. 07.06.82, Бюл. №21. – 3 с.