

**Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний університет імені
Івана Пулюя**

МАРТИНЮК Петро Миколайович

УДК 519.633.2

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
КОНСОЛІДАЦІЇ ҐРУНТІВ З УРАХУВАННЯМ
ТЕХНОГЕННОГО ВПЛИВУ ТА КОМПЛЕКСУ
ФІЗИКО-ХІМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

**АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
доктора технічних наук**

Тернопіль - 2015

Дисертацією є рукопис

Робота виконана на кафедрі прикладної математики Національного університету водного господарства та природокористування (м. Рівне) Міністерства освіти і науки України

Науковий консультант: доктор технічних наук, професор **Власюк Анатолій Павлович**, Міжнародний економіко-гуманітарний університет імені академіка Степана Дем'янчука, професор, завідувач кафедри інформаційних систем та обчислювальних методів, м. Рівне

Офіційні опоненти:

доктор технічних наук, професор **Булавацький Володимир Михайлович**, Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, провідний науковий співробітник відділу математичних систем моделювання проблем екології та енергетики, м. Київ

доктор технічних наук, професор **Бейко Іван Васильович**, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», професор кафедри математичної фізики, м. Київ

доктор технічних наук, професор **Бомба Андрій Ярославович**, Рівненський державний гуманітарний університет, професор, завідувач кафедри інформатики і прикладної математики, м. Рівне

Захист відбудеться “_____” _____ 2015 р. о _____ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради **Д58.052.01** у Тернопільському національному технічному університеті імені Івана Пулюя за адресою: 46001, м. Тернопіль, вул. Білогірська, 50, навчальний корпус 10, конференц-зала.

З дисертацією можна ознайомитися у науково-технічній бібліотеці Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя за адресою: 46001, м. Тернопіль, вул. Руська, 56.

Автореферат розісланий “_____” _____ 20__ р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д58.052.01



Б. Г. Шелестовський

Підписано до друку 30.12.2014 р. Формат 60×90¹/₁₆.
Папір друкарський № 1. Гарнітура Times.
Друк різнографічний. Ум.-друк. арк. 1,9.
Тираж 100 прим. Зам. № 4282.

Видавець і виготовлювач
Редакційно-видавничий відділ Національного університету
водного господарства та природокористування,
33028, м. Рівне, вул. Соборна, 11.

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру
видавців, виготівників і розповсюджувачів
видавничої продукції РВ № 31 від 26.04.2005 р.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність роботи. При проведенні робіт з будівництва цивільних та промислових об'єктів на ґрунтові основи прикладаються значні навантаження. Особливо великі труднощі пов'язані з проведенням будівельних робіт на глинистих ґрунтах. Про це свідчать численні деформації будівель в результаті ущільнення та набухання глинистих порід в їх основах. За даними Геологічної служби США прямі та побічні збитки, викликані даними явищами в різних державах світу, досягають сотень мільярдів доларів і співрозмірні з втратами від великих катастроф (землетрусів та повеней). Прикладені навантаження змінюють напружено-деформований стан ґрунтового пористого середовища. Якщо ґрунт є насиченим деякою рідиною (в найпростішому випадку – водою), то відповідні напруження спричиняють появу надлишкових тисків в поровій рідині ґрунту. Дані надлишкові тиски негативно впливають як на самі ґрунтові основи, так і на споруди, що зведені на них. Зокрема, збільшується ймовірність зсувів, нерівномірних просідань ґрунту, втрат стійкості ґрунтових основ та зведених будівель, аж до повного їх руйнування. Сам процес розсіювання надлишкових напорів в ґрунті призводить до зближення частинок ґрунту і, в результаті, до ущільнення ґрунтової основи під впливом прикладеного навантаження. Даний процес відомий в науковій літературі, як консолідація насиченого ґрунту.

Глини володіють властивостями напівпроникних мембран через які може фільтруватись вода і лише частково можуть проникати асоційовані в поровій воді хімічні речовини. До того ж, при будівництві сховищ відходів спеціально створюються напівпроникні екрани з глинистих матеріалів, які затримують поширення забруднень. Так само при зведенні ґрунтових гребель створюються протифільтраційні глинисті екрани (ядра). Якщо відбувається фільтрація не чистої води, а сольового розчину, то дані екрани можуть спрацьовувати як напівпроникні мембрани і бути причиною виникнення аномальних осмотичних тисків в тілі греблі.

Одним із техногенних факторів впливу на процеси в ґрунтах також є зміна температурного режиму навколишнього середовища та зведених будівель, що позначається на температурі самого ґрунту. Один із прикладів – будівництво атомних електростанцій на глинистих ґрунтах та водойм-охолоджувачів поблизу них. На даний час широко використовується технологія захоронення рідких токсичних речовин в глибокозалягаючі пласти-колектори, в тому числі і піщані. Піщані сховища-колектори містять тонкі включення у вигляді лінз глинистих ґрунтів. Радіоактивні відходи змінюють тепловий режим пластів-колекторів та прилягаючих ґрунтів.

Досягнення максимальної безпеки та надійності роботи гідротехнічних споруд (ГТС), зокрема ґрунтових гребель, є важливою практичною проблемою, якій приділяють багато уваги при проектуванні, будівництві та в процесі експлуатації ГТС. Надлишкові напори, якими характеризується фільтраційна консолідація можуть спричинити фільтраційне руйнування ґрунтових гідротехнічних споруд, а також ґрунтових основ цивільних та промислових об'єктів, що знаходяться в стані фільтраційної консолідації. На Міжнародному семінарі з фільтраційної міцності гребель та їх основ (27-29 квітня 2009 р., м. Санки-Петербург) виділено чотири основні типи фільтраційного руйнування ґрунтів: випір під дією висхідного

фільтраційного потоку; суфозія; контактний випір; контактний розмив. На 20-му Конгресі з великих гребель (20th Congress on Large Dams, Beijing, 2000) вказано, що на 2% великих ґрунтових гребель (висотою більше 15 метрів) траплялись інциденти, пов'язані з розмивом та утворенням зосереджених шляхів фільтрації (статистичні дані наведені до 1986-го року). При цьому половина із інцидентів пов'язані з фільтраційним руйнуванням тіла греблі, 40% – основи греблі, 10% – з фільтрацією з тіла в основу греблі. Час від зафіксованого початку розмиву до руйнування греблі в 20% випадків становить менше 12-ти годин, а в 18% – менше 6-ти годин. Тобто, якщо процес руйнування розпочався, то його зупинити практично неможливо. А тому на перший план виходить прогнозування, в тому числі на основі математичного моделювання, для передбачення і недопущення критичних ситуацій при експлуатації гідротехнічних споруд.

До математичного описання процесів консолідації ґрунтів розроблено кілька підходів. Одним з таких підходів є фільтраційна теорія. Незважаючи на значні успіхи в даному напрямку, надалі залишаються нерозв'язаними ряд важливих науково-технічних проблем. Враховуючи, що характеристики ґрунтів та фільтруючого сольового розчину значно залежать від температурного режиму пористого середовища, актуальною є задача дослідження процесів фільтраційної консолідації в неізотермічних умовах. Також відомі математичні моделі консолідації досліджені у фіксованих областях – ефект просідання (набухання) пористого середовища в процесі консолідації не враховувався. Урахування цього ефекту приводить до крайової задачі, якою описується математична модель фільтраційної консолідації, в області з рухомими межами. Крім того, відсутній аналіз просторових задач фільтраційної консолідації. Також в математичних моделях фільтраційної консолідації ґрунтів не враховано процесів фільтраційного руйнування загалом і, зокрема, процесів контактного розмиву та контактної суфозії. Хоча для ґрунтів, які перебувають в нестабілізованому стані, особливо гостро стоїть проблема їх фільтраційного руйнування. Тому є актуальною розробка нових математичних моделей взаємозв'язаних процесів фільтраційної консолідації та фільтраційного руйнування.

Складність в математичному моделюванні взаємозв'язаних процесів фільтраційної консолідації, фільтраційного руйнування та теплосолеперенесення в пористих середовищах обумовлюється ще й необхідністю дослідження відповідних нелінійних крайових задач в областях з рухомими межами. Тому є актуальною задача розвитку та ефективного використання відомих числових методів математичної фізики (метод скінченних елементів, метод скінченних різниць, безсіткові методи) для розв'язування задач таких типів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана в рамках держбюджетних тематик кафедри прикладної математики Національного університету водного господарства та природокористування в яких здобувач був виконавцем. Результати досліджень увійшли до наукових звітів за темами: “Математичне та комп'ютерне моделювання природних, техногенних і інформаційних систем” (термін виконання з 01.01.2004 по 31.12.2006 рр., № ДР 0104U003122); “Математичне та комп'ютерне моделювання впливу природних та техногенних факторів на стан ґрунтових основ енергетичних об'єктів” (термін

виконання з 01.01.2007 по 31.12.2009 рр., № ДР 0107U004173); “Математичне та комп’ютерне моделювання фізико-хімічних процесів підземної гідромеханіки під впливом природних, техногенних і соціальних факторів” (термін виконання з 01.01.2010 по 31.12.2012 рр., № ДР 0110U000816). Результати досліджень увійшли до проміжного наукового звіту за темою “Математичне і комп’ютерне моделювання нелінійних фізико-хімічних процесів гідромеханіки в багатокомпонентних середовищах пористої та нанопористої структури” (термін виконання з 01.01.2013 по 31.12.2015 рр., № ДР 0113U004052), в якій здобувач є співкерівником. У рамках виконання цих науково-дослідних робіт здобувачем отримано всі результати, які становлять наукову новизну дисертаційного дослідження.

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є побудова нових математичних моделей взаємозв’язаних процесів фільтраційної консолідації та фільтраційного руйнування гетерогенних пористих середовищ (на прикладі ґрунтів) в умовах впливу техногенних факторів, розробка алгоритмів для відшукування наближених розв’язків відповідних нелінійних крайових задач в областях з рухомими межами, встановлення, засобами комп’ютерного моделювання, закономірностей і ступеня впливу комплексу одночасно функціонуючих фізико-хімічних процесів на перебіг та зміну досліджуваних станів та явищ.

Для досягнення сформульованої мети у дисертації визначені наступні основні завдання дослідження:

- сформулювати постановки задач фільтраційної консолідації ґрунтів в умовах впливу техногенних факторів та комплексу одночасно функціонуючих взаємозв’язаних фізико-хімічних процесів з метою подальшого виведення математичних моделей, а саме: хімічного та термічного осмосів, залежності коефіцієнта фільтрації від фізико-хімічного стану пористого середовища (концентрації розчинених солей, температури, надлишкових напорів, концентрації суфозійних частинок), гетерогенних хімічних реакцій (розчинення та випадання солей в осад), теплового розширення фаз ґрунту, просідання ґрунту, виникнення та поширення областей контактного розмиву, зосереджених шляхів фільтрації, а також явищ багатофракційної контактної суфозії;
- сформулювати математичні моделі взаємозв’язаних процесів фільтраційної консолідації та фільтраційного руйнування ґрунтів з урахуванням впливу техногенних факторів, хімічних масообмінних процесів, фізичних процесів просідання та розмиву ґрунту, багатофракційної контактної суфозії з метою підвищення їх (моделей) адекватності;
- вивести кінематичні граничні умови на рухомих межах з метою прогнозування величини просідань (набухань) та величини області розмиву, а також забезпечення коректності постановок відповідних нелінійних крайових задач;
- розробити обчислювальні алгоритми та розрахункові схеми наближеного розв’язання нелінійних крайових задач фільтраційної консолідації, контактного розмиву ґрунтів та багатофракційної контактної суфозії за наявності рухомих меж;
- розвинути та адаптувати для ефективного використання відомі числові методи (метод скінченних різниць, метод скінченних елементів, безсітковий метод

радіальних базисних функцій) з метою наближеного розв'язання нелінійних задач фільтраційної консолідації та фільтраційного руйнування ґрунтів в умовах впливу техногенних факторів. Програмно реалізувати розроблені алгоритми та створити комплекс програмного забезпечення з метою дослідження вищевказаних процесів в одно-, дво-, та тривимірному випадках та здійснення прогностичних розрахунків;

- методами обчислювального експерименту виявити ступінь впливу техногенних факторів на проходження процесів консолідації ґрунтів та їх фільтраційного руйнування;
- обґрунтувати та оцінити якісні характеристики наближених розв'язків нелінійної задачі фільтраційної консолідації шляхом їх відшукування та порівняння різними числовими методами.

Об'єкт дослідження – процеси фільтраційної консолідації та фільтраційного руйнування гетерогенних пористих середовищ в умовах впливу техногенних факторів.

Предмет дослідження – математичні моделі процесів фільтраційної консолідації та фільтраційного руйнування гетерогенних пористих середовищ (на прикладі ґрунтів) з урахуванням залежності коефіцієнта фільтрації від одночасного впливу фізичного та хімічного режимів пористого середовища, явищ хімічного та термічного осмосів, присутності солей в рідкій та твердій фазах, гетерогенних масообмінних процесів, а також термічного розширення фаз пористого середовища.

Методи дослідження. Основою проведених досліджень є методи математичної фізики, механіки ґрунтів, термодинаміки нерівноважних процесів, підземної гідромеханіки, гідродинаміки та ґрунтознавства. Для побудови математичних моделей процесів фільтраційної консолідації, теплосолеперенесення, фільтраційного руйнування гетерогенних пористих середовищ застосовано закони збереження. Числові методи (метод скінченних різниць, метод скінченних елементів, метод радіальних базисних функцій) використано для відшукування наближених розв'язків відповідних нелінійних крайових задач. Для відшукування скінченноелементних розв'язків крайових задач для рівнянь тепломасоперенесення застосовано стабілізаційну протипотокову схему Петрова-Гальоркіна. Метод радіальних базисних функцій ґрунтувався на методі колокації в точці. Для числового інтегрування застосовано метод квадратурних формул Гауса. Для апроксимації залежності коефіцієнта фільтрації від теплового та сольового стану пористого середовища згідно з експериментальними даними використано метод радіальних базисних функцій та метод найменших квадратів для розв'язування відповідних перевизначених систем лінійних алгебричних рівнянь. Також для розв'язування систем лінійних алгебричних рівнянь застосовувались методи Гауса та Крейга. Використано метод лінеаризації за Ньютоном.

Наукова новизна одержаних результатів:

1. Вперше побудовано нову математичну модель фільтраційної консолідації ґрунту за наявності та поширення зони контактного розмиву, з урахуванням зосереджених шляхів фільтрації, можливості багатofракційної контактної суфозії, а також впливу теплосолеперенесення. Вперше враховано топологічну складність ґрунтів, як гетерогенних пористих середовищ для адекватного математичного описання динаміки станів та явищ, що мають місце в такого типу середовищах. З

цією ж метою узагальнено закон Дарсі-Герсеванова руху рідин в гетерогенних деформівних пористих середовищах (на прикладі ґрунтів) щодо комплексного урахування та формалізації дії фізичних законів та явищ термічного і хімічного осмосів, залежності параметрів фільтрації від теплового та хімічного режимів ґрунту та нелінійної залежності коефіцієнта фільтрації від функції самих надлишкових напорів.

2. Вперше сформульовано та обґрунтовано кінематичну граничну умову, яка дозволяє явно враховувати в математичній моделі фільтраційної консолідації явище просідання поверхні масиву ґрунту. Вперше отримано кінематичну граничну умову, яка допускає прийняття довільної залежності для швидкості руху твердих частинок (критерій розмиву) на рухомій межі контактного розмиву ґрунту фільтраційним потоком.
3. Вперше при побудові математичних моделей фільтраційної консолідації гетерогенного пористого середовища враховано явище термічного розширення фаз ґрунту. Також набув подальшого розвитку підхід, вперше запропонований М. М. Веригінін, щодо урахування наявності солей в рівняннях нерозривності рідкої та твердої фаз ґрунту.
4. Дістало подальшого розвитку дослідження процесів фільтраційної консолідації шаруватих ґрунтів (природна шаруватість або випадок поступового зведення ґрунтової споруди) та ґрунтів з тонкими напівпроникними включеннями (включення із природних ґрунтів, які мають властивості напівпроникних мембран) в умовах впливу техногенних факторів. Запропоновано в умову спряження неідеального контакту для концентрації порового сольового розчину на включенні увести коефіцієнт, числове значення якого дорівнює ступеню ідеальності напівпроникного включення.

Вперше побудована математична модель взаємозв'язаних процесів фільтраційної консолідації шаруватих ґрунтів та контактної багатofракційної суфозії. В отриманій кінематичній граничній умові вперше враховано ефект просідання верхньої межі ґрунту не лише за рахунок процесів консолідації, але і процесів контактної суфозії.

5. Базуючись на новій математичній моделі фільтраційної консолідації вперше досліджено вплив техногенних факторів на швидкості зсувних зміщень ґрунтів. Ідею визначення швидкості зсувних зміщень з використанням математичної моделі фільтраційної консолідації ґрунтів взято з робіт М. О. Цитовича, З. Г. Тер-Мартиросяна та А. Б. Лейкам.
6. Вперше числовий розв'язок нелінійної задачі фільтраційної консолідації в умовах впливу техногенних факторів знайдено в тривимірному випадку. До цього в механіці ґрунтів та математичному моделюванні вказаних процесів в числових дослідженнях, як правило, обмежувались одно- та двовимірними випадками. Проведені числові експерименти з використанням створеного комплексу програм дозволили виявити нові закономірності при розгляді задач з однаковими вхідними параметрами в одно-, дво- та тривимірному випадках.

Практичне значення одержаних результатів. Проведені в дисертаційній роботі дослідження по розрахунку полів надлишкових та п'єзометричних напорів, розподілу концентрації хімічних речовин, температури, форми та розмірів областей

розмиву фільтраційним потоком можуть бути використані при зведенні будівель, енергетичних та гідротехнічних об'єктів, а також при розрахунку стійкості ґрунтових споруд і для прогнозування величини та швидкості осідань основ будівель в умовах фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах та факторів контактного розмиву і контактної суфозії. Результати розв'язання задачі фільтраційної консолідації можуть бути використані для прогнозування швидкості зміщень зсувонебезпечних ґрунтових масивів, які попадають в зону впливу техногенних факторів.

Проведені розрахунки дають змогу уточнити прогнозні характеристики протікання процесу фільтраційної консолідації ґрунтових об'єктів у випадку промислових або природних забруднень ґрунтових вод (включно із засоленістю самих ґрунтів), а також при впливі теплових полів (захоронені промислові відходи, в тому числі - радіоактивні; фундаменти промислових споруд; сезонні коливання температури; дамби водойм-охолоджувачів атомних електростанцій).

На основі побудованої математичної моделі розроблений програмний комплекс, який використаний при:

- прогнозуванні протікання процесів фільтраційної консолідації з урахуванням впливу теплосолеперенесення для визначення можливого просідання верхньої межі ґрунту при проектуванні та будівництві очисних споруд науково-виробничим підприємством товариством з обмеженою відповідальністю-фірмою «АКВА-U», колективним членом Міжнародної академії наук екології та безпеки життєдіяльності (МАНЕБ) асоційованої при ООН (підтверджено актом впровадження);
- проектуванні каналізаційної насосної станції з вбудованим блоком біологічного очищення стічних вод бази відпочинку «Феміда» (с.м.т. Затока) Національного університету «Одеська юридична академія» (підтверджено актом впровадження).

Результати наукових досліджень використано в навчальному процесі при виконанні кваліфікаційних, дипломних та магістерських робіт студентами напряму підготовки і спеціальності «Прикладна математика» та відображено в робочих програмах дисциплін «Математичне і комп'ютерне моделювання природних та техногенних систем», «Чисельні методи прикладної математики», «Теорія систем та математичне моделювання», «Механіка ґрунтів, основи та фундаменти» (для студентів напрямів підготовки «Гідротехніка» та «Будівництво») в Національному університеті водного господарства та природокористування (м. Рівне). Також результати дисертації використано при проведенні експериментальних досліджень з консолідації насичених ґрунтів в геотехнічній лабораторії кафедри автомобільних доріг, основ та фундаментів цього ж університету (підтверджено актом впровадження).

Особистий внесок здобувача. Всі найважливіші нові теоретичні та прикладні результати, що складають зміст дисертаційної роботи, отримані автором самостійно. У роботах, опублікованих у співавторстві, здобувачеві належать: побудова нових математичних моделей процесів консолідації ґрунтів з урахуванням впливу техногенних факторів, дослідження відповідних нелінійних крайових задач з використанням чисельних методів (скінченних елементів та скінченних різниць) [1]; побудова нових математичних моделей процесів консолідації ґрунтів та їх

контактного розмиву з урахуванням впливу техногенних факторів, їх дослідження з використанням безсіткового чисельного методу радіальних базисних функцій та порівняння наближених розв'язків різними числовими методами [2]; побудова нової математичної моделі процесу фільтраційної консолідації засолених ґрунтів в неізотермічному режимі при урахуванні наявності солей у рідкій та твердій фазах [3, 42]; застосування безсіткового методу радіальних базисних функцій для знаходження наближеного розв'язку крайової задачі, якою описується математична модель процесу фільтраційної консолідації у тривимірній області [4, 62, 68]; побудова нової математичної моделі фільтраційної консолідації масиву трифазного ґрунту з урахуванням масопереносу солей в неізотермічному режимі [5]; побудова нової математичної моделі взаємозв'язаних процесів контактного розмиву і фільтраційної консолідації ґрунтів з урахуванням впливу техногенних факторів та наявності суспензії в області розмиву, виведення кінематичної граничної умови на межі контактного розмиву [6]; спеціальний алгоритм коригування нумерації вузлів скінченноелементної сітки, алгоритм видалення трикутників у випадку тріангуляції неопуклих областей, алгоритми для вузлового покриття опуклих багатограних областей в тривимірному випадку, алгоритм вузлації межі опуклої багатогранної області на основі повороту площини [11, 38, 48, 50]; побудова нової математичної моделі процесу фільтраційної консолідації ґрунту з урахуванням впливу техногенних факторів в одновимірному випадку [12, 53, 54]; чисельне розв'язання та порівняння наближених розв'язків двовимірної задачі фільтраційної консолідації ґрунту з урахуванням впливу перенесення солей в неізотермічному режимі методами скінченних різниць та скінченних елементів [13, 56]; побудова нової математичної моделі задачі фільтраційної консолідації масиву ґрунту, який містить тонке напівпроникне включення з урахуванням впливу техногенних факторів [14, 55]; побудова нових математичних моделей двовимірних задач фільтраційної консолідації тіла ґрунтової греблі та масиву ґрунту з урахуванням масопереносу солей в неізотермічному режимі [15, 16, 27, 57]; побудова нових математичних моделей одновимірної задачі фільтраційної консолідації зростаючого в часі ґрунтового масиву та зростаючого тіла ґрунтової греблі з урахуванням впливу техногенних факторів [17, 18, 58]; використання для математичного моделювання фільтраційної консолідації ґрунтів в неізотермічних умовах рівнянь нерозривності з урахуванням теплового розширення фаз пористого середовища [19, 59]; урахування просідань в математичній моделі процесу фільтраційної консолідації ґрунту, виведення кінематичної граничної умови на рухомій межі [20, 39, 61]; побудова нової математичної моделі процесу фільтраційної консолідації ґрунту з урахуванням повзучості його скелету та впливу техногенних факторів [21, 40, 63]; побудова нової математичної моделі контактного розмиву неоднорідного масиву ґрунту фільтраційним потоком [23, 60, 65]; побудова нової математичної моделі фільтраційної консолідації ґрунту під плоским флютбетом з урахуванням контактного розмиву фільтраційним потоком [24, 64]; числове розв'язання одновимірної задачі фільтраційної консолідації масиву ґрунту в умовах впливу тепломасоперенесення методом радіальних базисних функцій, порівняння отриманих результатів з числовими розв'язками згідно методів скінченних елементів та скінченних різниць [25]; побудова нових математичних моделей фільтраційної

консолідації ґрунтів з урахуванням контактного розмиву, впливу техногенних факторів та руху суспензії в області розмиву [26, 28, 29, 66, 70]; побудова нової математичної моделі фільтраційної консолідації тіла ґрунтової греблі із зосередженим шляхом фільтрації в її ядрі в умовах впливу техногенних факторів [30]; відшукування та порівняльний аналіз числових розв'язків математичної моделі фільтраційної консолідації з урахуванням повзучості скелету ґрунту та впливу тепломасоперенесення методами радіальних базисних функцій та скінченних елементів [31, 69]; побудова математичної моделі фільтраційної консолідації ґрунту з урахуванням нелінійного закону Дарсі-Герсеванова та впливу техногенних факторів [32]; побудова нової математичної моделі фільтраційної консолідації двофазного ґрунту з урахуванням повзучості та просідань його скелету в умовах впливу теплосоперенесення [34, 52]; побудова нової математичної моделі взаємозв'язаних процесів фільтраційної консолідації та багатofракційної контактної суфозії, виведення кінематичної граничної умови [36]; розробка модулів програм, які увійшли в програмний комплекс «Фільтраційна консолідація ґрунтів з урахуванням впливу техногенних факторів» [37]; розробка програмного забезпечення та проведення числових експериментів з дослідження фільтраційної консолідації ґрунтової греблі хвостосховища Стебницького Державного гірничо-хімічного підприємства «Полімінерал» [41]; огляд експериментальних залежностей характеристик ґрунтів від різних факторів (концентрація порового сольового розчину; температура; пористість), побудова апроксимаційних поліномів методом найменших квадратів [43]; для оцінки якісних характеристик порівняння числових розв'язків крайових задач для рівнянь параболічного типу методами радіальних базисних функцій та скінченних елементів [45, 47]; використання моделі фільтраційної консолідації ґрунтів з урахуванням впливу тепломасоперенесення для прогнозування зсувних процесів [46, 67]; побудова математичної моделі фільтраційної консолідації ґрунту під плоским флютбетом з урахуванням контактного розмиву згідно однофазної задачі Стефана [49, 51, 71].

В усіх роботах, написаних у співавторстві, здобувачеві належать постановки крайових задач, формулювання алгоритмів та розрахункових схем відшукування числових розв'язків нелінійних крайових задач методами скінченних елементів, скінченних різниць та радіальних базисних функцій, проведення всіх числових експериментів та їх аналіз. В роботі [7] здобувачем запропоновано врахувати неізотермічні умови та наявність солей в рівняннях нерозривності рідкої та твердої фаз пористого середовища при побудові нових математичних моделей консолідації засоленних ґрунтів.

Протягом всього періоду роботи над дисертаційним дослідженням д.т.н., проф. А. П. Власюк здійснював ефективне наукове консультування, яке полягало в обговоренні та постановках задач з дослідження технічних об'єктів, участь в обговоренні теоретичних результатів та результатів числових експериментів, підготовка рукописів наукових робіт, обговорення та визначення напрямків досліджень.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертації доповідались та обговорювались на 19-ти міжнародних та вітчизняних наукових конференціях, зокрема: на Всеукраїнських наукових конференціях “Сучасні

проблеми прикладної математики та інформатики” (2002-2009 рр., м. Львів); на Міжнародних наукових конференціях ім. акад. М.Кравчука (2004, 2008, 2010 рр., м. Київ); на Всеукраїнській науково-методичній конференції "Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації" (2004 р., м. Кам'янець-Подільський); на International Conferences "Problems of decision making under uncertainties" (2005-2010); на III-й Міжнародній конференції “Обчислювальна та прикладна математика” присвяченій пам’яті академіка НАН України І. І. Ляшка (2009 р., м. Київ). В повному обсязі робота доповідалась на міжкафедральному науковому семінарі факультету прикладної математики та інформатики Львівського національного університету імені Івана Франка, м. Львів; на розширеному науковому семінарі кафедри системного аналізу та теорії прийняття рішень Київського національного університету імені Тараса Шевченка, м. Київ; на розширеному науковому семінарі Центру математичного моделювання Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, м. Львів; на розширеному науковому семінарі відділу чисельних методів та комп’ютерного моделювання Інституту кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України; на розширеному науковому семінарі кафедри прикладної математики Національного університету водного господарства та природокористування, м. Рівне; на науковому семінарі «Математичне моделювання та обчислювальні методи» в Тернопільському національному технічному університеті імені Івана Пулюя, м. Тернопіль.

Публікації. За темою дисертації опублікована 71 наукова праця, у тому числі: 2 монографії; 49 статей, з них 6 у наукових виданнях, які входять до наукометричних баз (Scopus [3, 4, 8], MathSciNet [5, 6], zbMATH [5], Math-Net.Ru [5-8]), 22 статті у наукових фахових виданнях з технічних наук, 7 статей у наукових фахових виданнях з фізико-математичних наук; 1 свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір; 19 публікацій в матеріалах міжнародних та національних конференцій; 7 праць опубліковано без співавторів.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, шести розділів, висновків, списку використаних джерел із 404 найменувань, чотирьох додатків на 6-ти сторінках, містить 147 рисунків та 29 таблиць. Її повний зміст викладений на 377 сторінках друкованого тексту, у тому числі на 288 сторінках основного тексту.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми, сформульовано мету і задачі дослідження, визначено наукову новизну отриманих результатів та їх практичне значення.

Перший розділ присвячено огляду побудованих математичних моделей процесів консолідації та фільтраційного руйнування ґрунтів, визначенню не вирішених проблем та постановкам завдань дисертаційного дослідження.

До математичного моделювання процесів консолідації ґрунтів існує кілька підходів. Згідно теорії Терцагі-Герсєванова-Флоріна динаміку переходу пористого середовища в стабілізований стан вдалося звести до задачі визначення динаміки розсіювання надлишкових напорів в поровій рідині. Це здійснено шляхом прийняття двох припущень: принципу гідроємності М. М. Герсєванова та основної розрахункової моделі В. А. Флоріна. Значного розвитку теорія фільтраційної

консолідації набула в працях К. Терцагі, М. М. Герсєванова, В. А. Флоріна, М. О. Цитовича, Ю. К. Зарецького, М. М. Веригіна, В. В. Скопєцького, В. С. Дейнеки, В. М. Булавацького, В. І. Лаврика, А. Ф. Клементьєва, І. А. Лучко, О. Я. Олійника, В. М. Ніколаєвського, О. Л. Гольдіна, Л. В. Горєлика, Б. М. Нуллєра, Й. Й. Лучко, Т. Ш. Ширинкулова, О. В. Школи, М. Р. Петрика та інших науковців.

В. А. Флорін висунув більш загальну теорію консолідації ґрунтів – так звану “теорію об’ємних сил”. Подібну модель ґрунту запропонував також М. Biot. Теорія Флоріна-Біо отримала подальший розвиток в роботах Ю. К. Зарецького, М. І. Дроботенко, А. В. Костєрина, Ю. І. Куликова, О. П. Берєзіної, В. В. Орєхова, М. Biot, L. Laloui, R. Lancellotta, L. Preziosi і ін.

В роботах А. П. Власюка, О. В. Жєребятьєва і в кандидатській дисертації здобувача (захищена в 2002 р.) вперше зроблено спробу при математичному моделюванні консолідації ґрунтів урахувати наявність в поровій воді розчинених солей. При цьому врахована залежність коефіцієнта фільтрації від концентрації порового сольового розчину, наявність хімічних осмотичних явищ та теоретично залежність коефіцієнта хімічного осмосу від концентрації порового розчину (дана ідея належить акад. НАН України В. С. Дейнеці). Складову частину побудованих математичних моделей становлять результати досліджень масопереносу хімічних речовин в пористих середовищах (роботи М. М. Веригіна, В. І. Лаврика, І. І. Ляшка, С. І. Ляшка, А. Я. Бомби, О. Ю. Чернухи, Я. Й. Бурака, Є. Я. Чаплі, А. П. Власюка, Г. І. Марчука, В. С. Дейнеки, В. В. Скопєцького, М. М. Біляєва, І. В. Сергієнка, М. Р. Петрика, В. В. Акіменка, І. В. Бєйка, В. М. Ніколаєвського, М. З. Згуровського, О. Г. Наконєчного, Д. А. Ключина, В. А. Стояна, П. І. Ковальчука та ін.).

Вплив фільтрації сольових розчинів на процеси фільтраційної консолідації ґрунтів досліджено в роботах В. В. Скопєцького, В. М. Булавацького, В. І. Лаврика, Ю. Г. Кривонєса, І. В. Рєгалє, де відповідні математичні моделі побудовано з урахуванням рєлаксаційних ефектів.

Однак, техногенний вплив людської діяльності на навколишнє середовище полягає не лише в зміні хімічного складу порової рідини, але і в зміні теплового стану пористого середовища (експериментальні дослідження F. Zhang, R. Zhang, S. Kang, І. А. Бриллінга, О. Й. Фіалко, А. В. Шєстака, В. М. Гольдберга, М. П. Скворцова та ін.). Але всі вищезгадані дослідження фільтраційної консолідації проведено у випадку ізотермічних умов. Наявність градієнта температури в ґрунті може викликати фільтрацію порової рідини або сольового розчину. Це пояснюється явищем термічного осмосу – рухом рідини під впливом градієнта температури (роботи Б. В. Дерягіна, Ф. Є. Колясєва, М. К. Мєльнікової, A. Ghassemi, A. Diek, Helio dos Santos, P. H. Groenevelt, R. D. Jackson, D. A. Rose, H. L. Penman, C. Dirksen, J. M. Soler).

Також у відомих математичних моделях фільтраційної консолідації ґрунтів не враховано ефекту термічного розширення, ефекту просідання (набухання) пористого середовища в процесі консолідації, а також не враховано процесів фільтраційного руйнування загалом і, зокрема, процесів контактного розмиву та контактної суфозії. В роботах M. Foster, R. Fell вказано, що на 2% великих ґрунтових гребель (висотою більше 15 метрів) траплялись інциденти, пов’язані з розмивом ґрунту та утворенням

зосереджених шляхів фільтрації (статистичні дані наведено до 1986-го року).

Існують роботи по розвитку математичного моделювання окремих видів фільтраційного руйнування ґрунтів. М. М. Веригіним побудована та досліджена математична модель задачі про кольматаж призабійної зони свердловини. В. С. Кремез, використовуючи запропоновану авторську математичну модель, дослідив вплив кольматації та суфозії на фільтрацію в районі сховища-охолоджувача проекрованої АЕС. Математичні моделі фільтрації та фільтраційних деформацій в суфозійних ґрунтах досліджені в роботах А. Я. Бомби, А. Ф. Дмитрієва, М. М. Хлапука, Д. А. Дмитрієва, В. Л. Полякова, С. S. P. Ojha, О. Є. Щодро, Б. П. Сидорчука, С. С. Каштана, В. С. Барановського та ін.

Питання щодо механізмів та причин утворення областей контактного розмиву, зосереджених шляхів фільтрації, їх негативного впливу на гідротехнічні споруди, деякі аспекти математичного моделювання цих процесів досліджено в роботах J. B. Sellmeijer, V. P. Singh, D. D. Adrian, D. Lachouette, F. Golay, S. Bonelli, H. Mattsson, J. G. I. Hellstrom, T. S. Lundstrom, Y. Jianhua та ін.

Однак, у всіх вищезгаданих роботах не враховано вплив нестабілізованого стану пористого середовища на процеси фільтраційного руйнування.

Аналіз, проведений в розділі 1 дисертаційної роботи, показав, що існують математичні моделі фільтраційної консолідації ґрунтів, але залишились не вирішеними ряд задач: 1) всі попередні дослідження фільтраційної консолідації проведено у випадку ізотермічних умов; 2) в усіх попередніх роботах математичні моделі консолідації досліджені у фіксованих областях – ефект просідання (набухання) пористого середовища в процесі консолідації не враховувався; 3) відсутній аналіз просторових задач фільтраційної консолідації; 4) не враховано ступінь впливу техногенних факторів на швидкості зсувних зміщень масивів ґрунтів, використовуючи отримані розв’язки відповідних задач консолідації; 5) в математичних моделях фільтраційної консолідації ґрунтів не враховано процесів фільтраційного руйнування загалом і, зокрема, процесів контактного розмиву та контактної суфозії. Хоча, для ґрунтів, які перебувають в нестабілізованому стані, особливо гостро стоїть проблема їх фільтраційного руйнування. В існуючих математичних моделях механічної суфозії рухомі частинки вважаються належними до однієї фракції; 6) складність в математичному моделюванні взаємозв’язаних процесів фільтраційної консолідації, фільтраційного руйнування та теплосолеперенесення в пористих середовищах обумовлюється ще й необхідністю дослідження відповідних нелінійних крайових задач в областях з рухомими межами та побудови ефективних числових схем їх розв’язання. Останній пункт стосується розвитку як сіткових (роботи О. А. Самарського, О. С. Zienkiewicz, В. В. Акіменка, В. С. Дейнеки, А. П. Власюка, П. М. Вабіщевича, А. Я. Бомби, І. М. Молчанова, Г. І. Марчука, Я. Г. Савули, І. В. Сергієнка, В. В. Скопечького, О. Г. Шинкаренка, С. І. Ляшка, С. Baiocchi, J. T. Oden, L. P. Franca, P. J. Frey, P.-L. George та ін.), так і безсіткових (роботи R. L. Hardy, В. М. Колодяжного, В. Л. Рвачова, M. D. Buhmann, E. J. Kansa, Я. Г. Савули, A. Iske, G. R. Liu, H. Wendland та ін.) числових методів математичної фізики.

У **другому розділі** “Математичні моделі фільтраційної консолідації та фільтраційного руйнування ґрунтів в умовах впливу техногенних факторів”

побудовано нові математичні моделі вказаних процесів ґрунтуючись на наступних передумовах (які становлять суттєву частину наукової новизни дисертаційної роботи і запропоновані автором):

1) Узагальнений нелінійний закон Дарсі-Герсеванова

$$\mathbf{u} - e\mathbf{v} = -\mathbf{K}_h(c, T, h)\nabla h + \mathbf{K}_c(c)\nabla c + \mathbf{K}_T\nabla T, \quad (1)$$

де $\mathbf{u}$ – вектор швидкості фільтрації; h – напір; T – температура; $\mathbf{K}_h$, $\mathbf{K}_c$, $\mathbf{K}_T$ – тензори коефіцієнтів фільтрації, хімічного та термічного осмосів; e – коефіцієнт пористості ґрунту; $\mathbf{v}$ – вектор швидкості руху твердих частинок ґрунту.

2) Рівняння нерозривності рідкої та твердої фаз ґрунту з урахуванням наявності солей та термічного розширення

$$\nabla \cdot (\rho_p \mathbf{u}) + \frac{\partial(n\rho_p[1 - \varepsilon \frac{c}{\rho_c}])}{\partial t} - (\alpha_p + q\alpha_s)n\rho_p \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (\rho_T \mathbf{v}) + \frac{\partial(m\rho_T - \varepsilon \rho_T N / \rho_c)}{\partial t} - \alpha_s(1 - q)m\rho_T \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad (3)$$

де t – час; ρ_p – густина порової рідини; n – пористість ґрунту; ρ_c – густина солей в твердій фазі; m – об'єм твердих частинок в одиниці об'єму ґрунту; ρ_T – густина твердих частинок ґрунту; N – концентрація солей твердої фази в одиниці об'єму ґрунту; α_p , α_s – коефіцієнти об'ємного термічного розширення рідкої та твердої фаз ґрунту; α – коефіцієнт об'ємного термічного розширення ґрунту, як пористого матеріалу; $q = \frac{\alpha_s - \alpha}{\alpha_s}$. Параметр ε введено для зручності і може набувати двох значень – 0 або 1.

Далі для виведення рівняння фільтраційної консолідації використано підхід, описаний в класичній теорії механіки ґрунтів, але з використанням запропонованих залежностей (1)-(3).

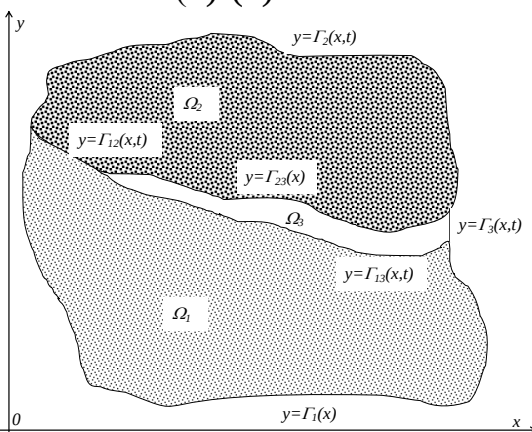


Рис. 1. Схема контактної розриву ґрунту

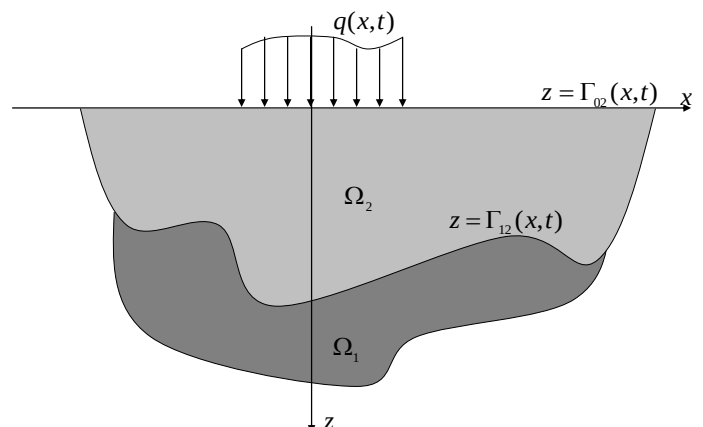


Рис. 2. Неоднорідний масив ґрунту в якому можлива контактна суфозія

В дисертаційній роботі серед процесів фільтраційного руйнування ґрунтів основна увага приділена математичному моделюванню нестационарного процесу контактної розриву ґрунту фільтраційним потоком. Мотивом є те, що він (процес)

може бути передумовою утворення шляхів зосередженої фільтрації. А для ґрунтових споруд зосереджена фільтрація є основною причиною їх руйнування.

Нехай в областях Ω_1 та Ω_2 , відповідно, знаходяться два типи ґрунту, які контактують по рухомій межі Γ_{12} (рис. 1). Область Ω_3 утворюється в результаті контактного розмиву ґрунту вздовж межі Γ_{12} в області Ω_1 і її займає суспензія. Прийнято, що форма області Ω_2 незмінна.

Математичних моделей взаємопов'язаних процесів фільтраційної консолідації та контактної розмиву в дисертаційному дослідженні побудовано дві (по аналогії з одно- та двофазними задачами Стефана). Перша математична модель описується нелінійною крайовою задачею в областях з рухомими межами, яка містить наступні основні складові елементи:

1. Рівняння фільтраційної консолідації в R -вимірному випадку, виведене з урахуванням (1)-(3) та повзучості скелету ґрунту

$$\begin{aligned} & \frac{(1+e)(1+(R-1)\xi)}{\gamma} \beta_1 [\nabla \cdot (\mathbf{K}_h(c, T, h) \nabla h) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_c(c) \nabla c) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_T \nabla T)] + \\ & + \frac{(\alpha_p + (2q-1)\alpha_s)(1+(R-1)\xi)e}{\gamma} \beta_1 \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\varepsilon(1+e)(1+(R-1)\xi)}{\rho_c \gamma} \beta_1 \left[\frac{\partial(nc)}{\partial t} - e \frac{\partial N}{\partial t} \right] + \\ & + \frac{(1+e)(1+(R-1)\xi)}{\gamma} \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \cdot (\mathbf{K}_h(c, T, h) \nabla h) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_c(c) \nabla c) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_T \nabla T)] + \\ & + \frac{(\alpha_p + (2q-1)\alpha_s)(1+(R-1)\xi)e}{\gamma} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{\varepsilon(1+e)(1+(R-1)\xi)}{\rho_c \gamma} \left[\frac{\partial^2(nc)}{\partial t^2} - e \frac{\partial^2 N}{\partial t^2} \right] + \\ & + \frac{a_0}{\gamma} \frac{\partial^2 (\Theta^* + R\gamma h^*)}{\partial t^2} + \frac{\beta_1}{\gamma} (a_0 + a_1) \frac{\partial (\Theta^* + R\gamma h^*)}{\partial t} = [Ra_0 + \beta(1+e)(1+(R-1)\xi)] \times \\ & \times \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + [\beta_1 R(a_0 + a_1) + \beta \beta_1 (1+e)(1+(R-1)\xi)] \frac{\partial h}{\partial t}, \mathbf{X} \in \Omega, t > 0. \end{aligned}$$

2. Рівняння масопереносу солей та кінетики масообмінних процесів

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\mathbf{D} \nabla c) + \nabla \cdot (\mathbf{D}_T \nabla T) - \mathbf{u} \nabla c &= n \frac{\partial c}{\partial t} + (\alpha_p + q\alpha_s) nc \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial t}, \mathbf{X} \in \Omega, t > 0, \\ \frac{\partial N}{\partial t} &= -\gamma_1 (C_m - c) N^\lambda, \mathbf{X} \in \bar{\Omega}, t > 0. \end{aligned}$$

3. Рівняння теплопереносу

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \rho c_p \mathbf{u} \nabla T = c_T \frac{\partial T}{\partial t}, \mathbf{X} \in \Omega, t > 0.$$

4. Узагальнений закон Дарсі-Герсеванова

$$\mathbf{u} - e\mathbf{v} = -\mathbf{K}_h(c, T, h) \nabla h + \mathbf{K}_c(c) \nabla c + \mathbf{K}_T \nabla T, \mathbf{X} \in \bar{\Omega}.$$

5. Рівняння зміни концентрації суспензії в області розмиву

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \nabla \cdot (\mathbf{D}_s \nabla s) - (\mathbf{u} - \mathbf{w}) \nabla s, \mathbf{X} \in \Omega_3, t > 0.$$

6. Рівняння Нав'є-Стокса для описання руху суспензії в зоні розмиву

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}, \nabla) \mathbf{u} = \nu \Delta \mathbf{u} - g \nabla h, \quad \mathbf{X} \in \Omega_3, \quad t > 0,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \mathbf{X} \in \Omega_3, \quad t > 0.$$

7. Закон руху твердих частинок на межі розмиву (закон розмиву)

$$\mathbf{v} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t, \mathbf{u}), \quad \mathbf{X} \in \Gamma_{13}.$$

8. Кінематична гранична умова на рухомій межі розмиву

$$-(1-n)\rho_T \frac{d\Gamma_{13}}{dt} = k_{er}^{(13)} s(\mathbf{X}, t) ((\mathbf{v}, \mathbf{n}) + |(\mathbf{v}, \mathbf{d})|), \quad \mathbf{X} \in \Gamma_{13}, \quad t > 0.$$

9. Кінематична гранична умова на верхній рухомій межі ґрунту

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma_2}{\partial t} = & \frac{R\gamma}{(1+\bar{e})(1+(R-1)\xi)} \int_{\Gamma_{23}}^{\Gamma_2} \left(a_0 \left(\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial h^*}{\partial t} - \frac{1}{R\gamma} \frac{\partial \Theta^*}{\partial t} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{a_1 \beta_1}{\gamma} \left(p(t) - p^*(t) - \frac{\Theta^*(t)}{R} \right) + \frac{a_1 \beta_1^2}{\gamma} \int_0^t \left(\frac{\Theta^*(t)}{R} + p^*(t) - p(t) \right) \exp(-\beta_1(t-\tau)) d\tau \right) dx. \end{aligned}$$

Вищенаведені залежності доповнювались початковими та граничними умовами для невідомих функцій, а також умовами спряження на межах контакту областей з різними фізико-хімічними характеристиками. Тут: $s(\mathbf{X}, t)$ – концентрація твердих частинок ґрунту в одиниці об'єму середовища; $\mathbf{n}$ – вектор напрямних косинусів зовнішньої нормалі; $\mathbf{d}$ – вектор напрямних косинусів дотичної; a_0 , a_1 , β_1 – параметри повзучості скелету ґрунту; γ – питома вага порового розчину; β – коефіцієнт об'ємної стискуваності газу; g – прискорення вільного падіння; $\mathbf{w}$ – вектор швидкості осідання твердих частинок суспензії; $\mathbf{D}_s$ – тензор коефіцієнтів дисперсії суспензії; λ – тензор коефіцієнтів ефективної теплопровідності вологого ґрунту; ν – кінематична в'язкість суспензії; $k_{er}^{(13)}$ – коефіцієнт розмиву; C_m – концентрація граничного насичення солей в рідкій фазі; c_T – об'ємна теплоємність ґрунту; γ_1 – константа швидкості масообміну; χ – параметр, який залежить від характеру засоленості породи.

Стосовно процесу розмиву побудована математична модель є задачею стефанівського типу, причому – двофазною задачею. В роботі побудовано другу математичну модель, яка стосовно процесу розмиву описується однофазною задачею Стефана.

Також в роботі побудовано математичні моделі взаємних процесів фільтраційної консолідації та багатофракційної контактної суфозії. Якщо ґрунт є неоднорідним і складається із шарів з різними гранулометричним складом, що, в свою чергу, впливає на їх фізико-хімічні властивості, то окрім контактної розмиву там можуть відбуватись процеси контактної суфозії – взаємопроникнення суфозійних частинок через межу контакту двох пористих середовищ.

Розглянемо масив ґрунту в області Ω_1 , який привантажений ґрунтом в області Ω_2 більш великої фракції (рис. 2). Під впливом висхідного фільтраційного потоку суфозійні частинки з області Ω_1 можуть проникати в область Ω_2 . В результаті межа контакту двох ґрунтів $z = \Gamma_{12}(\mathbf{X}^*, t)$, $\mathbf{X} = (\mathbf{X}^*, z) = (x, y, z)$, є рухомою і змінює своє

положення в часі. Тому область Ω_2 – це ґрунт, який складається із «скелету» та S – фракційних суфозійних частинок з концентраціями $\sigma^{(i)}(\mathbf{X}, t)$, $i = \overline{1, S}$. Під концентрацією $\sigma^{(i)}(\mathbf{X}, t)$ частинок в деякому виділеному об'ємі V пористого середовища будемо розуміти відношення об'єму суфозійних частинок до всього виділеного об'єму V .

Рівняння для опису динаміки зміни концентрації $\sigma^{(i)}(\mathbf{X}, t)$, $i = \overline{1, S}$, як і рівняння тепломасоперенесення (або вологопереносу), виводиться на основі рівняння нерозривності

$$\frac{\partial \sigma^{(i)}(\mathbf{X}, t)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q}_i(\mathbf{X}, t) = 0, \quad i = \overline{1, S}.$$

Тут $\mathbf{q}_i(\mathbf{X}, t)$ – вектор-функція потоку суфозійних часток i -ї фракції, яка може бути визначена наступним чином:

$$\mathbf{q}_i(\mathbf{X}, t) = \mathbf{f}^{(i)}(\mathbf{u}, u_{kr}^{(i)}) \sigma^{(i)}(\mathbf{X}, t) \mp w_i \nabla z - \mathbf{D}^{(i)} \nabla \sigma^{(i)}(\mathbf{X}, t), \quad \mathbf{X} \in \Omega_2, \quad i = \overline{1, S},$$

де w_i – швидкість осідання твердих часток i -ї фракції в вертикальному напрямку (знак «-» – вісь oz направлена вгору, «+» – вісь oz направлена вниз); $\mathbf{D}^{(i)}$ – тензор коефіцієнтів дисперсії суфозійних частинок; $\mathbf{f}^{(i)}(\mathbf{u}, u_{kr}^{(i)}) = (f_j^{(i)})_{j=1}^R$, $f_j^{(i)} = k_{er}^{(i)}(u_j - u_{kr}^{(i)})_+ = k_{er}^{(i)} \max\{0; u_j - u_{kr}^{(i)}\}$, $k_{er}^{(i)}$ – коефіцієнт розмиву; $u_{kr}^{(i)}$ – скалярна критична швидкість розмиву для суфозійних частинок i -ї фракції.

Рівняння фільтраційної консолідації в даному випадку набуває вигляду

$$\begin{aligned} & \frac{(1 + e^{(0)})(1 + (R-1)\xi)}{\gamma \left(1 - \sum_{i=1}^S m^{(i)}\right)} \beta_1 \left[\nabla \cdot (\mathbf{K}_h(c, T, h, \sigma) \nabla h) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_c(c) \nabla c) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_T \nabla T) \right] + \\ & + \frac{(\alpha_p + (2q-1)\alpha_s)}{1 + e^{(0)}} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{\rho_c} \left[\frac{\partial(nc)}{\partial t} - e^{(0)} \frac{\partial N}{\partial t} \right] + \\ & + \frac{(1 + e^{(0)})(1 + (R-1)\xi)}{\gamma \left(1 - \sum_{i=1}^S m^{(i)}\right)} \left(\frac{\partial}{\partial t} \left[\nabla \cdot (\mathbf{K}_h(c, T, h, \sigma) \nabla h) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_c(c) \nabla c) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_T \nabla T) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{(\alpha_p + (2q-1)\alpha_s)e^{(0)}}{\gamma(1 + e^{(0)})} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{1}{\gamma} \left[\frac{\partial^2(nc)}{\partial t^2} - e \frac{\partial^2 N}{\partial t^2} \right] \right) + \\ & + \frac{a_0}{\gamma} \frac{\partial^2 (\Theta^* + R\gamma h^*)}{\partial t^2} + \frac{\beta_1}{\gamma} (a_0 + a_1) \frac{\partial (\Theta^* + R\gamma h^*)}{\partial t} = [Ra_0 + \beta(1 + e^{(0)})(1 + (R-1)\xi)] \times \\ & \times \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + [\beta_1 R(a_0 + a_1) + \beta \beta_1 (1 + e^{(0)})(1 + (R-1)\xi)] \frac{\partial h}{\partial t}, \quad \mathbf{X} \in \Omega, t > 0 \end{aligned}$$

і відрізняється від попереднього рівняння лише наявністю в правій частині в знаменнику множника $\left(1 - \sum_{i=1}^S m^{(i)}\right)$. Кінематичні граничні умови набувають вигляду

$$\left(\sigma_{\max} - \sum_{i=1}^S \sigma^{(i)}(\mathbf{X}, t) \right) \frac{\partial \Gamma_{12}(\mathbf{X}, t)}{\partial t} + \sum_{i=1}^S (\mathbf{q}_i(\mathbf{X}, t), \mathbf{n}_{12}) = 0, \quad \mathbf{X} \in \Gamma_{12},$$

$$\frac{\partial \Gamma_{02}(\mathbf{X}^*, t)}{\partial t} = -\frac{1}{n_z^{(12)}} \frac{\partial \Gamma_{12}(\mathbf{X}^*, t)}{\partial t} - \frac{R\gamma \left(1 - \sum_{i=1}^S m^{(i)} \right)}{(1 + \bar{e})(1 + (R - 1)\xi)} \int_{\varphi(\mathbf{X}^*)}^{\Gamma_{02}} \left(a_0 \left(\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial h^*}{\partial t} - \frac{1}{R\gamma} \frac{\partial \Theta^*}{\partial t} \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{a_1 \beta_1}{\gamma} \left(p(t) - p^*(t) - \frac{\Theta^*(t)}{R} \right) + \frac{a_1 \beta_1^2}{\gamma} \int_0^t \left(\frac{\Theta^*(t)}{R} + p^*(t) - p(t) \right) \exp(-\beta_1(t - \tau)) d\tau \right) dz.$$

Третій розділ “Задачі нелінійної фільтраційної консолідації ґрунтів з урахуванням тепломасоперенесення” присвячено постановкам крайових задач, що описують процеси фільтраційної консолідації, їх чисельному розв’язанню та висвітленню результатів ряду чисельних експериментів.

Як показано в розділі 2, математичну модель R -вимірної задачі фільтраційної консолідації ґрунту при урахуванні повзучості скелету ґрунту та впливу переносу солей в неізотермічному режимі можна описати наступною крайовою задачею:

$$\begin{aligned} & \frac{(1 + e)(1 + (R - 1)\xi)}{\gamma} \beta_1 [\nabla \cdot (\mathbf{K}_h(c, T, h) \nabla h) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_c(c) \nabla c) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_T \nabla T)] + \\ & + \frac{(\alpha_p + (2q - 1)\alpha_s)(1 + (R - 1)\xi)e}{\gamma} \beta_1 \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\varepsilon(1 + e)(1 + (R - 1)\xi)}{\rho_c \gamma} \beta_1 \left[n \frac{\partial c}{\partial t} - e \frac{\partial N}{\partial t} \right] + \\ & + \frac{(1 + e)(1 + (R - 1)\xi)}{\gamma} \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \cdot (\mathbf{K}_h(c, T, h) \nabla h) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_c(c) \nabla c) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_T \nabla T)] + \\ & + \frac{(\alpha_p + (2q - 1)\alpha_s)(1 + (R - 1)\xi)e}{\gamma} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{\varepsilon(1 + e)(1 + (R - 1)\xi)}{\rho_c \gamma} \left[n \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} - e \frac{\partial^2 N}{\partial t^2} \right] + \\ & + \frac{a_0}{\gamma} \frac{\partial^2 (\Theta^* + R\gamma h^*)}{\partial t^2} + \frac{\beta_1}{\gamma} (a_0 + a_1) \frac{\partial (\Theta^* + R\gamma h^*)}{\partial t} = [Ra_0 + \beta(1 + e)(1 + (R - 1)\xi)] \times \\ & \times \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + [\beta_1 R(a_0 + a_1) + \beta \beta_1 (1 + e)(1 + (R - 1)\xi)] \frac{\partial h}{\partial t}, \quad \mathbf{X} \in \Omega, t > 0, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{D} \nabla c) + \nabla \cdot (\mathbf{D}_T \nabla T) - \mathbf{u} \nabla c = n \frac{\partial c}{\partial t} + (\alpha_p + q\alpha_s) n c \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial t}, \quad \mathbf{X} \in \Omega, t > 0, \quad (5)$$

$$\nabla \cdot (\lambda(c) \nabla T) - \rho_c \mathbf{u} \nabla T = c_T \frac{\partial T}{\partial t}, \quad \mathbf{X} \in \Omega, t > 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\gamma_1 (C_m - c) N^\chi, \quad \mathbf{X} \in \bar{\Omega}, t > 0, \quad (7)$$

$$\mathbf{u} = e\mathbf{v} - \mathbf{K}_h(c, T, h) \nabla h + \mathbf{K}_c(c) \nabla c + \mathbf{K}_T \nabla T, \quad \mathbf{q}_c = \mathbf{u} \cdot c - \mathbf{D}(c, T, h) \nabla c - \mathbf{D}_T(c, T) \nabla T, \quad (8)$$

$$\mathbf{q}_T = \rho_c \mathbf{u} \cdot T - \lambda(c, T) \nabla T, \quad (9)$$

$$(\mathbf{u}, \mathbf{n})|_{\Gamma_1} = 0, \quad h|_{\Gamma_2} = H_1(\mathbf{X}, t), \quad \mathbf{X} \in \Gamma_2, \quad (9)$$

$$(\mathbf{q}_c, \mathbf{n})|_{\Gamma_3} = 0, \quad c|_{\Gamma_4} = C_1(\mathbf{X}, t), \quad \mathbf{X} \in \Gamma_4, \quad (10)$$

$$(\mathbf{q}_T, \mathbf{n})|_{\Gamma_5} = 0, \quad T|_{\Gamma_6} = T_1(\mathbf{X}, t), \quad \mathbf{X} \in \Gamma_6, \quad (11)$$

$$h(\mathbf{X}, 0) = h_0(\mathbf{X}), \quad c(\mathbf{X}, 0) = C_0(\mathbf{X}), \quad T(\mathbf{X}, 0) = T_0(\mathbf{X}), \quad N(\mathbf{X}, 0) = N_0(\mathbf{X}),$$

$$\left(\frac{R\gamma a_0}{1+(R-1)\xi} + \beta(1+e)\gamma \right) \frac{\partial h_0}{\partial t} = (1+e)\nabla \cdot (\mathbf{K}_h(c_0, T_0, h_0)\nabla h_0 - \mathbf{K}_c(c_0)\nabla c_0 - \mathbf{K}_T\nabla T_0) -$$

$$- \frac{R\gamma a_1 \beta_1}{1+(R-1)\xi} h_0 + \frac{a_0}{1+(R-1)\xi} \left(\frac{\partial \Theta_0^*}{\partial t} + R \frac{\partial p_0^*}{\partial t} \right) + \frac{a_1 \beta_1}{1+(R-1)\xi} (\Theta_0^* + R p_0^*), \mathbf{X} \in \bar{\Omega}, t = 0, \quad (12)$$

де $t \in (0; t_0]$; $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$, $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma_3 \cup \Gamma_4 = \Gamma_5 \cup \Gamma_6$, $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \emptyset$, $\Gamma_3 \cap \Gamma_4 = \emptyset$, $\Gamma_5 \cap \Gamma_6 = \emptyset$, $C_1(\mathbf{X}, t)$, $T_1(\mathbf{X}, t)$, $H_1(\mathbf{X}, t)$, $h_0(\mathbf{X})$, $c_0(\mathbf{X})$, $T_0(\mathbf{X})$ - задані функції; $\mathbf{X} = x$ при $R=1$, $\mathbf{X} = (x, y)$ при $R=2$, $\mathbf{X} = (x, y, z)$ при $R=3$.

Наближені розв'язки крайової задачі (4)-(12) в загальному випадку знайдено методом скінченних елементів (МСЕ) та безсітковим методом радіальних базисних функцій (РБФ). В окремих випадках також застосовувався метод скінчених різниць (МСР).

Не зменшуючи загальності будемо вважати, що наближені розв'язки $\hat{h}(\mathbf{X}, t)$, $\hat{c}(\mathbf{X}, t)$, $\hat{T}(\mathbf{X}, t)$, $\hat{N}(\mathbf{X}, t)$ задачі (4)-(12) згідно МСЕ шукаються на одній скінченноелементній сітці при використанні одних і тих же базисних функцій $\varphi_i(\mathbf{X})$, $i = \overline{1, k}$. Тоді маємо

$$(\hat{h}(\mathbf{X}, t); \hat{c}(\mathbf{X}, t); \hat{T}(\mathbf{X}, t); \hat{N}(\mathbf{X}, t)) = \left(\sum_{i=1}^k h_i(t) \varphi_i(\mathbf{X}); \sum_{i=1}^k c_i(t) \varphi_i(\mathbf{X}); \sum_{i=1}^k T_i(t) \varphi_i(\mathbf{X}); \sum_{i=1}^k N_i(t) \varphi_i(\mathbf{X}) \right). \quad (13)$$

В результаті, використовуючи стандартний підхід МСЕ, з урахуванням (13), отримуємо задачу Коші для системи нелінійних диференціальних рівнянь відносно вектора $(\mathbf{h}(t); \mathbf{C}(t); \mathbf{T}(t); \mathbf{N}(t))$

$$\mathbf{M}^{(4)} \cdot \frac{d\mathbf{N}}{dt} + \mathbf{L}^{(4)}(\mathbf{C}, \mathbf{N}^x) = \mathbf{0}, \quad (14)$$

$$\mathbf{M}^{(3)} \cdot \frac{d\mathbf{T}}{dt} + \mathbf{L}^{(3)}(\mathbf{h}, \mathbf{C}, \mathbf{T}) \cdot \mathbf{T} = \mathbf{F}^{(3)}, \quad (15)$$

$$\mathbf{M}^{(2)} \cdot \frac{d\mathbf{C}}{dt} + \mathbf{L}^{(2)}(\mathbf{h}, \mathbf{C}, \mathbf{T}) \cdot \mathbf{C} = \mathbf{L}^{(21)} \cdot \mathbf{T}(t) + \mathbf{M}^{(21)} \cdot \frac{d\mathbf{N}}{dt} + \mathbf{M}^{(22)} \cdot \frac{d\mathbf{T}}{dt} + \mathbf{F}^{(2)}, \quad (16)$$

$$\mathbf{Q}^{(1)} \cdot \frac{d^2 \mathbf{h}}{dt^2} + \mathbf{M}^{(1)} \cdot \frac{d\mathbf{h}}{dt} + \mathbf{L}^{(1)}(\mathbf{C}, \mathbf{T}, \mathbf{h}) \cdot \mathbf{h}(t) = \mathbf{L}^{(12)} \cdot \mathbf{C}(t) + \mathbf{L}^{(13)} \cdot \mathbf{T}(t) +$$

$$+ \mathbf{M}^{(12)} \cdot \frac{d\mathbf{C}}{dt} + \mathbf{M}^{(13)} \cdot \frac{d\mathbf{T}}{dt} + \mathbf{M}^{(14)} \cdot \frac{d\mathbf{N}}{dt} + \mathbf{Q}^{(12)} \cdot \frac{d^2 \mathbf{C}}{dt^2} + \mathbf{Q}^{(13)} \cdot \frac{d^2 \mathbf{T}}{dt^2} + \mathbf{Q}^{(14)} \cdot \frac{d^2 \mathbf{N}}{dt^2} + \mathbf{F}^{(1)}, \quad (17)$$

$$\mathbf{M}^{(0)} \cdot \frac{d\mathbf{h}^{(0)}}{dt} + \mathbf{L}^{(0)}(\mathbf{C}^{(0)}, \mathbf{T}^{(0)}, \mathbf{h}^{(0)}) \cdot \mathbf{h}^{(0)} = \mathbf{L}^{(01)} \cdot \mathbf{C}^{(0)} + \mathbf{L}^{(02)} \cdot \mathbf{T}^{(0)} + \mathbf{F}^{(0)}, \quad (18)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}^{(1)} \cdot \mathbf{h}^{(0)} = \tilde{\mathbf{F}}^{(1)}, \tilde{\mathbf{M}}^{(2)} \cdot \mathbf{C}^{(0)} = \tilde{\mathbf{F}}^{(2)}, \tilde{\mathbf{M}}^{(3)} \cdot \mathbf{T}^{(0)} = \tilde{\mathbf{F}}^{(3)}, \tilde{\mathbf{M}}^{(4)} \cdot \mathbf{N}^{(0)} = \tilde{\mathbf{F}}^{(4)}, \quad (19)$$

де

$$\mathbf{h}(t) = (h_i(t))_{i=1}^k, \mathbf{h}^{(0)} = (h_i(0))_{i=1}^k, \mathbf{C}(t) = (c_i(t))_{i=1}^k, \mathbf{C}^{(0)} = (c_i(0))_{i=1}^k, \mathbf{T}(t) = (T_i(t))_{i=1}^k,$$

$$\mathbf{T}^{(0)} = (T_i(0))_{i=1}^k, \mathbf{N}(t) = (N_i(t))_{i=1}^k, \mathbf{N}^{(0)} = (N_i(0))_{i=1}^k, \mathbf{M}^{(s)} = (m_{ij}^{(s)})_{i,j=1}^k, s = \overline{0, 4};$$

$$\mathbf{L}^{(s)} = (l_{ij}^{(s)})_{i,j=1}^k, \mathbf{F}^{(s)} = (f_i^{(s)})_{i=1}^k, s = \overline{0, 3}; \mathbf{L}^{(4)} = (l_i^{(4)})_{i=1}^k; \mathbf{L}^{(21)} = (l_{ij}^{(21)})_{i,j=1}^k; \mathbf{M}^{(21)} = (m_{ij}^{(21)})_{i,j=1}^k;$$

$$\mathbf{Q}^{(1)} = (q_{ij}^{(1)})_{i,j=1}^k; \mathbf{Q}^{(1s)} = (q_{ij}^{(1s)})_{i,j=1}^k, \mathbf{M}^{(1s)} = (m_{ij}^{(1s)})_{i,j=1}^k, s = \overline{2, 4}; \mathbf{L}^{(1s)} = (l_{ij}^{(1s)})_{i,j=1}^k, s = 2, 3;$$

$$\mathbf{L}^{(0s)} = (l_{ij}^{(0s)})_{i,j=1}^k, s=1, 2; \tilde{\mathbf{M}}^{(s)} = (\tilde{m}_{ij}^{(s)})_{i,j=1}^k, \tilde{\mathbf{F}}^{(s)} = (\tilde{f}_i^{(s)})_{i=1}^k, s=\overline{0,4}.$$

Елементи матриць в задачі Коші (14)-(19) визначаються однотипно, але досить громіздко. Так, наприклад, для системи диференціальних рівнянь (15), яка відповідає рівнянню теплопровідності (6), маємо

$$m_{ij}^{(3)} = c_T \left(\int_{\Omega} \varphi_i \varphi_j d\Omega + \sum_{\Omega_e} \tau_e^{(T)} \int_{\Omega_e} \rho c_{\rho} \varphi_j \mathbf{u} \nabla \varphi_i d\Omega \right);$$

$$l_{ij}^{(3)} = \int_{\Omega} ((\lambda \nabla \varphi_j, \nabla \varphi_i) + \rho c_{\rho} \varphi_i \mathbf{u} \nabla \varphi_j) d\Omega + \sum_{\Omega_e} \tau_e^{(T)} \int_{\Omega_e} \rho c_{\rho} (-\nabla \cdot (\lambda \nabla \varphi_j) + \rho c_{\rho} \mathbf{u} \nabla \varphi_j) \mathbf{u} \nabla \varphi_i d\Omega.$$

Як видно з формул для елементів матриць з (15) (аналогічно і з (16)) в дисертаційній роботі для рівнянь тепломасоперенесення використано стабілізаційну протипотокову схему Петрова-Гальоркіна. Параметри стабілізації $\tau_e^{(T)}$, $\tau_e^{(c)}$

вибиралися наступним чином: $\tau_e^{(T)} = \frac{h_e}{a \|\rho c_{\rho} \mathbf{u}\|_{\infty, e}} \gamma(Pe_T)$, $\tau_e^{(c)} = \frac{h_e}{a \|\mathbf{u}\|_{\infty, e}} \gamma(Pe_c)$, де

$$a = 3, \gamma(z) = \begin{cases} z, & 0 \leq z \leq 1; \\ 1, & 1 \leq z < \infty. \end{cases}$$

Для знаходження чисельного розв'язку задачі Коші (14)-(19) часовий відрізок $[0; t_0]$ дискретизували з рівномірним кроком τ . З цією метою введено позначення $\mathbf{h}^{(j)}$, $\mathbf{C}^{(j)}$, $\mathbf{T}^{(j)}$, $\mathbf{N}^{(j)}$, як наближені розв'язки задачі Коші (14)-(19) при $t = j\tau$. Наближені розв'язки системи нелінійних диференціальних рівнянь (14)-(17) шукалися за допомогою повністю неявної лінеаризованої різницевої схеми, а також за допомогою схеми предиктор-коректор. Система рівнянь (14) після дискретизації в часі є нелінійною відносно невідомої вектор-функції $\mathbf{N}^{(s+1)}$. Для її лінеаризації використано метод Ньютона.

Для числового розв'язання задачі (4)-(12) безсітковим методом РБФ замикання області $\overline{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$ дискретизувалось вузлами-центрами $\mathbf{X}_i$, $i=\overline{1, s}$ та колокаційними точками $\mathbf{Y}_i$, $i=\overline{1, k}$, де k^{Ω} , k^{Γ_j} – відповідно множини номерів колокаційних точок, які лежать в області Ω і на відповідних частинах Γ_j , $j=\overline{1, 6}$, межі Γ . Причому $k \geq s$. В загальному випадку множини вузлових точок $\mathbf{X}_i$, $i=\overline{1, s}$ та колокаційних точок $\mathbf{Y}_i$, $i=\overline{1, k}$ не співпадають. Хоча, при практичній реалізації методу, такий випадок не виключається. Наближені розв'язки для різних невідомих функцій можна шукати на різних сітках вузлових та колокаційних точок. Для уникнення зайвої індексації та громіздкості викладки зроблені для випадку однієї сітки, що не зменшує їх (викладок) загальності.

Наближений розв'язок крайової задачі (4)-(12) методом РБФ шукали у вигляді

$$h(\mathbf{X}, t) \approx \sum_{i=1}^s h_i(t) \varphi_i(r_i, \varepsilon_h), \quad c(\mathbf{X}, t) \approx \sum_{i=1}^s c_i(t) \varphi_i(r_i, \varepsilon_c), \quad T(\mathbf{X}, t) \approx \sum_{i=1}^s T_i(t) \varphi_i(r_i, \varepsilon_T),$$

$$N(\mathbf{X}, t) \approx \sum_{i=1}^s N_i(t) \varphi_i(r_i, \varepsilon_N), \quad (20)$$

де $h_i(t), c_i(t), T_i(t), N_i(t), i = \overline{1, s}$ – невідомі коефіцієнти, які залежать лише від часу; $\varphi(r_i, \varepsilon), i = \overline{1, s}$ – відомі РБФ, причому $r_i = \|\mathbf{X} - \mathbf{X}_i\|_2$; $\varepsilon_h > 0, \varepsilon_c > 0, \varepsilon_T > 0, \varepsilon_N > 0$ – параметри форми; $\|\bullet\|_2$ – Евклідова норма вектора.

Тоді, використовуючи метод колокації в точках, з (4)-(12) отримуємо задачу Коші (14)-(19) для системи нелінійних диференціальних рівнянь відносно векторів невідомих $\mathbf{h}(t) = \{h_i(t)\}_{i=1}^s, \mathbf{C}(t) = \{c_i(t)\}_{i=1}^s, \mathbf{T}(t) = \{T_i(t)\}_{i=1}^s, \mathbf{N}(t) = \{N_i(t)\}_{i=1}^s$ де

$$\mathbf{h}^{(0)} = (h_i(0))_{i=1}^s, \mathbf{C}^{(0)} = (c_i(0))_{i=1}^s, \mathbf{T}^{(0)} = (T_i(0))_{i=1}^s, \mathbf{N}^{(0)} = (N_i(0))_{i=1}^s,$$

$$\mathbf{M}^{(\alpha)} = (m_{ij}^{(\alpha)})_{i,j=1}^{k,s}, \alpha = \overline{0,4}; \mathbf{L}^{(\alpha)} = (l_{ij}^{(\alpha)})_{i,j=1}^{k,s}, \mathbf{F}^{(\alpha)} = (f_i^{(\alpha)})_{i=1}^k, \alpha = \overline{0,3}; \mathbf{L}^{(4)} = (l_i^{(4)})_{i=1}^k;$$

$$\mathbf{L}^{(21)} = (l_{ij}^{(21)})_{i,j=1}^{k,s}; \mathbf{M}^{(21)} = (m_{ij}^{(21)})_{i,j=1}^{k,s}; \mathbf{Q}^{(1)} = (q_{ij}^{(1)})_{i,j=1}^{k,s}; \mathbf{Q}^{(1\alpha)} = (q_{ij}^{(1\alpha)})_{i,j=1}^{k,s}, \mathbf{M}^{(1\alpha)} = (m_{ij}^{(1\alpha)})_{i,j=1}^{k,s},$$

$$\alpha = \overline{2,4}; \mathbf{L}^{(1\alpha)} = (l_{ij}^{(1\alpha)})_{i,j=1}^{k,s}, \alpha = 2, 3; \mathbf{L}^{(0\alpha)} = (l_{ij}^{(0\alpha)})_{i,j=1}^{k,s}, \alpha = 1, 2; \tilde{\mathbf{M}}^{(\alpha)} = (\tilde{m}_{ij}^{(\alpha)})_{i,j=1}^{k,s},$$

$$\tilde{\mathbf{F}}^{(\alpha)} = (\tilde{f}_i^{(\alpha)})_{i=1}^k, \alpha = \overline{0,4}.$$

Знову ж, як і у випадку застосування МСЕ, наведемо визначення елементів матриць лише для системи рівнянь (15), яка відповідає рівнянню теплопровідності (6). Маємо

$$m_{ij}^{(3)} = c_T \varphi_j(r_{ji}, \varepsilon_T), i \in k^\Omega; l_{ij}^{(3)} = \begin{cases} -\nabla \cdot (\lambda \nabla \varphi_j(r_{ji}, \varepsilon_T)) + \rho c_\rho \mathbf{u} \nabla \varphi_j(r_{ji}, \varepsilon_T), i \in k^\Omega; \\ (-\lambda \nabla \varphi_j(r_{ji}, \varepsilon_T) + \rho c_\rho \mathbf{u} \cdot \varphi_j(r_{ji}, \varepsilon_T), \mathbf{n}), i \in k^{\Gamma_5}; \\ \varphi_j(r_{ji}, \varepsilon_T), i \in k^{\Gamma_6}; \end{cases}$$

$$f_i^{(3)} = T_1(\mathbf{Y}_i, t), i \in k^{\Gamma_6}; r_{ji} = \|\mathbf{Y}_i - \mathbf{X}_j\|_2.$$

Приклад 1. Розглянуто задачу фільтраційної консолідації масиву глинистого ґрунту форми прямокутного паралелепіпеда з довжинами ребер по кожній координатній осі 16м, 9м, 16м відповідно. Область прикладення навантаження на верхню межу масиву ґрунту має форму квадрата з довжиною сторони 5 м. Чисельні розрахунки проведено методом РБФ. Область консолідації покривалась вузловою сіткою з відстанню між сусідніми вузлами приблизно рівною 1 м. Коефіцієнт фільтрації покладався незалежним від функції надлишкових напорів. Для випадку постійного коефіцієнта фільтрації $k_{ii}^{(h)} = k_{20} = 10^{-4} \frac{\text{М}}{\text{доба}}, i = \overline{1,3}$. Залежність

$k_{ii}^{(h)} = k(c, T), i = \overline{1,3}$, визначалася шляхом апроксимації функції $k(c, T)$ радіальними базисними функціями. Повзучість скелету ґрунту враховувалась при параметрах повзучості $a_0 = 0 \frac{\text{М}^2}{\text{кг}}, a_1 = 3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{М}^2}{\text{кг}}, \beta_1 = 10^{-2} \text{доба}^{-1}$.

Отримано наближені значення напорів, концентрації солей та температури. Характер впливу теплосолеперенесення на процес консолідації ґрунту в даному випадку можна визначити наступним чином: напори розсіюються швидше в областях біля дренажних меж і повільніше в областях біля непроникних меж. Для вказаного прикладу сповільнення розсіювання напорів складає близько 40% в порівнянні з випадком чистої води. Відмітимо, що така тенденція зберігається і у випадках дослідження одно- та двовимірних задач. Збільшення розмірності задачі призводить до швидшого розсіювання надлишкових напорів. Пришвидшення

пропорційне до відношення розмірностей задач (при однакових вхідних даних).

В третьому розділі також розглянуті числові експерименти з урахування впливу залежності $k(c, T, h)$ на прикладі двовимірної задачі. У випадку залежності $k(c, T, h)$ надлишкові напори в масиві ґрунту розсіюються повільніше, ніж у випадку без урахування залежності коефіцієнта фільтрації від напору $h(x, y, t)$. Причому, максимальна різниця сягає 60% від величини самих напорів.

Проведено порівняння наближених розв'язків нелінійних задач фільтраційної консолідації різними числовими методами (МСЕ, МСР, методом РБФ) в одно- та двовимірному випадках. Якісна картина наближених розв'язків співпадає. Щодо кількісної – то максимальні похибки досягаються на межі області, де для шуканих функцій задаються граничні умови другого та третього родів, або в околах кутових точок прикладеного навантаження (на прикладі двовимірної задачі). Наприклад, для двовимірної задачі максимальна відносна похибка між розподілом напорів, знайдених згідно МСР та МСЕ, складає 5,6%, концентрації солей – 10%, температури – 10% в околах кутових точок прикладення навантаження. При порівнянні розв'язків отриманих згідно МСЕ та методу РБФ потрібно констатувати про необхідність спеціальних прийомів для покращення точності апроксимації в методі РБФ граничних умов другого та третього родів. Деякі з таких відомих прийомів використано в дисертаційній роботі.

В якості застосування розв'язків задачі фільтраційної консолідації, досліджено швидкість зміщень зсувонебезпечних схилів. Проведені числові експерименти з урахуванням впливу теплосолеперенесення дозволили покращити прогнозні значення швидкостей зміщень на 150%-400% (залежно від умов) в порівнянні з випадком чистої води в ізотермічних умовах.

Четвертий розділ присвячено задачам нелінійної фільтраційної консолідації шаруватих ґрунтів та ґрунтів з неоднорідностями в умовах впливу техногенних факторів. Такі задачі відповідають: 1) природній шаруватості ґрунтів; 2) пошаровому зведенню ґрунтової гідротехнічної споруди; 3) наявності природних та штучних глинистих напівпроникних включень в ґрунтах.

Особливістю математичної моделі нелінійної задачі фільтраційної консолідації неоднорідного масиву ґрунту з тонкими напівпроникними включеннями в умовах впливу техногенних факторів в R -вимірному випадку, в порівнянні з моделлю (4)-(12), буде наявність умов спряження

$$\begin{aligned}
 [h] \Big|_{\Gamma_{ij}} &= 0, [c] \Big|_{\Gamma_{ij}} = 0, [N] \Big|_{\Gamma_{ij}} = 0, [T] \Big|_{\Gamma_{ij}} = 0, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, m}, \\
 [\mathbf{u}] \Big|_{\Gamma_{ij}} &= 0, [\mathbf{q}_c] \Big|_{\Gamma_{ij}} = 0, [\mathbf{q}_T] \Big|_{\Gamma_{ij}} = 0, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, m}, \\
 (\mathbf{u}, \mathbf{n})_{\gamma_i^*}^{\pm} &= -\frac{k_h^{\gamma_i^*}}{d_i} (h^+ - h^-) + \frac{k_c^{\gamma_i^*}}{d_i} (c^+ - c^-) + \frac{k_T^{\gamma_i^*}}{d_i} (T^+ - T^-), \mathbf{X} \in \gamma_i^*, i = \overline{1, m}, \\
 (\mathbf{q}_c, \mathbf{n})_{\gamma_i^*}^{\pm} &= (1 - \alpha_i) \cdot ((\mathbf{u}, \mathbf{n})_{\gamma_i^*}^{\pm} c^{\pm} - \frac{D^{\gamma_i^*}}{d_i} (c^+ - c^-) - \frac{D_T^{\gamma_i^*}}{d_i} (T^+ - T^-)), \mathbf{X} \in \gamma_i^*, i = \overline{1, m}, \\
 (\mathbf{q}_T, \mathbf{n})_{\gamma_i^*}^{\pm} &= \rho c_p (\mathbf{u}, \mathbf{n})_{\gamma_i^*}^{\pm} T^{\pm} - \frac{\lambda^{\gamma_i^*}}{d_i} (T^+ - T^-), \mathbf{X} \in \gamma_i^*, i = \overline{1, m},
 \end{aligned}$$

$$[(\mathbf{u}, \mathbf{n})]_{\gamma_i^*} = 0, [(\mathbf{q}_c, \mathbf{n})]_{\gamma_i^*} = 0, [(\mathbf{q}_T, \mathbf{n})]_{\gamma_i^*} = 0, i = \overline{1, m},$$

де m – кількість напівпроникних включень γ_i^* або підобластей Ω_i в області Ω ; d_i – товщина напівпроникного включення γ_i^* , $i = \overline{1, m}$; $k_h^{\gamma_i^*}$, $k_c^{\gamma_i^*}$, $k_T^{\gamma_i^*}$, $D^{\gamma_i^*}$, $D_T^{\gamma_i^*}$, $\lambda^{\gamma_i^*}$ – характеристики напівпроникного включення γ_i^* , $i = \overline{1, m}$; $\mathbf{n}$ – певним чином зорієнтований вектор напрямних косинусів нормалі до напівпроникних включень; $\mathbf{X} \in \Omega$; $\Omega = \bigcup_{i=1}^m \Omega_i$; Γ_{ij} – межа контакту між областями Ω_i та Ω_j ; α_i – ступінь ідеальності напівпроникного включення γ_i^* ; $[f]_{\Gamma_i} = f_i^+ - f_i^-$, $f_i^+ = f|_{\Gamma_i+0}$, $f_i^- = f|_{\Gamma_i-0}$.

Використовуючи стандартну процедуру МСЕ, шукаючи наближений узагальнений розв'язок у вигляді (13) з розривними базисними функціями, отримуємо задачу Коші (14)-(19) для системи нелінійних диференціальних рівнянь відносно вектора $(\mathbf{h}(t); \mathbf{C}(t); \mathbf{T}(t); \mathbf{N}(t))$. Елементи матриць вказаної задачі Коші визначаються однотипно, але досить громіздко. Тому ми їх тут наводити не будемо. Повністю елементи матриць вказаної задачі Коші визначені в роботі [1].

Приклад 2. Розглянуто задачу, в якій область фільтраційної консолідації – масив ґрунту загальною товщиною $l = 25$ м з тонким напівпроникним включенням на глибині 13 м.

Коефіцієнт фільтрації покладалася незалежним від функції надлишкових напорів. Для випадку постійного коефіцієнта фільтрації $k_{11}^{(1)(h)} = k_{11}^{(2)(h)} = k_{20} = 10^{-3} \frac{\text{м}}{\text{доба}}$. Залежність $k_{11}^{(1)(h)} = k_{11}^{(2)(h)} = k(c, T)$ визначалася шляхом апроксимації функції $k(c, T)$ радіальними базисними функціями.

Параметри напівпроникного включення: $d = 0,2$ м, $k_h^{\gamma^*} = 0.0001$ м/доба, $k_c^{\gamma^*} = 10^{-5}$ м⁵/кг·доба, $k_T^{\gamma^*} = 10^{-6}$ м²/град·доба, $D^{\gamma^*} = 0.0002$ м²/доба, $D_T^{\gamma^*} = 2 \cdot 10^{-5}$ кг·м²/град·доба·літр, $\lambda^{\gamma^*} = 108 \frac{\text{кДж}}{\text{м} \cdot \text{град} \cdot \text{доба}}$, $\alpha = 0,1$.

Дослідження впливу напівпроникного включення на фільтраційну консолідацію моделювалось, коли на верхню основу ґрунту діє концентроване поле сольового розчину. Розглянута задача може бути модельною при дослідженнях процесів в ґрунтах поблизу сховищ відходів рідких токсичних речовин. Як свідчать результати числових експериментів, при врахуванні осмотичних явищ та залежності коефіцієнта фільтрації від концентрації солей та температури надлишкові напори в підобласті між нижньою непроникною основою та тонким включенням розсіюються швидше, ніж при фільтраційній консолідації без урахування впливу переносу солей та температури, і з часом вони стають меншими нуля. Тобто ґрунт в даній підобласті переходить в стан переущільнення. Напори за 10 років знижуються до рівня (-3 м), в той же час без урахування впливу теплосолеперенесення вони практично розсіюються – стають близькими до нуля. У верхній підобласті масиву ґрунту ситуація прямо протилежна: напори розсіюються повільніше у випадку урахування впливу солей та температури. Тонке включення моделюється як напівпроникна

мембрана, в результаті чого осмотичні явища призводять до уповільненого розсіювання надлишкових напорів у верхній області і до напорів, менших нуля, у нижній області ґрунту. Тобто, на самому напівпроникному включенні спостерігається різкий стрибок напорів (на момент часу 10 років стрибок дорівнює 5 м). Такі дані якісно узгоджуються із спостереженням аномальних напорів та їх перепадів в природних неоднорідних геологічних формаціях. В даному розділі дисертаційного дослідження вперше вдалося змодельовати це явище через використання в умовах спряження ступеня ідеальності α напівпроникного включення.

П'ятий розділ стосується задач нелінійної фільтраційної консолідації ґрунтів при наявності тепломасоперенесення в областях з рухомими межами. В процесі фільтраційної консолідації відбувається зміна пористості ґрунту за рахунок зміни об'єму порової рідини, розчинення або випадання солей в осад, теплового розширення порової рідини та твердих частинок ґрунту і, як результат, область фільтраційної консолідації змінюється з часом. В попередніх розділах дане явище явно не враховувалось.

Математичну модель R -вимірної задачі фільтраційної консолідації трифазного ґрунту в умовах тепломасоперенесення при урахуванні просідань його верхньої межі можна отримати з математичної моделі (4)-(12), доповнивши її кінематичною граничною умовою

$$\begin{aligned} \frac{dl(t)}{dt} = & \frac{R\gamma}{(1+\bar{e})(1+(R-1)\xi)} \int_{\varphi(x,y)}^{l(t)} \left(a_0 \left(\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\partial h^*}{\partial t} - \frac{1}{R\gamma} \frac{\partial \Theta^*}{\partial t} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{a_1\beta_1}{\gamma} \left(p(t) - p^*(t) - \frac{\Theta^*(t)}{R} \right) + \frac{a_1\beta_1^2}{\gamma} \int_{\tau_1}^t \left(\frac{\Theta^*(t)}{R} + p^*(t) - p(t) \right) \exp(-\beta_1(t-\tau)) d\tau \right) dz. \end{aligned} \quad (21)$$

Кінематична гранична умова (21) описує зміну з часом положення верхньої рухомої межі області консолідації, яка (рухома межа) задається рівнянням $z = l(x(t), y(t), t)$. Тут функція $z = \varphi(x, y)$ задає нижній нерухомий контур області консолідації.

Надлишкові напори можуть виникати і від власної ваги ґрунту. Особливо це стосується будівництва ґрунтових гребель. Особливістю задачі консолідації тіла ґрунтової греблі є наявність рухомої вільної поверхні Γ та проміжку височування Γ_v , на яких мають виконуватись граничні та кінематичні умови:

$$\begin{aligned} h(\mathbf{X}, t)|_{\Gamma} = z, \quad (\mathbf{u}, \mathbf{n})|_{\Gamma} = n \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \varphi(\mathbf{X}, t) = (z - h(\mathbf{X}, t))|_{\Gamma} = 0, \\ (\mathbf{D}\nabla c + \mathbf{D}_T\nabla T, \mathbf{n})|_{\Gamma \cup \Gamma_v} = 0, \quad (\mathbf{q}_T, \mathbf{n})|_{\Gamma} = 0. \end{aligned}$$

Числові розв'язки відповідних крайових задач знайдено МСЕ та методом РБФ. Відмітимо лише наступну особливість розв'язання вказаних крайових задач. Припустимо, що на часовому шарі (S) відповідна задача вже розв'язана при відомих координатах вузлів $(x_i^{(S-1)}, y_i^{(S-1)}, z_i^{(S-1)})$ скінченних елементів. Аналогічне стосується вузлових та колокаційних точок методу РБФ. Щоб розв'язати задачу на часовому шарі $(S+1)$ потрібно провести коригування координат вузлів $(x_i^{(S-1)}, y_i^{(S-1)}, z_i^{(S-1)})$ на величини $\Delta z_i^{(S-1)}$ (в припущенні лише вертикальних зміщень). Згідно (21) маємо

$$\frac{z_i^{(S)} - z_i^{(S-1)}}{\tau} = \frac{R\gamma}{(1 + \bar{e})(1 + (R - 1)\xi)} \times$$

$$\times \int_{\varphi(x_i, y_i)}^{l^{(S-1)}(x_i, y_i)} \left(a_0 \left(\frac{h^{(S)}(\mathbf{X}) - h^{(S-1)}(\mathbf{X})}{\tau} - \frac{\partial h^*}{\partial t} \Big|_{t=(S-1)\tau} - \frac{1}{R\gamma} \frac{\partial \Theta^*}{\partial t} \Big|_{t=(S-1)\tau} \right) - \frac{a_1 \beta_1}{\gamma} (p^{(S)}(\mathbf{X}) - p^* \Big|_{t=(S-1)\tau} - \right.$$

$$\left. - \frac{\Theta^*(t)}{R} \Big|_{t=(S-1)\tau} \right) + a_1 \beta_1^2 \int_0^{(S-1)\tau} \left(\frac{\Theta^*(\tau_1)}{R} + p^*(\tau_1) - p(\tau_1) \right) \exp(-\beta_1(t - \tau_1)) d\tau_1 dz.$$

Тут інтегрування проводиться по вертикальному відрізку $[z_i^{(S)}; \varphi(x_i^{(S)}, y_i^{(S)})]$.

Такий самий метод застосовувався і для апроксимації положення вільної межі в задачі фільтраційної консолідації тіла ґрунтової греблі.

Приклад 3. Розглянуто задачу фільтраційної консолідації масиву глинистого ґрунту прямокутної форми висотою 10м, шириною в межах від (-20м) до 20м та прикладеним навантаженням в межах від (-10м) до 10м. Від функції надлишкових напорів коефіцієнт фільтрації покладался незалежним. Для випадку постійного коефіцієнта фільтрації $k_{11}^{(h)} = k_{22}^{(h)} = k_{20} = 10^{-3} \frac{M}{\text{доба}}$. Залежність $k_{11}^{(h)} = k_{22}^{(h)} = k(c, T)$ визначалася аналогічно попереднім розділам дисертаційної роботи.

Як засвідчують отримані розрахунковим шляхом результати, урахування впливу тепломасоперенесення в області дії високих концентрацій солей пришвидшує просідання ґрунту. Так, наприклад, просідання вузла з координатами (-10; 0) (на момент часу $t = 360$ діб) при урахуванні обох факторів зростають на 150%. При врахуванні лише впливу масопереносу просідання зростають на 179%, а при врахуванні лише теплосоперенесення – на 21%. Це означає, що комплексний вплив теплосолеперенесення не можна відобразити простим сумарним впливом (суперпозицією) кожного фактора окремо. Отже, наявність солей у поровій воді та градієнта температури в ґрунті змінює прогностні дані та динаміку його просідань.

Також в п'ятому розділі проведені порівняння натурних даних спостережень з результатами чисельних експериментів щодо консолідації греблі хвостосховища Стебницького Державного гірничо-хімічного підприємства "Полімінерал". Аналіз порівняння заміряних рівнів води в п'єзометрах встановлених на греблі хвостосховища за період часу 10 років з рівнями води розрахованими за математичною моделлю показав задовільне їх співпадання, а в деяких випадках навіть краще, ніж при урахуванні фільтрації чистої води.

Шостий розділ присвячено задачам нелінійної фільтраційної консолідації та контактного розмиву ґрунтів з урахуванням наявності зосереджених шляхів фільтрації та впливу тепломасоперенесення.

Нехай в області Ω_1 міститься ґрунт, який під впливом прикладеного зовнішнього навантаження у вигляді плоского флютбету знаходиться в процесі фільтраційної консолідації (рис. 3). Область Ω_2 , яку займає суспензія, утворюється в результаті можливого контактного розмиву ґрунту вздовж бетонної основи $E_1 E_2$ флютбету в області Ω_1 .

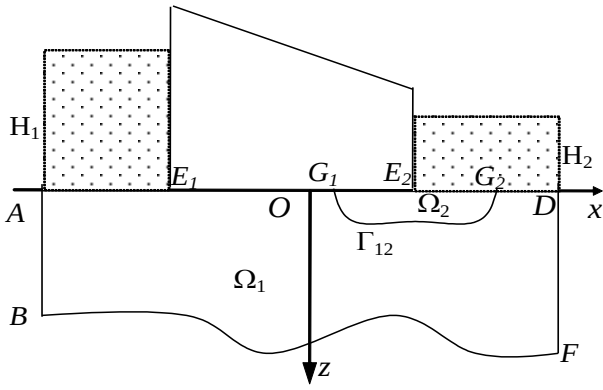


Рис. 3. Области фільтраційної консолідації та можливого контактного розмиву ґрунту

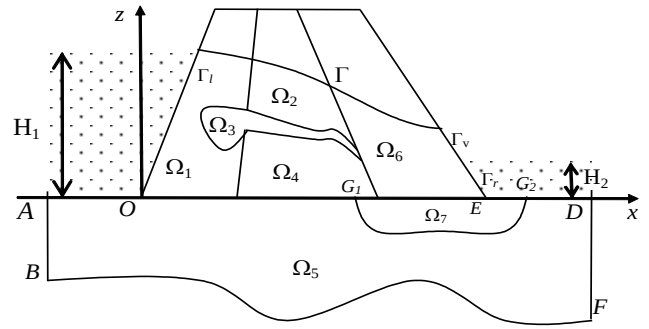


Рис. 4. Схема ґрунтової греблі з областю контактної розмиву в її основі за наявності зосередженого шляху фільтрації

Також досліджено наступну задачу. Нехай тіло ґрунтової греблі та її основа під впливом власної ваги ґрунту знаходяться в стані фільтраційної консолідації (рис. 4). Тіло греблі містить глинисте ядро (області Ω_2 та Ω_4) в якому утворилась тріщина і сформувався зосереджений шлях фільтрації. В результаті фільтрації суспензії через зосереджений шлях фільтрації в області Ω_1 може утворитись зона розмиву Ω_3 . Область Ω_7 , яку займає суспензія, утворюється в результаті контактної розмиву ґрунту основи греблі вздовж межі контакту AD . Межі контакту між кожними областями на рис. 4 для уникнення зайвої громіздкості не позначені. Надалі вважаємо, що межа Γ_{ij} знаходиться на контакті областей Ω_i та Ω_j , $i < j$. Математичну модель описаної задачі фільтраційної консолідації тіла греблі та її основи з урахуванням перенесення солей в неізотермічному режимі, наявності областей контактної розмиву та зосередженого шляху фільтрації можна описати наступною крайовою задачею:

$$\begin{aligned}
 & \frac{(1+e)(1+(R-1)\xi)}{\gamma} \beta_1 [\nabla \cdot (\mathbf{K}_h(c, T, h) \nabla h) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_c(c) \nabla c) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_T \nabla T)] + \\
 & + \frac{(\alpha_p + (2q-1)\alpha_s)(1+(R-1)\xi)e}{\gamma} \beta_1 \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\varepsilon(1+e)(1+(R-1)\xi)}{\rho_c \gamma} \beta_1 \left[n \frac{\partial c}{\partial t} - e \frac{\partial N}{\partial t} \right] + \\
 & + \frac{(1+e)(1+(R-1)\xi)}{\gamma} \frac{\partial}{\partial t} [\nabla \cdot (\mathbf{K}_h(c, T, h) \nabla h) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_c(c) \nabla c) - \nabla \cdot (\mathbf{K}_T \nabla T)] + \\
 & + \frac{(\alpha_p + (2q-1)\alpha_s)(1+(R-1)\xi)e}{\gamma} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{\varepsilon(1+e)(1+(R-1)\xi)}{\rho_c \gamma} \left[n \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} - e \frac{\partial^2 N}{\partial t^2} \right] + \\
 & + \frac{a_0}{\gamma} \frac{\partial^2 (\Theta^* + R\gamma h^*)}{\partial t^2} + \frac{\beta_1}{\gamma} (a_0 + a_1) \frac{\partial (\Theta^* + R\gamma h^*)}{\partial t} = [Ra_0 + \beta(1+e)(1+(R-1)\xi)] \times \\
 & \times \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + [\beta_1 R(a_0 + a_1) + \beta \beta_1 (1+e)(1+(R-1)\xi)] \frac{\partial h}{\partial t}, \mathbf{X} \in \Omega_g, t > 0, \\
 & \frac{\partial u_1}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla u_1 = v \Delta u_1 - g \frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial u_2}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla u_2 = v \Delta u_2 - g \frac{\partial h}{\partial y}, \frac{\partial u_3}{\partial t} + \mathbf{u} \nabla u_3 = v \Delta u_3 - g \frac{\partial h}{\partial z}, \\
 & \mathbf{X} \in \Omega_r, t > 0, (23)
 \end{aligned}$$

$$\Delta h(\mathbf{X}, t) = -\frac{2}{g} \left(\frac{\partial u_1}{\partial y} \frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial u_1}{\partial z} \frac{\partial u_3}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial z} \frac{\partial u_3}{\partial y} - \frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial u_2}{\partial y} - \frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial u_3}{\partial z} - \frac{\partial u_2}{\partial y} \frac{\partial u_3}{\partial z} \right), \mathbf{X} \in \Omega_r, t > 0, \quad (24)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{D}(c, T, h) \nabla c) + \nabla \cdot (\mathbf{D}_T \nabla T) - \mathbf{u} \nabla c = n \frac{\partial c}{\partial t} + (\alpha_p + q\alpha_s) nc \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial t}, \mathbf{X} \in \Omega, t > 0, \quad (25)$$

$$\nabla \cdot (\lambda(c) \nabla T) - \rho c_\rho \mathbf{u} \nabla T = c_T \frac{\partial T}{\partial t}, \mathbf{X} \in \Omega, t > 0, \quad (26)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\gamma_1 (C_m - c) N^\chi, \mathbf{X} \in \bar{\Omega}_g, t > 0, \quad (27)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \nabla \cdot (\mathbf{D}_s \nabla s) - (\mathbf{u} - \mathbf{w}) \nabla s, \mathbf{X} \in \Omega_r, t > 0, \quad (28)$$

$$h|_{\Gamma_1^{(h)}} = H_1(\mathbf{X}, t), \mathbf{X} \in \Gamma_1^{(h)}, (\mathbf{u}, \mathbf{n})|_{\Gamma_2^{(h)}} = 0, h|_{\Gamma_1^{(u)}} = H_2(\mathbf{X}, t), \mathbf{X} \in \Gamma_1^{(u)}, (\nabla h, \mathbf{n})|_{\Gamma_2^{(u)}} = 0, \quad (29)$$

$$c|_{\Gamma_1^{(c)}} = C_1(\mathbf{X}, t), \mathbf{X} \in \Gamma_1^{(c)}, (\mathbf{q}_c, \mathbf{n})|_{\Gamma_2^{(c)}} = 0, \quad (30)$$

$$T|_{\Gamma_1^{(T)}} = T_1(\mathbf{X}, t), \mathbf{X} \in \Gamma_1^{(T)}, (\mathbf{q}_T, \mathbf{n})|_{\Gamma_2^{(T)}} = 0, \quad (31)$$

$$u_1|_{\Gamma_1^{(u_1)}} = U_1(\mathbf{X}, t), \mathbf{X} \in \Gamma_1^{(u_1)}, u_2|_{\Gamma_1^{(u_2)}} = U_2(\mathbf{X}, t), \mathbf{X} \in \Gamma_1^{(u_2)}, u_3|_{\Gamma_1^{(u_3)}} = U_3(\mathbf{X}, t), \mathbf{X} \in \Gamma_1^{(u_3)}, \quad (32)$$

$$s|_{\Gamma_1^{(s)}} = S(\mathbf{X}, t), \mathbf{X} \in \Gamma_1^{(s)}, (\mathbf{q}_s, \mathbf{n})|_{\Gamma_2^{(s)}} = 0, \quad (33)$$

$$(\mathbf{q}_s, \mathbf{n})|_{\Gamma_{ij}} = -(1-n) \frac{d\Gamma_{ij}}{dt}, \Gamma_{ij} \in \{\Gamma_{13}; \Gamma_{23}; \Gamma_{34}; \Gamma_{57}\}, \quad (34)$$

$$[h]|_{\Gamma_z} = 0, \left[\frac{\partial h}{\partial n} \right]_{\Gamma_{ij}} = 0, \Gamma_{ij} \in \{\Gamma_{13}; \Gamma_{23}; \Gamma_{34}; \Gamma_{57}\}, [\mathbf{u}]|_{\Gamma_z} = 0, \quad (35)$$

$$[c]|_{\Gamma_z} = 0, [\mathbf{q}_c]|_{\Gamma_z} = 0, [T]|_{\Gamma_z} = 0, [\mathbf{q}_T]|_{\Gamma_z} = 0, \quad (36)$$

$$h|_{\Gamma \cup \Gamma_v} = z, (\mathbf{u}, \mathbf{n})|_{\Gamma} = n \frac{d\varphi(\mathbf{X}, t)}{dt}, \mathbf{X} \in \Gamma, \quad (37)$$

$$k_{er}^{(ij)} s(\mathbf{X}, t) ((\mathbf{v}, \mathbf{n}) + |(\mathbf{v}, \mathbf{d})|) = -(1-n) \rho_T \frac{d\Gamma_{ij}}{dt}, \mathbf{X} \in \Gamma_{ij}, \Gamma_{ij} \in \{\Gamma_{13}; \Gamma_{23}; \Gamma_{34}; \Gamma_{57}\}, \quad (38)$$

$$\mathbf{u} = e\mathbf{v} - \mathbf{K}_h(c, T, h) \nabla h + \mathbf{K}_c(c) \nabla c + \mathbf{K}_T \nabla T, \mathbf{X} \in \Omega_g, \quad (39)$$

$$\mathbf{q}_c = \mathbf{u}c - \mathbf{D}_c(c, T, h) \nabla c - \mathbf{D}_T \nabla T, \mathbf{q}_T = \rho c_\rho \mathbf{u}T - \lambda(c) \nabla T, \mathbf{X} \in \Omega, \quad (40)$$

$$\mathbf{q}_s = (\mathbf{u} - \mathbf{w})s - \mathbf{D}_s \nabla s, \mathbf{X} \in \Omega_r, \quad (41)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t, \mathbf{u}), \mathbf{X} \in \Gamma_{13} \cup \Gamma_{23} \cup \Gamma_{34} \cup \Gamma_{57}, \quad (42)$$

$$h(\mathbf{X}, 0) = h_0(\mathbf{X}), \mathbf{X} \in \bar{\Omega}_g, \quad (43)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{X}, 0) = \mathbf{u}_0(\mathbf{X}), s(\mathbf{X}, 0) = s_0(\mathbf{X}), \mathbf{X} \in \bar{\Omega}_r, \quad (44)$$

$$c(\mathbf{X}, 0) = c_0(\mathbf{X}), T(\mathbf{X}, 0) = T_0(\mathbf{X}), \mathbf{X} \in \bar{\Omega}, \quad (45)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{R\gamma a_0}{1 + (R-1)\xi} + \beta(1+e)\gamma \right) \frac{\partial h_0}{\partial t} = (1+e) \nabla \cdot (\mathbf{K}_h(c_0, T_0, h_0) \nabla h_0 - \mathbf{K}_c(c_0) \nabla c_0 - \mathbf{K}_T \nabla T_0) - \\ & - \frac{R\gamma a_1 \beta_1}{1 + (R-1)\xi} h_0 + \frac{a_0}{1 + (R-1)\xi} \left(\frac{\partial \Theta_0^*}{\partial t} + R \frac{\partial p_0^*}{\partial t} \right) + \frac{a_1 \beta_1}{1 + (R-1)\xi} (\Theta_0^* + R p_0^*), \mathbf{X} \in \bar{\Omega}_g, t = 0. \end{aligned} \quad (46)$$

Тут: $k_{er}^{(ij)}$ – коефіцієнт розмиву ґрунту на межі Γ_{ij} ; $\mathbf{X}=(x,y,z)$; $\Gamma_z = \bigcup_{i=1, j=1}^7 \Gamma_{ij}$, $i < j$;

$\Omega = \bigcup_{i=1}^7 \Omega_i$; $\Omega_g = \bigcup_{i=1}^2 \Omega_i \bigcup_{i=4}^6 \Omega_i$; $\Omega_r = \Omega_3 \cup \Omega_7$. В граничних умовах (29), наприклад, для функції надлишкових напорів $h(\mathbf{X}, t)$: $\Gamma_1^{(h)} \cup \Gamma_2^{(h)}$ – зовнішня межа області Ω_g ; $\Gamma_1^{(u)} \cup \Gamma_2^{(u)}$ – зовнішня межа області Ω_r . Це ж саме стосується граничних умов для інших функцій. Значення всіх коефіцієнтів в математичній моделі (22)-(46) залежать від того, в якій області досліджується процес. Для уникнення зайвої індексації та громіздкості, даний аспект у формулах не відображено.

Числові розв'язки крайових задач в шостому розділі дисертаційної роботи знайдено безсітковим методом РБФ. Для цього дискретизуємо замикання $\overline{\Omega}$ області Ω вузловими точками $\mathbf{X}_j = (x_j^x; y_j^x; z_j^x)$, $j = \overline{1, \omega}$ та колокаційними точками $\mathbf{Y}_i = (x_i^y; y_i^y; z_i^y)$, $i = \overline{1, k}$, причому $k \geq \omega$. Введемо наступні позначення: 1) k^{Ω_i} – множини номерів колокаційних точок, які належать для областей Ω_i , $i = \overline{1, 7}$; 2) $k^{\Omega_r} = k^{\Omega_3} \cup k^{\Omega_7}$, $k^{\Omega_g} = \bigcup_{i=1}^2 k^{\Omega_i} \bigcup_{i=3}^6 k^{\Omega_i}$; 3) $k^{\Omega} = \bigcup_{i=1}^7 k^{\Omega_i}$; 4) $k_{\Gamma_{ij}}^{\Omega_i}$, $k_{\Gamma_{ij}}^{\Omega_j}$ – множини номерів колокаційних точок, які лежать на межі спряження Γ_{ij} зі сторони областей Ω_i та Ω_j відповідно. Також визначимо множини номерів колокаційних точок, які належать відповідним елементам зовнішніх меж областей. Наприклад, $k_{\Gamma_1}^{\Gamma_1^{(h)}}$ – множина номерів колокаційних точок, які належать межі $\Gamma_1^{(h)}$. В загальному випадку множини вузлових точок $\mathbf{X}_j$, $j = \overline{1, \omega}$ та колокаційних точок $\mathbf{Y}_i$, $i = \overline{1, k}$ не співпадають. Хоча при практичній реалізації методу такий випадок не виключається.

Наближені розв'язки крайової задачі (22)-(46) згідно методу РБФ знайдено у вигляді

$$h(\mathbf{X}, t) \approx \sum_{i=1}^{\omega} h_i(t) \varphi_i(r_i, \varepsilon_h), \quad c(\mathbf{X}, t) \approx \sum_{i=1}^{\omega} c_i(t) \varphi_i(r_i, \varepsilon_c), \quad T(\mathbf{X}, t) \approx \sum_{i=1}^{\omega} T_i(t) \varphi_i(r_i, \varepsilon_T),$$

$$N(\mathbf{X}, t) \approx \sum_{i=1}^{\omega} N_i(t) \varphi_i(r_i, \varepsilon_N), \quad s(\mathbf{X}, t) \approx \sum_{i=1}^{\omega} s_i(t) \varphi_i(r_i, \varepsilon_s), \quad u_j(\mathbf{X}, t) \approx \sum_{i=1}^{\omega} u_i^j(t) \varphi_i(r_i, \varepsilon_u^j), \quad j = \overline{1, 3},$$

де $h_i(t), c_i(t), T_i(t), N_i(t), s_i(t), u_i^j(t)$, $i = \overline{1, \omega}$, $j = \overline{1, 3}$ – невідомі коефіцієнти, які залежать лише від часу; $\varphi(r_i, \varepsilon)$, $i = \overline{1, \omega}$ – відомі розривні РБФ, причому $r_i = \|\mathbf{X} - \mathbf{X}_i\|_2$; $\varepsilon_h > 0$, $\varepsilon_c > 0$, $\varepsilon_T > 0$, $\varepsilon_N > 0$, $\varepsilon_s > 0$, $\varepsilon_u^j > 0$, $j = \overline{1, 3}$ – параметри форми. Тоді, використовуючи метод колокації в точках з крайової задачі (22)-(46) отримуємо задачу Коші для системи нелінійних диференціальних рівнянь відносно векторів невідомих $\mathbf{h}(t) = \{h_i(t)\}_{i=1}^{\omega}$, $\mathbf{C}(t) = \{c_i(t)\}_{i=1}^{\omega}$, $\mathbf{T}(t) = \{T_i(t)\}_{i=1}^{\omega}$, $\mathbf{N}(t) = \{N_i(t)\}_{i=1}^{\omega}$, $\mathbf{S}(t) = \{s_i(t)\}_{i=1}^{\omega}$, $\mathbf{U}^j(t) = \{u_i^j(t)\}_{i=1}^{\omega}$, $j = \overline{1, 3}$, подібну до (14)-(19), але дещо громіздкішу. Для дискретизації в часі отриманої задачі Коші використано ті ж схеми, що і в попередніх розділах роботи.

Кінематична гранична умова (38) використана для апроксимації положення меж розмиву. Для прикладу розглянемо межу $\Gamma_{12}(\mathbf{X}, t)$. Апроксимація інших меж розмиву здійснюється аналогічно. Якщо на часовому шарі під номером (S) крайова задача (22)-(46) розв'язана, то положення $\Gamma_{12}^{(S+1)}(\mathbf{X})$ межі $\Gamma_{12}(\mathbf{X}, t)$ на часовому шарі $(S+1)$ визначали з умови

$$-(1-n)\rho_T \frac{\Gamma_{12}^{(S+1)}(\mathbf{X}) - \Gamma_{12}^{(S)}(\mathbf{X})}{\tau} = k_{er}^{(12)} s^{(S+1)}(\mathbf{X}) \left((\mathbf{v}^{(S+1)}, \mathbf{n}) + |(\mathbf{v}^{(S+1)}, \mathbf{d})| \right), S = \overline{0, M-1}.$$

Приклад 4. Досліджено двовимірну задачу фільтраційної консолідації масиву ґрунту під плоским флютбетом зображену на рис. 3 при наступних координатах вершин: $A(-10; 0)$, $B(-10; 10)$, $E_1(-5; 0)$, $E_2(5; 0)$, $D(10; 0)$, $F(10; 10)$. Розмірність визначається у метрах. Межа BF є прямою і паралельною до осі ox .

Числові розрахунки проведено методом радіальних базисних функцій при початковій кількості вузлів 861. В ході обчислень в околі межі розмиву проводилось згущення вузлової сітки. Для побудови розривних РБФ використовувалась мультиквадратична РБФ $\varphi(r, \varepsilon) = \sqrt{1 + (r\varepsilon)^2}$.

Коефіцієнт фільтрації покладался незалежним від функції надлишкових напорів. Для випадку постійного коефіцієнта фільтрації $k_{11}^{(h)} = k_{22}^{(h)} = k_{20} = 0,1 \frac{\text{м}}{\text{доба}}$. Залежність $k_{11}^{(h)} = k_{22}^{(h)} = k(c, T)$ визначалася шляхом апроксимації функції $k(c, T)$ радіальними базисними функціями.

Для конкретизації співвідношення $\mathbf{v} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t, \mathbf{u})$, $\mathbf{X} \in \Gamma_{12}$, між швидкістю фільтрації та швидкістю руху твердих частинок приймалися дві залежності: 1) $\mathbf{v} = \frac{\alpha^+}{n} \mathbf{u}$;

$$2) \mathbf{v} = \frac{\alpha^+}{2n} \cdot \mathbf{u} \left(th \left(\frac{|\mathbf{u}|}{u_{kr}} - 5 \right) + th 4 \right). \quad \text{В обох випадках} \quad \alpha^+ = \begin{cases} (1 - s/(1-n)), u \geq u_{kr}; \\ 0, u < u_{kr}. \end{cases}$$

Причому припускалося, що частинка, яка відірвалася від масиву ґрунту миттєво виноситься фільтраційним потоком. Тут u_{kr} – критичне (або розмиваюче) значення швидкості фільтрації. Критична швидкість фільтрації покладалась рівною $u_{kr} = 1,2 \frac{\text{м}}{\text{доба}}$. Коефіцієнт розмиву покладался рівним $k_{er} = 0,01$.

На рис. 5 зображено форму області розмиву через 180 діб від початку процесу розмиву. Якщо в якості співвідношення (42) прийняти залежність $\mathbf{v} = \frac{\alpha^+}{n} \mathbf{u}$, то у випадку фільтрації чистої води в ізотермічному режимі довжина області розмиву по верхній межі складає $l = 2,29$ м, а максимальна глибина $d = 0,77$ м. При урахуванні впливу теплосолеперенесення – $l = 3,06$ м, $d = 1,05$ м. Це вказує на те, що утворена зона фільтраційного руйнування є більшою (довжина збільшилась на 34%, а максимальна глибина – на 36%), якщо на проходження процесів фільтраційної консолідації та контактного розмиву враховувати вплив техногенних факторів.

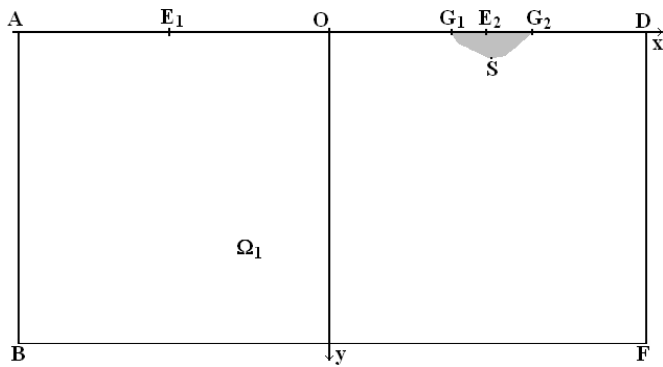


Рис. 5. Зона розмиву під плоским флютбетом

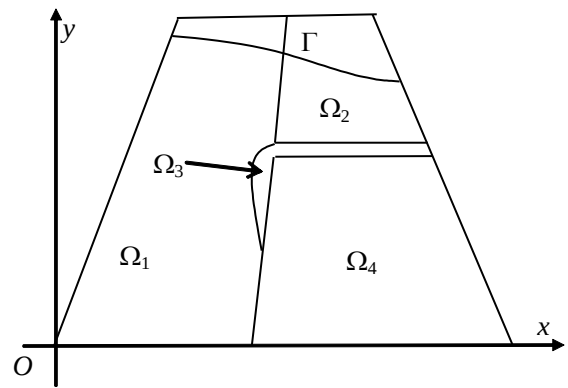


Рис. 6. Зона розмиву в тілі ґрунтової греблі

Якщо в якості співвідношення (42) приймалась залежність $v = \alpha^+ / 2n \cdot u(th(u/u_{kr} - 5) + th4)$, то у випадку без урахування впливу теплосолеперенесення $l = 1,11$ м, $d = 0,39$ м, а при урахування впливу техногенних факторів $l = 1,91$ м, $d = 0,53$ м. Збільшення розмірів області розмиву становить 72% та 36% відповідно. Також виявляється, що при математичному моделюванні вказаних процесів важливим є урахування інтенсивності розмиву. У випадку застосування моделі розмиву на основі однофазної задачі Стефана величина зони фільтраційного руйнування ґрунту збільшується в середньому на 25% (в порівнянні з двофазною задачею).

Приклад 5. Досліджено задачу фільтраційної консолідації тіла греблі з глинистим ядром та масиву ґрунту в її основі (рис. 4). Зосереджений шлях фільтрації є тріщиною діаметром 20 см, паралельною до осі ox . Нижня межа BF області Ω_5 теж приймалась паралельною до осі координат ox . При цьому координати деяких точок областей в розглядуваній задачі наступні: $A(-10; 0)$, $B(-10; -10)$, $E(68; 0)$, $D(78; 0)$, $F(78; -10)$. Розмірність визначається у метрах. Висота тіла греблі – 20 метрів, а довжина верхньої основи – 8 метрів. Довжина нижньої основи тіла греблі складає 68 метрів. Довжина верхньої основи глинистого ядра складає 2 метри, а нижньої основи – 12 метрів. Гребля є рівнобедреною трапецією, як і її глинисте ядро. Крім того, глинисте ядро розміщене симетричне відносно областей Ω_1 та Ω_6 . Зосереджений шлях фільтрації розміщений на висоті 5 метрів від нижньої основи тіла греблі.

В ході обчислень в околі вільної поверхні Γ та меж розмиву проводилось згущення вузлових сіток. Для побудови розривних РБФ використовувалась мультиквадратична РБФ $\varphi(r, \varepsilon) = \sqrt{1 + (r\varepsilon)^2}$.

Коефіцієнт фільтрації покладался незалежним від функції напорів. Ґрунти основи та тіла греблі вважались ізотропними за своїми характеристиками. Коефіцієнт фільтрації чистої води при температурі $T = 20^\circ\text{C}$ для ґрунтів різних областей покладалися рівними $k^{(1)} = k^{(6)} = 0,1$ м/доба, $k^{(2)} = k^{(4)} = 0,01$ м/доба, $k^{(5)} = 0,5$ м/доба, де верхній індекс означає номер області. Залежність коефіцієнта

фільтрації від температури та концентрації розчинених солей визначалась згідно попереднього прикладу.

Для конкретизації співвідношення $\mathbf{v} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, t, \mathbf{u})$, між швидкістю фільтрації та швидкістю руху твердих частинок приймалась залежність $\mathbf{v} = \alpha^+ / n \cdot \mathbf{u}$, де

$$\alpha^+ = \begin{cases} (1 - s/(1 - n)), u \geq u_{kr}; \\ 0, u < u_{kr}. \end{cases} \quad \text{Критична швидкість фільтрації покладалась рівною}$$

$$u_{kr}^{(3)} = 0.2 \text{ М/доба}, u_{kr}^{(7)} = 0.5 \text{ М/доба}, \text{ а коефіцієнти розмиву } k_{er}^{(13)} = 0.1, k_{er}^{(57)} = 0.01.$$

Як показали результати числових експериментів в початковий момент часу розмив розпочинається на межі контакту тіла та основи ґрунтової греблі (область Ω_7). Це пояснюється наявністю великих надлишкових напорів в тілі та основі ґрунтової греблі і відповідною спрямованістю фільтраційного потоку вздовж межі контакту в напрямку осі координат ox . Так, через $t = 100$ діб після початку процесу консолідації глибина області розмиву Ω_7 складає 102 см, а довжина 626 см. Однак, при розсіюванні надлишкових напорів, темпи зростання величини зони розмиву Ω_7 зменшуються. Так, при $t = 250$ діб після початку процесу консолідації розміри області розмиву Ω_7 залишаються такими ж, як і при $t = 100$ діб, а далі незначно зростають.

Область Ω_3 (рис. 6) починає поширюватись в область Ω_1 лише через $t = 200$ діб після початку процесу консолідації. Це пояснюється тим, що напори в глинистому ядрі зменшуються і концентрація солей та температура починають в області Ω_1 збільшуватись. В результаті коефіцієнт фільтрації, а отже і швидкість фільтрації починають теж зростати. Тому в певний момент часу швидкість фільтрації стає більшою за критичну. Спочатку розмив являє собою зосереджений шлях фільтрації вздовж межі контакту ґрунту в областях Ω_1 та Ω_4 (рис. 6). При $t = 250$ діб довжина даного шляху 34 см, а діаметр 7 см. При $t = 500$ діб довжина даного шляху 188 см, а діаметр 11 см. В процесі подальшого розсіювання надлишкових напорів, поширення забруднень та зростання температури, форма розмиву починає набувати форми каверни. При $t = 1000$ діб найбільша довжина даного розмиву вздовж контакту областей Ω_1 та Ω_4 складає 305 см, а діаметр 165 см. У випадку без урахування впливу тепломасоперенесення, при вказаних параметрах, протягом досліджуваного проміжку часу розмиву через зосереджений шлях фільтрації взагалі не відбувається. Це вказує на те, що величина зони розмиву значно залежить від процесів теплосоперенесення.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ТА ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота є завершеним науковим дослідженням, в якому розв'язано важливу наукову проблему математичного моделювання взаємозв'язаних фізико-хімічних та техногенних процесів фільтраційної консолідації, тепломасоперенесення, фільтраційного руйнування, більш детально – контактного розмиву, наявності зосереджених шляхів фільтрації та контактної багатofракційної суфозії, явищ просідань в гетерогенних пористих середовищах, до яких відносяться ґрунтові основи гідротехнічних, енергетичних, промислових та цивільних об'єктів.

В дисертації

1. Сформульовано постановки задач фільтраційної консолідації гетерогенних пористих середовищ в умовах впливу техногенних факторів та комплексу взаємозв'язаних фізико-хімічних процесів, а саме: хімічного та термічного осмосів, залежності коефіцієнта фільтрації від фізико-хімічного стану пористого середовища (концентрації розчинених солей, температури, надлишкових напорів, концентрації суфозійних частинок), гетерогенних хімічних реакцій, зокрема розчинення та випадання солей в осад, теплового розширення фаз ґрунту, наявності рухомих меж в області консолідації, виникнення та поширення областей контактного розмиву, зосереджених шляхів фільтрації, а також явищ багатofракційної контактної суфозії.
2. Побудовано нові математичні моделі процесів фільтраційної консолідації та фільтраційного руйнування гетерогенних пористих середовищ з урахуванням дії одночасно функціонуючих фізичних процесів теплосолеперенесення, гетерогенних хімічних масообмінних процесів, фізичних процесів просідання та розмиву ґрунту, багатofракційної контактної суфозії, чим враховано топологічну складність досліджуваних об'єктів.
3. Виведено кінематичні граничні умови: в задачах консолідації на рухомих межах гетерогенного пористого середовища у випадку урахування в математичних моделях та для прогнозування величини просідань (набухань); на межі розмиву пористого середовища фільтраційним потоком для прогнозування величини зони розмиву та її еволюції в часі при дослідженні взаємозв'язаних процесів фільтраційної консолідації та контактного розмиву; на рухомих межах у випадку дослідження взаємозв'язаних процесів фільтраційної консолідації та багатofракційної контактної суфозії.
4. Розвинуто та ефективно використано відомі числові методи (метод скінченних різниць, метод скінченних елементів, безсітковий метод радіальних базисних функцій), а також розроблено обчислювальні алгоритми та розрахункові схеми наближеного розв'язання нелінійних задач фільтраційної консолідації та фільтраційного руйнування ґрунтів в умовах впливу техногенних факторів. Програмно реалізовано розроблені алгоритми та створено комплекси програмного забезпечення для дослідження вищевказаних процесів в одно-, дво-, та тривимірному випадках для здійснення прогнозних розрахунків.
5. Проведено ряд числових експериментів, які засвідчили можливість значного впливу температури, переносу солей та нелінійної залежності коефіцієнта фільтрації від самих надлишкових напорів на проходження процесів фільтраційної консолідації. Загалом, врахування явищ теплосолеперенесення сприяє швидшому розсіюванню поля надлишкових напорів в області біля дренажних меж і уповільненню такого розсіювання в областях біля непроникних меж. Однак, тривала дія техногенних факторів в областях дренажних меж призводить до переходу ґрунту в переущільнений стан (напори стають меншими нуля). Такий стан не можна вважати стабілізованим. Адже припинення дії техногенних факторів призведе до всмоктування порової рідини, а звідси – до набухання ґрунту, що, в свою чергу, може викликати нерівномірні деформації ґрунтової поверхні. Різниця між розподілом напорів в областях непроникних меж

- (наприклад, область прикладеного навантаження) в умовах дії техногенних факторів та без урахування їх складає близько 30%. Прогнозні дані просідання поверхні ґрунту уточнені в межах 150% в порівнянні з даними, отриманими для чистої води при нехтуванні впливом температури. Неоднорідність сольового та теплового полів спричиняє нерівномірність осідань ґрунтової поверхні.
6. Знайдено розв'язки задачі фільтраційної консолідації в тривимірному випадку. Порівнюючи розв'язки задач консолідації з однаковими вхідними даними в одно-, дво- та тривимірному випадках можна констатувати, що зі збільшенням розмірності задачі швидкість розсіювання надлишкових напорів зростає. Цей факт не залежить від урахування впливу техногенних факторів. Зростання швидкості розсіювання пропорційне розмірності задачі. Тому, наприклад, прогнози зроблені на основі одновимірної задачі будуть давати завищені показники термінів консолідації.
 7. Проведено порівняння наближених розв'язків нелінійних задач фільтраційної консолідації різними числовими методами (методом скінченних елементів, методом скінченних різниць, методом радіальних базисних функцій) в одно- та двовимірному випадках. Якісна картина наближених розв'язків співпадає. Щодо кількісної – то максимальні похибки досягаються на межі області, де для шуканих функцій задаються граничні умови другого та третього родів, або в околах кутових точок прикладеного навантаження (на прикладі двовимірної задачі). Відмічена необхідність в спеціальних прийомах для покращення точності апроксимації в методі РБФ граничних умов другого та третього родів.
 8. Отримані результати впливу напівпроникного включення на фільтраційну консолідацію гетерогенних пористих середовищ при урахуванні техногенних факторів якісно узгоджуються із спостереженням аномальних напорів та їх перепадів в природних неоднорідних геологічних формаціях. В дисертаційному дослідженні вперше вдалося змодельовати це явище через використання в умовах спряження ступеня ідеальності напівпроникного включення. Отримані дані свідчать про адекватність побудованої математичної моделі природним процесам. Також для підтвердження адекватності математичної моделі та перевірки достовірності отриманих результатів проведені порівняння даних натурних спостережень з результатами чисельних експериментів щодо консолідації греблі хвостосховища Стебницького Державного гірничо-хімічного підприємства «Полімінерал».
 9. Числові дані, отримані із комп'ютерного моделювання взаємозв'язаних процесів фільтраційної консолідації та фільтраційного руйнування ґрунтів засвідчили можливість значного впливу техногенних факторів на результати прогнозних розрахунків. Прогнозні дані глибини та довжини області розмиву можуть уточнюватись в сторону збільшення на 34%-72% залежно від умов. А при наявності зосередженого шляху фільтрації в ядрі греблі величина зони розмиву зростає, аж до повного руйнування верхнього укосу. У випадку без урахування впливу тепломасоперенесення, при вказаних параметрах, протягом досліджуваного проміжку часу розмиву через зосереджений шлях фільтрації взагалі не відбувається. Це вказує на те, що величина зони розмиву значно залежить від впливу техногенних факторів.

У випадку застосування моделі розмиву на основі однофазної задачі Стефана величина зони фільтраційного руйнування ґрунту збільшується в середньому на 25 % (в порівнянні з двофазною задачею). Це означає, що дану модель можна застосовувати для попередніх прогнозних розрахунків.

10. Практичне значення дисертаційної роботи полягає в наступному: проведені в дисертаційній роботі дослідження по розрахунку полів надлишкових та п'єзометричних напорів, розподілу концентрації хімічних речовин, температури, форми та розмірів областей розмиву фільтраційним потоком можуть бути використані при зведені будівель, енергетичних та гідротехнічних об'єктів, а також при розрахунку стійкості ґрунтових споруд і для прогнозування величини та швидкості осідань основ будівель в умовах фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах та факторів контактного розмиву і контактної суфозії; результати розв'язання задачі фільтраційної консолідації можуть бути використані для прогнозування швидкості зміщень зсувонебезпечних ґрунтових масивів, які попадають в зону впливу техногенних факторів - проведені чисельні експерименти показали можливість покращення прогнозних розрахунків на 150%-400% для швидкостей зміщень у випадку урахування впливу теплосолеперенесення; визначенні можливих просідань верхньої межі ґрунту при проектуванні та будівництві очисних споруд; розрахунку процесів консолідації в умовах впливу техногенних факторів при проектуванні каналізаційних насосних станцій; в навчальному процесі при виконанні кваліфікаційних, дипломних та магістерських робіт студентами математичних та природничих спеціальностей, а також в робочих програмах спецкурсів.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Власюк А. П. Математичне моделювання консолідації ґрунтів при фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк. – Рівне : НУВГП, 2008. – 416 с.
2. Власюк А. П. Чисельне розв'язування задач консолідації та фільтраційного руйнування ґрунтів в умовах тепло-масопереносу методом радіальних базисних функцій / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк. – Рівне : НУВГП, 2010. – 277 с.
3. Vlasyuk A. P. Numerical solution of a one-dimensional problem of filtration consolidation of saline soils in a nonisothermal regime / A. P. Vlasyuk, P. M. Martynyuk, O. R. Fursovych // Journal of Mathematical Sciences. – 2009. – Vol. 160, № 4. – P. 525–535.
Власюк А. П. Числове розв'язання одновимірної задачі фільтраційної консолідації засолених ґрунтів в неізотермічному режимі / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк, О. Р. Фурсович // Матем. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – 51, № 1. – С. 197–204.
4. Vlasyuk A. P. Numerical solution of three-dimensional problems of filtration consolidation with regard for the influence of technogenic factors by the method of radial basis functions / A. P. Vlasyuk, P. M. Martynyuk // Journal of Mathematical Sciences. – 2010. – Vol. 171, № 5. – P. 632–648.
Власюк А. П. Чисельне розв'язування просторових задач фільтраційної консолідації з урахуванням впливу техногенних факторів методом радіальних

- базисних функцій / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Матем. методи та фіз.-мех. поля. – 2009. – 52, № 3. – С. 170–181.
5. Власюк А. П. Фльтрационная консолидация трёхфазных грунтов с учётом ползучести скелета и влияния солепереноса в неизотермическом режиме / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Математическое моделирование. – 2010. – Т. 22, № 4. – С. 32–56.
 6. Власюк А. П. Контактный размыв и фильтрационная консолидация грунтов в условиях тепло-солепереноса / А. П. Власюк, П. Н. Мартинюк // Математическое моделирование. – 2012. – Т. 24, № 11. – С. 97–112.
 7. Мичута О. Р. Моделирование влияния химической суффозии на фильтрационную консолидацию засоленных грунтов в неизотермических условиях / О. Р. Мичута, А. П. Власюк, П. Н. Мартинюк // Математическое моделирование. – 2013. – Т. 25, № 2. – С. 3–18.
 8. Мартинюк П. Н. Решение краевых задач для систем квазилинейных параболических уравнений сеточными и безсеточными численными методами [Электронный ресурс] / П. Н. Мартинюк // Сибирские электронные математические известия. – 2014. – Том 11. – С. 476–493. – Режим доступа: <http://www.semnr.math.nsc.ru/v11/p476-493.pdf>
 9. Мартинюк П. М. Про ураховання наявності в поровій воді розчинених солей при математичному моделюванні консолідації ґрунтів / П. М. Мартинюк // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-матем. науки. – 2003. – Вип. 2. – С. 168–174.
 10. Мартинюк П. М. Чисельне розв'язання задачі фільтраційної консолідації шаруватих ґрунтів з урахуванням впливу переносу солей / П. М. Мартинюк // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-матем. науки. – 2003. – Вип. 3. – С. 240–246.
 11. Мартинюк П. М. Побудова трикутних сіток для методу скінченних елементів / П. М. Мартинюк, А. С. Чума // Волинський математичний вісник. – 2003. – Вип. 10. – С. 96–106.
 12. Власюк А. П. Фільтраційна консолідація ґрунтового масиву за наявності перенесення солей у неізотермічному режимі / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. інформ. – 2003. – Вип. 7. – С. 138–147.
 13. Власюк А. П. Порівняльний аналіз чисельних розв'язків двовимірної задачі фільтраційної консолідації ґрунтового масиву при наявності переносу солей в неізотермічному режимі / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Київського ун-ту. Серія фіз.-матем. науки. – 2004. – Вип. 3. – С. 165–176.
 14. Власюк А. П. Фільтраційна консолідація неоднорідного масиву ґрунту в неізотермічних умовах з урахуванням впливу переносу солей / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Волинський математичний вісник. Сер. прикл. матем. – 2004. – Вип. 2(11). – С. 39–53.
 15. Власюк А. П. Числове моделювання стабілізованими схемами МСЕ фільтраційної консолідації тіла ґрунтової греблі з урахуванням тепломасопереносу / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2005. – 48, № 2. – С. 59–70.
 16. Власюк А. П. Числове розв'язання двовимірної задачі фільтраційної консолідації ґрунтового масиву за наявності перенесення солей у неізотермічному режимі

- / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. інформ. – 2006. – Вип. 11. – С. 148–159.
17. Власюк А. П. Математичне моделювання фільтраційної консолідації зростаючого шару ґрунту за наявності солепереносу в неізотермічних умовах / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2006. – 49, № 4. – С. 157–166.
 18. Власюк А. П. Математичне моделювання фільтраційної консолідації зростаючого тіла ґрунтової греблі з урахуванням тепломасопереносу / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-матем. науки. – 2006. – Вип. 3. – С. 162–171.
 19. Власюк А. П. Математичне моделювання впливу термічного розширення на надлишкові напори в насичених ґрунтах / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. інформ. – 2007. – Вип. 12. – С. 68–77.
 20. Власюк А. П. Числове розв'язування двовимірної задачі фільтраційної консолідації ґрунтового масиву за наявності тепло-масопереносу в деформівній області / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк, М. В. Каленик // Вісник Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. інформ. – 2007. – Вип. 13. – С. 78–89.
 21. Власюк А. П. Двовимірна задача фільтраційної консолідації ґрунту з урахуванням повзучості його скелету в умовах тепло-солепереносу / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк, Н. А. Федорчук // Вісник Київського ун-ту. Серія: фіз.-матем. науки. – 2007. – Вип. 2. – С. 121–126.
 22. Мартинюк П. М. Метод радіальних базисних функцій в крайових задачах для параболічних рівнянь з умовами спряження / П. М. Мартинюк // Вісник Київського ун-ту. Серія фіз.-матем. науки. – 2007. – Вип. 4. – С. 178–181.
 23. Власюк А. П. Математичне моделювання контактного розмиву неоднорідного масиву ґрунту фільтраційним потоком / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-матем. науки. – 2008. – Вип. 1. – С. 86–91.
 24. Власюк А. П. Математичне моделювання фільтраційної консолідації ґрунту під плоским флютбетом з урахуванням контактного розмиву / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-матем. науки. – 2008. – Вип. 2. – С. 77–82.
 25. Власюк А. П. Числове розв'язування задачі фільтраційної консолідації ґрунтового масиву за наявності тепло-масопереносу методом радіальних базисних функцій / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. інформ. – 2008. – Вип. 14. – С. 54–63.
 26. Власюк А. П. Математичне моделювання фільтраційної консолідації масиву ґрунту в умовах тепло-масопереносу з урахуванням контактного розмиву / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-матем. науки. – 2009. – Вип. 1. – С. 92–97.
 27. Власюк А. П. Чисельне розв'язування задачі фільтраційної консолідації тіла ґрунтової греблі в умовах тепло-масопереносу методом радіальних базисних функцій / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. інформ. – 2009. – Вип. 15. – С. 196–207.
 28. Власюк А. П. Математичне моделювання процесів фільтраційної консолідації ґрунтів в умовах тепло-масопереносу та руху суспензії в області контактного

- розмиву / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-матем. науки. – 2010. – Вип. 1. – С. 59–64.
29. Власюк А. П. Математичне моделювання взаємних процесів фільтраційної консолідації тіла греблі та розмиву ґрунту в її основі в умовах тепло-масопереносу / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-матем. науки. – 2010. – Вип. 2. – С. 105–110.
 30. Власюк А. П. Математичне моделювання фільтраційної консолідації греблі із зосередженим шляхом фільтрації в її ядрі в умовах тепло-солепереносу / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-матем. науки. – 2011. – Вип. 3. – С. 115–122.
 31. Власюк А. П. Порівняння чисельних розв'язків задачі фільтраційної консолідації з урахуванням повзучості скелета ґрунту за наявності тепло-масопереносу методами радіальних базисних функцій та скінченних елементів / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. інформ. – 2012. – Вип. 18. – С. 141–156.
 32. Власюк А. П. Математичне моделювання процесів консолідації ґрунтів з урахуванням нелінійного закону фільтрації в умовах тепло-солепереносу / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-матем. науки. – 2012. – Вип. 1. – С. 125–130.
 33. Мартинюк П. М. Структури даних та порівняння наближених розв'язків крайових задач сітковими і безсітковими методами / П. М. Мартинюк // Волинський математичний вісник. Сер. прикладна математика. – 2013. – Вип. 10 (19). – С. 151–165.
 34. Власюк А. П. Математичне моделювання фільтраційної консолідації з урахуванням просідань та повзучості скелету ґрунту / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-матем. науки. – 2013. – Вип. 2. – С. 113–117.
 35. Мартинюк П. М. Порівняння чисельних розв'язків двовимірних крайових задач сітковими та безсітковими методами / П. М. Мартинюк // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-матем. науки. – 2013. – Вип. 3. – С. 274–279.
 36. Мартинюк П. М. Математична модель фільтраційної консолідації ґрунтів з урахуванням багатофракційної суфозії // П. М. Мартинюк, О. В. Гошко // Вісник Київського ун-ту. Сер. фіз.-матем. науки. – 2013. – Вип. 4. – С. 136–141.
 37. Мартинюк П. М. Комплекс комп'ютерних програм «Фільтраційна консолідація ґрунтів з урахуванням впливу техногенних факторів» / П. М. Мартинюк, О. Р. Мічута // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №51618 від 08.10.2013 р.
 38. Мартинюк П. М. Алгоритм та програма перенумерації вузлів сітки методу скінченних елементів / П. М. Мартинюк, А. С. Чума // Вісник УДУВГП. – 2002. – Вип. 4. – С. 367–372.
 39. Власюк А. П. Фільтраційна консолідація ґрунту при наявності переносу солей в умовах змінної області / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк, М. В. Каленик // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. – 2006. – Вип. 1(33). – С. 227–235.
 40. Власюк А. П. Фільтраційна консолідація масиву ґрунту з урахуванням повзучості його скелету в умовах тепло-масопереносу сольових розчинів / А. П. Власюк,

- П. М. Мартинюк, Н. А. Федорчук // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. – 2006. – Вип. 1(33). – С. 245–253.
41. Жеребят'єв О. В. Порівняльна оцінка результатів математичного моделювання фільтраційної консолідації тіла та основи ґрунтової греблі за наявності масопереносу солей з натурними даними / О. В. Жеребят'єв, А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Світ геотехніки. – 2006. – № 3. – С. 4–9.
 42. Власюк А. П. Математичне моделювання фільтраційної консолідації ґрунтів при наявності масообмінних процесів / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк, О. Р. Фурсович // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. – 2006. – Вип. 1(33). – С. 236–244.
 43. Власюк А. П. Експериментальні залежності характеристик ґрунтів від впливу техногенних факторів та їх обробка за методом найменших квадратів / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк, О. В. Козюк // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. – 2007. – Вип. 1(37). – С. 268–281.
 44. Мартинюк П. М. Числове розв'язання крайових задач з умовами спряження методом радіальних базисних функцій / П. М. Мартинюк // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. – 2007. – Вип. 2(38). – С. 372–379.
 45. Мартинюк П. М. Порівняльний аналіз наближених розв'язків крайових задач сітковими та безсітковими чисельними методами в одновимірному випадку / П. М. Мартинюк, Н. М. Боднар // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. – 2009. – Вип. 1(45). – С. 272–283.
 46. Мартинюк П. М. Прогнозування зсувів ґрунтів в одновимірному випадку на основі моделі фільтраційної консолідації з урахуванням впливу тепло-масопереносу / П. М. Мартинюк, Т. В. Громадченко // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво. – 2009. – Вип. 34. – С. 139–149.
 47. Мартинюк П. М. Чисельне порівняння методу радіальних базисних функцій та методу скінченних елементів на прикладі одновимірної крайової задачі тепло-масопереносу з домінуючим конвективним членом / П. М. Мартинюк, А. М. Дворжак // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. – 2009. – Вип. 3(47). Частина 3. – С. 84–90.
 48. Мартинюк П. М. Вузлове і скінченноелементне покриття двовимірних областей: деякі алгоритми та їх програмна реалізація / П. М. Мартинюк, Ю. А. Семенчук // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. Сер. технічні науки. – 2010. – Вип. 4(52). – С. 202–209.
 49. Власюк А. П. Взаємні процеси фільтраційної консолідації та контактного розмиву ґрунтів в умовах впливу техногенних факторів та їх математичне моделювання на основі однофазної задачі Стефана / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. Сер. технічні науки. – 2010. – Вип. 4(52). – С. 210–217.
 50. Мартинюк П. М. Генерація вузлових та скінченноелементних сіток в просторі / П. М. Мартинюк, Ю. А. Семенчук // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. Сер. технічні науки. – 2011. – Вип. 1(53). – С. 193–200.
 51. Власюк А. П. Математична модель фільтраційної консолідації ґрунту під плоским флюїдом з урахуванням контактного розмиву згідно однофазної задачі Стефана та її числове розв'язання / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк,

- Л. О. Шпоняк // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. Сер. технічні науки. – 2011. – Вип. 2(54). – С. 229–235.
52. Власюк А. П. Математичне моделювання фільтраційної консолідації ґрунтів з урахуванням просідань та повзучості скелету ґрунту в одновимірному випадку / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк, А. С. Яковлєв // Вісник Нац. ун-ту водн. госп-ва та природокористув. Сер. технічні науки. – 2011. – Вип. 3(55). – С. 151–158.
53. Власюк А. П. Одновимірна задача фільтраційної консолідації з урахуванням переносу солей в неізотермічному режимі / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики: Тези доповідей дев'ятої Всеукраїнської наукової конференції. – Львів : Вид-во ЛНУ. – 2002. – С. 18–19.
54. Власюк А. П. Двовимірна задача фільтраційної консолідації масиву ґрунту з урахуванням переносу солей в неізотермічному режимі / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики: Тези доповідей десятої Всеукраїнської наукової конференції. – Львів : Вид-во ЛНУ. – 2003. – С. 36.
55. Власюк А. П. Математичне моделювання фільтраційної консолідації шаруватих ґрунтів з урахуванням впливу переносу солей у неізотермічних умовах / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації: Зб. наук. праць (за матеріалами Всеукраїнської науково-методичної конференції) – Київ-Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський державний університет, 2004. – С. 246–247.
56. Власюк А. П. Про порівняння чисельних розв'язків двовимірної задачі фільтраційної консолідації ґрунтового масиву при наявності переносу солей в неізотермічному режимі / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Матеріали X міжнародної наук. конф. ім. М.Кравчука. – К. : Вид-во НТУУ(КПІ). – 2004. – С. 63.
57. Власюк А. П. Задача фільтраційної консолідації тіла ґрунтової греблі з урахуванням переносу солей в неізотермічному режимі / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики: Тези доповідей одинадцятої Всеукраїнської наукової конференції. – Львів : Вид-во ЛНУ, 2004. – С. 32.
58. Власюк А. П. Числове розв'язання задачі фільтраційної консолідації зростаючого тіла ґрунтової греблі з урахуванням тепло-масопереносу / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Problems of decision making under uncertainties: Abstracts. – Berdyansk, 2005. – Pp. 109–111.
59. Власюк А. П. Про вплив термічного розширення на надлишкові напори в насичених ґрунтах / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики: Тези доповідей дванадцятої Всеукраїнської наукової конференції. – Львів : Вид-во ЛНУ, 2005. – С. 50.
60. Власюк А. П. До питання про утворення зосереджених фільтраційних потоків в неоднорідному масиві ґрунту / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Problems of decision making under uncertainties: Abstracts. – Skhidnytsia, 2006. – Pp. 81–83.
61. Власюк А. П. Фільтраційна консолідація ґрунту в умовах змінної області з урахуванням впливу тепло-масопереносу / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк, М. В. Каленик // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики: Тези

- доповідей тринадцятої Всеукраїнської наукової конференції. – Львів : Вид-во ЛНУ, 2006. – С. 34.
62. Власюк А. П. Про метод радіальних базисних функцій в просторових задачах фільтраційної консолідації / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики: Тези доповідей чотирнадцятої Всеукраїнської наукової конференції. – Львів : Вид-во ЛНУ, 2007. – С. 40–41.
 63. Власюк А. П. Двовимірна задача фільтраційної консолідації з урахуванням тепломасопереносу та повзучості скелету ґрунту і її числове розв'язання / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк, Н. А. Федорчук // Problems of decision making under uncertainties: Abstracts. – Chernivtsi, 2007. – Pp. 70–72.
 64. Власюк А. П. Про одну задачу фільтраційної консолідації ґрунту з урахуванням контактного розмиву / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Problems of decision making under uncertainties: Abstracts. – Kyiv-Rivne, 2008. – Pp. 76–78.
 65. Власюк А. П. Про одну математичну модель контактного розмиву ґрунтів фільтраційним потоком / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Матеріали XII міжнародної наук. конф. ім. М. Кравчука. – К., 2008. – С. 70.
 66. Власюк А. П. Математична модель фільтраційної консолідації ґрунту з урахуванням контактного розмиву в умовах тепло-солепереносу / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики: Тези доповідей п'ятнадцятої Всеукраїнської наукової конференції. – Львів : Вид-во ЛНУ, 2008. – С. 52.
 67. Мартинюк П. М. Прогнозування зсувних процесів на основі розв'язання задачі фільтраційної консолідації в умовах тепло-масопереносу / П. М. Мартинюк, Т. В. Громадченко // Матеріали III Міжнародної конференції «Обчислювальна та прикладна математика», присвяченої пам'яті академіка НАН України Івана Івановича Ляшка. – Київ, 2009. – С. 53.
 68. Власюк А. П. Про метод радіальних базисних функцій в просторовій задачі консолідації трифазного ґрунту з урахуванням повзучості його скелету та впливу тепло-масопереносу / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Problems of decision making under uncertainties: Abstracts. – Skhidnytsia. – 2009. – Pp. 77–79.
 69. Власюк А. П. Порівняння чисельних розв'язків задачі фільтраційної консолідації ґрунту сітковими та безсітковими методами / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики: Тези доповідей шістнадцятої Всеукраїнської наукової конференції. – Львів : Вид-во ЛНУ, 2009. – С. 48–49.
 70. Власюк А. П. Про математичну модель взаємних процесів фільтраційної консолідації та контактного розмиву тіла ґрунтової греблі / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Матеріали XIII міжнародної наук. конф. ім. М. Кравчука. Том 1. – Київ, 2010. – С. 89.
 71. Власюк А. П. Про одну математичну модель фільтраційної консолідації ґрунту з урахуванням контактного розмиву на основі однофазної задачі Стефана / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Problems of decision making under uncertainties: Abstracts. – Lviv. – 2010. – Pp. 57–59.

АНОТАЦІЯ

Мартинюк П. М. Математичне моделювання консолидації ґрунтів з урахуванням техногенного впливу та комплексу фізико-хімічних процесів. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Тернопіль, 2015.

В дисертації побудовано нові математичні моделі взаємних процесів фільтраційної консолидації та фільтраційного руйнування гетерогенних пористих середовищ з урахуванням впливу одночасно функціонуючих процесів переносу тепла та солей, хімічних масообмінних процесів, фізичних процесів просідання та розмиву ґрунту, багатофракційної контактної суфозії, наявності зосереджених шляхів фільтрації. Узагальнено закон Дарсі-Герсеванова руху рідин в деформівних пористих середовищах на основі формалізації дії фізичних законів та явищ термічного та хімічного осмосів, залежності параметрів фільтрації від теплового та хімічного станів пористого середовища, нелінійної залежності коефіцієнта фільтрації від функції самих надлишкових напорів. Враховано явище термічного розширення фаз ґрунту. Побудовано математичні моделі та досліджено процеси фільтраційної консолидації ґрунтів з тонкими напівпроникними включеннями (включення із природних ґрунтів, які мають властивості напівпроникних мембран). Запропоновано в умовах спряження використати ступінь ідеальності напівпроникного включення. Виведено кінематичні граничні умови на рухомих межах області ґрунту з урахуванням: просідань, як результату консолидації; розмиву ґрунту фільтраційним потоком; просідань, як результату багатофракційної контактної суфозії. Для дослідження отриманих нелінійних крайових задач розвинуто та ефективно використано потужні сіткові та безсіткові чисельні методи. На основі розроблених алгоритмів створено програмне забезпечення та проведено серію чисельних експериментів.

Ключові слова: математичне моделювання, консолидація, фільтраційне руйнування, зосереджений шлях фільтрації, кінематична гранична умова, вільна межа, нелінійна задача, метод скінченних елементів, радіальна базисна функція.

АННОТАЦИЯ

Мартынюк П. Н. Математическое моделирование консолидации грунтов с учётом техногенного влияния и комплекса физико-химических процессов. – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук по специальности 01.05.02 — математическое моделирование и вычислительные методы. – Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя, Тернополь, 2015.

В диссертации важная научно-прикладная проблема математического моделирования взаимосвязанных процессов фильтрационной консолидации и

фильтрационного разрушения гетерогенных пористых сред рассмотрена в новой неклассической постановке, которая до сих пор не рассматривалась, и связана с изменением химического и теплового состояния пористой среды. Посредством формализации действия физических законов учтены комплексные нелинейные взаимные влияния и зависимости физико-химических и техногенных процессов в пористых средах, к которым относятся грунты. В частности, процессов фильтрационной консолидации, тепло-солепереноса, фильтрационного разрушения пористых сред, более детально – контактного размыва, наличия сосредоточенных путей фильтрации и многофракционной контактной суффозии, химических гетерогенных массообменных процессов, явлений ползучести скелета пористой среды, а также её проседаний в процессе уплотнения. Показано, что существенная нелинейность и топологическая сложность не позволяют рассматривать взаимные влияния и зависимости как обычную суперпозицию отдельно взятых явлений и процессов, а поэтому математическое моделирование указанных явлений и процессов, их взаимодействия должно носить комплексный и системный характер.

В диссертации выведены кинематические граничные условия: на верхней подвижной границе пористой среды для учета и прогнозирования величины проседаний при исследованиях консолидации грунтов; на границе размыва грунта фильтрационным потоком для прогнозирования величины зоны размыва и ее эволюции во времени при исследованиях совместимых процессов фильтрационной консолидации и контактного размыва грунтов; на верхней подвижной границе массива грунта в случае исследования совместных процессов фильтрационной консолидации и многофракционной контактной суффозии.

Усовершенствован закон Дарси-Герсеванова движения жидкостей в деформируемых гетерогенных пористых средах. Комплексно учтены явления термического и химического осмоса, зависимости параметров фильтрации от теплового и химического состояний грунта, а также нелинейная зависимость коэффициента фильтрации от функции самых избыточных напоров.

Впервые учтено явление термического расширения фаз грунта в уравнениях неразрывной при построении математических моделей фильтрационной консолидации гетерогенной пористой среды.

Учтено влияние техногенных факторов при исследовании консолидации слоистых грунтов (природная неоднородность или случай постепенного строительства грунтового сооружения). Также исследованы процессы фильтрационной консолидации грунтов с тонкими полупроницаемыми включениями (включение из природных грунтов, которые имеют свойства полупроницаемых мембран). Предложено в условие сопряжения неидеального контакта для концентрации порового солевого раствора на данном включении внести «поправочный коэффициент», который с физической точки зрения означает степень идеальности полупроницаемого включения. Полученные результаты влияния полупроницаемого включения на фильтрационную консолидацию массива грунта в условиях присутствия техногенных факторов качественно согласовываются с наблюдением аномальных напоров и их перепадов в природных неоднородных геологических формациях. В диссертационном исследовании впервые удалось математически смоделировать это явление через использование в условиях

сопряжения степени идеальности полупроницаемого включения. Полученные данные свидетельствуют об адекватности построенной математической модели естественным процессам.

Получили дальнейшее развитие и эффективно использованы известные численные методы для отыскания приближенных решений соответствующих нелинейных краевых задач. В частности, это методы конечных разностей, конечных элементов и бессеточный метод радиальных базисных функций. Для численного решения нелинейных краевых задач в пространственном случае и в областях с подвижными границами адаптирован метод радиальных базисных функций. Для некоторых задач проведено сравнение приближенных решений, найденных разными численными методами.

В целом, учет явлений тепло-солепереноса способствует более быстрому рассеиванию поля избыточных напоров в области возле дренированных границ и замедлению такого рассеивания в областях возле непроницаемых границ. Длительное воздействие техногенных факторов в областях дренированных границ приводит к переходу грунта в переуплотненное состояние (напоры становятся меньшими нуля). Такое состояние нельзя считать стабилизированным. Ведь прекращение действия техногенных факторов приведет к всасыванию поровой жидкости, а отсюда - к набуханию грунта, что, в свою очередь, может вызывать неравномерные деформации его поверхности. Неравномерность полей температуры и концентрации химических веществ в поровой жидкости вызывает неравномерное оседание грунтовой поверхности. В диссертации, посредством численных экспериментов, установлены степени влияния каждого из факторов отдельно и в целом.

Данные, полученные из компьютерного моделирования взаимных процессов фильтрационной консолидации и фильтрационного разрушения грунтов, засвидетельствовали возможность значительного влияния техногенных факторов на результаты прогнозных расчетов. Глубина и длина области размыва могут увеличиться на 34%-72% в зависимости от условий.

Ключевые слова: математическое моделирование, консолидация, фильтрационное разрушение, сосредоточенный путь фильтрации, кинематическое граничное условие, свободная граница, нелинейная задача, метод конечных элементов, радиальная базисная функция.

ABSTRACT

Martyniuk P.M. Mathematical modeling of soil consolidation taking into account the antropogenic impact and complex of physical and chemical processes. – Manuscript.

Thesis for academic degree of doctor of technical sciences in speciality 01.05.02 – mathematical modelling and numerical methods. – Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University, Ministry of Education and Science of Ukraine, Ternopil, 2015.

The thesis deals with the new mathematical models of mutual filtration consolidation process and filtration destruction of heterogeneous porous media (for example, soil) taking into account the effect of simultaneously operating processes of heat and salt transfer, chemical mass exchange processes, physical processes of soil subsidence and erosion, a

multi-fraction contact suffusion, the presence of concentrated flow paths. Darcy-Gersevanov's law of the fluid movement in deformable porous media was improved basing on the formalization of physical laws and phenomena of thermal and chemical osmosis, dependence of filtration parameters on the thermal and chemical state of the porous medium, nonlinear dependence of the filtration coefficient on the excessive pressures function. The phenomenon of thermal expansion of the soil phases was considered. Mathematical models were built and the processes of soils filtration consolidation with thin semi-permeable inclusions (natural soils inclusions that have properties of semi-permeable membranes) were investigated. In conjugation conditions it was proposed to use the ideality degree of semi-permeable inclusion. The kinematic boundary conditions on the moving boundaries of the soil domain were deduced taking into account the subsidence as a result of consolidation; soil erosion by flow path; subsidence as a result of multi-fraction contact suffusion. Powerful mesh and meshfree numerical methods were developed and used effectively to investigate the obtained nonlinear boundary value problems. Software was created on the basis of developed algorithms and a series of numerical experiments were done.

Keywords: mathematical modeling, consolidation, filtration destruction, concentrated flow path, kinematic boundary condition, free boundary, nonlinear problem, finite element method, radial basis function.

ДЛЯ НОТАТОК

[illegible]

ДЛЯ НОТАТОК

[illegible]