

ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ІВАНА ПУЛЮЯ

ЛИШУК ВІКТОР ВАСИЛЬОВИЧ

УДК 519.876.5; 621.313.33

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ
ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ ЗІ ЗМІННОЮ СТРУКТУРОЮ
І РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня

кандидата технічних наук

Тернопіль – 2010

Дисертацією є рукопис

Робота виконана у Луцькому національному технічному університеті Міністерства освіти та науки України

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор

Чабан Василь Йосипович,
Національний університет “Львівська політехніка”,
професор кафедри “Теоретична та загальна
електротехніка”

Офіційні опоненти:

доктор технічних наук, професор

Олєйников Олександр Михайлович,
Севастопольський національний технічний університет,
професор кафедри суднових та промислових
електромеханічних систем

доктор фізико-математичних наук, професор

Драган Ярослав Петрович,
Національний університет “Львівська політехніка”,
професор кафедри програмного забезпечення
автоматизованих систем

Захист відбудеться “___” _____ 2010 р. о ___ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради К 58.052.01 при Тернопільському національному технічному університеті імені Івана Пулюя, 46001, м.Тернопіль, вул.Руська, 56.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, 46001, м.Тернопіль, вул.Руська, 56.

Автореферат розісланий “___” _____ 2010 р.

*Вчений секретар спеціалізованої
вченої ради*

Шелестовський Б.Г.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Задача вдосконалення методів математичного моделювання складних динамічних систем зі змінною структурою технічного призначення є актуальною і водночас складною проблемою загальної теорії математичного моделювання. Її складність показано на прикладі електромеханічних систем. Актуальність зумовлена широким застосуванням таких систем в індустрії, зокрема в системах електропостачання металургійних, хімічних, машинобудівних та інших підприємств. Тут необхідно враховувати складні фізичні процеси з одного боку і вдало сформувати повну систему нелінійних диференціальних рівнянь стану, оптимальну з точки зору використання числових методів у процесі комп'ютерного інтегрування.

В останній час багато вітчизняних та зарубіжних вчених займаються проблемами математичного моделювання електромеханічних пристроїв та систем. Важливе значення при побудові математичних моделей, а також проблемам інтегрування диференціальних рівнянь числовими методами мають роботи Л.А. Білого, Ю.М. Васьковського, І.П. Копилова, О.М. Олейникова, О.Г. Плахтини, В.Ф. Сивокобиленка, П. Сильвестра, Р.В. Фільца, А.В. Чабана та ін. Зокрема, Білий Л.А. займався методами прискореного пошуку усталених процесів у електротехнічних пристроях; Васьковський Ю.М. опрацьовував колопольові моделі електромеханічних перетворювачів; Копилов І.П. займався проектуванням електромеханічних перетворювачів; Олейников О.М. займався питаннями станів роботи асинхронних моторів; Плахтина О.Г. моделював електромашино-вентильні системи; Сивокобиленко В.Ф. моделював електромеханічні системи з асинхронними і синхронними машинами на основі традиційних методів теорії електричних кіл; Сильвестр П. та Фільц Р.В. розробляли L-моделі електромеханічних пристроїв; Чабан А.В. моделював електромеханічні коливні процеси в складних системах з зосередженими і розподіленими параметрами на підставі варіаційних принципів. Питання математичного моделювання перехідних процесів у системах зі змінною структурою, зокрема вузла живлення асинхронних моторів недостатньо розкриті, тому подана робота присвячена розв'язанню саме цих задач.

Основними елементами електромеханічних систем є силові трифазні трансформатори й асинхронні мотори як у звичайному виконанні так і з підвищеним пусковим моментом. У залежності від умов задачі та використання математичного апарата (звичайні диференціальні рівняння чи рівняння з частинними похідними) математичні моделі можна розглядати як задачу Коші або мішану задачу.

Аналіз показав, що вдосконалити методи математичного моделювання можна шляхом їх орієнтації на використання ефективних числових методів, зокрема, явного інтегрування диференціальних рівнянь. А це можна зробити лише за відмови від традиційних методів теорії електричних кіл, віддавши перевагу методам електромагнітних кіл і методам електромагнітного поля в їх тісному поєднанні.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана на кафедрі теоретичної та загальної електротехніки Луцького національного технічного університету, а також згідно з держбюджетним договором 88-09 д/б (номер державної реєстрації 0109U001212) Міністерства освіти і науки України «Дослідження динамічних процесів у вібраційних машинах з механічними дебалансними збудниками». Дисертантом розроблено математичні моделі асинхронних машин з вібраційними моментами на валу.

Мета й задачі дослідження. *Мета роботи* – удосконалити математичну модель електромеханічної системи зі змінною структурою на прикладі промислової системи вузла живлення асинхронних моторів, придатну для її реалізації числовими методами та розробити відповідні алгоритми й комп'ютерні програми аналізу перехідних процесів. Досягнення цієї мети вимагає розв'язання таких задач:

1. Удосконалити математичні моделі елементів системи, які ураховують магнітне насичення їхніх осердь, електричний поверхневий ефект у провідниках, наявність рухомих контурів, причому невід'ємною умовою є те, щоб їхні диференціальні рівняння були записані в нормальній формі Коші.
2. На підставі математичних моделей окремих елементів, удосконалити математичну модель електромеханічної системи, нелінійні диференціальні рівняння якої враховують змінну структуру системи і наявність несиметрії, є записані в нормальній формі Коші, що є необхідною умовою для аналізу довготривалих перехідних процесів.
3. Застосувати методи математичного моделювання для усунення жорсткості повної системи диференціальних рівнянь електромеханічного стану з метою спрощення процесу числового інтегрування.
4. Розробити алгоритми й комп'ютерні програми аналізу типових перехідних процесів досліджуваної системи.

Об'єктом дослідження є перехідні процеси в електромеханічних системах зі змінною структурою із зосередженими й розподіленими параметрами.

Предметом дослідження є математичні моделі аналізу перехідних процесів у електромеханічних системах.

Методи дослідження. Теорія нелінійних диференціальних рівнянь, методи теорії електромагнітних кіл і теорії електромагнітного поля, узагальнені закони комутації, матрична алгебра, числові методи, мови програмування.

Наукова новизна отриманих результатів.

1. Удосконалено математичні моделі електромеханічних пристроїв із зосередженими й розподіленими електричними параметрами, диференціальні рівняння яких на відміну від існуючих моделей записано безпосередньо в нормальній формі Коші.
2. Удосконалено математичну модель електромеханічної системи, що містить елементи з зосередженими й розподіленими параметрами, диференціальні рівняння динамічного стану якої є меншої жорсткості у порівнянні з відомими й водночас записані в нормальній формі Коші, що дає змогу застосувати явні

методи числового інтегрування і тим самим суттєво спростити обчислювальний процес під час комп'ютерної реалізації.

3. *Адаптовано* математичну модель електромеханічної системи до всіх можливих змін її структури та несиметрії, причому так, щоб ці зміни не призводять до суттєвого збільшення жорсткості її диференціальних рівнянь, як це має місце в традиційних методах.

4. *Побудовано* програмний комплекс, що вперше дає змогу аналізувати тривалі перехідні процеси реальних систем будь-якої розмірності.

Практичне значення отриманих результатів:

– запропоновані математичні моделі електромеханічних систем зі змінною структурою, зосередженими і розподіленими параметрами доцільно застосувати в задачах електромеханіки для аналізу реальних перехідних процесів, оскільки вони не накладають обмежень на тривалість перехідного процесу в часі;

– розроблені на основі запропонованих математичних моделей прикладні програми придатні для застосування в системах автоматизованого проектування при аналізі різноманітних станів роботи електромеханічної системи як на стадіях проектування так і експлуатації.

Адекватність розроблених математичних моделей підтверджено достатньою точністю збігу результатів розрахунків з фізичними експериментами.

Числові результати знайшли застосування в інженерній практиці на підприємстві НАК „Нафтогаз України” ДК „Укргазвидобування” ГПУ „Львівгазвидобування” Локачинський газопромисел. Теоретичні та практичні результати роботи впроваджені в навчальний процес Луцького національного технічного університету при підготовці студентів за спеціальністю „Електротехнічні системи електроспоживання” в курсах „Математичне моделювання в енергетиці”, „Математичні задачі електроенергетики”.

Особистий внесок здобувача. Більшість теоретичних та експериментальних досліджень виконана автором самостійно. В роботах у співавторстві автору належить:

[1] – розробка методу розрахунку ферорезонансних станів електричних машин, постановка числового експеримента, результати симуляції;

[2] – застосування штучної нейронної мережі для аналізу роботи асинхронного мотора, обґрунтування її використання як діагностичної моделі;

[3, 4, 5, 8, 9] – побудова математичних моделей електромеханічних пристроїв та систем, зокрема моделі глибокопазного асинхронного мотора, розробка прикладних програм на мові *Visual FORTRAN*, постановка числового експеримента, симуляція перехідних процесів, аналіз результатів;

[6, 7] – розробка математичних моделей трифазних трансформаторів, аналіз результатів;

[10, 11, 12] – розробка алгоритмів аналізу перехідних і комутаційних процесів в електромеханічних системах, аналіз результатів.

Апробація результатів роботи. Матеріали дисертації доповідались, обговорювались і були схвалені: на науково-технічних конференціях професорсько-

викладацького складу Луцького (державного) національного технічного університету (м. Луцьк, 2003 – 2009 pp.); на міжнародних науково-технічних конференціях: the 9-th, 10-th, 12-th, 13-th, 14-th International Modelling School of AMSE-UA Crimea, Alushta, Ukraine, September 12–17, (2004, 2005, 2007, 2008, 2009); на I міжнародній науково-технічній конференції на тему: „Підвищення рівня ефективності енергоспоживання в електротехнічних пристроях та системах”, Луцьк – Шацькі озера, 26–28 червня, 2006.

В цілому роботу апробовано на наукових семінарах Українського інженерного товариства у Львові, Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, Севастопольського національного технічного університету та національного університету „Львівська політехніка”.

Публікації. За темою дисертації опубліковано 12 наукових праць. Серед них 9 праць у фахових виданнях, 3 тези доповідей на конференціях.

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається із вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаних джерел та 2-х додатків. Загальний обсяг роботи становить 152 сторінки, в тому числі 60 рисунків.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** сформульована актуальність теми, обґрунтовано мету та задачі дослідження. Відображено новизну, практичну цінність результатів.

У **першому** розділі проведено огляд літературних джерел з точки зору проблеми та існуючих методів моделювання електромеханічних пристроїв та систем.

Відмінність розроблених математичних моделей від традиційних полягає в поданні диференціальних рівнянь електромеханічного стану в нормальній формі Коші, що усунуло операцію числового обертання матриці коефіцієнтів на кожному часовому кроці, а відповідно мінімізувало затрати комп'ютерного часу. Така форма запису рівнянь є вкрай необхідною для аналізу довготривалих перехідних процесів при змінній структурі електромеханічної системи.

Для урахування поверхневого ефекту в струмопроводах рухомих контурів у дисертації використано методи теорії електромагнітного поля, а для моделювання електромеханічних систем зі змінною структурою використано узагальнені закони комутації. У цих двох випадках диференціальні рівняння моделей є нежорсткими і націленими на явні методи числового інтегрування.

Другий розділ містить теоретичні положення розв'язання основних задач дисертації – створення математичних моделей електромеханічних пристроїв.

А-модель трифазного трансформатора.

Диференціальні рівняння трифазних обмоток мають вигляд

$$\frac{d\Psi_j}{dt} = U_j - R_j I_j, \quad j = 1, 2, \quad (1)$$

де Ψ_j , U_j , I_j – колонки фазних повних поточкозчеплень, напруг і струмів первинної ($j = 1$) і вторинної ($j = 2$) обмоток; h_j ($h = \Psi, U, I$) = (h_{jA}, h_{jB}, h_{jC}); R_j – матриці опорів.

Для однозначності розв'язку диференціальних рівнянь (задача Коші) у моделях трансформаторів та асинхронних машин початкові умови є нульовими.

Повні потокозчеплення Ψ_j умовно подано сумою потокозчеплень дисипації й основного. Тоді струми знайдено досить просто

$$I_j = \alpha_j (\Psi_j - w_j \Phi), \quad j=1,2, \quad (2)$$

де $\Phi = (\Phi_A, \Phi_B, \Phi_C)_t$ – колонка основних магнітних потоків; α_j – обернені індуктивності розсіювання обмоток; w_j – кількість витків обмоток.

Диференціальне рівняння магнітних потоків

$$\frac{d\Phi}{dt} = D_1 (U_1 - R_1 I_1) + D_2 (U_2 - R_2 I_2), \quad (3)$$

де

$$D_1 = \alpha_1 w_1 G; \quad D_2 = \alpha_2 w_2 G. \quad (4)$$

У симетричних станах при розрахунку змінних двох фаз (третя змінна легко знаходиться за першим законом Кірхгофа) матриця G має вигляд

$$G = \begin{bmatrix} \lambda_A (1 - (\lambda_A - \lambda_C) / T) & -\lambda_A (\lambda_B - \lambda_C) / T \\ -\lambda_B (\lambda_A - \lambda_C) / T & \lambda_B (1 - (\lambda_B - \lambda_C) / T) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Тут $\lambda_i = 1/\rho_i$, $i = A, B, C$, 0 – магнітні провідності віток, причому $T = \lambda_A + \lambda_B + \lambda_C + \lambda_0$ – сумарна магнітна провідність трансформатора.

Диференціальні рівняння струмів отримано диференціюванням (2) і підстановкою у нього (1), (3)

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dt} &= A_1 (U_1 - R_1 I_1) + A_{12} (U_2 - R_2 I_2), \\ \frac{dI_2}{dt} &= A_{21} (U_1 - R_1 I_1) + A_2 (U_2 - R_2 I_2), \end{aligned} \quad (6)$$

де A_1, A_{12}, A_{21}, A_2 – матриці коефіцієнтів трансформатора

$$A_1 = \alpha_1 (1 - w_1 D_1); \quad A_{12} = -\alpha_1 w_1 D_2; \quad A_{21} = -\alpha_2 w_2 D_1; \quad A_2 = \alpha_2 (1 - w_2 D_2). \quad (7)$$

У розгорнутому вигляді матриці A моторів мають вигляд

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} \alpha_1 (1 - \alpha_1 w_1^2 \lambda_A (1 - (\lambda_A - \lambda_N) / T)) & \alpha_1^2 w_1^2 \lambda_A (\lambda_B - \lambda_C) / T \\ \alpha_1^2 w_1^2 \lambda_B (\lambda_A - \lambda_C) / T & \alpha_1 (1 - \alpha_1 w_1^2 \lambda_A (1 - (\lambda_A - \lambda_N) / T)) \end{bmatrix}; \\ A_{12} = A_{21} &= \begin{bmatrix} -\alpha_1 w_1 \alpha_2 w_2 (\lambda_A - \lambda_A (\lambda_A - \lambda_N) / T) & \alpha_1 w_1 \alpha_2 w_2 \lambda_A (\lambda_B - \lambda_C) / T \\ \alpha_1 w_1 \alpha_2 w_2 \lambda_B (\lambda_A - \lambda_C) / T & -\alpha_1 w_1 \alpha_2 w_2 (\lambda_B - \lambda_B (\lambda_B - \lambda_N) / T) \end{bmatrix}; \\ A_2 &= \begin{bmatrix} \alpha_2 (1 - \alpha_2 w_2^2 \lambda_A (1 - (\lambda_A - \lambda_N) / T)) & \alpha_2^2 w_2^2 \lambda_A (\lambda_B - \lambda_C) / T \\ \alpha_2^2 w_2^2 \lambda_B (\lambda_A - \lambda_C) / T & \alpha_2 (1 - \alpha_2 w_2^2 \lambda_A (1 - (\lambda_A - \lambda_N) / T)) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (8)$$

Перехід від λ -коефіцієнтів, що у матрицях (8) до α -коефіцієнтів зумовлений масштабами кривих намагнічування. У випадку кривої намагнічування $V = V(\Phi)$, маємо λ -коефіцієнти. Якщо ж крива задана в іншому масштабі, а саме $\psi = \psi(I)$, маємо α -коефіцієнти. За основу прийнято таке співвідношення

$$\lambda_i = \frac{1}{w_i^2 (\alpha_i + \alpha_1 + \alpha_2')}, \quad i = A, B, N, \quad \alpha_2' = \alpha_2 \frac{w_2^2}{w_1^2}, \quad (9)$$

де $\alpha_i = \rho_i / w_i^2$ – основна обернена індуктивність трансформатора; ρ_i – основний магнітний опір, α_2' – приведена обернена індуктивність.

У ненасиченому пристрої магнітні провідності кожної з фаз однакові

$$\lambda_A = \lambda_B = \lambda_C = \lambda. \quad (10)$$

Матриці (8) з урахуванням (9), (10) приймають такий вигляд

$$A_1 = G_T \begin{bmatrix} \alpha_1 (\alpha_2' + \alpha_T) & 0 \\ 0 & \alpha_1 (\alpha_2' + \alpha_T) \end{bmatrix}; \quad A_{12} = A_{21} = G_T \begin{bmatrix} \alpha_1 \alpha_2' & 0 \\ 0 & \alpha_1 \alpha_2' \end{bmatrix}; \quad A_2 = G_T \begin{bmatrix} \alpha_2' (\alpha_1 + \alpha_T) & 0 \\ 0 & \alpha_2' (\alpha_1 + \alpha_T) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

де $G_T = 1/(\alpha_1 + \alpha_2' + \alpha_T)$, α_T – основна обернена індуктивність трансформатора.

Рівняння (1), (2), (6) становлять A -модель трифазного трансформатора.

A-модель асинхронної машини.

При побудові математичних моделей асинхронних машин використано косокутні координати в теорії координатних перетворень. Тільки такі моделі є найбільш придатними під час аналізу довготривалих перехідних процесів у електромеханічних системах зі змінною структурою.

Диференціальні рівняння обмоток асинхронної машини

$$\frac{d\Psi_i}{dt} = U_i + \Omega_i \Psi_i - R_i I_i, \quad (12)$$

де Ψ_i, U_i, I_i ($i = S, R$) – колонки повних потокозчеплень електричних напруг і струмів обмоток статора ($i = S$) й ротора ($i = R$).

$$h_i (h = \Psi, U, I; i = S, R) = (h_{iA}, h_{iB})_i; \quad (13)$$

R_i ($i = S, R$) – матриці резистивних опорів

$$R_i = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2r_{iA} + r_{iA} & r_{iC} - r_{iB} \\ r_{iC} - r_{iA} & 2r_{iB} + r_{iC} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

причому r_{iA}, r_{iB}, r_{iC} – резистивні опори окремих фаз статора і ротора.

Косокутні координати жорстко зв'язані з обмоткою статора, тобто

$$\Omega_S = 0; \quad \Omega_R = \frac{\omega}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

де ω – кутові частоти обертання координатних осей стосовно обмотки ротора.

Рівняння струмів

$$I_S = \alpha_S (\Psi_S - w_S \Phi_S); \quad I_R = \alpha_R (\Psi_R - w_R \Phi_R), \quad (16)$$

де Φ_S, Φ_R – колонки робочих потоків обмоток статора і ротора

$$\Phi_i(i=S,R)=(\Phi_{iA},\Phi_{iB})_i; \quad (17)$$

α_S, α_R – обернені індуктивності розсіяння фаз обмоток статора й ротора.

Колонка повних потокозчеплень обмотки ротора має вигляд

$$\Psi_R = \frac{I_S + I_R}{\alpha_m} + \frac{I_R}{\alpha_R}, \quad (18)$$

де α_m – обернена основна індуктивність машини.

Модуль просторового вектора намагнічувальних струмів

$$I_m = 2\sqrt{(I_A^2 + I_A I_B + I_B^2)/3}; \quad I_A = I_{SA} + I_{RA}; \quad I_B = I_{SB} + I_{RB}, \quad (19)$$

де $I_{SA}, I_{SB}, I_{RA}, I_{RB}$ – струми обмоток статора і ротора по осях A і B .

Рівняння струмів

$$\begin{aligned} \frac{dI_S}{dt} &= A_S(U_S - R_S I_S) + A_{SR}(-V_R + \Omega_R \Psi_R - R_R I_R); \\ \frac{dI_R}{dt} &= A_{RS}(U_S - R_S I_S) + A_R(-V_R + \Omega_R \Psi_R - R_R I_R), \end{aligned} \quad (20)$$

де A – матриці коефіцієнтів

$$A_S = \alpha_S(1 - \alpha_S G); \quad A_{SR} = A_{RS} = -\alpha_S \alpha_R G; \quad A_R = \alpha_R(1 - \alpha_R G), \quad (21)$$

а G – матриці моторів

$$G = \begin{bmatrix} T + b_A I_A & b_B I_A \\ b_A I_B & T + b_B I_B \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Коефіцієнти R і T , b_A, b_B, b обчислено за такими формулами

$$b_A = b(2I_A + I_B); \quad b_B = b(I_A + 2I_B); \quad b = \frac{2}{3} \frac{R - T}{I_m^2}; \quad R = 1/(\alpha_S + \alpha_R + \rho); \quad T = 1/(\alpha_S + \alpha_R + \tau), \quad (23)$$

причому ρ і τ – основні обернені диференціальна та статична індуктивності мотора, що знайдені з кривої намагнічування $\psi = \psi(I)$

$$\rho = \frac{dI_m}{d\psi_m(I_m)}; \quad \tau = \frac{I_m}{\psi_m(I_m)}. \quad (24)$$

V_R – колонка напруг пазових зон струмопроводів обмотки ротора.

Згідно (21), (22), (23) матриці коефіцієнтів A моторів приймають вигляд

$$A_S = \begin{bmatrix} \alpha_S - \alpha_S^2(T + b_A I_A) & -\alpha_S^2 b_B I_A \\ -\alpha_S^2 b_A I_B & \alpha_S - \alpha_S^2(T + b_B I_B) \end{bmatrix}; \quad A_{SR} = A_{RS} = \begin{bmatrix} -\alpha_S \alpha_R(T + b_A I_A) & -\alpha_S^2 b_B I_A \\ -\alpha_S^2 b_A I_B & -\alpha_S \alpha_R(T + b_B I_B) \end{bmatrix}; \quad (25)$$

$$A_R = \begin{bmatrix} \alpha_R - \alpha_R^2(T + b_A I_A) & -\alpha_R^2 b_B I_A \\ -\alpha_R^2 b_A I_B & \alpha_R - \alpha_R^2(T + b_B I_B) \end{bmatrix}.$$

При відсутності насичення характеристика намагнічування вироджується в пряму $i_m = \alpha_m \psi_m$, причому $\tau = \rho = \alpha_m$, а матриця G у скаляр

$$G = \frac{1}{\alpha_S + \alpha_R + \alpha_m}. \quad (26)$$

Рівняння механічного руху

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p_0}{J}(M_E - M); \quad \frac{d\gamma}{dt} = \omega, \quad (27)$$

де γ – кут повороту ротора в ел. рад., M_E – електромагнітний момент, M – момент на валу, J – момент інерції ротора, p_0 – кількість пар полюсів.

Вираз електромагнітного моменту

$$M_E = \sqrt{3} \frac{P_0}{\tau} (I_{RA} I_{SB} - I_{RB} I_{SA}). \quad (28)$$

Рівняння (20), (27) є A -моделлю насиченої асинхронної машини.

Отже, в цьому розділі розроблено математичні моделі електротехнічних пристроїв, які використано для аналізу перехідних процесів у електромеханічних системах.

У третьому розділі наведено принципи побудови коло-польових математичних моделей асинхронних моторів, що враховують скін-ефект в пазах ротора.

Колонку напруг V_R , що фігурує в (20), знайдено на підставі рівнянь електромагнітного поля

$$V_R = l(E_A, E_B)_l, \quad (29)$$

де E_A, E_B – значення напруженостей електричного поля на поверхні провідників ротора; l – довжина пазової частини провідника ротора.

Формула (29) справедлива для будь-якої форми пазів. Найпоширеніший з них – глибокий прямокутний. Початок координат розміщено на поверхні паза. Вісь x скеровано вздовж паза, вісь y – поперек, а вісь z – углиб провідника.

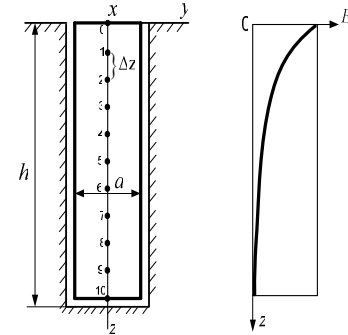


Рис.1. Просторова дискретизація пазу та розподіл напруженості поля у ньому.

Рівняння електромагнітного поля для фаз A і B мають вигляд

$$\frac{\partial H_i}{\partial t} = \frac{\nu}{\gamma} \frac{\partial^2 \dot{I}_i}{\partial z^2}; \quad E_i = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial \dot{I}_i}{\partial z}, \quad i = A, B, \quad (30)$$

де H, E – напруженості магнітного й електричного полів; ν, γ – релактивність і електропровідність тіла струмопроводу.

Початкові умови є нульовими, а крайові одержано за законом Ампера

$$\dot{I}_i(t=0)=0; \quad \dot{I}_i(h=0)=I_{Ri}/a, \quad \dot{I}_i(h=10)=0, \quad i = A, B, \quad (31)$$

де a, h – ширина й глибина паза.

Оскільки рівняння обмотки ротора асинхронної машини записано в косокутних координатах, то необхідно і рівняння електромагнітного поля перевести в цю ж область

$$\frac{\partial H_A}{\partial t} = \frac{1}{\mu\gamma} \frac{\partial^2 \dot{I}_A}{\partial z^2} - \frac{\omega}{\sqrt{3}} (H_A + 2H_B); \quad \frac{\partial H_i}{\partial t} = \frac{1}{\mu\gamma} \frac{\partial^2 \dot{I}_A}{\partial z^2} + \frac{\omega}{\sqrt{3}} (2H_A + H_B). \quad (32)$$

Нелінійні диференціальні рівняння з частинними похідними (32) проінтегровано за методом скінченних різниць. Для цього використано триточкову апроксимацію другої похідної

$$f''(x) = \frac{f(x - \Delta x) - 2f(x) + f(x + \Delta x)}{(\Delta x)^2}. \quad (33)$$

Згідно з (33) рівняння (32) зведено до системи звичайних диференціальних рівнянь. Їх записано у матричному вигляді

$$\frac{dH_{A0}}{dt} = CH_{A0} - \frac{\omega}{\sqrt{3}} H_{A0} - \frac{2\omega}{\sqrt{3}} H_{B0} + H_{A\tilde{A}0}; \quad \frac{dH_{B0}}{dt} = CH_{B0} + \frac{2\omega}{\sqrt{3}} H_{A0} + \frac{\omega}{\sqrt{3}} H_{B0} + H_{B\tilde{A}0}, \quad (34)$$

де H_{i0} – колонки дискретизованих значень напруженості магнітного поля у вузлах просторової сітки

$$H_{i0} = (H_{i1}, H_{i2}, \dots, H_{in-1})_t, \quad i = A, B, \quad n = 0, 1 \dots 10, \quad (35)$$

причому n – кількість вузлів просторової сітки.

Значення напруженості магнітного поля у граничних вузлах

$$H_{i\tilde{A}0} = \tilde{n}(I_{Ri} / \dot{a}, 0, \dots, 0)_t, \quad i = A, B. \quad (36)$$

Тут C – матриця дискретизації, яка згідно з (34) буде

$$C = c \begin{bmatrix} -2 & 1 & & & \\ 1 & -2 & 1 & & \\ & \dots & \dots & \dots & \\ & & 1 & -2 & 1 \\ & & & 1 & -2 \end{bmatrix}; \quad (37)$$

$c = \nu / \gamma (\Delta z)^2$; Δz – крок просторової дискретизації.

Значення E_A , E_B у (30) отримано дискретизацією похідної за триточковою схемою

$$f'(x) = \frac{-3f(x - \Delta x) + 4f(x) - f(x + \Delta x)}{2\Delta x}. \quad (38)$$

Застосувавши (38) для (30), отримано

$$E_i = \frac{1}{2\gamma \cdot \Delta z} \left(\frac{-3I_{Ri}}{a} + 4H_{i1} - H_{i2} \right); \quad i = A, B. \quad (39)$$

Коло-польову математичну модель глибокопазного асинхронного мотора з урахуванням насичення магнітопроводу й поверхневого ефекту у струмопроводах ротора утворюють диференціальні рівняння (20), (27), (30), (32).

Четвертий розділ містить теоретичні розробки формування диференціальних рівнянь електромеханічної системи зі змінною структурою. Розглянуто систему, що складається з трифазного трансформатора та n -моторів.

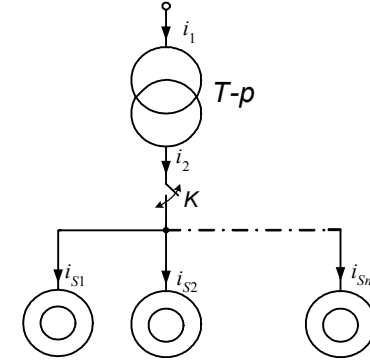


Рис.2. Структурна схема електромеханічної системи.

Структурні рівняння для схеми рис.2 на підставі першого та другого законів Кірхгофа мають вигляд

$$I_2 + \sum_{i=1}^n I_{Si} = 0, \quad U_2 = U_{Si} = V, \quad i = 1, 2 \dots n. \quad (40)$$

Диференціюючи перший вираз (40), отримано

$$\frac{dI_2}{dt} + \sum_{i=1}^n \frac{dI_{Si}}{dt} = 0. \quad (41)$$

Розв'язуючи сумісно (6), (20) з урахуванням (41), отримано рівняння для визначення напруги у вузлі навантаження

$$V = AB, \quad (42)$$

де

$$A = \left[\dot{A}_2 + \sum_{i=1}^n A_{Si} \right]^T; \quad B = -A_{21} (U_m - R_i I_i) + A_{22} R_{i2} I_2 + \sum_{i=1}^n A_{Si} R_{Si} I_{Si} - \sum_{i=1}^n A_{RSi} (-V_{Ri} + \Omega_i \Psi_{Ri} - R_{Ri} I_{Ri}). \quad (43)$$

Вузли живлення електричних пристроїв – це вироджені вузли, де виникають стрибки струмів і потокозчеплень окремих елементів. Тому тут застосовано узагальнені закони комутації. Прийнято, що кожен елемент системи під'єднаний до вузла первинною стороною. На цій підставі записано вираз для моменту комутації $t = 0$

$$\sum_{i=1}^n I_{Si}^{(+0)} = - \sum_{i=1}^n \Delta I_{Si}^{(-0)} = 0; \quad \Delta \Psi_{SS} = \Delta \Psi_{SR} = \dots = \Delta \Psi_{Sn} = \Theta, \quad (44)$$

де $\Delta \lambda_{Si} (\lambda = I, \Psi) = \lambda_{Si}^{(+0)} - \lambda_{Si}^{(-0)}$ – прирости струмів і повних потокозчеплень у момент комутації; n – число моторів у новоскомутованій системі.

Комутаційні прирости струмів одержано з комутаційних приростів повних потокозчеплень, прийнявши, що $\Delta \Psi_{Ri} \equiv 0$, як контурів, незадіяних у вузлі.

$$\Delta I_{Si} = A_{Si} \Delta \Psi_{Si}; \quad \Delta I_{Ri} = A_{RSi} \Delta \Psi_{Si}, \quad (45)$$

Рівняння для обчислення початкових умов отримано з (44) і (45)

$$\Theta = -A \sum_{i=1}^n I_{Si}^{(-0)}. \quad (46)$$

У п'ятому розділі наведено результати комп'ютерної симуляції перехідних процесів електромеханічної системи. Здійснено порівняння розроблених математичних моделей з фізичним експериментом.

Розглянуто електромеханічну систему: силовий трансформатор – чотири асинхронних мотори з короткозамкненим ротором, що живляться від нього. Паспортні дані елементів:

Трансформатор: $U_m = 5150$ В, $\alpha_1 = \alpha_2 = 4000$ Гн⁻¹, $r_1 = r_2 = 0,015$ Ом, $\alpha_T = 40$ Гн⁻¹.

АМ1: (А12-52-8А): $R_{SA} = R_{SB} = R_{SC} = 1,27$ Ом, $R_R = 1,31$ Ом, $\alpha_S = 39$ Гн⁻¹, $\alpha_R = 35,7$ Гн⁻¹, $\alpha_m = 1,16$ Гн⁻¹, $J = 64$ кг·м², $p_0 = 4$.

АМ2: (А13-62-8): $R_{SA} = R_{SB} = R_{SC} = 0,76$ Ом, $R_R = 0,72$ Ом, $\alpha_S = 79$ Гн⁻¹, $\alpha_R = 65,8$ Гн⁻¹, $\alpha_m = 1,16$ Гн⁻¹, $J = 138$ кг·м², $p_0 = 4$.

Параметри третього мотора такі ж як і першого, четвертого мотора – такі ж як другого, хоча моменти навантаження кожного з моторів є різними.

Досліджено пуск 4-х моторів, зімітовано подальше вимкнення трансформатора в момент часу $t_{k1} = 3$ с. і в момент часу $t_{k2} = 5$ с. відновлено нормальну роботу системи.

Перші два мотори мають вентиляторні моменти навантаження на валах: $\dot{I}_1 = 2,257\omega_1 + 74 \cdot 10^{-6}\omega_1^3 - 21 \cdot 10^{-12}\omega_1^5 + 40,6$ Нм, $\dot{I}_2 = 8,59\omega_2 + 116 \cdot 10^{-6}\omega_2^3 - 24 \cdot 10^{-11}\omega_2^5 + 81$ Нм. Третій і четвертий мотори до моментів першої та другої комутацій мають відповідно такі статичні моменти навантаження: $M_3 = 900$ Нм, $M_4 = 2000$ Нм, $M_3' = 1500$ Нм, $M_4' = 3300$ Нм.

Характеристика кривої намагнічування мотора А12-52-8А:

$$\Psi_m = \begin{cases} 0,8182I_m, & \text{якщо } I_m \leq 11, \\ 9 + 0,8182(I_m - 11) + 0,064 \cdot (I_m - 11)^2 + 1,47 \cdot 10^{-4}(I_m - 11)^3, & \text{якщо } 11 < I_m < 40, \\ 0,2375I_m + 23,19, & \text{якщо } I_m \geq 40. \end{cases} \quad (47)$$

Характеристика кривої намагнічування мотора А13-62-8:

$$\Psi_m = \begin{cases} 2,057I_m - 0,8082 \cdot 10^{-3}I_m^3 + 0,8271 \cdot 10^{-5}I_m^5, & \text{якщо } I_m > 8,33, \\ I_m / \alpha_m, & \text{якщо } I_m \leq 8,33. \end{cases} \quad (48)$$

На рис.3. показано залежності кутових швидкостей обертання чотирьох моторів у перехідних процесах. Основні електромеханічні часові залежності проілюстровано осцилограмою (рис.4), що була знята на заводі АЗОВМАШ у м.Маріуполь.

Інтегрування рівнянь електромеханічного стану проведено явним методом Рунге-Кутта четвертого порядку.

На рис.5–6 показано залежності перехідних струмів фази А вторинної обмотки трансформатора і обмотки статора четвертого мотора.

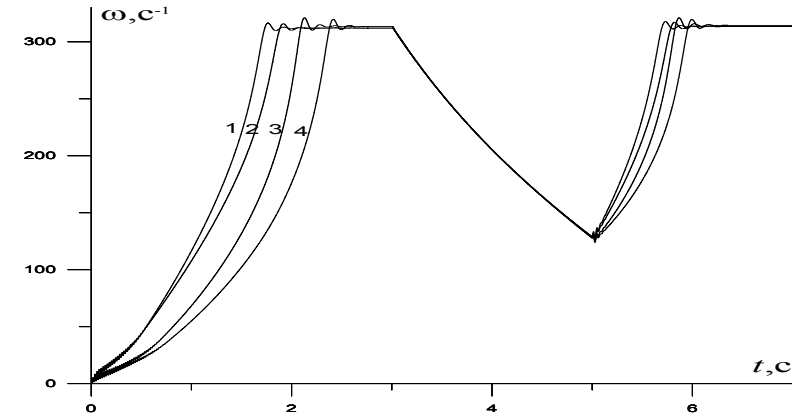


Рис.3. Залежність кутових швидкостей обертання 4-х моторів як функції часу.

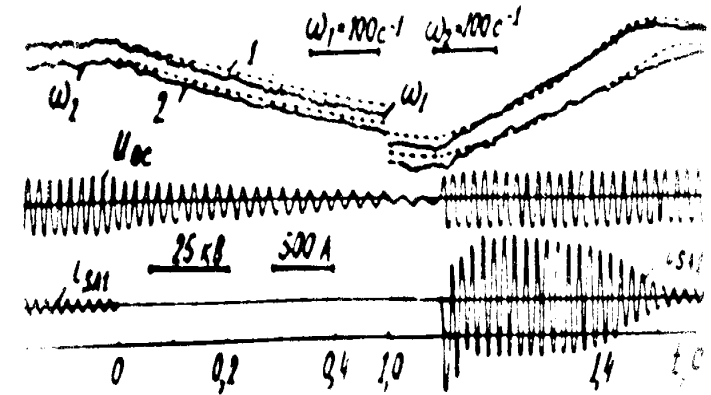


Рис.4. Осцилограма вибігу та самозапуску двох моторів А12-52А і А13-62-8.

На рис.7 зображено залежність стрибка струму обмотки статора цього ж мотора в момент першої комутації у збільшеному масштабі. Стрибки струмів зумовлені некомпенсованими струмами в новоскомутуваному електричному колі. Неврахування цього явища призводить до невірних результатів, що робить неможливим аналіз систем зі змінною структурою. На рис.8 показано обвідні перехідних фазних напруг у вузлі живлення асинхронних моторів: крива 1 відповідає рис. 3, крива 2 – рис. 9, крива 3 – рис.11.

На рис. 9, 10 наведено результати симуляції при почерговому пуску системи моторів. На рис. 11, 12 зображено основні часові електромеханічні залежності при пуску від спільного трансформатора двадцяти однотипних асинхронних моторів А12-52-8А з різними активними моментами навантаження.

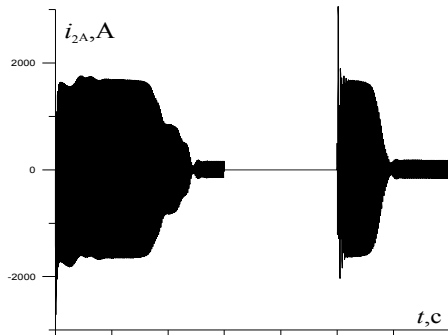


Рис.5. Залежність перехідного струму фази А вторинної обмотки трансформатора.

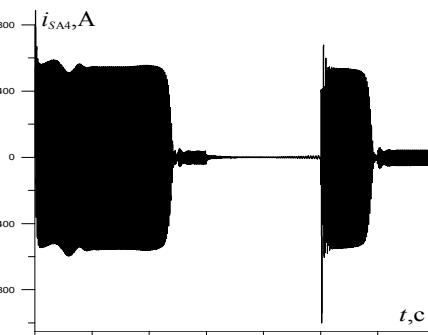


Рис.6. Залежність перехідного струму фази А статора четвертого мотора.

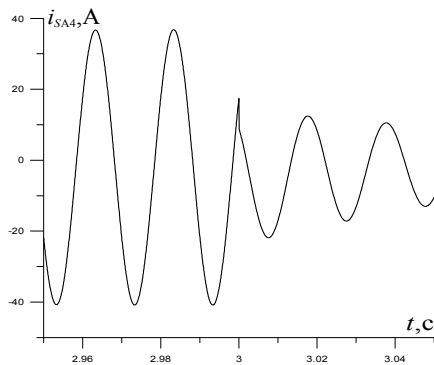


Рис.7. Залежність стрибка струму фази статора четвертого мотора.

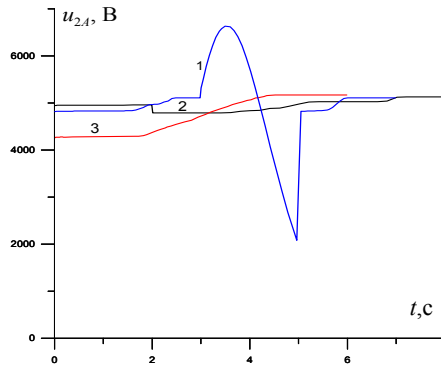


Рис.8. Обвідні фазних напруг вузла як функції часу.

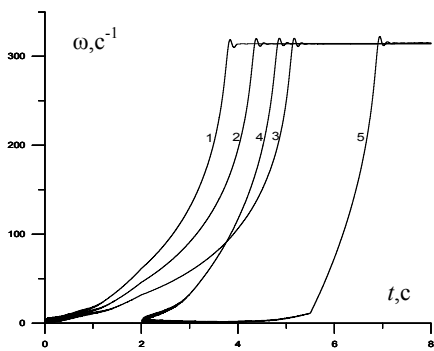


Рис.9. Залежність кутових швидкостей обертання при почерговому пуску систем моторів.

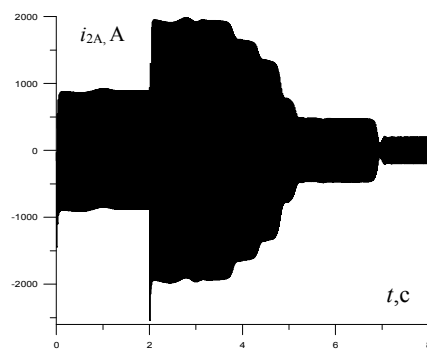


Рис.10. Залежність струму вторинної обмотки трансформатора при почерговому пуску.

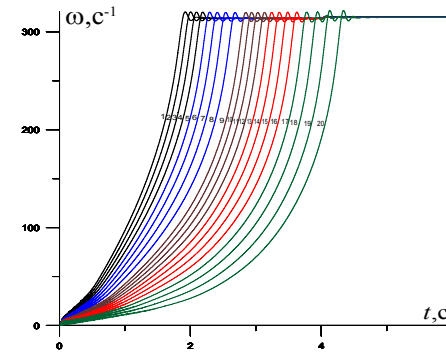


Рис.11. Залежність кутових швидкостей обертання 20-ти моторів при їх пуску.

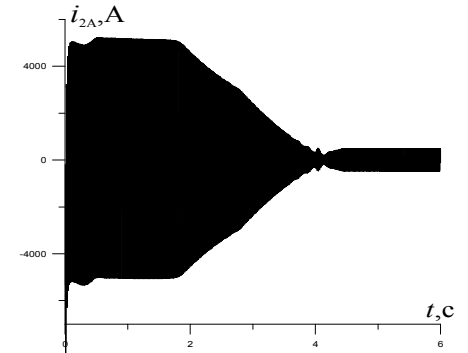


Рис.12. Залежність струму вторинної обмотки трансформатора при пуску 20-ти моторів.

Порівняння математичної моделі з натурним експериментом.

Комп'ютерну симуляцію здійснено для електроприводу А12-52-8А, що має вентиляторне навантаження на валу, з такими паспортними даними: $U_H = 6\text{кВ}$; $\omega_n = 740\text{ с}^{-1}$; $J = 64,5\text{ кг}\cdot\text{м}^2$; $R_S = 1,27\text{ Ом}$; $R_R = 0,21\text{ Ом}$; $\alpha_S = 38,9\text{ Гн}^{-1}$; $\alpha_{RL} = 70\text{ Гн}^{-1}$; розміри пазу: $h = 0,038\text{ м}$; $l = 0,23\text{ м}$; $a = 0,005\text{ м}$. Момент навантаження на валу: $M = 2,257\omega + 74 \cdot 10^{-6}\omega^3 - 21 \cdot 10^{-12}\omega^5 + 40,6\text{ Нм}$.

Ревєрс та подальший розгін мотора до усталеного процесу здійснено двома способами. Перший – без урахування явища скін-ефекту, а другий – з урахуванням. Для порівняння розробленої математичної моделі з реальним електроприводом використано експериментальну осцилограму (рис.14).

На рис. 13 показано залежність кутової швидкості обертання змодельованого мотора для першого та другого дослідів. Перехідний процес для двох випадків суттєво відрізняється.

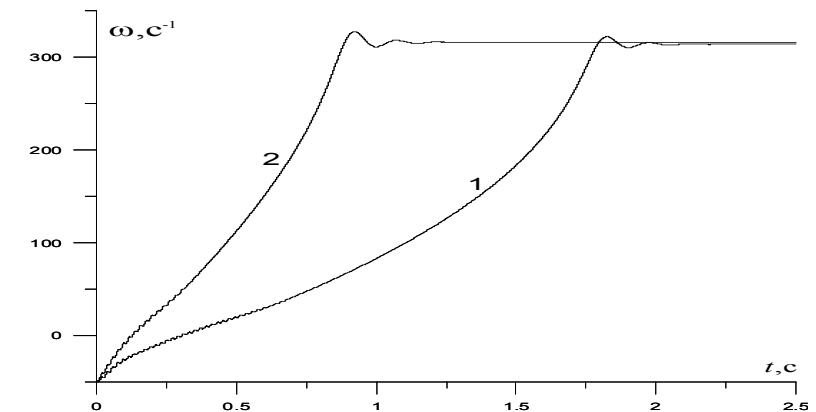


Рис.13. Ревєрс та подальший розгін електроприводу.

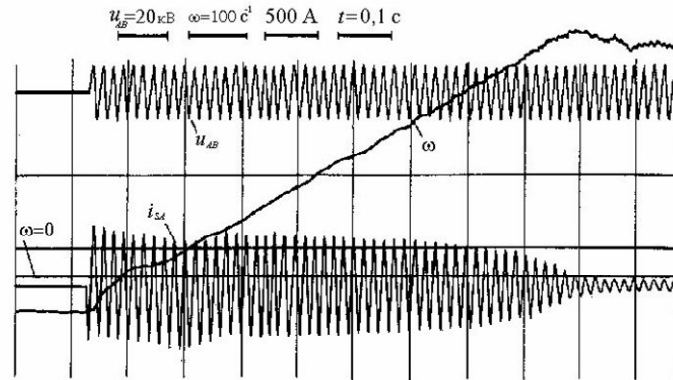


Рис. 14. Осцилограма реверса та подальшого розгону електроприводу ($\omega_0 = -50\text{ c}^{-1}$).

На рис. 15–16 показано залежності перехідних струмів фази A статора для обох дослідів. Струми на цих рисунках у масштабі часу відповідають кривим 1 і 2 рис.13. Тобто, час входу електроприводів на ustalений процес за кутовими швидкостями і струмами є однаковий. Це пояснюється тим, що електромагнітні і механічні процеси нерозривно пов'язані між собою. Перехідний пусковий струм для дослідів 2 є меншим від пускового струму, що відповідає досліді 1. Це відповідає фізиці процесу, оскільки відомо, що глибокопазні мотори характеризуються підвищеним пусковим моментом і пониженим пусковим струмом. Значення струму в номінальному режимі для обох дослідів становить до 60 А , що відповідає номінальному значенню.

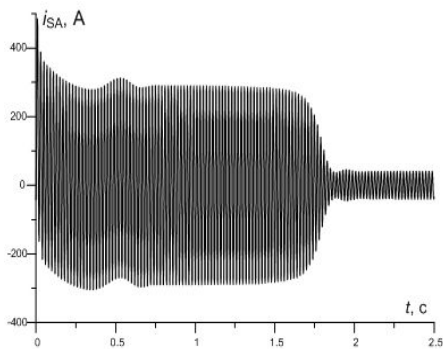


Рис.15. Залежність струму фази A статора в перехідному процесі для першого дослідів.

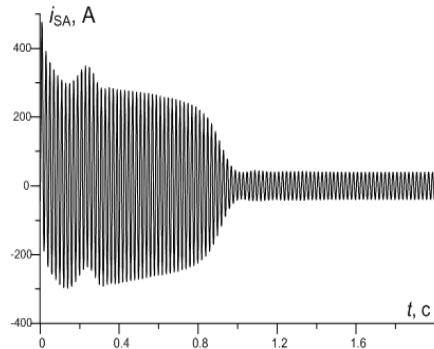


Рис.16. Залежність струму фази A статора в перехідному процесі для другого дослідів.

Комп'ютерний експеримент з достатньою точністю відображає якісний характер основних електромеханічних залежностей натурної осцилограми (рис.14). Час реверсу на рис.14 становить $0,09\text{ с.}$, а на рис.13 (крива 2) – $0,1\text{ с.}$, час подальшого розгону однаковий для двох випадків і становить $0,9\text{ с.}$ Усталене значення струму розрахованого в моделі становить 58 А , а на осцилограмі

55 А . При цьому зауважмо, що на рис. 13–14 показано не механічні швидкості обертання мотора, а електричні. Усталені кутові швидкості обертання становлять: для першого випадку – $311,5\text{ рад./с.}$, для другого – $312,5\text{ рад./с.}$

На рис. 17–18 показано перехідні електромагнітні моменти мотора.

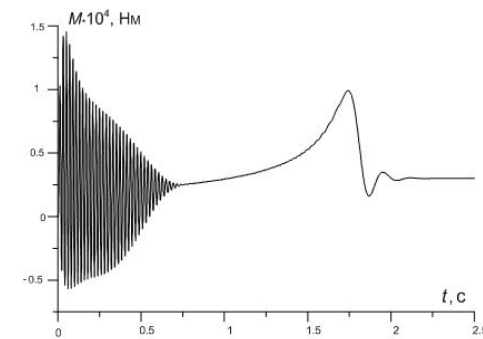


Рис.17. Залежність електромагнітного моменту для першого дослідів, зображеного на рис.13.

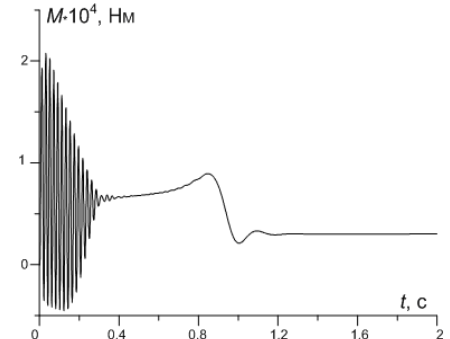


Рис.18. Залежність електромагнітного моменту для другого дослідів, зображеного на рис.13.

Максимальне значення електромагнітного моменту для першого дослідів під час пуску сягає 14500 Нм , а для другого – майже 21000 Нм . Саме глибокопазні мотори, як було сказано вище, характеризуються підвищеним пусковим моментом.

Зі сказаного вище випливає, що застосовувати математичну модель для розрахунку перехідних процесів у потужних глибокопазних моторах, яка не враховує явища скін-ефекту, не можна.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ТА ВИСНОВКИ

У дисертації розв'язано наукову задачу – математичне моделювання перехідних процесів електромеханічних систем зі змінною структурою і розподіленими параметрами на підставі поєднання методів теорії електромагнітного поля і теорії електромагнітних кіл. При цьому отримано такі результати:

1. Побудовані математичні моделі електромеханічних пристроїв та систем, що враховують поверхневий ефект у струмопроводах, насичення сталі магнітопроводів, взаємозв'язок електромагнітних і механічних процесів, змінну структуру електричного кола, несиметрію контурів, уможливили детальний аналіз складних і тривалих перехідних процесів, які відбуваються в експлуатаційних та аварійних станах.

2. Понижено жорсткість нелінійних диференціальних рівнянь електромеханічної системи зі змінною структурою і розподіленими параметрами завдяки поєднання методів теорії електромагнітних кіл та методів теорії електромагнітного поля, що спростило їх числове інтегрування явними методами.

3. Отримано нові модифікації математичних моделей електромеханічних пристроїв і систем, що точніше відтворюють в них складні фізичні процеси, не збільшуючи при цьому порядку системи нелінійних диференціальних рівнянь.

4. Завдяки використанню узагальнених законів комутації, стало можливим урахувати розриви першого роду (стрибоподібні зміни) інтегрованих змінних у такий спосіб, що ці розриви не впливають на жорсткість диференціальних рівнянь стану, а тим самим – на процес їх інтегрування.

5. Розроблений на основі побудованих математичних моделей програмний комплекс за обсягом пам'яті, обчислень, структурою економніший та простіший за існуючі й розширив можливості аналізу довготривалих перехідних процесів.

6. Результати числових розрахунків та натурних експериментів підтвердили правильність прийнятих у основу аналізу допущень, що забезпечують достатню для практичних потреб точність отримуваних результатів.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Чабан В.Й. Симуляція ферорезонансних режимів електричних машин / В.Й. Чабан, Л.А. Білий, І. М. Білозор, В.В. Лишук // Вимірювальна техніка та метрологія, 2002. – №59. – с.193–195.

2. Чабан В. Штучна нейронна мережа як засіб діагностики асинхронних двигунів / В. Чабан, Б. Тварог, А.Чабан, В. Лишук // Електротехніка та електромеханіка”, 2002. – №1. – с.111–116.

3. Чабан В. Математична модель вузла асинхронних машин / В. Чабан, В. Лишук, О. Чабан // Вісник Національного університету ”Львівська політехніка” Електроенергетичні та електромеханічні системи, №511, 2004, с.102–105.

4. Лишук В. Симуляція перехідних процесів у асинхронному приводі / В. Лишук, О. Чабан, В. Чабан // Технічні вісті, 2005/1(20), 2(21), с.48–51.

5. Лишук В. Симуляція перехідних процесів у системах глибокопазних асинхронних моторів / В. Лишук, О. Чабан, В. Чабан // Технічні вісті, 2006/3(24), с.40–43.

6. Чабан В. Математична модель трифазного трансформатора / В. Чабан, В. Лишук // Технічні вісті, 2007/1(25), 2(26), с.72–73.

7. Чабан В. Найпростіші математичні моделі насиченого трифазного трансформатора / В. Чабан, В. Лишук // Електроінформ, – №3, 2007, с.14–15.

8. Лишук В. Математична модель вузла живлення асинхронних моторів з перемінною структурою / В. Лишук // Технічні вісті, 2008/1(27), 2(28), с.67–70.

9. V.Tchaban. Mathematical model of the nondegenerate system of asynchronous motors / V.Tchaban, V.Lyshuk, O.Tchaban // Technical news, 2009/1(29), 2(30), p.23–25.

10. Чабан В. Рівняння комутаційних процесів асинхронних моторів / В. Чабан, В. Лишук / Proceedings of 9-th International Modelling School of AMSE-UAPL, 12-17 September, 2004, Alushta, Ukraine, с.55–56.

11. Чабан В. Алгоритм аналізу комутаційних і перехідних процесів при вимкненні електричних пристроїв у системах / В. Чабан, В. Лишук, З. Гоголь // Proceedings of 10-th International Modelling School of AMSE-UAPL, 12-17 September, 2005, Alushta, Ukraine, с.31–34.

12. Лишук В.В. Комутаційні процеси в електромеханічній системі / В.В. Лишук, М.М. Євсюк, В.М. Ігнатюк // І науково-технічна конференція „Підвищення рівня енергоспоживання в електротехнічних пристроях та системах”. Луцьк – Шацьк, 2006, с.65–69.

АНОТАЦІЯ

Лишук В.В. Математичне моделювання перехідних процесів електромеханічних систем зі змінною структурою і розподіленими параметрами. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя МОН України, 2010.

Дисертацію присвячено математичному моделюванню перехідних процесів у електромеханічних системах, удосконаленню математичних моделей електромеханічних пристроїв та систем зі змінною структурою, із зосередженими і розподіленими параметрами.

Поєднання методів теорії електромагнітних кіл та теорії електромагнітного поля на практиці показує суттєві переваги даного способу розв'язання ряду складних задач теоретичної електротехніки. При такому підході запропоновані математичні моделі дають змогу описати складні фізичні процеси в згаданих пристроях та системах, а саме – насичення магнітопроводів, скін-ефект у струмопроводах, механічний обертовий рух електромагнітних контурів, змінну структуру та несиметрію тощо. Їх відмінність від відомих полягає в представленні системи диференціальних рівнянь електромеханічного стану в нормальній формі Коші, що усуває операцію числового обертання матриці коефіцієнтів на кожному часовому кроці інтегрування.

На підставі узагальнених законів комутації для електричних кіл розв'язано задачу перехідних станів електромеханічної системи при змінній структурі, що супроводжувалося стрибками струмів у їхніх обмотках. Саме завдяки такому підходу було усунено жорсткість диференціальних рівнянь, що суттєво спростило алгоритми їх інтегрування завдяки застосуванню явних числових методів.

Ключові слова: математичне моделювання, електромеханічна система, електротехнічні пристрої, диференціальні рівняння, жорсткість, перехідний процес, комутація, симуляція.

АННОТАЦИЯ

Лишук В.В. Математическое моделирование переходных процессов электромеханических систем с переменной структурой и распределёнными параметрами. – Рукопись.

Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя МОН Украины, 2010.

Диссертация посвящена математическому моделированию переходных процессов в электромеханических системах, усовершенствованию математических моделей электротехнических устройств и систем с сосредоточенными и распределёнными параметрами.

Сочетание методов теории электромагнитных цепей и теории электромагнитного поля на практике показало существенные преимущества данного способа решения ряда сложных задач теоретической электротехники. При таком подходе предложенные математические модели электромеханических устройств и систем дают возможность точно учитывать сложные физические процессы, а именно – насыщение магнитопроводов, скин-эффект в токопроводах, механическое вращательное движение электромагнитных контуров, переменную структуру и несимметрию. Их отличие от традиционных моделей заключается в представлении системы нелинейных дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши. Такая форма записи устраняет операцию численного обращения матрицы коэффициентов на каждом часовом шаге интегрирования и есть наиболее эффективной при анализе систем с переменной структурой. Результаты компьютерных экспериментов показали, что здесь целесообразно использовать явные численные методы, как такие, что обеспечивают простоту алгоритма и его высокое быстродействие.

Скин-эффект у массивных токопроводов глубокопазных асинхронных машин учтено с использованием методов теории электромагнитного поля. Замена токопровода цепными схемами, что характерны для методов электрических цепей, вызывает резкий рост порядка жестких дифференциальных уравнений, потерю точности и неоптимальное использование времени компьютера. Предложенные математические модели асинхронных машин с учетом скин-эффекта дают возможность рассчитывать как интегральные характеристики (токи, напряжения), так и пространственные (напряженности электрического и магнитного полей в сечении токопроводов). В результате такого подхода дифференциальные уравнения становятся нежесткими, а математические модели более экономичными, точными и универсальными.

В работе математические модели максимально ориентированы на численные методы, для которых используется математический аппарат, что базируется на общей теории нелинейных дифференциальных уравнений. На основании построенных моделей отдельных элементов сформировано математическую модель электромеханической системы – модель узла питания асинхронных двигателей. Это дало возможность анализировать различные переходные процессы не только отдельных электротехнических устройств, но и сложных электромеханических систем.

На основании обобщенных законов коммутации развязана задача переходных режимов электромеханической системы при переменной структуре, что сопровождалось прыжками токов в обмотках её элементов. Эта методика дала возможность прыжки токов во времени рассчитывать непосредственно в моменты разрыва интегрирования дифференциальных уравнений по времени. Именно благодаря этому была устранена жесткость дифференциальных уравнений, что существенно упростило алгоритмы анализа переходных процессов.

Математические модели устройств с подвижными электрическими и магнитными контурами, подвижными массивными токо- и магнитопроводами предлагаются исключительно в косоугольных координатах. Построение таких моделей осуществлено путем координатных преобразований в теории электри-

ческих машин. В компьютерных программах использовано A -модели трёхфазных трансформаторов и асинхронных двигателей, что нацелены на простые явные методы интегрирования. Такие модели дали возможность автоматически представить систему дифференциальных уравнений устройств в нормальной форме Коши. При этом уменьшилась жесткость этих уравнений и значительно упростилось использование математической модели электромеханических устройств как полноценных элементов электромеханической системы.

Используя теорию нелинейных дифференциальных уравнений построены алгоритмы и компьютерные программы анализа переходных процессов в различных режимах работы электромеханической системы.

Практическое значение полученных результатов заключается в том, что они позволяют упростить расчеты при проектировании и разработке электротехнических устройств, а также могут быть использованы в прикладных задачах электромеханики.

Ключевые слова: математическое моделирование, электромеханическая система, электротехнические устройства, дифференциальные уравнения, жесткость, переходный процесс, коммутация, симуляция.

ABSTRACT

Lyshuk W.W. Mathematical simulation of transient processes of electromechanical systems with the change of structure and distributing parameters. – Manuscript.

The thesis for a scientific degree of the candidate of technical sciences on speciality 01.05.02 – mathematical modeling and computing methods. – Ivan Pul'uj Ternopil' National Technical University, Ternopil', 2010.

The thesis deals with the development of the theory of mathematical simulation of transient processes in electromechanical systems as well as with the improvement of mathematical models of electrotechnical devices and systems with lumped and distributed parameters.

The combining the theory of electromagnetic circles and the theory of electromagnetic field gives sufficient advantages in solution of complicated problems of theoretical electrical engineering. Such approach enables to describe complicated physical processes in the above mentioned devices, viz. magnetic circuit saturation skin-effect in current circuits, mechanical rotary motion of magnetic circuits. Unlike traditional models, they represent the system of differential equations in the normal Cauchy's form which eliminates the operation of numerical rotation of matrix of coefficients at each step of integration.

Problem of transient regimes of electromechanical systems at disconnection of its elements accompanied by ampere steps in their windings is solved on the ground of generalized laws of commutation for electric circuits. It is owing to this the problem of stiffness of differential equations had been eliminated. The application of explicit numerical methods simplified their integration to sufficient extent.

Key words: mathematical modeling, electromechanical system, electrotechnical devices, differential equations, stiffness, transient process, commutation, simulation.