

УДК 624.014.2:621.81

В. Кондель, канд. техн. наук; К. Заїка; О. Корнєв; А. Шило

Полтавський державний педагогічний університет імені В.Г. Короленка

ДОСЛІДЖЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ФОРМ СКЛАДЕНИХ ПЕРЕРІЗІВ ДЛЯ СТАЛЬНИХ СТИСНУТИХ ЕЛЕМЕНТІВ З УРАХУВАННЯМ УМОВ ЇХ ЗАКРІПЛЕННЯ

Резюме. Робота присвячена дослідженню та проектуванню раціональних форм складених перерізів для сталених стиснутих елементів конструкцій та деталей машин з урахуванням умов їх закріплення. Авторами проведено аналіз експериментальних даних про роботу конструкцій та теоретичних розробок щодо їх розрахунків на стійкість. За результатами досліджень побудовано графіки та запропоновано нові прості формули для визначення розмірів оптимальних перерізів стиснутих конструкцій.

Ключові слова: сталені стиснуті елементи, розрахунки на стійкість, коефіцієнт поздовжнього згинання, раціональні форми складених перерізів, умови закріплення.

V. Kondel, K. Zaika, O. Kornev, A. Shylo

THE INVESTIGATION OF RATIONAL COMPOSITE SECTIONS FOR COMPRESSED STEEL MEMBERS WITH ACCOUNTANCE OF SUPPORT CONDITIONS

The summary. The authors research the rational composite sections of compressed steel structures and parts of machines with accountance of support conditions. The analysis of experimental and theoretical data of the behaviour of compressed structures and their members is provided. The new approaches to the design of optimal sections are described.

Key words: compressed steel members, buckling analysis, stress reduction factor, rational composite sections, support conditions.

Умовні позначення

σ , $[\sigma]$ – робоче та основне допустиме напруження;

F – робоча поздовжня сила;

A – площа поперечного перерізу стиснутого стержня;

$[\sigma]_{st}$ – допустиме напруження на стійкість;

φ – коефіцієнт поздовжнього згинання;

λ – гнучкість стержня;

ξ , i_{\min} – питомий та найменший радіус інерції перерізу;

μ – коефіцієнт зведення довжини стержня;

l – довжина стержня;

I_x , I_y , i_x , i_y – осьові моменти і радіуси інерції перерізу;

α – оптимальна відстань між осями двотаврів або стінками швелерів;

F_{cr} – критична сила для стиснутого елемента;

E – модуль пружності першого роду (модуль Юнга);

I_{\min} – мінімальний момент інерції перерізу;

c – коефіцієнт пружності опори.

Постановка проблеми. Протягом всього терміну експлуатації елементи конструкцій та деталей машин зазнають різних пошкоджень, природа яких залежить від їх напружено-деформованого стану та умов роботи (розтяг або стиск, згинання, кручення, згинання з крученням, високі та низькі температури, змінне навантаження, агресивне середовище, радіаційне опромінення тощо). Для забезпечення міцності,

надійності та довговічності цих елементів слід провести численні дослідження процесів накопичення пошкоджень, зокрема, зародження та розвитку тріщин в матеріалах, з яких вони виготовлені. Одним з основних напрямків запобігання цим негативним явищам або зменшення їх впливу на роботу конструкцій в цілому є дослідження та проектування раціональних форм перерізів.

Серед усіх елементів конструкцій та деталей машин будь-якого сучасного підприємства значну частину складають ті, які працюють на стискання: колони, стійки, верхні пояси ферм, гвинти в передачах гвинт-гайка, циліндричні та конічні гвинтові пружини, голки у швейних машинах та інші. Їх розраховують не тільки на міцність, але й на стійкість, оскільки втрата стійкості є дуже небезпечним явищем, внаслідок якого відбувається некерований ріст деформацій і стиснутий стержень руйнується практично миттєво, що виключає будь-яку можливість вжиття дієвих заходів щодо запобігання аваріям і катастрофам. Саме тому тривалий час проводять дослідження стійкості стиснутих елементів для розробки заходів щодо недопущення подібних надзвичайних ситуацій в майбутньому.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Вагомий внесок для вирішення цієї проблеми внесли видатні вчені XVIII-XX століть Л.Ейлер, Ф.Енгесер, Ф.Ясинський, Л.Тетмайєр, Т.Карман, Ф.Шенлі та інші [1-5]. Вони запропонували формули для визначення критичної сили і напруження, які є небезпечними для стиснутого стержня, в залежності від його гнучкості, матеріалу, способів закріплення кінців, схеми та виду навантаження, а також умову стійкості з коефіцієнтом поздовжнього згинання φ , яку використовують у вищих навчальних закладах багатьох країн світу:

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma]_{st} = \varphi[\sigma]. \quad (1)$$

Досліди [1-4; 6-8] показали, що коефіцієнт φ залежить не тільки від гнучкості стержня λ , але й від міцності матеріалу, з якого він виготовлений. Зокрема, для сталі з підвищенням її міцності та зростанням гнучкості коефіцієнт φ зменшується [9-11], тому для практичних розрахунків виведені формули щодо визначення цього коефіцієнта для звичайних та високоміцних сталей з урахуванням його залежності від вищезгаданих чинників [12].

Одним з основних напрямків запобігання вищезгаданим негативним явищам або зменшення їх впливу на роботу конструкцій в цілому є дослідження та проектування раціональних форм перерізів. З погляду економічності раціональною є така форма поперечного перерізу стійки, при якій найменший радіус інерції i_{\min} при певній площі є найбільшим, тобто чим вище значення питомого радіуса інерції

$$\xi = \frac{i_{\min}}{\sqrt{A}}, \quad (2)$$

тим кращим є переріз. Для коробчастих і трубчастих перерізів $\xi = 1,6 \dots 2,3$ (при $d/D = 0,8 \dots 0,95$; d і D – внутрішній та зовнішній діаметр труби); для кутника – $0,3 \dots 0,5$; двотавра – $0,27 \dots 0,41$; швелера – $0,29 \dots 0,41$; квадрата – $0,289$; круга – $0,293$; прямокутника (при $h = 2b$) – $0,204$.

Аналіз цих даних показує, що раціональними є коробчасті та трубчасті тонкостінні перерізи, але при їх проектуванні слід передбачити розташування діафрагм (ребер жорсткості) на певних відстанях уздовж стержня, які перешкоджають появі місцевих деформацій стінок. Крім того, слід прагнути до того, щоб перерізи були рівностійкими в усіх напрямках. Цьому критерію відповідають коробчасті і трубчасті, квадратні та круглі перерізи. Нераціонально застосовувати двотаврові та суцільні прямокутні перерізи [3-4].

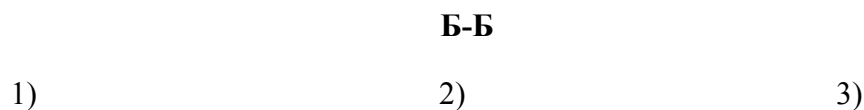
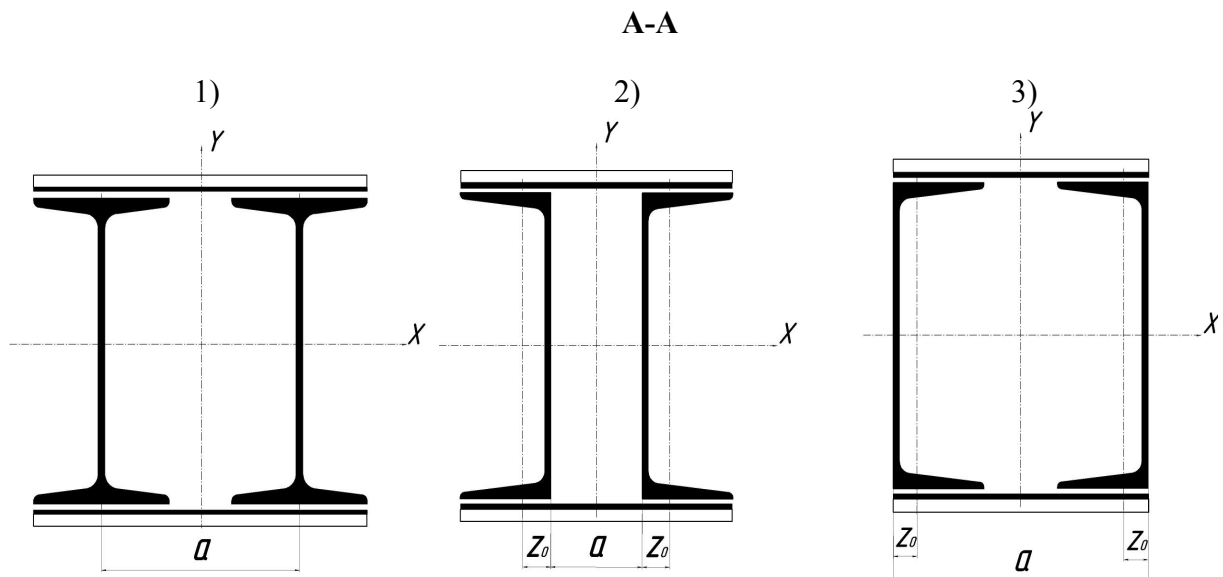
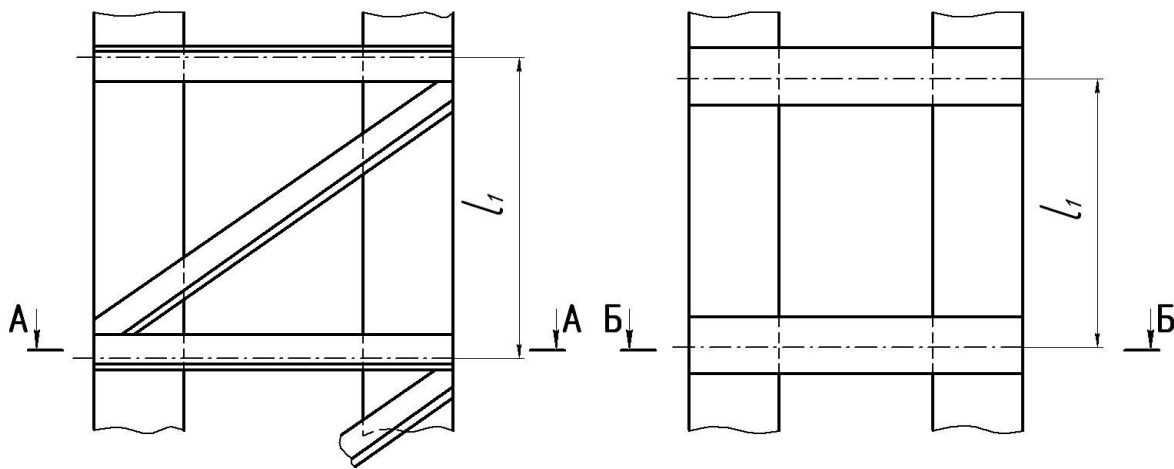
Мета роботи – провести дослідження раціональних форм складених перерізів для сталевих стиснутих елементів конструкцій та деталей машин з урахуванням умов закріплення їх кінців.

Результати досліджень. Дуже часто на практиці колони, стійки, стержні виготовляють складеними із прокатних профілів: двотаврів, швелерів, кутників (рис. 1, 2) [7, 8, 13]. У цьому випадку раціональним є той варіант, коли гнучкість конструкції в двох різних напрямках буде однаковою, тобто

$$\lambda_x = \lambda_y, \quad (3)$$

$$\text{де } \lambda_x = \mu_x l / i_x, \quad \lambda_y = \mu_y l / i_y, \quad (4)$$

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}}, \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}. \quad (5)$$



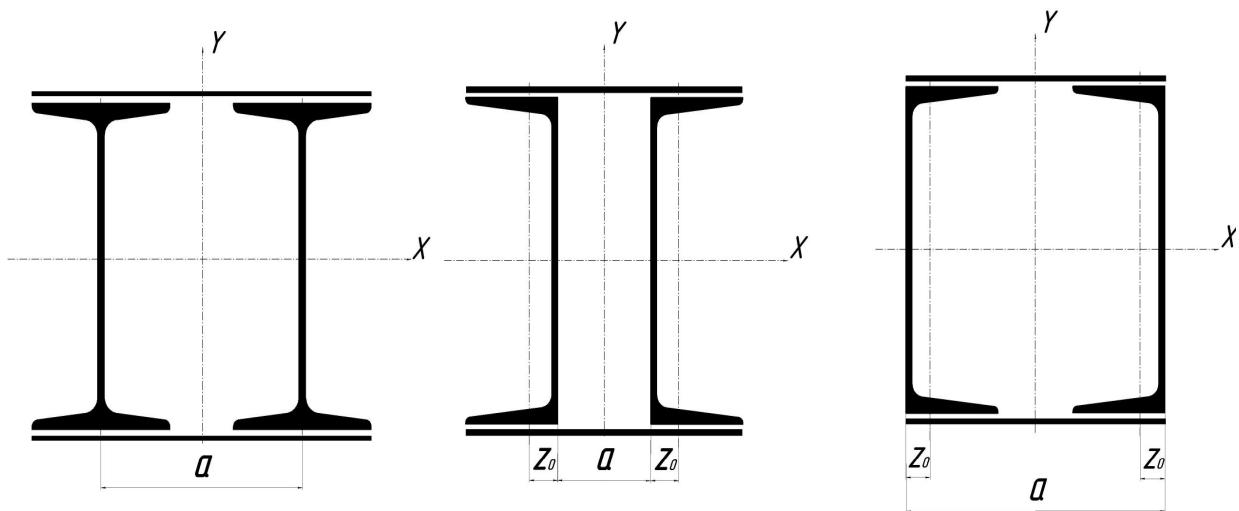


Рис. 1. Варіанти складених перерізів стиснутих конструкцій із двотаврів та швелерів, з'єднаних кутниками або планками

Якщо прийняти $\mu_x = \mu_y = \mu$, тоді залежність (3) матиме вигляд

$$I_x = I_y. \quad (6)$$

Використовуючи цю умову, визначимо відстань α між осями двотаврів (рис. 1, схема 1)

$$\alpha = 2\sqrt{\frac{I'_x - I'_y}{A}}. \quad (7)$$

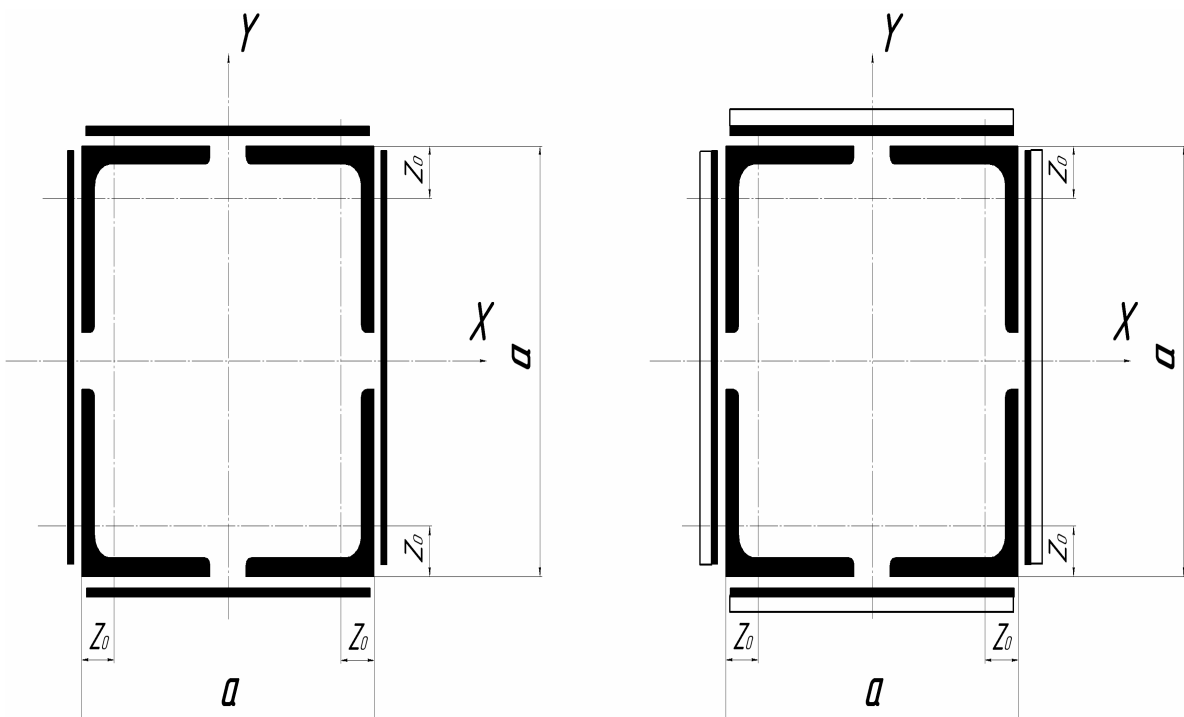


Рис. 2. Варіанти складених перерізів стиснутих конструкцій з кутників

Аналогічно визначаємо відстань α між стінками двох швелерів у складених перерізах:

$$\text{– для схеми 2 (рис. 1)} \quad \alpha = 2 \left(\sqrt{\frac{I'_x - I'_y}{A}} - Z_0 \right), \quad (8)$$

$$\text{– для схеми 3 (рис. 1)} \quad \alpha = 2 \left(\sqrt{\frac{I'_x - I'_y}{A}} + Z_0 \right). \quad (9)$$

За формулами (7-9) можна визначити відстань α для всіх двотаврів (№ 10...60) та швелерів (№ 8...40), причому

$$\alpha = f(N), \quad (10)$$

де N – це номер швелера або двотавра.

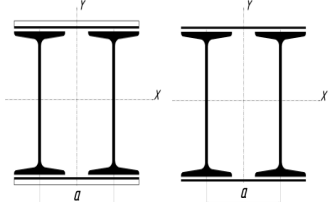
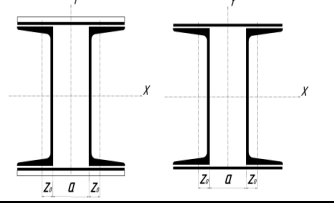
Дослідження показали, що функція (10) має вигляд, який для практичних розрахунків можна прийняти за пряму лінію (рис. 3), тобто

$$\alpha = CN + D, \quad (11)$$

де C і D – параметри в см, визначені за методом найменших квадратів.

Результати всіх розрахунків, подані в таблиці 1, несуттєво відрізняються від експериментальних даних, про що свідчать відповідні невеликі середні арифметичні та квадратичні похибки [14-16].

Таблиця 1 - Результати розрахунків параметрів C і D

№ п/п	Схема	Параметри, см		Середня похибка	
		C	D	арифметична, $ \delta _m$	квадратична, σ_m
1		0,781	0,362	1,42	1,94
2		0,686	-2,304	0,65	0,82

3		0,876	1,883	1,61	2,03
---	--	-------	-------	------	------

Аналогічно можна провести розрахунки для проектування перерізів стиснутих елементів, складених із кутників (рис. 2).

Слід зазначити, що необхідною умовою безпечної роботи складених конструкцій є наявність достатньо міцного кріплення (решітки з кутників або планок) для забезпечення сумісної роботи всіх несучих елементів перерізу (рис. 1).

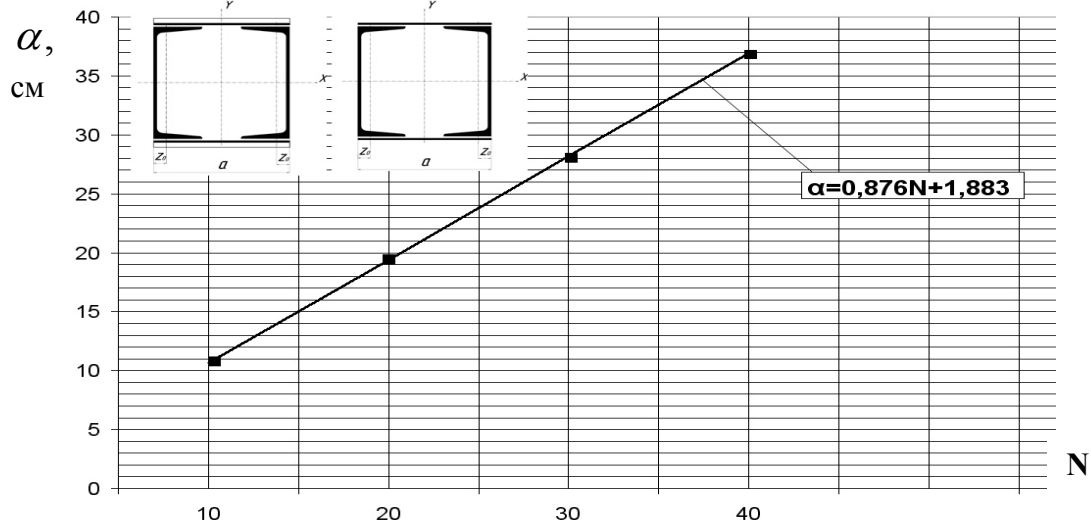
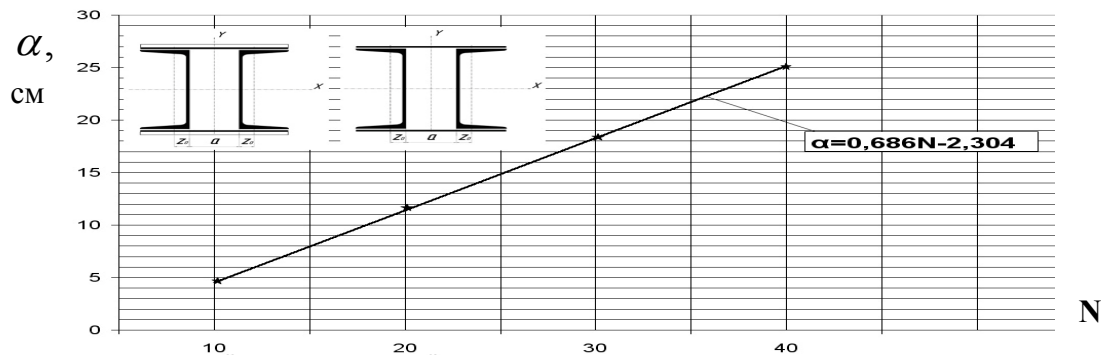
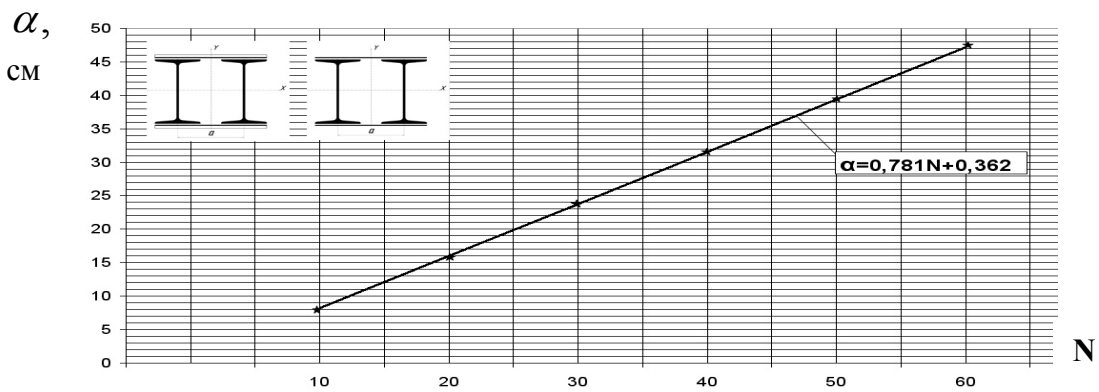


Рис. 3. Залежності $\alpha = f(N)$ для складених перерізів із двотаврів та швелерів

Якщо два швелери або двотаври з'єднати недостатньо міцною решіткою, то кожний елемент складеного стержня буде працювати самостійно і стійкість його виявиться набагато менше стійкості стержня, в якому обидві половини є одним цілим. Саме недостатня увага до проектування надійних з'єднань частин стиснутого стержня складеного перерізу призводила до значних аварій і катастроф, особливо при будівництві великих мостів [1].

Для складених стиснутих конструкцій стійкість відносно матеріальної X та вільної Y осей (рис. 1) перевіряємо різними способами. Перевірку стійкості елемента відносно осі X , яка перетинає переріз, виконуємо як для стінок із суцільними поперечними перерізами. При перевірці стійкості конструкції відносно осі Y , яка не перетинає переріз, коефіцієнт φ знаходимо не як функцію гнучкості λ_y , а як функцію приведеної гнучкості λ_{ef} , яка для випадку решітки з планок (рис. 1, переріз Б-Б)

$$\lambda_{ef} = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_1^2} . \quad (12)$$

При розрахунку гнучкості λ_y вважаємо вісь Y матеріальною віссю. Гнучкість однієї вітки на довжині l_1 (рис. 1) $\lambda_1 = l_1 / i_{\min}$.

Планки розташовуємо таким чином, щоб гнучкість окремих віток була менше гнучкості, визначеної відносно матеріальної осі X (рис. 1), але не більше 40, тобто $\lambda_1 \leq 40$ [7-8].

Аналогічно розраховуємо решітку із кутників (рис. 1, переріз А-А).

Слід зазначити, що на гнучкість стиснутого елемента λ суттєво впливає спосіб закріплення його кінців, що враховується коефіцієнтом зведення довжини μ (рис. 4), який використовується у відомій формулі для визначення критичної сили:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2} . \quad (13)$$

Аналіз залежності (13) показав, що стержень, защемлений з обох кінців ($\mu=0,5$), витримає у 16 разів більше навантаження, ніж такий же стержень, защемлений з одного кінця і вільний з іншого ($\mu = 2$). Але вищенаведені випадки закріплення кінців стержня (рис. 4) на практиці в чистому вигляді зустрічаються досить рідко. Найбільш поширеними є випадки, коли один кінець стержня защемлений, а інший пружно обпертий, або коли обидва кінці пружно закріплені [3, с.497-499; 4, с.451-453].

Розглянемо перший випадок (рис. 5). Після втрати стійкості пружно обпертий кінець стійки переміщується вертикально на величину f_b , при цьому виникає пружна реакція опори R_b , яка, в свою чергу, пропорційна відхиленню f_b :

$$R_b = c f_b , \quad (14)$$

де c – коефіцієнт пружності опори В.

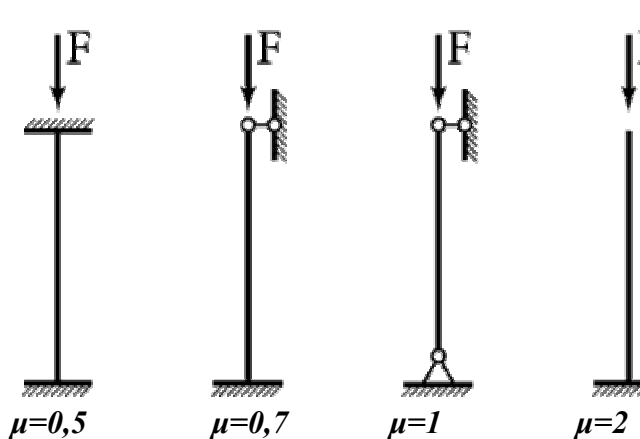


Рис. 4. Залежність коефіцієнтів зведення довжини від способу закріплення кінців стержня

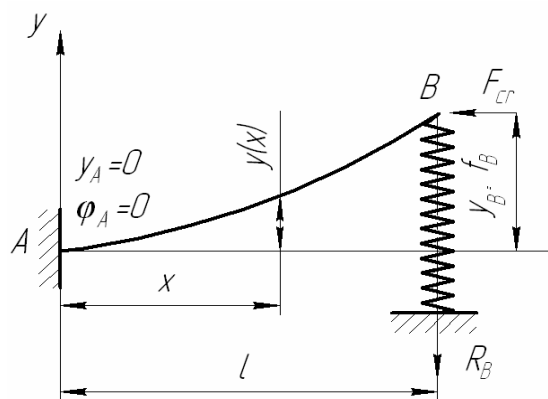


Рис. 5. Стиснутий стержень, защемлений з одного кінця і пружно опертий з іншо

Складемо диференціальне рівняння пружної лінії стиснутого стержня після втрати стійкості:

$$EI_{\min} \frac{d^2 y}{dx^2} = F_{cr}(f_b - y) - cf_b(l - x). \quad (15)$$

$$\text{Позначимо } k^2 = \frac{F_{cr}}{EI_{\min}}. \quad (16)$$

Тоді рівняння (15) матиме вигляд

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = k^2 f_b \left(1 - \frac{cl}{F_{cr}}\right) - k^2 \frac{cf_b}{F_{cr}} x. \quad (17)$$

Рішенням цього диференційного рівняння є залежність

$$y = C \sin kx + D \cos kx + f_b \left(1 - \frac{cl}{F_{cr}}\right) + \frac{cf_b}{F_{cr}} x. \quad (18)$$

Сталі інтегрування C і D та критичне навантаження F_{cr} визначимо з наступних трьох граничних умов:

при $x=0$ переміщення і кут повороту перерізу дорівнюють нулю:

$$y(0) = y_A = 0; \quad \frac{dy}{dx} = \varphi(0) = \varphi_A = 0;$$

при $x=l$ переміщення дорівнюють відхиленню f_b (рис. 5)

$$y(l) = y_b = f_b.$$

Після нескладних математичних перетворень одержимо рівняння

$$\operatorname{tg} kl = kl \left(1 - \frac{F_{cr}}{cl}\right), \quad (19)$$

розв'язавши яке, тобто визначивши найменший корінь k , можна знайти критичне навантаження, оскільки

$$F_{cr} = k^2 EI_{\min}. \quad (20)$$

Розглянемо два граничні випадки. Якщо $c=0$, одержимо $\operatorname{tg} kl = \infty$ або $kl = \pi/2$, тобто маємо випадок, коли лівий кінець стержня жорстко закріплений, а правий – вільний, тоді $\mu=2$ (рис. 4) і критична сила

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(2l)^2}. \quad (21)$$

Якщо $c = \infty$ (дуже жорстка опора), отримаємо $\operatorname{tg} kl = kl$ або $kl = \pi/0,7$, що дає формулу для стержня, один кінець якого защемлений, а інший – шарнірно опертий (рис. 4), тоді $\mu=0,7$ і критична сила

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(0,7l)^2} \quad (22)$$

Висновки.

1. Якщо коефіцієнт пружності опори c змінюється від нуля до нескінченності, це можна врахувати коефіцієнтом зведення довжини стиснутого елемента μ , який при цьому відповідно змінюється від 2 до 0,7.

2. Знаючи лише номер двотавра або швелера (без таблиць з їх геометричними характеристиками), можна за формулою (11) визначити відстань α між осями або стінками профілів в залежності від схеми їх розташування і достатній міцності з'єднаних стиснутих елементів так, щоб запроєктований переріз був раціональним.

Перспективи подальших досліджень. Аналогічні дослідження слід провести для стиснутих стержнів суцільного сталого та змінного поперечних перерізів при різних способах закріплення їх кінців з урахуванням жорсткості опор. Ці розробки дозволять отримати значний економічний ефект, підвищити надійність та довговічність елементів конструкцій та деталей машин і запобігти багатьом аваріям і катастрофам в майбутньому.

Література

1. Беляев Н. М. Сопротивление материалов / Николай Михайлович Беляев. – [15-е изд., перераб.]. – М.: Главная редакция физ.-мат. лит.-ры изд-ва «Наука», 1976. – 608 с.
2. Дарков А. В. Сопротивление материалов: учеб. [для студ. техн. вузов.] / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. – [5-е изд., перераб. и доп.]. – М.: Высшая школа, 1989. – 624 с.
3. Писаренко Г. С. Опір матеріалів : підруч. [для студ. машинобуд. спец. вищ. навч. закл.] / Писаренко Г. С., Квітка О. Л., Уманський Е. С.; за ред. Г. С. Писаренка. – К.: Вища школа, 1993. – 655 с.
4. Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г. С., Яковлев А. П., Матвеев В. В.; отв. ред. Г. С. Писаренко. – К.: Наукова думка, 1988. – 736 с.
5. Терегулов И. Г. Сопротивление материалов и основы теории упругости и пластичности : учеб. [для студ. строит. спец. вузов.] / Ильтизар Гизатович Терегулов. – М.: Высшая школа, 1984. – 472 с.
6. Кинашшвили Р. С. Сопротивление материалов : краткий учебник / Роберт Семенович Кинашшвили; под ред. А. С. Вольмира. – [11-е изд.]. – М.: Главная редакция физ.-мат. лит.-ры изд-ва «Наука», 1975. – 384 с.
7. Лихтарников Я. М. Расчет стальных конструкций : справочное пособие / Лихтарников Я. М., Ладыженский Д. В., Клыков В. М. – [2-е изд., перераб. и доп.]. – К.: Будівельник, 1984. – 368 с.
8. Николаев Г. А. Сварные конструкции. Расчет и проектирование : учеб. [для студ. вузов.] / Г. А. Николаев, В. А. Винокуров; под ред. Г. А. Николаева. – М.: Высшая школа, 1990. – 446 с.
9. Кондель В. Нові пропозиції щодо визначення коефіцієнтів поздовжнього згинання для стиснутих стійок / Володимир Кондель, Катерина Курмаз // Фізика, технічні науки: стан, досягнення і перспективи : матеріали Всеукр. наук.-практ. конф., 30-31 жовтня 2008 р. / Полтавський держ. педагог. ун-т ім. В. Г. Короленка. – Полтава: ФОП Рибалка, 2008. – С. 67–71.
10. Курмаз К. Детальний аналіз коефіцієнтів поздовжнього згинання для стійок, виготовлених з різних матеріалів / Катерина Курмаз // Наукові розвідки студентської молоді в умовах єдиного освітнього простору (присвячені пам'яті академіка Д. О. Тхоржевського) : зб. наук. статей перших наук.-педагог. читань / Полтавський держ. педагог. ун-т ім. В. Г. Короленка. – Полтава: ПДПУ, 2008. – С. 78–83.
11. Новікова К. Оптимальний суцільний переріз стержня за умовою його стійкості / Ксенія Новікова // Наукові розвідки студентської молоді в умовах єдиного освітнього простору (присвячені пам'яті академіка Д. О. Тхоржевського) : зб. наук. статей перших наук.-педагог. читань / Полтавський держ. педагог. ун-т ім. В. Г. Короленка. – Полтава: ПДПУ, 2008. – С. 88–91.
12. Курмаз К. Г. Визначення коефіцієнтів поздовжнього згинання для сталених стиснутих деталей / К. Г. Курмаз, Р. В. Бабенко, А. Ю. Шило // Природничі та гуманітарні науки. Актуальні питання : зб. тез II Всеукр. студ. наук.-техн. конф. в 2 т., 23-24 квітня 2009 р. / Тернопільський держ. техн. ун-т ім. Івана Пулюя. – Т. 1. – Тернопіль: ТДТУ, 2009. – С. 205.
13. Металлические конструкции. Специальный курс : учеб. пособ. для вузов / [Беленя Е. И., Стрелецкий Н. Н., Ведеников Г. С. и др.]; под ред. Е. И. Беленя. – [3-е изд., перераб. и доп.]. – М.: Стройиздат, 1991. – 687 с.

14. Кондель В. М. Удосконалення проектування стиснутих конструкцій – один із напрямків попередження надзвичайних ситуацій / В. М. Кондель, Ю. Г. Максименко // Аспекти безпеки праці, життя та довкілля людини : зб. наук. праць регіональної наук.-практ. конф., 7 лютого 2008 р. / Полтавська держ. аграрна академія. – Вип. 1. – Полтава : ПДАА, 2008. – С. 67–71.
15. Максименко Ю. Нові пропозиції щодо проектування стиснутих складених конструкцій / Юлія Максименко // Наукові розвідки студентської молоді в умовах єдиного освітнього простору (присвячені пам'яті академіка Д. О. Тхоржевського) : зб. наук. статей перших наук.-педагог. читань / Полтавський держ. педагог. ун-т ім. В. Г. Короленка. – Полтава : ПДПУ, 2008. – С. 7–11.
16. Шило А. Загальні принципи добору матеріалу і раціональних форм перерізів для стиснутих стержнів / Альона Шило // Наукові розвідки студентської молоді в умовах єдиного освітнього простору (присвячені пам'яті академіка Д. О. Тхоржевського) : зб. наук. статей перших наук.-педагог. читань / Полтавський держ. педагог. ун-т ім. В. Г. Короленка. – Полтава : ПДПУ, 2008. – С. 83–88.

Одержано 27.10.2009 р