

УДК 631.345.43

Тимофій Рибак, Андрій Бабій

ОБҐРУНТУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ЕФЕКТИВНИХ ОПОР ЦИЛІНДРИЧНИХ РЕЗЕРВУАРІВ

В роботі наведено математичні моделі, які описують контактну взаємодію опорних основ з обичайками циліндричних резервуарів. Змодельовано роботу та визначено параметри опори за заданим законом розподілу контактного тиску.

Ключові слова: надійність, роботоздатність, функціонально-тримкі елементи, бак, резервуар, обичайка, ложемент, опорна основа, контактний тиск, напружений стан.

Боротьба з бур'янами, шкідниками та хворобами в сільсько-господарському виробництві займає вагоме місце поряд із іншими операціями технологічного процесу вирощування будь-якої культури. Для припинення їх росту та повного знищення найефективнішим на даний час залишається використання хімічних препаратів, які вносять, переважно, обприскувачами — штанговими або вентиляторними.

Для своєчасного виконання поставлених завдань перед вказаним рядом машин однією з необхідних умов є забезпечення надійності й роботоздатності їх відповідних вузлів та елементів. Крім того, для експлуатаційників є важливим модернізувати парк старих машин, оскільки нові мають значну вартість.

Машини для хімічного захисту рослин сільськогосподарського призначення мають свою особливу специфіку експлуатування. Її характерною ознакою є навантаження, що сприймаються тримками та функціонально-тримкими вузлами чи елементами самої машини. Одним із дуже важливих технологічних вузлів таких машин є бак для робочих рідин (отрутохімікатів). Такі ємності розраховують як пологі оболонки, при цьому використовують різні під-

ходи, яким передує розв'язок контактної задачі, розв'язання якої пов'язане з певними труднощами.

Багато вчених працювали і працюють над вирішенням вказаних проблем [1–7]. Розроблені рішення не завжди приносять бажаний практичний інтерес, тому є актуальним знаходження нових, більш ефективних. Проблема полягає в отриманні результатів, переважно у вигляді формальних розв'язків поставлених складних задач, які для інженерних кадрів конструкторських бюро пов'язані з труднощами через застосований надто складний математичний апарат. Для знаходження простіших рішень, які б задовольняли ці вимоги, потрібно провести аналіз самого фізичного процесу, що стосується взаємодії оболонки із опорною основою [1].

Мета роботи — запропонувати ефективну методику розрахунку баків, наприклад обприскувачів, і на її основі провести обґрунтування конструктивних параметрів опор, що у підсумку забезпечує раціональні значення напружено-деформованого стану самого бака.

Із проведеного аналізу способів закріплення обичайок баків досить вигідним є кріплення їх на опорах у вигляді ложементів. Цей спосіб характерний тим, що не вимагає від оболонки якихось обов'язкових конструктивних елементів у порівнянні з баками, які кріпляться «за фланець». Такі резервуари набули широкого розповсюдження на моделях різних типів обприскувачів і кріпляться на ложементах у вигляді однієї центральної опори, двох симетричних, чотирьох і т.д.

Існуючі недоліки таких кріплень проявляються певним характером руйнувань в околі опор, які спричинені рядом факторів, серед яких можна виділити такі: невідповідність режимів експлуатації машини, технологічні дефекти, що закладені ще на стадії виготовлення, не цілковита відповідність теоретичних розрахунків до реальних умов експлуатації, тобто наближеність даних розрахунків. Якщо перші два фактори можна виправити шляхом дотримання поставлених вимог експлуатації чи виготовлення машини, то для третього — необхідна додаткова база експериментальних і теоретичних досліджень. Щоб досягти поставленої мети, необхідно провести певні експериментальні дослідження. В даному випадку

для встановлення реальної динаміки навантаженості необхідно визначити закон зміни рівнодійних моментів на опорах, а також закон розподілу контактного тиску в околі опор обичайок баків обприскувачів. Першу половину поставленої задачі легко можна виконати провівши експериментальні дослідження в реальних умовах експлуатації машини з використанням динамометрів [3,4], що встановлюються під опорами обичайок баків. Досліджувати ж закону розподілу контактного тиску в околі опор можна тензометруванням цієї області, оскільки саме невідповідні його значення є причиною концентрації напружень та зародження і розвитку втомних тріщин в обичайці бака. В багатьох працях учених розглядаються подібні задачі [1,2,5,7], але всі вони практично однотайні в тому, що на краях таких опорних основ (типових) спостерігається максимальний контактний тиск. Причиною такого розподілу є невідповідність жорсткостей обичайки бака та опорної основи в її координатному полі. Багато дослідників по-різному вирішували такі завдання, наприклад, у праці [3] при проведенні комплексних досліджень причин руйнування металевих баків причіпних обприскувачів зроблено висновок про неправильність вибору основних елементів опор і технології з'єднання опорних накладок з обичайкою баків. Усунення цих недоліків шляхом конструктивних доробок призвело до зміни конструкції опорної основи, збільшуючи ширину накладки та кут обхвату нею обичайки бака. Такі методи вирішення існуючих проблем не є вельми популярними, оскільки вони призводять до підвищення матеріаломісткості машини, а, відповідно, і її маси, що є небажаним явищем у машинобудуванні. Іншим прикладом до вирішення аналогічної проблеми концентрації контактної тиску між опорною основою та циліндричним резервуаром є праця [5]. Тут згладжування піків контактної тиску пропонується шляхом використання пружних прокладок змінної товщини. Таке рішення практичного застосування не знайшло, оскільки згідно з проведеними теоретичними дослідженнями, геометричні розміри розрахованої товщини пружної прокладки мають великий діапазон значень, що суттєво утруднює її практичне використання.

Підсумовуючи ймовірні причини виходу з ладу сільськогосподарських обприскувачів, доходимо висновку, що важливе місце в

збереженні їх роботоздатності відводиться саме питанням міцності обичайок баків. Довготривала робота забезпечується завдяки якісному їх проектуванню у поєднанні з опорною основою. Акцентуючи на своїх дослідженнях, що стосуються кріплення обичайки бака на ложементях, ми повинні отримати оптимальне рішення, яке задовольнятиме вимоги практики та матиме невелику похибку при теоретичних розрахунках. Величина похибки повинна бути в межах тієї теорії, на основі якої повинен будуватися розв’язок даної задачі.

Для того, щоб розв’язати контактну задачу або ж уникнути її розв’язування, потрібно спочатку проаналізувати розроблені теоретичні моделі дії опор на резервуар.

Аналіз задач про взаємодію циліндричної оболонки і пружних опор показує, що контактний тиск суттєво зростає у приграничних зонах областей контакту [5]. Для випадку прямокутних опор приймемо закон розподілу контактного тиску (рис. 1);

$$q(\alpha_1, \alpha_2) = Ach(a_1(\alpha_1 - \alpha_1^0))ch(a_2(\alpha_2 - \alpha_2^0)) \quad (1)$$

де $|\alpha_1 - \alpha_1^0| < b_1$, $|\alpha_2 - \alpha_2^0| < b_2$

(α_1^0, α_2^0) — координати центра прямолінійної опори;

$2b_1, 2b_2$ — довжини сторін прямолінійної опори;

A, a_1, a_2 — сталі величини.

Вважаємо, що резервуар взаємодіє з чотирма симетрично розміщеними опорами, рис. 1.

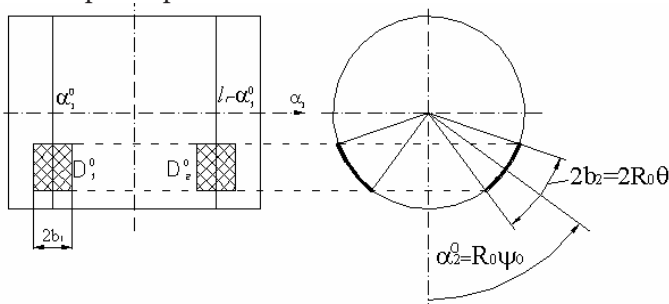


Рисунок 1. Розрахункова схема резервуара при дії на нього чотирьох симетричних опор.

Розглядаючи половину циліндричної оболонки $\Pi = \{\alpha_1, \alpha_2\} : 0 < \alpha_1 < l_1, 0 < \alpha_2 < l_2\}$, $l_2 = R_0\pi$, і позначивши області взаємодії опори з циліндричною оболонкою через D_1^0, D_2^0 ,

$$D_1^0 = \{\alpha_1, \alpha_2\} : |\alpha_1 - \alpha_1^0| \leq b_1, |\varphi - \psi_0| \leq \theta\}$$

$$D_2^0 = \{\alpha_1, \alpha_2\} : |\alpha_1 - l_1 + \alpha_1^0| \leq b_1, |\varphi - \psi_0| \leq \theta\},$$

де R_0 — радіус оболонки;

ψ_0 — кут, що зв'язує початок координат з центром опори;

2θ — кут охоплення опорою обичайки бака.

Запишемо математичну модель дії опор на оболонку у вигляді одного виразу

$$q(\alpha_1, \alpha_2) = \begin{cases} A \cdot ch [a_1(\alpha_1 - \alpha_1^0)] ch [a_2(\alpha_2 - \alpha_2^0)], & (\alpha_1, \alpha_2) \in D_1^0, \\ A \cdot ch [a_1(\alpha_1 - l_1 + \alpha_1^0)] ch [a_2(\alpha_2 - \alpha_2^0)], & (\alpha_1, \alpha_2) \in D_2^0, \\ 0, & (\alpha_1, \alpha_2) \notin D_1^0, (\alpha_1, \alpha_2) \notin D_2^0. \end{cases} \quad (2)$$

Знайдемо розвинення функції (2) в ряд Фур'є

$$q(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{4}{l_1 l_2} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varphi(\delta, k, m) \varepsilon_m A_{km} \sin\left(\frac{k\pi}{l_1} \alpha_1\right) \cos\left(\frac{m\pi}{l_2} \alpha_2\right), \quad (3)$$

де

$$\varphi(\delta, k, m) = \left[\frac{\sin\left(\frac{\lambda_{1k}\delta}{2}\right)}{\frac{\lambda_{1k}\delta}{2}} \right]^2 \cdot \left[\frac{\sin\left(\frac{\lambda_{2m}\delta}{2}\right)}{\frac{\lambda_{2m}\delta}{2}} \right]^2, \quad \delta = 2h/2 = h;$$

$2h$ — товщина стінки оболонки;

$$\varepsilon_m = \begin{cases} \frac{1}{2}, & m = 0, \\ 1, & m \geq 1. \end{cases}$$

$$A_{km} = \frac{16Ab_1\theta}{l_1\pi} \sin\left(\frac{k\pi\alpha_1^0}{l_1}\right) \cos(m\psi_0) \cdot I_k^{(2)} I_m^{(3)} [1 - (-1)^k]$$

тут

$$I_k^{(2)} = \frac{\frac{k\pi b_1}{l_1} ch(a_1 b_1) \sin\left(\frac{k\pi b_1}{l_1}\right) + (a_1 b_1)^2 sh(a_1 b_1) \cos\left(\frac{k\pi b_1}{l_1}\right)}{\left(\frac{k\pi b_1}{l_1}\right)^2 + (a_1 b_1)^2},$$

$$I_m^{(3)} = \frac{m\theta \cdot ch(a_2 R_0 \theta) \sin(m\theta) + (a_2 R_0 \theta)^2 sh(a_2 R_0 \theta) \cos(m\theta)}{(a_2 R_0 \theta)^2 + (m\theta)^2}.$$

Ряд (3) запишемо ще у вигляді

$$q(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{-8A}{l_1 \pi} \sum_{k=1,3,\dots}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \varphi(\delta, k, m) \varepsilon_m \varphi_{km}^0 \sin\left(\frac{k\pi}{l_1} \alpha_1\right) \cos(m\varphi), \quad (4)$$

де
$$\varphi_{km}^0 = -4b_1 \theta \sin\left(\frac{k\pi \alpha_1^0}{l_1}\right) \cos(m\psi_0) I_k^{(2)} I_m^{(3)}.$$

Коефіцієнт A у формулі (4) можна виразити через вертикальну складову p_B контактного тиску на одній опорі

$$p_B = \int_{D_1^0} q(\alpha_1, \alpha_2) ds = R_0 \int_{\alpha_1^0 - b_1 \psi_0 - \theta}^{\alpha_1^0 + b_1 \psi_0 + \theta} \int q(\alpha_1, \alpha_2) \cos \varphi d\alpha_1 d\varphi.$$

Підставивши в цю формулу відповідний вираз (2), знайдемо

$$A = \frac{p_B a_1}{4R_0 \theta I_1^{(3)} sh(a_1 b_1) \cos \psi_0}. \quad (5)$$

Для випадку сталого контактного тиску на опорах та прийнявши у формулі (2) $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, отримаємо

$$q(\alpha_1, \alpha_2) = \begin{cases} A, & (\alpha_1, \alpha_2) \in D_1^0, \\ A, & (\alpha_1, \alpha_2) \in D_2^0, \\ 0, & (\alpha_1, \alpha_2) \in \bar{D}_1^0, (\alpha_1, \alpha_2) \in \bar{D}_2^0. \end{cases} \quad (6)$$

Розвинення функції $q(\alpha_1, \alpha_2)$ у ряд має вигляд (4), (5), де

$$I_k^{(2)} = \frac{\sin\left(\frac{k\pi b_1}{l_1}\right)}{\left(\frac{k\pi b_1}{l_1}\right)}, \quad I_m^{(3)} = \frac{\sin(m\theta)}{m\theta}, \quad (m \neq 0), \quad I_0^{(3)} = 1.$$

Випадак двох опор кріплення резервуара. Розглянемо навантаження на резервуар від дії двох опор, рис. 2.

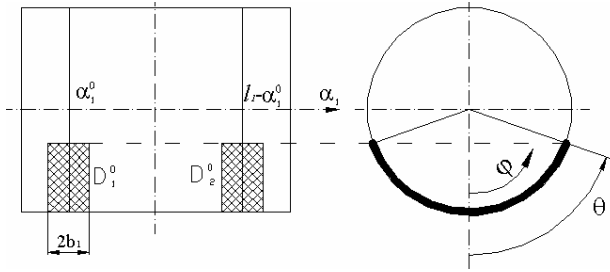


Рисунок 2. Розрахункова схема навантаження на резервуар від дії двох опор.

У цьому випадку області контакту задаються у вигляді

$$D_1^0 = \{(\alpha_1, \alpha_2) : |\alpha_1 - \alpha_1^0| \leq b_1, 0 \leq \varphi \leq \theta\}$$

$$D_2^0 = \{(\alpha_1, \alpha_2) : |\alpha_1 - l_1 + \alpha_1^0| \leq b_1, 0 \leq \varphi \leq \theta\}$$

Вираз контактного тиску матиме вигляд

$$q(\alpha_1, \alpha_2) = \begin{cases} A \cdot ch[a_1(\alpha_1 - \alpha_1^0)] ch(a_2 \alpha_2), & (\alpha_1, \alpha_2) \in D_1^0, \\ A \cdot ch[a_1(\alpha_1 - l_1 + \alpha_1^0)] ch(a_2 \alpha_2), & (\alpha_1, \alpha_2) \in D_2^0, \\ 0, & (\alpha_1, \alpha_2) \notin D_1^0, (\alpha_1, \alpha_2) \notin D_2^0. \end{cases} \quad (7)$$

Розвинення функції (7) в ряд має вигляд (4), де

$$\varphi_{km}^0 = -4b_1\theta \sin\left(\frac{k\pi\alpha_1^0}{l_1}\right) I_k^{(2)} I_k^{(3)} \quad (8)$$

Випадок однієї опори кріплення резервуара. Вважаємо, що резервуар лежить на одній симетрично розміщеній опорі, рис. 3.

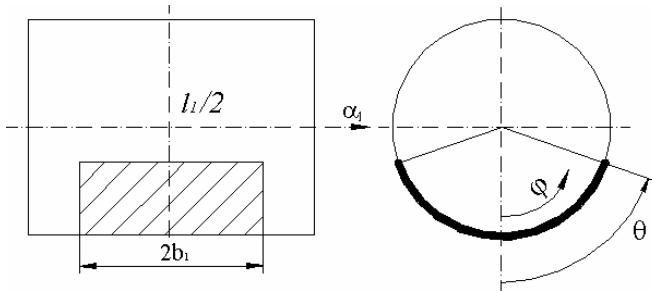


Рисунок 3. Розрахункова схема резервуара, що лежить на одній симетрично розміщеній опорі.

Область контакту позначимо через D ,

$$D = \left\{ (\alpha_1, \alpha_2) : \left| \alpha_1 - \frac{l_1}{2} \right| \leq b_1, \quad 0 \leq \varphi \leq \theta \right\}.$$

Вираз контактної тиску матиме вигляд

$$q(\alpha_1, \alpha_2) = \begin{cases} A \cdot ch \left[a_1 \left(\alpha_1 - \frac{l_1}{2} \right) \right] \cdot ch(a_2 \alpha_2), & (\alpha_1, \alpha_2) \in D, \\ 0, & (\alpha_1, \alpha_2) \notin D. \end{cases} \quad (9)$$

Розвинення функції (9) має вигляд (4), де

$$\varphi_{km}^0 = -4b_1\theta \sin\left(\frac{k\pi}{2}\right) I_k^{(2)} I_m^{(3)}. \quad (10)$$

Отже, ми представили математичні моделі, які описують контактний тиск від дії розглядуваних опорних основ на обичайку бака обприскувача. Плавність його розподілу в кожному конкретному випадку досягаємо шляхом підбору (для відомих законів) чи із додаткових досліджень значень коефіцієнтів a_1 , a_2 і таким чином уникаємо розв'язку контактної задачі та достатньо просто аналізуємо напружено-деформований стан самої обичайки, використовуючи прийняту теорію розрахунку оболонки. Або ж із проведеного аналізу даних законів розподілу контактної тиску приймаємо найефективніший, наприклад сталий контактний тиск, який дозволить повною мірою використовувати всю площу опорної поверхні й тоді поставлену мету досягаємо шляхом розв'язування оберненої задачі, що полягає у знаходженні такої геометрії опори, яка забезпечить цей заданий закон розподілу контактної тиску на обичайку бака.

Для цього необхідно змодельовати роботу опор. Вважаємо, що опора — це балка, яка має сталу ширину і змінну товщину [1, 7]. По довжині серединна лінія балки має форму відрізка кола $2S_0$, радіуса R_0 з центральним кутом 2θ , $S_0 = R_0\theta$.

Рівняння згину балки змінної товщини $h_0 = h_0(\alpha_0)$ має вигляд:

$$\frac{dQ_0}{d\alpha_0} = -2bq, \quad Q_0 = \frac{dM_0}{d\alpha_0}, \quad M_0 = -D_0 \frac{d^2 w_0}{d\alpha_0^2}, \quad (11)$$

$$\frac{d^2}{d\alpha_0^2} \left(D_0 \frac{d^2 w_0}{d\alpha_0^2} \right) = 2bq,$$

де $D_0 = \frac{b^3 h^3}{6}$; E_0 — модуль Юнга матеріалу; α_0 — тангенціальна координата; q — контактний тиск; b — ширина опори.

Знайдемо розв'язок системи рівнянь (11), що задовольняє умови

$$Q_0(S_0) = 0, \quad M_0(S_0) = 0. \quad (12)$$

Вважаємо, із урахуванням умов контакту і симетричності навантаження, що заданими є прогин опори $w_0(\alpha_0) = w_0(-\alpha_0)$ і контактний тиск $q(\alpha_0) = q(-\alpha_0)$.

Опускаючи проміжні викладення, приходимо до кінцевого виразу товщини опори

$$h^3 = \frac{12}{E_0} \frac{d^2 w_0}{d\alpha_0^2} \int_0^{s_0} (\alpha_0 - t) q(t) dt. \quad (13)$$

Якщо прийняти, що контактний тиск сталий $q(\alpha_0) = A$, то з (13) отримуємо

$$h^3 = \frac{6}{E_0} \frac{d^2 w_0}{d\alpha_0^2} A (S_0 - \alpha_0)^2. \quad (14)$$

Отже, було отримано кінцевий вираз закону зміни товщини опори, яка забезпечує заданий закон розподілу контактного тиску.

Висновок. Проведено обґрунтування основних параметрів опорних основ для циліндричних резервуарів, наведено математичні вирази, що описують їх роботу, та наведено математичну модель опори змінної товщини за вибраним ефективним законом розподілу контактного тиску опори на обичайку бака. Така мето-

дика дозволяє проводити аналіз напруженого стану циліндричного резервуару, визначати його оптимальні параметри та проектувати ефективні конструкції опорних основ.

Література

1. Моссаковский В. И. Контактные задачи теории оболочек и стержней / В. И. Моссаковский, В. С. Гудрамович — М.: Машиностроение, 1978. — 248 с.
2. Моссаковский В. И. Контактные взаимодействия элементов оболочечных конструкций / В. И. Моссаковский, В. С. Гудрамович, Е. М. Makeев — Киев: Наук. думка, 1988. — 288 с.
3. Рибак Т. І. Підвищення надійності машин для хімічного захисту у рослинництві / Рибак Тимофій Іванович. — К.: Урожай, 1986. — 104 с.
4. Рыбак Т. И. Методы оценки несущей способности и долговечности машин для химической защиты в растениеводстве / Т. И. Рыбак. — К.: Наукова думка, 1985. — 232 с.
5. Сухорольський М. А. Математичні моделі та методи механіки тонкостінних пружних тіл при локальних навантаженнях: Дис. док. фіз.-мат. наук: 01.02.04 / М. А. Сухорольський. — Львів, 2003. — 298 с.
6. Сухорольський М. А. Взаємодія циліндричної оболонки з опорами змінної товщини / М. А. Сухорольський, Т. І. Рибак, А. В. Бабій // Вісник Тернопільського державного технічного університету. — Тернопіль: ТДТУ, 2005. — Т. 10, № 2. — С. 5–10.
7. Шевляков Ю. А. К вопросу о действии сосредоточенных воздействий на пологие оболочки / Ю. А. Шевляков, В. П. Шевченко // Концентрация напряжений. — Киев: Наук. думка, 1965. — Вып. 1. — С. 326–337.

Tymofiy Rybak, Andriy Babiy

SUBSTANTIATION OF PARAMETERS FOR EFFECTIVE SUPPORTS OF CYLINDRIC RESERVOIRS

The mathematical models of in-process contact pressure of supports with purflings of cylinder reservoirs are presented. The action of supports is modelled on the basis of contact pressure distribution law. The principal parameters of support are found.

Keywords: *reliability, fitness, functional and bearings elements, reservoir, purfling, cradle, supporting basis, contact pressure, tense state.*