

Міністерство освіти і науки України
ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ПУЛЮЯ

ГЕМБАРА
Наталія Олександрівна

УДК 517.958 : 536.12 : 620.198

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ
ПЛАСТИН І ОБОЛОНОК З БАГАТОШАРОВИМИ
ПОКРИТТЯМИ**

01.05.02 - математичне моделювання та обчислювальні методи

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Тернопіль - 2014

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Українській академії друкарства Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор технічних наук, професор
Лучко Йосип Йосипович,
Львівська філія Дніпропетровського національного
університету залізничного транспорту ім. академіка
В. Лазаряна Міністерства освіти і науки України,
професор кафедри рухомого складу і колії.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, старший науковий співробітник
Гайвась Богдана Іванівна,
Центр математичного моделювання
ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України,
провідний науковий співробітник відділу неklasичних
задач механіки і тепломасопереносу;
доктор технічних наук, професор
Власюк Анатолій Павлович,
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. академіка Степана Дем'янчука, завідувач кафедри
інформаційних систем та обчислювальних методів.

Захист відбудеться “___” _____ 2014 р., о 14 годині, на засіданні спеціалізованої Вченої ради Д 58.052.01 Тернопільського національного технічного університету ім. Івана Пулюя за адресою: 46001, м. Тернопіль, вул. Руська, 56.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Тернопільського національного технічного університету ім. Івана Пулюя за адресою: 46001, м. Тернопіль, вул. Руська, 56.

Автореферат розісланий “___” _____ 2014 р.

Вчений секретар спеціалізованої
вченої ради Д 58.052.01

Шелестовський Б. Г.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Оболонки та пластини широко використовуються як конструктивні елементи в різних областях сучасної техніки (в парових і газових турбінах, у хімічних та ядерних реакторах, у реактивних двигунах тощо). З метою захисту від впливу агресивного середовища, зміцнення, теплоізоляції та ін. їх покривають тонкими шарами інших матеріалів. Зазвичай ці оболонкові елементи працюють в складних умовах нерівномірного нагрівання, яке спричиняє значні температурні напруження і, тим самим, суттєво впливає на несучу здатність конструкції в цілому та призводить до передчасного руйнування покриттів. Величина і закон розподілу температурних напружень залежить від характеру температурного поля. Тому вдосконалення методів його розрахунку у таких системах є актуальною задачею і має великий практичний інтерес.

Математичне моделювання є ефективним методом вивчення фізичних процесів, значний вклад у розвиток якого внесли: А.П. Власюк, Б.І. Гайвась, М.В. Заблоцький, Р.М. Кушнір, В.В. Маринець, М.В. Марчук, А.П. Олійник, Б.Л. Пелех, В.С. Попович, М.В. Приймак, М.М. Стадник, В.Ф. Чекурін, О.Ю. Чернуха, Б.І. Яворський.

Моделюванню процесу теплопровідності в оболонках і пластинах присвячено багато наукових праць. Проте, огляд і аналіз літератури показує, що теоретичних досліджень теплопереносу в оболонках з тонкими багатшаровими покриттями проведено недостатньо. Експериментальні ж дані свідчать про те, що змінність теплоємності та теплопровідності тонких приповерхневих шарів чи покриттів враховувати необхідно.

Таким чином, побудова та реалізація математичних моделей нестационарних процесів теплопровідності в оболонкових елементах конструкцій з багатшаровими покриттями, які дозволяють враховувати теплофізичні характеристики всіх шарів покриття, є актуальним та важливим науково-технічним завданням.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дослідження за темою дисертації виконувались відповідно до планів науково-дослідних робіт кафедри інженерної механіки Української академії друкарства, а також у межах держбюджетної науково-дослідної теми Філії Державного дорожнього інституту імені М. П. Шульгіна «Львівського регіонального науково-технічного центру» (2007–2008 рр., договір № 02/07-11).

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є побудова математичних моделей нестационарних процесів теплопровідності оболонок та пластин з багатшаровими покриттями в умовах нерівномірного нагріву.

Для досягнення мети потрібно було вирішити такі основні завдання:

- моделювання впливу багат шарового покриття спеціальними крайовими умовами конвективного теплообміну оболонки з робочим середовищем;
- побудова математичних моделей теплопровідності оболонок і пластин з багат шаровими покриттями;
- розв'язання нових практично важливих задач теплопровідності пластин та циліндричних оболонок з односторонніми та двосторонніми покриттями;
- встановлення впливу багат шарового покриття на температурне поле оболонкових елементів конструкцій.

Об'єкт дослідження – процес теплопровідності оболонок і пластин з багат шаровими покриттями.

Предмет дослідження – математичні моделі теплопровідності оболонок і пластин з тонкими багат шаровими покриттями.

Методи дослідження. При побудові математичних моделей кількісного опису теплопровідності в оболонках з покриттями використано відомі підходи теорії теплопровідності оболонок. Для розв'язання диференціальних рівнянь у частинних похідних 2-го порядку застосовувалися метод інтегрального перетворення Лапласа за часом та метод Фур'є.

Наукова новизна одержаних результатів:

- отримала подальший розвиток кількісна теорія теплопровідності оболонок з урахуванням багат шарових покриттів;
- вперше сформульовано математичні моделі теплопровідності для оболонок з багат шаровими покриттями (одностороннє та двостороннє), які відрізняються від існуючих урахуванням теплофізичних характеристик усіх шарів покриття, що дозволяє підвищити точність розрахунків теплових режимів тонкостінних конструкцій з покриттями;
- на основі побудованих вихідних співвідношень уперше сформульовано відповідні крайові задачі теплопровідності для оболонок з багат шаровими покриттями, які описують конкретні процеси теплопереносу в промислових нагрівальних апаратах з плоскими (пластини) та циліндричними (циліндричні оболонки) елементами з урахуванням різних коефіцієнтів теплообміну з їх поверхонь;
- вперше отримано розв'язки стаціонарних та нестаціонарних задач теплопровідності для круглї пластини з двосторонніми тонкими багат шаровими покриттями, поверхні якої контактують з зовнішніми середовищами різних температур;
- вперше отримано розв'язки стаціонарних та нестаціонарних задач теплопровідності для циліндричної оболонки з односторонніми багат шаровими покриттями з різними теплофізичними властивостями.

Практичне значення отриманих результатів. Результати, отримані в дисертаційному дослідженні, можуть використовуватись при розв'язуванні практичних задач, які описуються рівняннями теплопровідності в оболонках та пластинах з тонкими покриттями. Зокрема, отримані прості аналітичні розв'язки дозволяють виконувати уточнений розрахунок теплових режимів тонкостінних конструкцій, що забезпечує їх надійну роботу.

Результати розрахунків використано при розробці «Рекомендацій із вимірювання характеристик напружено-деформованого стану елементів мостів при змінних температурах», виконаних на замовлення Філії Державного дорожнього інституту імені М.П. Шульгіна «Львівського регіонального науково-технічного центру» (2007 – 2008 рр., договір №02/07-11), при дослідженні водневої стійкості корпусів реакторів гідрокрекінгу нафти, виконаних ТзОВ «Дослідний завод «Промкотлосервіс» на замовлення ВАТ «Іжорські заводи» (Росія) в рамках договору № IZ/04100/K19-01, при укладанні довідникового посібника Лучка Й.Й., Сулима Г.Т., Кир'яна В.І. «Механіка руйнування мостових конструкцій та методи їх залишкової довговічності» (за редакцією В.В. Панасюка і Й.Й. Лучка), а також стали основою науково-практичного видання «Рекомендації із визначення температури в оболонках та пластинах з багат шаровими покриттями» Й.Й. Лучка та Н.О. Гембари.

Особистий внесок здобувача. Всі наукові результати, включені в дисертацію, отримані здобувачем самостійно. У публікаціях, написаних у співавторстві, дисертанту належить участь у постановці задачі, побудові математичної моделі та проведенні математичних викладок [4,8,10]; у публікації [2] виписано крайові умови та знайдено розв'язок задачі; у роботах [6, 11] сформульовано задачу та проведено аналіз розв'язків; у [5,9] автором побудовано математичну модель та проведено числові дослідження.

Формулювання мети і задачі дисертації та обговорення результатів виконано разом з науковим керівником.

Апробація результатів дисертації. Матеріали роботи доповідалися та були обговорені на 6-, 7-, 11-му міжнародних симпозиумах українських інженерів-механіків у Львові (2003; 2005; 2013 рр., м. Львів); на 7-, 8-, 11-й міжнародних науково-практичних конференціях «Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій» (Ужгород, 2005; Дубляни-Львів, 2006, 2012 рр.); на науково-технічних конференціях Української академії друкарства, на наукових семінарах кафедри інженерної механіки Української академії друкарства.

У повному обсязі дисертація доповідалася та рекомендована до захисту на міжкафедральному семінарі на базі кафедри інженерної механіки Української академії друкарства, на розширеному науковому семінарі кафедри обчислювальної математики та програмування Національного

університету «Львівська політехніка» і на науковому семінарі Тернопільського національного технічного університету ім. Івана Пулюя.

Публікації. Основні положення та результати дисертації достатньо висвітлені у дев'ятнадцятих наукових публікаціях, з них – одинадцять статей у фахових виданнях України [1–11], в тому числі одна стаття у виданні, внесеному до міжнародної наукометричної бази даних Scopus [1] та у сімох виданнях матеріалів конференцій [13–19].

Структура і обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг роботи становить 128 сторінок, що містить 25 рисунків, 2 таблиці, список використаних літературних джерел із 138 найменувань на 15 сторінках і додатки.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету і задачі дослідження, окреслено зв'язок роботи з науково-дослідними темами, висвітлено наукову новизну і практичне значення отриманих результатів, подано відомості про публікації за темою дисертації та особистий внесок здобувача, апробацію результатів дисертації, її структуру та обсяг.

У першому розділі проведено загальний огляд проблеми та її висвітлення у вітчизняній та зарубіжній літературі. Наведено сучасні моделі та методи розрахунку температурних полів. Проаналізовано та систематизовано конструктивні підходи до отримання ключових співвідношень теорії теплопровідності в системі тіло-покриття, в тілах оболонкового типу та в оболонках і пластинах з покриттями. Основні результати таких досліджень відображені в низці монографій і статей, зокрема у працях Я.Й. Бурака, Г.Ю. Гарматія, А.Д. Коваленка, Ю.М. Коляно, А.В. Ликова, В.Л. Лозбєня, В.А. Ломакіна, Й.Й. Лучка, І.А. Мотовиловця, Я.С. Підстригача, Г.Т. Сулима, В.М. Флячка, Ю.А. Чернухи, Р.Н. Швеця, В.А. Шевчука, Т. Nata, L.M. Heijnen, N. Kamiya, A. Mezin, C.J. Miller, J. Zhao.

На підставі аналізу літературного огляду, згідно з метою, сформульовано задачі досліджень і методи їх реалізації.

У другому розділі запропоновано підхід до моделювання теплопровідності оболонок з одно- та двосторонніми багатощаровими тонкими покриттями, поверхні яких контактують із зовнішніми середовищами різних температур. Підхід ґрунтується на моделюванні покриттів фізичними поверхнями з відповідними теплофізичними характеристиками [Підстригач Я. С. Вибрані праці. – К.: Наук. думка, 1995. – 460 с.]. Це дало змогу звести розв'язування крайової задачі математичної фізики для неоднорідного тіла до однорідного з певними ускладненими нелінійними крайовими умовами, що враховують вплив тонких багатощарових покриттів

на процес теплообміну з робочим середовищем.

Розглядається оболонка товщиною $2h_0$ в ортогональній системі координат $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$. На поверхню $\gamma_0 = h_0$ оболонки нанесено багат шарове покриття з різними товщинами $2h_1, 2h_2, \dots, 2h_n$ і теплофізичними характеристиками. Кожний шар покриття вважаємо тонкою оболонкою.

Задача теплопровідності для оболонки і шарів покриття зводиться до розв'язання системи диференціальних рівнянь:

$$p_i^2 t_i + \frac{\partial^2 t_i}{\partial \gamma_i^2} = 0, \quad (1)$$

де $p_i^2 = \Delta_i - \frac{1}{a_i} \frac{\partial}{\partial \tau}$; Δ_i – оператор Лапласа в ортогональних координатах

$(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$; $\alpha_i = \lambda_i / c_i$ – коефіцієнти температуропровідності, c_i – теплоємності, λ_i – коефіцієнти теплопровідності оболонки і шарів покриття, τ – час, $i=0, 1, 2, \dots, n$.

Приймаємо, що на контактних поверхнях оболонки і шару „1” та між шарами виконуються умови ідеального теплового контакту:

$$t_i = t_{i+1}, \quad \frac{\partial t_{i+1}}{\partial \gamma_{i+1}} = \frac{\lambda_i}{\lambda_{i+1}} \frac{\partial t_i}{\partial \gamma_i}, \quad i=0, 1, 2, \dots, n-1. \quad (2)$$

На поверхнях контакту оболонки із зовнішнім середовищем і контакту n -го шару покриття із зовнішнім середовищем відбувається теплообмін за законом Ньютона

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_0}{\partial \gamma_0} - \frac{\alpha_0}{\lambda_0} (t_0 - t_0^c) &= 0 \quad \text{при} \quad \gamma_0 = -h_0, \\ \frac{\partial t_n}{\partial \gamma_n} + \frac{\alpha_n}{\lambda_n} (t_n - t_n^c) &= 0 \quad \text{при} \quad \gamma_n = h_n, \end{aligned} \quad (3)$$

де α_n і α_0 – коефіцієнти тепловіддачі з поверхонь; t_n^c і t_0^c – температури середовищ.

Граничні умови на торцевих поверхнях, що обмежують оболонку і покриття, приймаємо першого – третього роду.

Для нестационарної задачі теплопровідності задаємо початкову умову

$$t_i = t_i(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i) \quad \text{при} \quad \tau = 0. \quad (4)$$

Використовуючи операторний метод розв'язування диференціальних рівнянь теплопровідності, умови ідеального теплового контакту між шарами та зробивши відповідні математичні перетворення, отримуємо узагальнену крайову умову теплообміну оболонки з зовнішнім середовищем через тонкі багат шарові покриття:

$$\lambda_{0n} \frac{\partial t_0}{\partial \gamma} + \alpha_{0n} t_0 = \alpha_n t_n^c, \quad (5)$$

де λ_{0n} , α_{0n} – узагальнені операторні коефіцієнти теплопровідності і тепловіддачі відповідно на поверхні оболонки.

Шляхом граничного переходу, коли товщина шару покриття прямує до нуля $h_i \rightarrow 0$ ($i=0, 1, 2, \dots, n$) та введенням приведених теплопровідностей $\lambda_i^* = \lambda_i \cdot 2h_i$ і термоопору шарів покриття $r_i = 2h_i / \lambda_i$, отримуємо наближені формули для λ_{0n} , α_{0n} :

$$\lambda_{0n} = \lambda_0 \left(1 + \alpha_n (r_1 + r_2 + \dots + r_n) \right) = \lambda_0 \left(1 + \alpha_n \sum_{i=1}^n r_i \right), \quad \alpha_{0n} = \alpha_n - \sum_{i=1}^n \lambda_i^*. \quad (6)$$

Таким чином, задача теплопровідності для оболонки з одностороннім багат шаровим покриттям зведена до розв'язання одного диференціального рівняння теплопровідності для оболонки

$$p_0^2 t_0 + \frac{\partial^2 t_0}{\partial \gamma^2} = 0 \quad (7)$$

з узагальненою граничною умовою (5).

Розв'язок рівняння (7) шукали у вигляді:

$$t_0 = \cos(p_0 \gamma) \cdot A_1(\alpha, \beta, \tau) + \sin(p_0 \gamma) \cdot B_1(\alpha, \beta, \tau), \quad (8)$$

де невідомі коефіцієнти A_1 , B_1 виразили через інтегральні характеристики температури:

$$T_1 = \frac{1}{2h_0} \int_{-h_0}^{h_0} t_0 d\gamma; \quad T_2 = \frac{3}{2h_0^2} \int_{-h_0}^{h_0} \gamma t_0 d\gamma. \quad (9)$$

Підставивши розв'язок (8), виражений через інтегральні характеристики температури T_1 і T_2 , у крайові умови задачі отримали зв'язану систему рівнянь для визначення величин T_1 і T_2 :

$$p_0^2 h_0^2 T_1 - \varepsilon_0 p_0 h_0 \cdot \text{ctg } p_0 h_0 \cdot T_1 - \frac{\varepsilon_1}{3} \cdot \frac{p_0^2 h_0^2}{1 - p_0 h_0 \cdot \text{ctg } p_0 h_0} \cdot T_2 = -(\varepsilon_0 t_c + \varepsilon_0^* t_c^*),$$

$$p_0^2 h_0^2 T_2 - (1 + \varepsilon_0) \frac{p_0^2 h_0^2}{1 - p_0 h_0 \cdot \text{ctg } p_0 h_0} \cdot T_2 - 3\varepsilon_1 p_0 h_0 \cdot \text{ctg } p_0 h_0 \cdot T_1 = -3(\varepsilon_0 t_c^* + \varepsilon_0^* t_c), \quad (10)$$

$$\text{де } \varepsilon_0 = \frac{h_0}{2} \left(\frac{\alpha_0}{\lambda_0} + \frac{\alpha_{0n}}{\lambda_{0n}} \right); \quad \varepsilon_0^* = \frac{h_0}{2} \left(\frac{\alpha_0}{\lambda_0} - \frac{\alpha_{0n}}{\lambda_{0n}} \right); \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_0^* - k \cdot h_0; \quad k = \frac{1}{2} (k_1 + k_2);$$

$$t_c = \frac{1}{2} (t_0^c + t_n^c); \quad t_c^* = \frac{1}{2} (t_0^c - t_n^c).$$

У випадку відсутності покриття, з рівнянь (10) отримаємо аналогічні рівняння для задачі теплопровідності оболонки [Подстригач Я. С., Швець Р. Н. Термоупругість тонких оболонок. – К.: Наук. думка, 1978. – 343 с.].

Для практичних цілей достатньо в рівняннях (10) обмежитись скінченною кількістю членів розкладу в ряд тригонометричних функцій

$ctg p_0 h_0$ і $(1-p_0 h_0 \cdot ctg p_0 h_0)^{-1}$. Коли обмежились першими членами, то отримали наближену систему:

$$\begin{aligned} p_0^2 h_0^2 \cdot T_1 - \varepsilon_0 T_1 - \varepsilon_1 T_2 &= -(\varepsilon_0 t_c + \varepsilon_0^* t_c^*), \\ p_0^2 h_0^2 \cdot T_2 - 3(1 + \varepsilon_0) \cdot T_2 - 3\varepsilon_1 T_1 &= -3(\varepsilon_0 t_c^* + \varepsilon_0^* t_c) \end{aligned} \quad (11)$$

з крайовими умовами :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_1}{\partial \gamma} - \frac{\alpha_0}{\lambda_0} (T_1 - T_0^c) &= 0, & \frac{\partial T_2}{\partial \gamma} - \frac{\alpha_0}{\lambda_0} (T_2 - T_0^{c*}) &= 0, \\ \frac{\partial T_1}{\partial \gamma} - \frac{\alpha_{0n}}{\lambda_{0n}} (T_1 - T_n^c) &= 0, & \frac{\partial T_2}{\partial \gamma} - \frac{\alpha_{0n}}{\lambda_{0n}} (T_2 - T_n^{c*}) &= 0, \end{aligned} \quad (12)$$

$$T_1 = T_0, \quad T_2 = T_0^* \quad \text{при} \quad \tau = 0,$$

$$\begin{aligned} \text{де} \quad T_j^c &= \frac{1}{2h_0} \int_{-h_0}^{h_0} t_j^c d\gamma; & T_j^{c*} &= \frac{3}{2h_0^2} \int_{-h_0}^{h_0} \gamma t_j^c d\gamma, \quad j = 0, n; & T_0 &= \frac{1}{2h_0} \int_{-h_0}^{h_0} t_0 d\gamma; \\ T_0^* &= \frac{3}{2h_0^2} \int_{-h_0}^{h_0} \gamma t_0 d\gamma. \end{aligned}$$

Якщо коефіцієнти теплообміну рівні між собою, тобто $\alpha_0 = \alpha_{0n}$, система рівнянь (11) суттєво спрощується і розпадається на два незалежні рівняння.

У загальному випадку, коли система взаємозв'язана, виразивши інтегральні характеристики температури через температурні функції F_1 і F_2 :

$$T_1 = \frac{\delta_2(F_1 - \delta_1 F_2)}{\delta_2 - \delta_1}, \quad T_2 = \frac{\delta_2 F_2 - F_1}{\delta_2 - \delta_1}, \quad (13)$$

зводимо систему до двох незалежних рівнянь для визначення F_i :

$$\Delta F_1 - \eta_1^2 F_1 - \frac{1}{a} \frac{\partial F_1}{\partial \tau} = -f_1, \quad \Delta F_2 - \eta_2^2 F_2 - \frac{1}{a} \frac{\partial F_2}{\partial \tau} = -\frac{1}{\delta_2} f_2, \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{де} \quad \delta_{1,2} &= \frac{1}{6\varepsilon_1} \left[(2\varepsilon_0 + 3) \mp \sqrt{(2\varepsilon_0 + 3)^2 + 12\varepsilon_1^2} \right], & \eta_i^2 &= (\varepsilon_0 + 3\delta_i \varepsilon_1), \\ f_i &= \left[\varepsilon_0 t_c + \varepsilon_1 t_c^* + 3\delta_i (\varepsilon_0 t_c^* + \varepsilon_0^* t) \right], \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Аналогічно побудована математична модель і для оболонки з двосторонніми багат шаровими тонкими покриттями.

У третьому розділі, використовуючи розроблений підхід, розв'язано низку задач теплопровідності для круглих пластин та циліндричних оболонок, які найчастіше використовуються в інженерній практиці.

Визначали стаціонарне температурне поле диска постійної товщини з центральним вирізом та двосторонніми багат шаровими покриттями, через які відбувається конвективний теплообмін із зовнішніми середовищами

різних температур за однакових коефіцієнтів теплообміну $\alpha = \alpha_m = \alpha_n$. Між внутрішнім та зовнішнім контурами теж проходить теплообмін із середовищами температур v_1, v_2 і коефіцієнтів теплообміну α_1, α_2 відповідно.

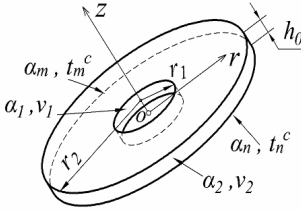


Рис. 1. Розрахункова схема диска постійної товщини з центральним вирізом та двостороннім багатопшаровим покриттям

Розв'язок задачі отримали у вигляді:

$$t = t_c + C_1 I_0(\sqrt{\varepsilon_0 \rho}) + C_2 K_0(\sqrt{\varepsilon_0 \rho}) + z \left[t_c^* + C_1' I_0(\sqrt{\varepsilon_1 \rho}) + C_2' K_0(\sqrt{\varepsilon_1 \rho}) \right], \quad (15)$$

де I_0, K_0 – модифіковані функції Бесселя першого та другого роду, $\rho = r/r_2$,

$$C_1 = \frac{1}{\Delta} [\gamma_1 (v_1 - t_c) v_1(\delta) + \gamma_2 (v_2 - t_c) v_2(\delta \rho_1)], \quad C_1' = -\frac{t_c^*}{\Delta_1} [\gamma_1 v_1(\delta_1) + \gamma_2 v_2(\delta_1 \rho_1)],$$

$$C_2 = \frac{1}{\Delta} [\gamma_1 (v_1 - t_c) u_1(\delta) + \gamma_2 (v_2 - t_c) u_2(\delta \rho_1)], \quad C_2' = -\frac{t_c^*}{\Delta_1} [\gamma_1 u_1(\delta_1) + \gamma_2 u_2(\delta_1 \rho_1)],$$

$$u_1(\delta) = I_1(\delta) + \frac{\gamma_2}{\delta} I_0(\delta), \quad u_2(\delta \rho_1) = I_1(\delta \rho_1) - \frac{\gamma_1}{\delta} I_0(\delta \rho_1),$$

$$\Delta = u_2(\delta \rho_1) [\gamma_2 K_0(\delta) - \delta K_1(\delta)] + v_2(\delta \rho_1) [\gamma_2 I_0(\delta) + \delta I_1(\delta)];$$

$$\delta^2 = \varepsilon_0 r_1^2 / h_0^2; \quad \delta_1^2 = \varepsilon_1 r_1^2 / h_0^2; \quad \varepsilon_1 = 3(1 + \varepsilon_0); \quad \gamma_1 = \frac{\alpha_1 r_2}{\lambda}; \quad \gamma_2 = \frac{\alpha_2 r_2}{\lambda}; \quad (16)$$

величини $u_1(\delta_1), u_2(\delta_1 \rho_1), v_1(\delta_1), v_2(\delta_1 \rho_1), \Delta_1$ – визначаються виразами (16) після заміни в них δ на δ_1 .

Далі розв'язано задачу про стаціонарне температурне поле суцільної круглої пластини постійної товщини з двосторонніми багатопшаровими покриттями, через які відбувається конвективний теплообмін із зовнішніми середовищами різних температур за однакових коефіцієнтів теплообміну $\alpha = \alpha_m = \alpha_n$. На контурі пластини теж проходить теплообмін із середовищем, причому $\alpha \neq \alpha_r$.

Розв'язок задачі теплопровідності отримали у вигляді:

$$t = t_c + C_1 I_0(\delta \rho) + z \left[t_c^* + C_2 I_0(\delta_1 \rho) \right], \quad (17)$$

де $C_1 = \frac{\chi(t_1 - t_c)}{\delta I_1(\delta) + \chi I_0(\delta)}, \quad C_2 = \frac{-\chi t_c^*}{\delta_1 I_1(\delta_1) + \chi I_0(\delta_1)}, \quad \chi = \alpha_r r_1 / \lambda, \quad t_1$ і α_r –

температура і коефіцієнт теплообміну на контурі пластини ($r = r_1$ або $\rho = 1$).

Розглянуто осесиметричне температурне поле в циліндричній оболонці з однаковими двосторонніми покриттями з початковою нульовою температурою, яка ззовні і всередині нагрівається шляхом конвективного теплообміну із середовищем. Температуру зовнішнього і внутрішнього середовищ, що оточують оболонку, вважали функцією осьової координати $x=z/h_0$ і часу $f = (\lambda_0/h_0^2 c_0) \cdot \tau$. Розв'язок відповідного рівняння теплопровідності отримали, використовуючи перетворення Фур'є.

Зокрема для випадку, коли температура зовнішнього середовища задається функцією $\varphi(x, f) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$, розподіл температури знайдено у

вигляді для $x < 0$:

$$T_1(x, f) = \frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{1 - e^{-\varepsilon f}}{\varepsilon} + \frac{1}{4} e^{-\sqrt{\varepsilon}|x|} \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \frac{|x|}{\sqrt{f}} - \sqrt{\varepsilon f} \right) + \frac{1}{4} e^{\sqrt{\varepsilon}|x|} \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \frac{|x|}{\sqrt{f}} + \sqrt{\varepsilon f} \right) \right),$$

для $x > 0$: (18)

$$T_1(x, f) = \frac{\varepsilon}{2} \left(\frac{1 - e^{-\varepsilon f}}{\varepsilon} - \frac{1}{4} e^{-\sqrt{\varepsilon}|x|} \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \frac{|x|}{\sqrt{f}} - \sqrt{\varepsilon f} \right) - \frac{1}{4} e^{\sqrt{\varepsilon}|x|} \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \frac{|x|}{\sqrt{f}} + \sqrt{\varepsilon f} \right) \right),$$

$$\text{де } \varepsilon = \frac{h_0}{2} \left(\frac{\alpha_{0m}}{\lambda_{0m}} + \frac{\alpha_{0n}}{\lambda_{0n}} \right).$$

На рис. 2 подано результати розрахунків температурного поля оболонки, проведених на основі отриманого розв'язку.

Як бачимо, за вищих значень параметра ε , який залежить від товщини та теплофізичних характеристик оболонки та покриттів, розподіл температури вздовж оболонки стає більш нерівномірним, тобто збільшується градієнт температури вздовж осьової координати. При цьому цей процес відбувається набагато швидше, ніж за меншого ε .

У дисертації подано також зміну з часом температури в різних місцях вздовж поверхні циліндричної оболонки. Розрахунки дозволяють оцінити величину максимально можливої температури циліндричної оболонки з покриттями за високотемпературного нагріву зовнішнім середовищем її частини.

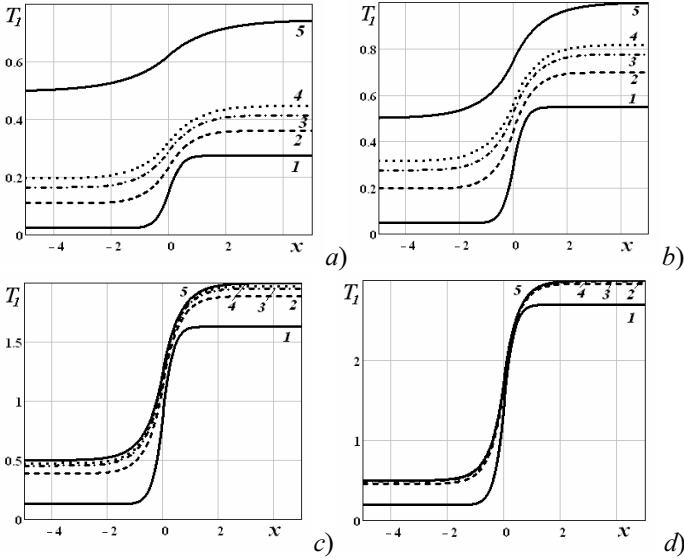


Рис. 2. Зміна температурного поля вздовж циліндричної оболонки в різні моменти часу ($1-f=0,1$; $2-f=0,5$; $3-f=0,8$; $4-f=1$; $5-f=10$) залежно від параметра ε ((a) – $\varepsilon=0,5$; (b) – $\varepsilon=1$; (c) – $\varepsilon=3$; (d) – $\varepsilon=5$)

Далі розглядали нестационарне температурне поле в напівобмеженій циліндричній оболонці з одностороннім багатшаровим покриттям. Між бічною поверхнею оболонки і навколишніми зовнішнім та внутрішнім середовищами відбувається конвективний теплообмін за законом Ньютона. При цьому $\alpha_0 \neq \alpha_n$.

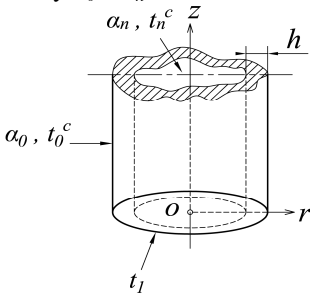


Рис. 3. Розрахункова схема напівобмеженої циліндричної оболонки з одностороннім багатшаровим покриттям

Температура зовнішнього середовища приймається постійною і рівною початковій температурі t_0^c оболонки. Температура внутрішнього середовища t_n^c . На торці оболонки підтримується постійна температура t_1 . Оскільки коефіцієнти теплообміну на поверхнях різні $\alpha_0 \neq \alpha_n$, то задача про визначення температурного поля в оболонці з покриттям зводиться до

розв'язування рівнянь (14).

Застосувавши інтегральне перетворення Лапласа, отримуємо розв'язок даної задачі у вигляді:

$$\theta_i = \frac{F_i(z, \tau) - F_{i0}}{F_i^c - F_{i0}} = \frac{1}{2} \left[e^{-\eta_i z} \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{2\sqrt{a_0 \tau}} - \eta_i \sqrt{\tau} \right) + e^{\eta_i z} \operatorname{erfc} \left(\frac{z}{2\sqrt{a_0 \tau}} + \eta_i \sqrt{\tau} \right) \right]. \quad (19)$$

Отримано також розв'язок нестационарної задачі теплопровідності для циліндричної оболонки з тонким одностороннім багат шаровим покриттям скінченних розмірів, на торцях якої відбувається конвективний теплообмін за законом Ньютона з однаковим коефіцієнтом теплообміну α_z , але відмінним від коефіцієнтів теплообміну через бічні поверхні: $\alpha_z \neq \alpha_0 \neq \alpha_n$.

У четвертому розділі проведено апробацію отриманих розв'язків та проаналізовано вплив двошарового покриття на термопружний стан суцільного диска газової турбіни та циліндричного корпусу автоклава.

Апробацію проводили на прикладі задачі про розподіл температури у стінці циліндричного корпусу реактора гідрокрекінгу нафти, виготовленого зі сталі 15X2МФА з товщиною стінки $x_\alpha = 0,2$ м і захищеного двошаровою наплавкою з нержавіючих аустенітних сталей 07X25Н13 і 04X20Н10ГБ зі сумарною товщиною $x_\gamma = 0,006$ м. У результаті контакту з внутрішнім середовищем температури 450 °С та зовнішнім з температурою 20 °С стінка корпусу нерівномірно нагрівається. У роботі О. Є. Андрейківа та О. В. Гембари «Механіка руйнування та довговічність металічних матеріалів у водневмісних середовищах» (К.: Наук. думка, 2008. – 344 с.) подано результати розрахунку такої задачі методом скінченних елементів (МСЕ). Паралельно у Фізико-механічному інституті ім. Г. В. Карпенка НАНУ проводились експериментальні дослідження з визначення розподілу температури за товщиною зразків з антикорозійними наплавками.

На рис. 4 подано порівняння розподілу температури за товщиною стінки корпусу, розрахованого МСЕ, обчисленого з використанням лінійного наближення температури за товщиною та експериментальні дані.

Також проведено апробацію отриманих розв'язків задачі теплопровідності круглої суцільної пластини з покриттями.

Досліджувалось температурне поле диска газової турбіни, який змодельовали суцільною круглою пластиною товщиною $h_0 = 0,1$ м і з радіусом $r_1 = 0,5$ м, виготовленою із жароміцного сплаву EI 893. На поверхні пластини нанесено двошарове протикорозійне покриття КДП-1/СДП-8, де КДП-1 (діоксид цирконію, стабілізований 8% Y_2O_3) – зовнішній шар товщиною $h_2=95\mu\text{m}$; СДП-8 (сплав системи CoCrAlY з 24% Cr і 11% Al) – внутрішній шар товщиною $h_1=65\mu\text{m}$.

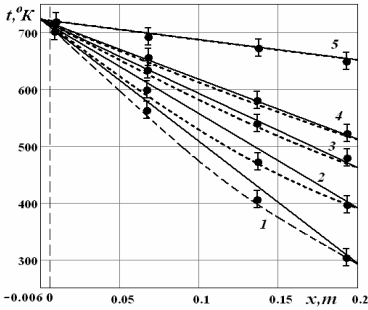


Рис. 4. Розподіл температури за товщиною стінки у різні моменти часу:

1 – $\tau=0,14$ с; 2 – $\tau=0,6$ с;

3 – $\tau=1,5$ с; 4 – $\tau=3$ с;

5 – $\tau=30$ с.

(штрихові лінії – МСЕ, суцільні – наші результати, точки – експериментальні дані)

Для розрахунків використовували такі дані: $\lambda_0 = 24$ W/m·C; $\lambda_1 = 10$ W/m·C; $\lambda_2 = 2,5$ W/m·C; $\alpha_0 = 150$ W/m²·C; $\alpha_1 = 80$ W/m²·C; $\alpha_2 = 15$ W/m²·C; $\alpha_r = 100$ W/m²·C; $t_m^c = 500^\circ\text{C}$; $t_n^c = 20^\circ\text{C}$; $t_1 = 800^\circ\text{C}$.

Проведено порівняльний аналіз розв'язків, отриманих автором та поражених МСЕ, поданий на рис. 5.

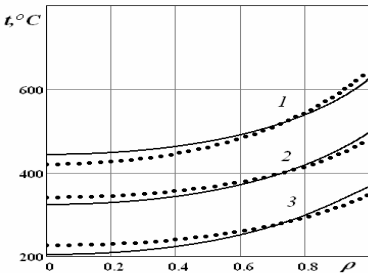


Рис.5. Розподіл температури вздовж радіуса пластини (1 – $z=h_0/2$; 2 – $z=0$; 3 – $z=-h_0/2$): суцільна лінія – формула автора, крапки – МСЕ

Відносна похибка теоретичних розрахунків від експериментальних даних в обох випадках становить не більше 5%. Такі результати свідчать про коректність отриманих нами розв'язків та правомірність їх застосування для досліджень розподілу температурного поля в оболонках з покриттями.

Для встановлення впливу покриття на розподіл температури провели серію числових експериментів для оболонкових елементів конструкцій без покриття з характеристиками λ_0 і α_0 та з урахуванням покриття – λ_{0n} і α_{0n} .

Використовуючи розв'язок (19) задачі теплопровідності для напівобмеженої циліндричної оболонки, провели дослідження впливу покриття на температурне поле в циліндричному корпусі промислового автоклава з внутрішнім діаметром 3 м і товщиною стінки 0,3 м ($\lambda_0 = 46,5$ W/m·C). Внутрішня стінка резервуара захищена двошаровою наплавкою з нержавіючої сталі, сумарної товщини 0,006 м ($\lambda_1 = 23$ W/m·C; $\lambda_2 = 17$ W/m·C; $h_1 = 3 \cdot 10^{-3}$ м; $h_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м). Через циліндричні поверхні відбувається

теплопередача у внутрішнє ($\alpha_2 = 1123 \text{ W/m}^2\cdot\text{C}$, $t_n^c = 314^\circ\text{C}$) і зовнішнє ($\alpha_0 = 35 \text{ W/m}^2\cdot\text{C}$, $t_0^c = 25^\circ\text{C}$) середовища. На торцевій поверхні знизу задана температура $t_l = 100^\circ\text{C}$.

На рис. 6–7 подано результати розрахунків температури корпусу автоклава.

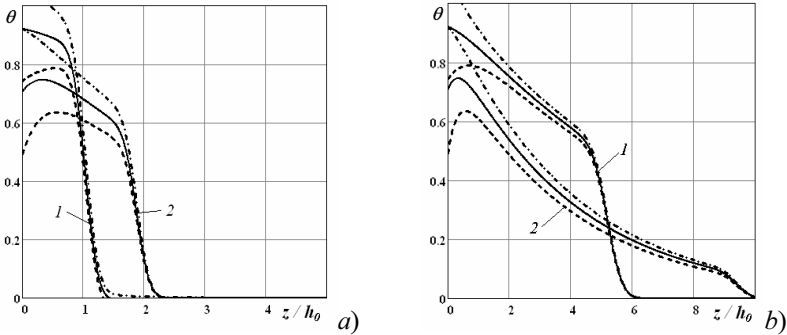


Рис. 6. Розподіл температури вздовж твірної циліндричної оболонки після 100 с (а) і 500 с (б) від початку нагрівання (суцільна лінія – $r=0$; штрихова – $r=h_0/2$; штрих-пунктирна – $r=h_0/2$): 1 – для оболонки без урахування покриття; 2 – з урахуванням покриття

Як бачимо, найбільший градієнт температури виникає на торцевій поверхні у зоні нагрівання. Причём нехтування покриттям завищує розрахункову температуру приблизно на 25%.

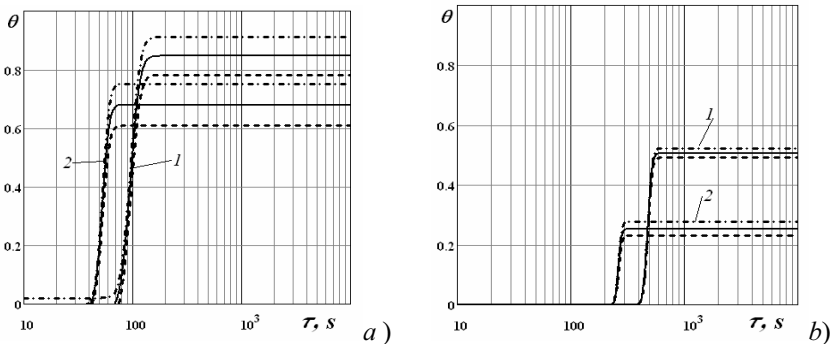


Рис. 7. Зміна температури з часом у різних точках вздовж циліндричної оболонки на відстані $z/h_0=1$ (а) і $z/h_0=5$ (б) від торця (суцільна лінія – $r=0$; штрихова – $r=h_0/2$; штрих-пунктирна – $r=h_0/2$): 1 – для оболонки без урахування покриття; 2 – з урахуванням покриття

Далі дослідили вплив протикорозійного двостороннього двшарового покриття на термопружність диска газової турбіни.

На рис. 8 подано результати розрахунків температурного поля диска. І тут спостерігаємо аналогічну картину, нехтування покриттям завищує розрахункову температуру на 100° (25%).

Для оцінки впливу покриття на термічні напруження використали розв'язок відповідної термопружної задачі, поданий у монографічній праці А. Д. Коваленка «Основи термоупругости» (К.: Наук. думка, 1970. – 306 с.).

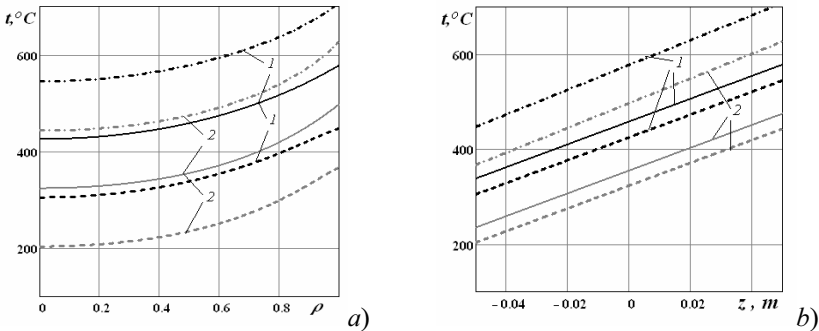


Рис. 8. Розподіл температури вздовж радіуса (а) (суцільна лінія – $z=0$; штрихова – $z=-h_0/2$; штрих-пунктирна – $z=h_0/2$) і за товщиною пластини (b) (штрихова – $\rho=0$; суцільна лінія – $\rho=0,25$; штрих-пунктирна – $\rho=0,5$): 1 – для пластини без урахування покриття; 2 – з урахуванням покриття

На рис. 9 показаний розподіл напружень вздовж радіуса.

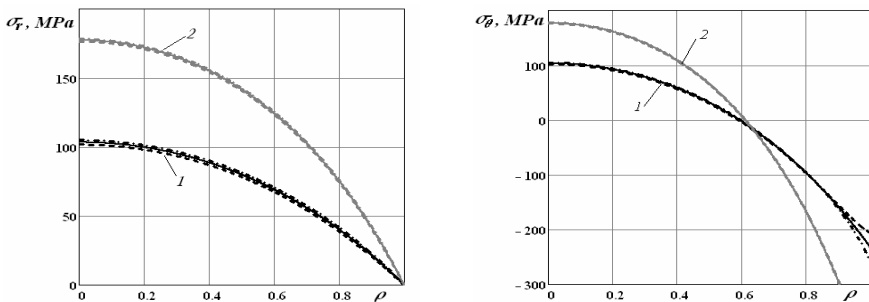


Рис. 9. Розподіл напружень вздовж радіуса (суцільна лінія – $z=0$; штрихова – $z=-h_0/2$; штрих-пунктирна – $z=h_0/2$): 1 – для пластини без урахування покриття; 2 – з урахуванням покриття

На графіках бачимо суттєві відмінності розподілу напружень при розрахунках пластини без покриття і з урахуванням його впливу.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язано наукову задачу математичного моделювання стаціонарних та нестаціонарних процесів теплопровідності в оболонках та пластинах з багатошаровими покриттями в умовах нерівномірного нагріву.

Основні результати полягають у наступному:

1. Побудовано математичні моделі теплопровідності для оболонок з одно- та двосторонніми багатошаровими тонкими покриттями за умов конвективного теплообміну з їх поверхонь, у яких враховано теплофізичні характеристики усіх шарів покриття, що дозволяє підвищити точність розрахунків теплових режимів тонкостінних конструкцій з багатошаровими покриттями.

2. На основі побудованих вихідних співвідношень сформульовано відповідні крайові задачі теплопровідності для плоских та циліндричних оболонок із одно- та двосторонніми захисними покриттями.

3. З використанням методу розділення змінних, інтегрального перетворення Лапласа та Фур'є одержано у замкнутому вигляді аналітичні розв'язки модельних задач стаціонарного та нестаціонарного процесів теплопровідності для плоских та циліндричних оболонок різної конструкції із одно- та двосторонніми захисними покриттями (суцільна кругла пластина, суцільна кругла пластина з центральним вирізом, нескінченна циліндрична оболонка з двосторонніми покриттями, напівобмежена циліндрична оболонка з одностороннім багатошаровим покриттям, циліндрична оболонка скінченних розмірів з одностороннім багатошаровим покриттям).

4. Апробація отриманих результатів з експериментальними та числовими даними показала, що максимальне значення величини відносної похибки експериментального, числового та модельного розподілу температури відповідних елементів не перевищує 3–5%. Це дає підстави рекомендувати для інженерної практики отримані у роботі прості аналітичні співвідношення для аналізу розподілу температурних полів в оболонкових елементах конструкцій з багатошаровими покриттями.

5. Проведено кількісний аналіз впливу протикорозійного покриття на термопружність суцільного диска газової турбіни та на розподіл температури у корпусі промислового автоклава. Встановлено, що не врахування покриття в елементах конструкцій при аналізі температурних полів веде до завищеної на 25% оцінки температури.

6. Результати роботи використано при розробці «Рекомендацій із вимірювання характеристик напружено-деформованого стану елементів мостів

при змінних температурах», які виконані на замовлення Філії Державного дорожнього інституту ім. М.П. Шульгіна «Львівського регіонального науково-технічного центру»; при дослідженнях водневої стійкості корпусів реакторів гідрокрекінгу нафти, виконаних ТзОВ «Дослідний завод «Промкотлосервіс» на замовлення ВАТ «Іжорські заводи» (Росія) в рамках договору № IZ/04100/K19-01. На основі результатів роботи розроблено «Рекомендації з визначення температури в оболонках та пластинах з багат шаровими покриттями».

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Гембара Н. О. Вплив протикорозійного багат шарового покриття на термопружність круглих пластин / Н.О. Гембара // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – № 6. – 2013. – С. 50–54.

2. Лучко Й. Й. Стаціонарне температурне поле в оболонках з одностороннім багат шаровим покриттям / Й. Й. Лучко, Н. О. Гембара // Вісник Тернопільського національного технічного університету. Науковий журнал. – 2013. – № 4. – С. 266–273.

3. Гембара Н. О. Розподіл температури в корпусі автоклава з внутрішнім двошаровим захисним покриттям / Н.О. Гембара // Науковий вісник НЛТУ України: Збірник науково-технічних праць. – Львів: РВВ НЛТУ України. – 2013. – Вип. 23.12. – С. 373–378.

4. Гембара Н. О. Моделювання теплопровідності оболонки з двостороннім багат шаровим покриттям / Н. О. Гембара, Й. Й. Лучко // Вісник Тернопільського національного технічного університету. Науковий журнал. – 2013. – № 1. – С. 222–230.

5. Лучко Й. Й. Оптимізація теплопередачі через тонкі оболонки з одностороннім багат шаровим покриттям / Й. Й. Лучко, Н. О. Гембара // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій. Збірник наукових праць. – 2012. – Вип. 9. – С. 43–49.

6. Лучко Й. Й. Оптимізація теплопровідності пластин з багат шаровим покриттям / Й. Й. Лучко, Н. О. Гембара, В. М. Гембара // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій. Збірник наукових праць. – 2007. – Вип. 7. – С. 52–56.

7. Гембара Н. О. Оптимізація теплопровідності циліндричної оболонки з покриттям / Н. О. Гембара // Діагностика, довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій. Збірник наукових праць. – 2006. – Вип. 8. – С. 13–16.

8. Лучко Й. Й. Моделювання теплопровідності тонких оболонки з одностороннім багат шаровим покриттям / Й. Й. Лучко, В. М. Гембара, Н. О. Гембара // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та

конструкцій. Збірник наукових праць. – 2005. – Вип. 6. – С. 60–66.

9. Лучко Й. Й. Моделювання теплопровідності тонких плит з багатошаровим покриттям / Й. Й. Лучко, В. М. Гембара, Н. О. Гембара // Діагностика, довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій. Збірник наукових праць. – 2004. – Вип. 6. – С. 65-70.

10. Лучко Й. Й. Теплопровідність тонких плит з покриттям / Й. Й. Лучко, Н. О. Гембара // Сучасні проблеми проектування будівництва та експлуатації споруд на шляхах сполучення. Науково-технічний збірник. – 2004. – Вип. 69. – С. 144–149.

11. Лучко Й. Й. Моделювання температурного поля в елементах тонких плит, які з'єднані стиковим швом/ Й. Й. Лучко, В. М. Гембара, Н. О. Гембара // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій. Збірник наукових праць. – 2002. – Вип. 5. – С. 349–351.

12. Лучко Й. Й. Рекомендації з визначення температури в оболонках та пластинах з багатошаровими покриттями / Й. Й. Лучко, Н. О. Гембара. – Львів: Каменяр, 2014. – 30 с.

13. Гембара Н. О. Моделювання теплопровідності пластин і оболонок з багатошаровим покриттям / Н. О. Гембара, В. М. Гембара // 11-й Міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові. Тези доповідей. Львів 15–17 травня 2013 р. – Львів: КІНПАТРІ ЛТД, – 2013. – С. 30–31.

14. Гембара Н. О. Моделювання теплопередачі оболонок з двостороннім багатошаровим покриттям. Тези доповідей наук.-техн. конф. проф.-викл. складу, науков. працівн. і аспір.: [5–8 лютого 2013 р.]. – Львів: УАД, 2013. – С. 15.

15. Гембара Н. О. Оптимізація теплопередачі оболонками з покриттям. Тези доповідей наук.-техн. конф. проф.-викл. складу, науков. працівн. і аспір.: [1–4 лютого 2011р.]. – Львів: УАД, 2011. – С. 20.

16. Гембара Н. О. Оптимізація теплопередачі конічної оболонки з покриттям. Тези доповідей наук.-техн. конф. проф.-викл. складу, науков. працівн. і аспір.: [2– 5 лютого 2010р.]. – Львів: УАД, 2010. – С. 17.

17. Гембара Н. О. Вплив кривини поверхні покриття оболонки на теплопередачу. Тези доповідей наук.-техн. конф. проф.-викл. складу, науков. працівн. і аспір.: [3–6 лютого 2009 р.]. – Львів : УАД, 2009. – С. 15.

18. Гембара В. М. Моделювання теплопровідності та термопружності тонких оболонок з багатошаровим покриттям /В. М. Гембара, Н. О. Гембара // 7-й міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові. Тези доповідей. Львів 18–20 травня 2005 р. – Львів: КІНПАТРІ ЛТД, – 2005. – С. 52.

19. Гембара В. М. Моделювання теплопровідності та термопружності тонких плит з багатошаровим покриттям / В. М. Гембара, Н. О. Гембара// 6-й

Міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові. Тези доповідей. Львів 21–23 травня 2003 р. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД, – 2003. – С. 65.

АНОТАЦІЯ. Гембара Н. О. Математичне моделювання теплопровідності пластин і оболонок з багат шаровими покриттями. -- Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Тернопільський національний технічний університет ім. Івана Пулюя, Тернопіль, 2014.

Дисертація присвячена побудові та реалізації математичних моделей теплопровідності оболонок та пластин з багат шаровими покриттями. Пропонуються математичні моделі для оболонок з одно- та двосторонніми багат шаровими тонкими покриттями, поверхні яких контактують із зовнішніми середовищами різних температур. Вплив багат шарових покриттів на розподіл температури в оболонці моделюється спеціальними умовами теплообміну із зовнішніми середовищами на поверхні оболонок. Методами інтегральних перетворень Фур'є і Лапласа отримано замкнуті розв'язки відповідних задач теплопровідності для круглої пластини з двосторонніми тонкими багат шаровими покриттями, поверхні якої контактують із зовнішніми середовищами різних температур та для циліндричної оболонки з односторонніми багат шаровими покриттями з різними теплофізичними властивостями.

На прикладах розв'язання кількох тестових задач проведено апробацію отриманих розв'язків, зокрема і порівняння з експериментальними результатами.

Використовуючи отримані розв'язки, досліджено вплив двошарового покриття на термомпружний стан суцільного диска газової турбіни та циліндричного корпусу промислового автоклава. Показано, що не врахування покриття веде до завищеної оцінки розрахункової температури та суттєво впливає на розподіл термічних напружень.

Ключові слова: оболонки з багат шаровим покриттям, пластини з покриттям, температурні поля, теплопровідність, теплопередача.

АННОТАЦИЯ. Гембара Н. О. Математическое моделирование теплопроводности пластин и оболочек с многослойными покрытиями.- Рукопись.

Диссертация на соискание учёной степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Тернопольский национальный технический университет им. Ивана Пулюя, Тернополь, 2014.

Диссертация посвящена построению и реализации математических моделей теплопроводности оболочек с многослойными покрытиями. Предлагаются математические модели для оболочек с одно- и двусторонними многослойными тонкими покрытиями, поверхности которых контактируют с внешними средами различных температур. Влияние многослойных покрытий на распределение температуры в оболочке сводится к обобщенным условиям теплообмена с внешними средами на поверхностях оболочки. Материалы оболочки и покрытий имеют различные теплофизические характеристики. На контактных поверхностях оболочки и слоев и между слоями выполняются условия идеального теплового контакта. С помощью операторного метода решения уравнений теплопроводности для оболочки записаны через интегральные характеристики температуры, которые определяются из системы двух дифференциальных уравнений.

Методами интегральных преобразований Фурье и Лапласа получены замкнутые аналитические решения соответствующих задач теплопроводности для круглой пластины с двусторонними тонкими многослойными покрытиями и для цилиндрической оболочки с односторонними многослойными покрытиями с различными теплофизическими свойствами.

С целью апробации решений на примерах тестовых задач произведён сравнительный анализ результатов полученных методом конечных элементов и экспериментально с решениями, найденными автором, используя линейное приближение температуры по толщине. Сравнение показывает, что приближенные соотношения для определения температурного поля удовлетворительно описывают изменение температуры в оболочках с многослойными покрытиями.

Используя уравнения, описывающие распределение температуры в цилиндрической оболочке с односторонними многослойными покрытиями, исследовано влияние противокоррозионного двухслойного покрытия на температурное поле в корпусе промышленного автоклава.

На основании решения задачи теплопроводности для круглой пластины с двусторонними покрытиями исследовано влияние двухслойного покрытия на термоупругое состояние сплошного диска газовой турбины.

Показано, что неучёт покрытия ведет к завышенной оценке температуры и существенно влияет на распределение термических напряжений.

Ключевые слова: оболочки с многослойным покрытием, пластины с покрытием, температурные поля, теплопроводность, теплопередача.

ABSTRACT. Hembara N. O. Mathematical modeling of the thermal conductivity of plates and shells with multilayer coatings. – A manuscript.

Thesis for a Degree of Candidate of Sciences (Engineering) in speciality 01.05.02 – Mathematical modeling and computational methods. – Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University, Ternopil, 2014.

The thesis is devoted to the development and implementation of mathematical models of thermal shells with multilayer coatings. The point of thesis is introduction of mathematical model for shells of arbitrary shape with unilateral and bilateral thin multilayer coatings, the surface of which is washed by the external environment with different temperatures. Effect of multilayer coatings on temperature distribution in the shell is regulated by the generalized conditions of heat exchange with the environment on the surface of the shell. Using integral metamorphoses of Fourier and Laplace we received closed solutions of corresponding heat conduction problems for a circular plate with bilateral thin multilayer coatings, the surface of which contacts with different external temperatures and for cylindrical shell with unilateral multilayered coatings with different thermal properties.

Approbation of the obtained solutions was conducted by solving a couple of test examples, including comparison with experimental results.

Based on the obtained solutions, the influence of two-layer thermoelastic solid state drive gas turbines and industrial autoclave cylindrical body was researched. It is shown that not taking into account the coverage leads to overestimation of temperature and has a great impact on distribution of thermal stresses.

Key words: multi-coated shells, coated plates, temperature fields, thermal conductivity, heat transfer.

Надруковано згідно з оригіналом автора

Піписано до друку 17.10.2014.
Формат 60x84 1/16. Папір офсетн. Гарнітура Times.
Офсетний друк. Умов друк. арк. 0,9.
Обл.-вид. арк. 1,0. Тираж 120 прим.

Видавництво «Каменяр». 79008, Львів, Підвальна, 3.
Свідоцтво держ. реєстру: серія ДК, № 462.
Тел./факс: (032)235-59-49; ел. адреса: vyd@kamenyar.com.ua