

ДОДАТОК

Програма для визначення густини і протяжності зовнішніх поверхневих шарів

> restart;

>

$x[3]:=r*\cos(\theta);x[1]:=r*\sin(\theta)*\cos(\phi);x[2]:=r*\sin(\theta)*\sin(\phi);0<r;r<\infty;0<\theta;\theta<\pi;0<\phi;\phi<2*\pi;$

$$x_3 := r \cos(\theta)$$

$$x_1 := r \sin(\theta) \cos(\phi)$$

$$x_2 := r \sin(\theta) \sin(\phi)$$

$$0 < r$$

$$r < \infty$$

$$0 < \theta$$

$$\theta < \pi$$

$$0 < \phi$$

$$\phi < 2 \pi$$

Залежність між густиною в точках зовнішнього поверхневого шару та густиною композиту

Об'єм сфери з радіусом R:

> $V(R):=4/3*R^3*\pi;$

$$V(R) := \frac{4}{3} R^3 \pi$$

Маса сфери з радіусом R з частинкою у центрі сфери:

> $M:=\text{Int}(\rho, V);$

$$M = \int \rho dV$$

>

$M(R) := \text{Int}(\text{Int}(\text{Int}(\rho(r) \cdot \sin(\theta) \cdot r^2, r=0..R), \theta=0..Pi), \phi=0..2 \cdot Pi); M(R) := \text{simplify}(\text{value}(\%));$

$$M(R) := \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^R \rho(r) \sin(\theta) r^2 dr d\theta d\phi$$

$$M(R) := 4 \int_0^R \rho(r) r^2 dr \pi$$

**Середня густина сфери радіусом R з часткою у центрі сфери
рівна:**

> $\rho[\text{ком}] = M(R)/V(R);$

$$\rho_{\text{ср}} = 3 \frac{\int_0^R \rho(r) r^2 dr}{R^3}$$

Розв'язання рівняння

> $\rho[\text{ком}](R) = 3 \cdot \text{int}(\rho(r) \cdot r^2, r = 0 .. R) / (R^3); \text{'int}(\rho(r) \cdot r^2, r = 0 .. R) = \text{solve}(\%, \text{'int}(\rho(r) \cdot r^2, r = 0 .. R))$;
 $\text{subs}(R=r, \text{diff}(\%, R)); \text{Eq} := \%$:

$$\rho_{\text{ср}}(R) = 3 \frac{\int_0^R \rho(r) r^2 dr}{R^3}$$

$$\int_0^R \rho(r) r^2 dr = \frac{1}{3} \rho_{\text{ср}}(R) R^3$$

$$\rho(r) r^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial}{\partial r} \rho_{\text{ср}}(r) \right) r^3 + \rho_{\text{ср}}(r) r^2$$

Отже:

>

$\rho(r) = \text{solve}(\text{Eq}, \rho(r)); \rho(r) = 1/(3*r^2) * \text{Diff}(\rho(r)*r^3, r);$

$$\rho(r) = \frac{1}{3} \left(\frac{\partial}{\partial r} \rho_{\hat{e}\hat{u}}(r) \right) r + \rho_{\hat{e}\hat{u}}(r)$$

$$\rho(r) = \frac{1}{3} \frac{\frac{\partial}{\partial r} \rho_{\hat{e}\hat{u}}(r) r^3}{r^2}$$

> $\rho(r) = 1/3 * \text{Diff}(\rho(r)*r^3, r)/(r^2);$

$$\rho(r) = \frac{1}{3} \frac{\frac{\partial}{\partial r} \rho_{\hat{e}\hat{u}}(r) r^3}{r^2}$$

Апроксимація 1

> $\rho(r) := A + B/r + C/r^2;$

$$\rho_{\hat{e}\hat{u}}(r) := A + \frac{B}{r} + \frac{C}{r^2}$$

Знаходимо А, В, С:

>

$\text{eq} := \{\text{seq}(A + B/r[i] + C/(r[i]^2) = \rho(r[i]), i=1..3)\}; \text{solve}(\text{eq}, \{A, B, C\}); \text{substit} := \%:$

$$\text{eq} := \left\{ A + \frac{B}{r_1} + \frac{C}{r_1^2} = \text{table}([1 = .9695, 2 = 1.1545, 3 = 1.1748])(r_1), \right.$$

$$A + \frac{B}{r_2} + \frac{C}{r_2^2} = \text{table}([1 = .9695, 2 = 1.1545, 3 = 1.1748])(r_2),$$

$$\left. A + \frac{B}{r_3} + \frac{C}{r_3^2} = \text{table}([1 = .9695, 2 = 1.1545, 3 = 1.1748])(r_3) \right\}$$

> $\rho(r) = \text{collect}(1/3 * \text{diff}(\rho(r)*r^3, r)/(r^2), r);$

$$\rho(r) = A + \frac{2}{3} \frac{B}{r} + \frac{1}{3} \frac{C}{r^2}$$

>

'rho(r)=(subs(substit,collect(1/3*diff(rho[`ком`])(r)*r^3,r)/(r^2),r));
collect(%,{rho[`ком`](infinity),'rho[`ком`](r[1]'),'rho[`ком`](r[2])'}
);

$$\rho(r) = \rho_{\hat{e}\hat{u}}(\infty) - \frac{2}{3} \frac{-\rho_{\hat{e}\hat{u}}(\infty) r_2^2 + \rho_{\hat{e}\hat{u}}(\infty) r_1^2 - \rho_{\hat{e}\hat{u}}(r_1) r_1^2 + \rho_{\hat{e}\hat{u}}(r_2) r_2^2}{(-r_2 + r_1) r}$$

$$+ \frac{\frac{1}{3} r_1 r_2 (\rho_{\hat{e}\hat{u}}(\infty) r_1 - \rho_{\hat{e}\hat{u}}(\infty) r_2 + \rho_{\hat{e}\hat{u}}(r_2) r_2 - \rho_{\hat{e}\hat{u}}(r_1) r_1)}{(-r_2 + r_1) r^2}$$

$$\rho(r) = \left(\frac{2}{3} \frac{r_2^2}{(-r_2 + r_1) r} + \frac{\frac{1}{3} r_1 r_2^2}{(-r_2 + r_1) r^2} \right) \rho_{\hat{e}\hat{u}}(r_2) + \left(1 - \frac{2}{3} \frac{-r_2^2 + r_1^2}{(-r_2 + r_1) r} + \frac{\frac{1}{3} r_1 r_2^2}{r^2} \right) \rho_{\hat{e}\hat{u}}(\infty)$$

$$+ \left(\frac{2}{3} \frac{r_1^2}{(-r_2 + r_1) r} - \frac{1}{3} \frac{r_1^2 r_2}{(-r_2 + r_1) r^2} \right) \rho_{\hat{e}\hat{u}}(r_1)$$

Апроксимація 2

Нехай $\rho(r)$ апроксимується формулою:

> rho(r):=A+B/r+C/r^2+D*r^5;

$$\rho(r) := A + \frac{B}{r} + \frac{C}{r^2} + D r^5$$

Тоді:

> rho[`ком`](R)=3*int(rho(r)*r^2,r=0..R)/(R^3);collect(%R);

$$\rho_{\hat{e}\hat{u}}(R) = 3 \frac{\frac{1}{3} A R^3 + \frac{1}{2} B R^2 + R C + \frac{1}{8} D R^8}{R^3}$$

$$\rho_{\hat{e}\hat{u}}(R) = \frac{3}{8} D R^5 + A + \frac{\frac{3}{2} B}{R} + \frac{3 C}{R^2}$$

> rho[`ком`](R) = A+3/2*B/R+3*C/(R^2);

$$\rho_{\hat{e}\hat{u}}(R) = A + \frac{\frac{3}{2} B}{R} + \frac{3 C}{R^2}$$

> rho[`ком`](R) = A+3/2*B/R+3*C/(R^2)

>

>

> Get_data:=proc(Mat)

local i,j;

global epsilon,rho,Material,N,R,delta;

epsilon :='epsilon';

rho :='rho';

Material :='Material';

Material :=GetCellValue(cat('Data',Mat),2,1);

for i from 0 while GetCellValue(cat('Data',Mat),1,i+5)<>infinity do

epsilon[`нап`][i] :=value(GetCellValue(cat('Data',Mat),1,i+5));

rho[`ком`][i]:=GetCellValue(cat('Data',Mat),2,i+5);

end do;

epsilon[`нап`][i] :=value(GetCellValue(cat('Data',Mat),1,i+5));

rho[`ком`][i]:=GetCellValue(cat('Data',Mat),2,i+5);

N:=i-1;

rho[`нап`]:=GetCellValue(cat('Data',Mat),2,i+5);

delta:=rho[`ком`][0]*GetCellValue(cat('Data',Mat),2,3)/100;

R[`нап`]:=GetCellValue(cat('Data',Mat),2,2);

return(Ok);

end proc;

> Get_zeta:=proc()

local j;

global zeta;

```

zeta:='zeta';
for j from 0 to N-1 do
zeta[`нап`][j]:=upsilon[`нап`][j]*rho[`ком`][j]/((100+upsilon[`нап`][j])*rho[`нап`]);
end do;
zeta[`нап`][N]:=1;
return(Ok);
end proc:
Пошук радіусів r
> Get_r:=proc()
local j;
global r,zeta;
Get_zeta();
r:='r';
for j from 0 to N do
if zeta[`нап`][j]<>0 then
r[j]:=R[`нап`]/root[3](zeta[`нап`][j])
else
r[j]:=infinity
end if;
end do;
return(Ok);
end proc:
> Get_data(1);Get_r(1);

```

Визначення параметрів інтерполяції функції густини

```

> Get_A_B_C:=proc()
global r,rho,A,B,C,rdiff_rho;
local Rez,eq,i;
A:='A';
B:='B';
C:='C';
rdiff_rho:='rdiff_rho';
Rez:='Rez';
A[0]:=rho[`ком`][0];
B[0]:=(rho[`ком`][1]-rho[`ком`][0])*r[1];

```

```

C[0]:=0;
rdiff_rho[1]:=-2*B[0]/(3*r[1]);
for i from 1 to N-1 do
  B[i]:= (-r[i]^2*rdiff_rho[i]+rdiff_rho[i]*r[i+1]^2-
2*r[i]^2*rho[`ком`][i+1]+2*rho[`ком`][i]*r[i]^2)/(r[i]*(r[i]^2+r[i+1]^2-2*r[i+1]*r[i]));
  A[i]:= -(-rho[`ком`][i]*r[i+1]^2+2*rho[`ком`][i]*r[i+1]*r[i]-
r[i]^2*rho[`ком`][i+1]-
r[i]*r[i+1]*rdiff_rho[i]+rdiff_rho[i]*r[i+1]^2)/(r[i]^2+r[i+1]^2-2*r[i+1]*r[i]);
  C[i]:= -(-r[i]*rho[`ком`][i+1]+r[i]*rho[`ком`][i]-
r[i]*rdiff_rho[i]+r[i+1]*rdiff_rho[i])/(r[i]*(r[i]^2+r[i+1]^2-2*r[i+1]*r[i]));
  rdiff_rho[i+1]:=(B[i]+2*C[i]*r[i+1])*r[i+1];
end do;
return(Rez);
end proc;
> eq:={
  rho[`ком`][i]=A[i]+B[i]*r[i]+C[i]*r[i]^2,
  rho[`ком`][i+1]=A[i+1]+B[i+1]*r[i+1]+C[i+1]*r[i+1]^2,
  rdiff_rho[i]=(B[i]+2*C[i]*r[i])*r[i]}:
_solve(eq,{A[i],B[i],C[i]}):
> Get_A_B_C();

```

Формування інтерполюючої функції

Функція визначення активного інтервала:

```

> Get_interval:=proc(r0)
global r,N;
local i,not_in_interfv,Rez;
not_in_interfv:=true;
for i from 1 to N do
  if (r[i])<(r0) then
    Rez:=i;
    not_in_interfv:=false;
    break;
  end if;
end for;

```

```

end do;
if not_in_interfv then Rez:=N end if;
return(Rez);
end proc:

```

Функція густини композита від характерного радіуса r та формування густини в точці зовнішнього поверхневого шару:

```

> rho_kom:=proc(r0)
global A,B,C,N;
local Rez,i;
i:=Get_interval(r0);
if i=1 then Rez:=A[0]+B[0]/r0
    else Rez:=A[i-1]+B[i-1]*r0+C[i-1]*r0^2;
end if;
return(Rez);
end proc:
> reg_diff_rho:=proc(r0)
global h;
return((rho_kom(r0+h)-rho_kom(r0-h))/(2*h));
end proc:
> get_rho:=proc(r0)
return(1/3*reg_diff_rho(r0)*r0+rho_kom(r0));
end proc:
> get_rho_minus:=proc(r0)
global Delta;
return(1/3*(reg_diff_rho(r0)-Delta)*r0+rho_kom(r0));
end proc:
> get_rho_plus:=proc(r0)
global Delta;
return(1/3*(reg_diff_rho(r0)+Delta)*r0+rho_kom(r0));
end proc:
> get_epsilon:=proc(r0)
global R,rho; return(100*R[`нап`]^3*rho[`нап`]/(-
R[`нап`]^3*rho[`нап`]+rho_kom(r0)*r0^3))
end proc:

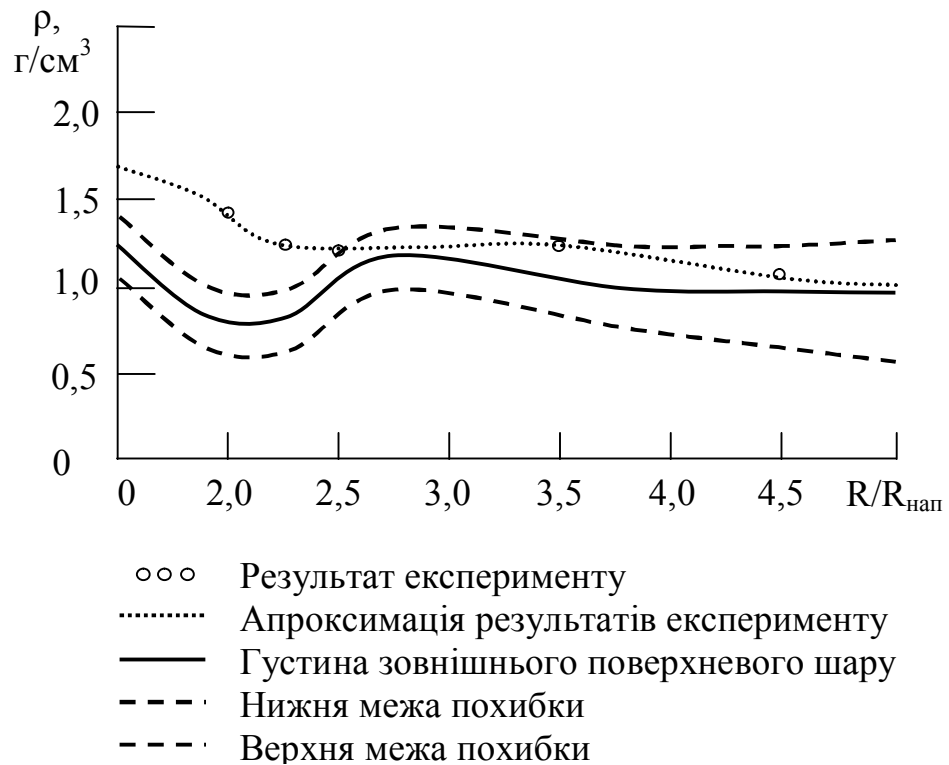
```


Формування графіків

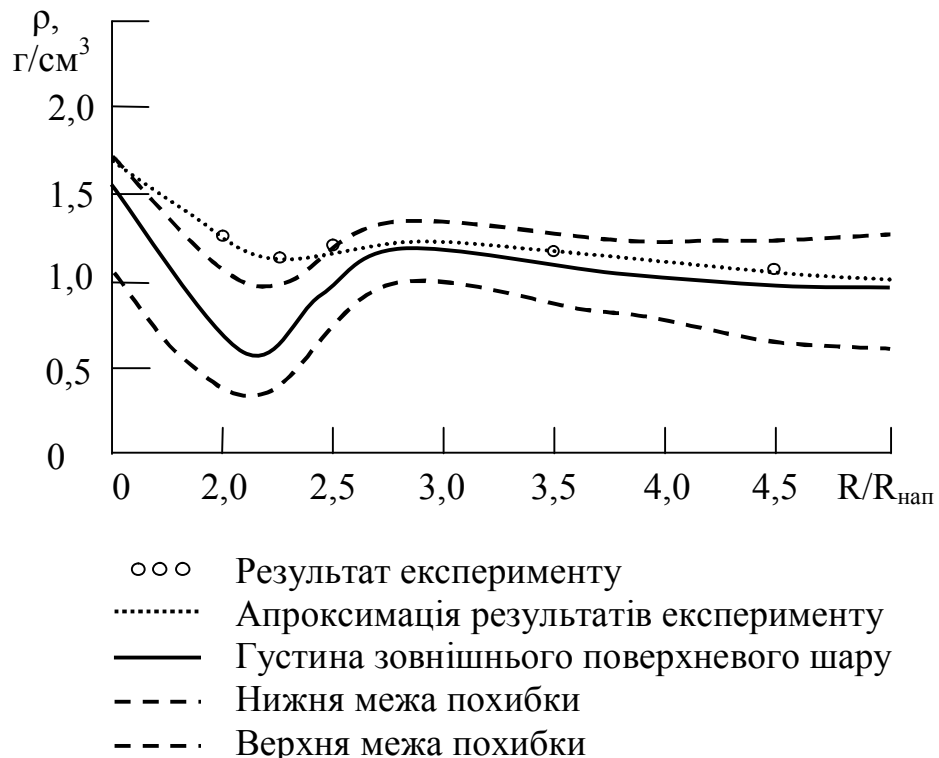
Формування графіків проводили у вигляді:

```
> for ii from 1 to 8 do
Get_data(ii);
Get_r();
Get_A_B_C();
delta_r:=0.01;
L2[ii]:=rho[`ком`][0]*4/(r[1]*(1+delta_r)-r[N-1]*(1-delta_r))^2;
L2_:=L2[ii];
h:=sqrt(2*delta/L2[ii]);
Delta:=2*sqrt(delta*L2[ii]);
AMaterial[ii]:=Material;
Aplot1[ii]:=plot([seq([r[j],rho[`ком`][j]],j=1..N)],style=point,color=
red,legend=`Дослід`);
Aplot2[ii]:=plot(rho_ком,1.75..5,1..2.5,color=green,legend=`Апро
ксімація`);
Aplot3[ii]:=plot(rho_ком_plus,1.75..5,1..2.5,color=blue,legend=`А
проксімація+`);
Aplot4[ii]:=plot(get_rho,1.75..5,0..2.5,thickness=1,color=red,legend
=`Поверневий шар`);
Aplot5[ii]:=plot(get_rho_minus,1.75..5,0..2.5,thickness=0,color=br
own,legend=`Нижня межа похибки`);
Aplot6[ii]:=plot(get_rho_plus,1.75..5,0..2.5,thickness=0,color=brow
n,legend=`Верхня межа похибки`);
Aplot7[ii]:=plot([seq([get_upsilon(kk/10+1.5),rho_ком(kk/10+1.5)]
,kk=1..100)],0..120,0..4.5,style=line,color=green);
Aplot8[ii]:=plot([seq([upsilon[`нап`][kk],rho[`ком`][kk]],kk=1..N)]
,style=point);
end do;
> for ii from 1 to 8 do
print(AMaterial[ii]);
plots[display](Aplot1[ii],Aplot2[ii],Aplot3[ii],Aplot4[ii],Aplot5[ii],
Aplot6[ii]);
end do.
```

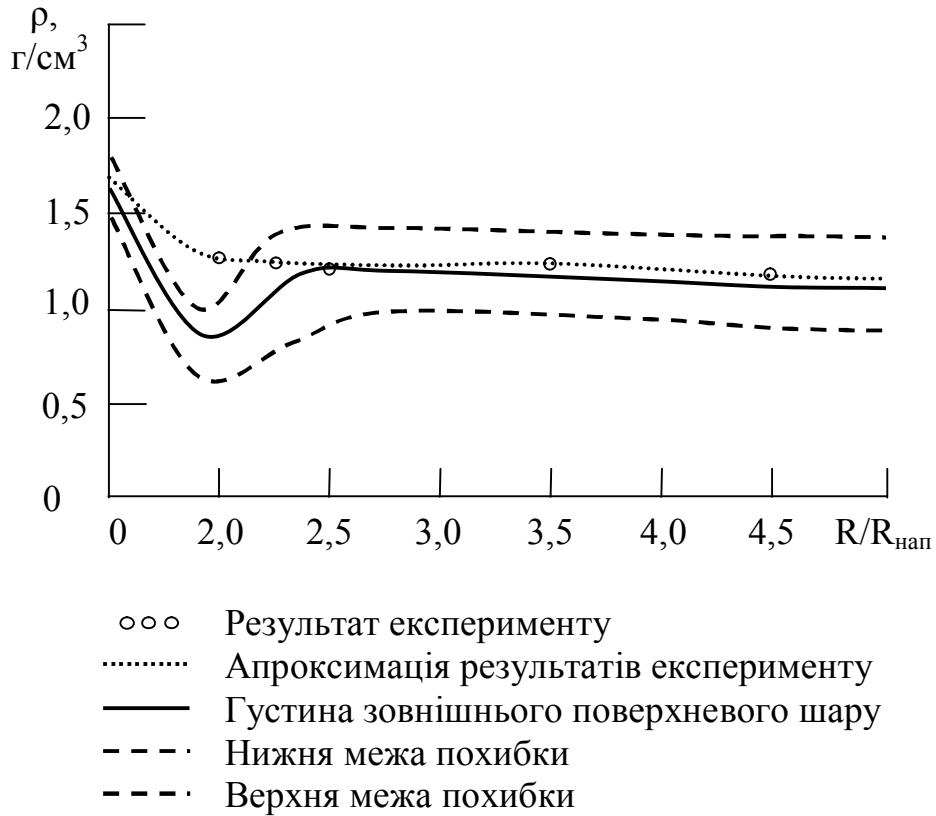
Результати дослідження залежності густини від протяжності зовнішніх поверхневих шарів



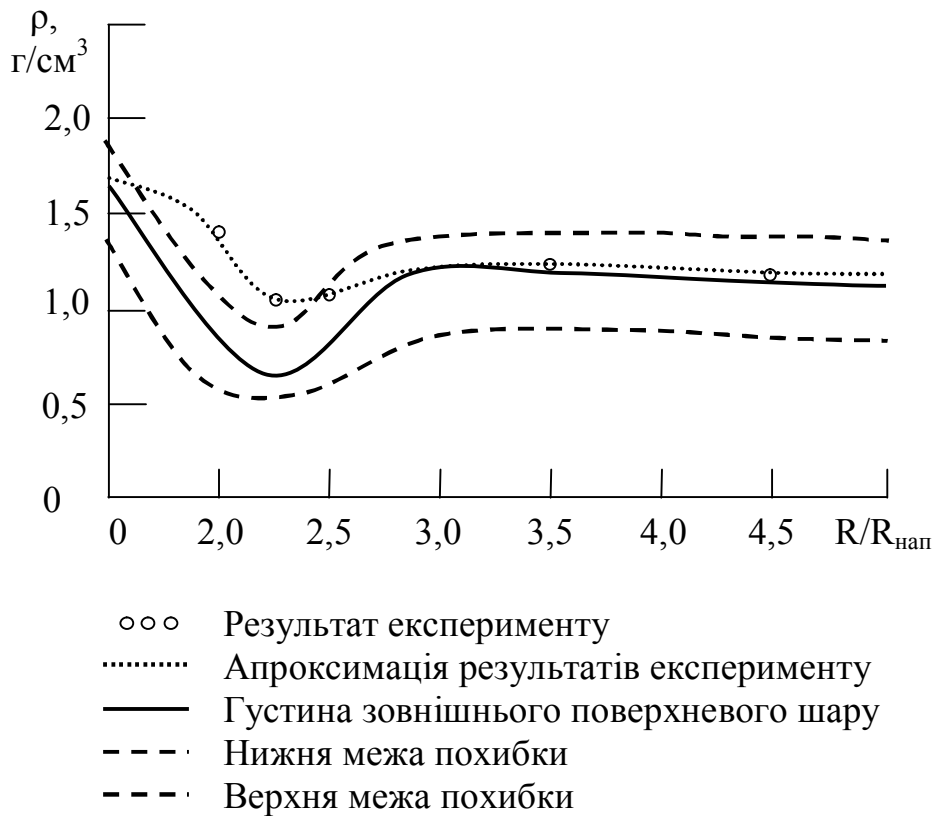
а) епоксикомпозит, наповнений феритом



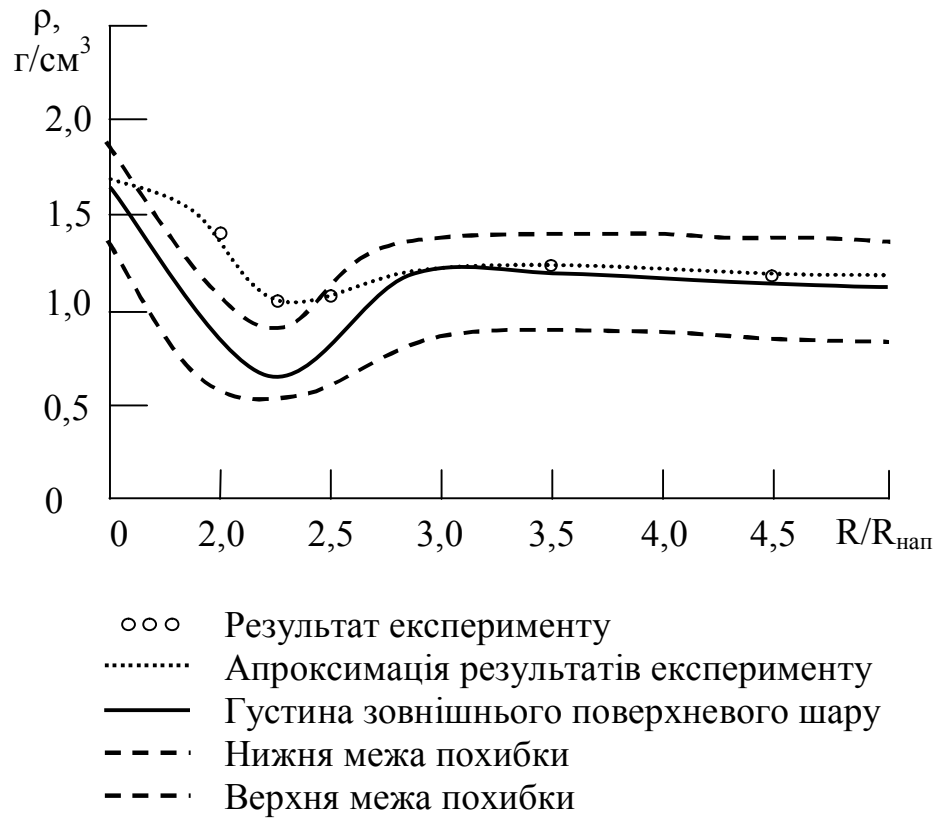
б) епоксикомпозит, наповнений коричневим шламом



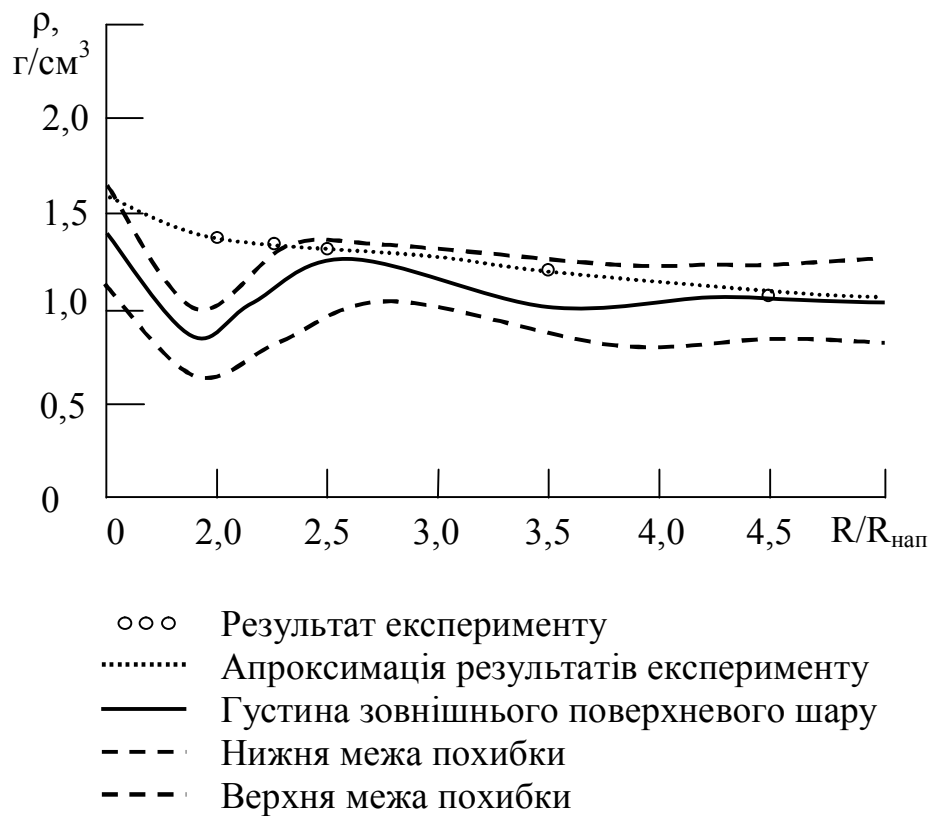
в) епоксикомпозит, наповнений оксидом хрому



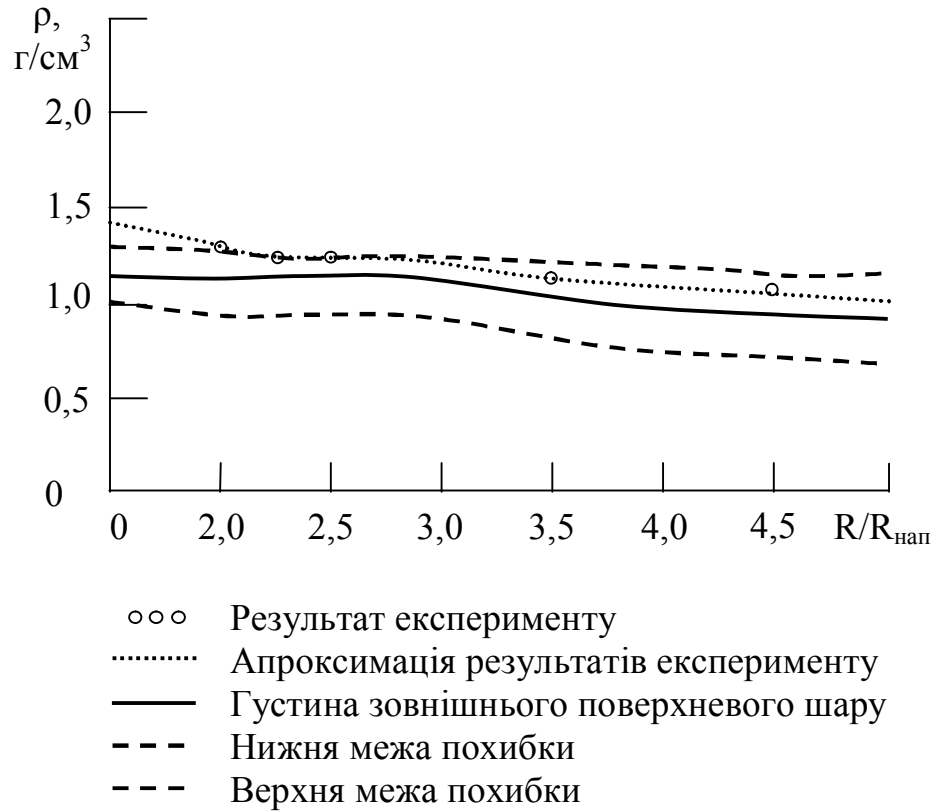
г) епоксикомпозит, наповнений оксидом міді



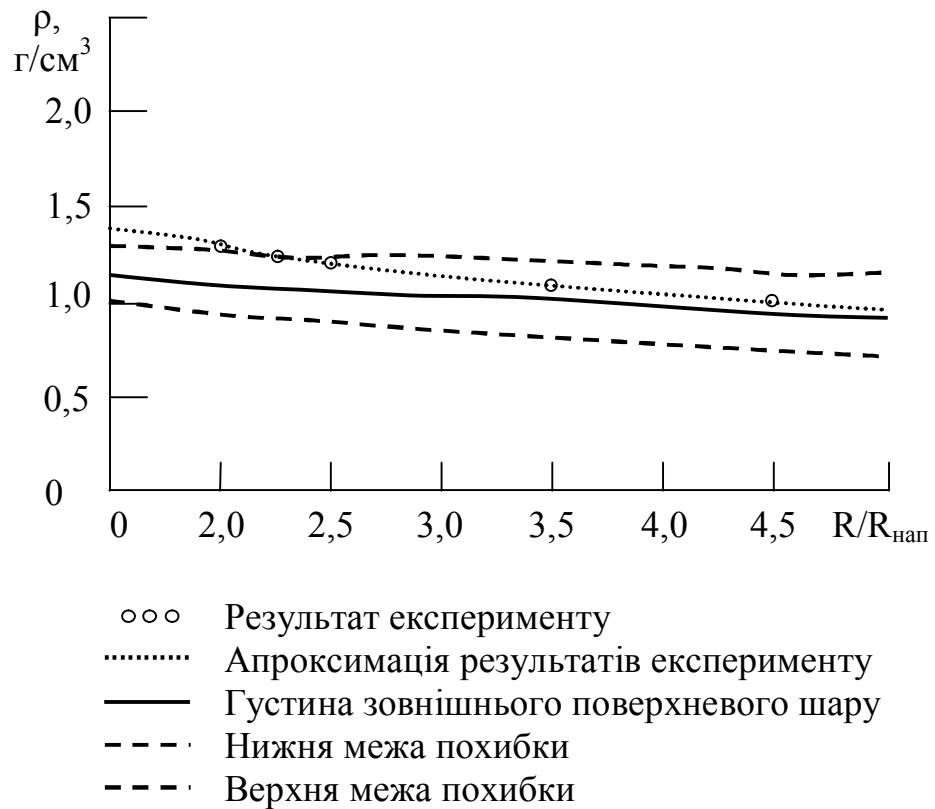
д) епоксикомпозит, наповнений цементом



е) епоксикомпозит, наповнений електрокорундом



є) епоксикомпозит, наповнений технічним графітом



ж) епоксикомпозит, наповнений газовою сажею