УДК 519.7
Ольга Галкіна
Київський національний університет імені Тараса Шевченка, факультет кібернетики, Україна

СТОХАСТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОГРАМУВАННЯ

OlgaGalkina

STOCHASTICPROGRAMMINGMODELS

Існує багато моделей стохастичного програмування, які мають широке застосування у фінансовій сфері. У даній роботі ми описуємо модель очікування, адаптивну модель та модель ресурсів. Модель ресурсів є поєднанням адаптивної моделі та моделі очікування.Модель очікування є статичною моделлю і для такого типу моделей прийняття рішень не залежить від майбутніх спостережень. В моделі очікування розв'язність записується у формі обмеження випадковості (ймовірності).

Приклад1. $0 < \alpha < 1$, α - рівень надійності, x - вектор значень прийняття рішень розмірності m:

$$P\{w \mid f_j(x, w) = 0, j = 1,2,...,n\} \geq \alpha$$

$$f_j : R^m \times Q \to R, j = 1,2,..n$$

В адаптивних моделях інформація, що стосується невизначеності, частково доступна перед прийняттям рішень.

*Приклад2.*Адаптивна стохастична проблема може бути представлена у вигляді:

$$\min E[f_0(x(w), w) \mid A]$$

$$s.t: E[f_j(x(w), w \mid A] = 0\, j = 1,2,...,n$$

$$x(w) \in X$$

В даній адаптивній проблемі, A - набір усієї інформації, доступної під час спостережень. Рішення x називається *А-адаптивним* (*А-вимірним)* та $x : \Omega \to X$. Двоетапні моделі ресурсівє поєднанняммоделі очікуваннятаадаптивноїмоделі. Такі моделі необхідні для того, щобзнайти стратегію, яка передбачає майбутні спостереження та приймає задану інформацію для того, щоб прийняти рішення щодо ресурсів.

Приклад3. Інвестор враховуєвідновлення рівноваги позицій портфелювідносно руху цін та майбутніх змін цін на акції. Припустимо, що x - очікуване рішенням на першому етапі та $Q(x,w)$ - оптимальнезначення для будь-якого Ω. Двоетапна стохастична проблема ресурсівможе бути представлена у вигляді:

$$\min f(x) + E[Q(x, w)]$$

$$s.t: Ax = b$$

$$x \in R_+^{mo}$$

Далі ми використовуємо наступні позначення: y - рішення адаптивної стохастичноїпроблеми на другому етапі, що залежить від побудовивипадкового вектору на першому етапі; $q(y,w)$ - двоетапна функція витрат; $\{T(w), W(w), h(w) \mid w \in \Omega\}$ - параметри моделі; T - технологічна матриця; W - матриця ресурсів; h-двоетапний вектор ресурсів. Технологічна матриця складається з коефіцієнтів, що трансформують рішення x на першому етапі в ресурси для двоетапної проблеми:

$$\min q(y, w)$$

$$s.t: W(w)y = h(w) - T(w)x$$

$$y \in R_+^{m_1}$$

Беручи до уваги дві останні проблеми,двоетапна модель ресурсів може бути представлена у наступній формі:

$$\min f(x) + E[\min_{y \in R_+^{m1}} \{q(y,w) \mid T(w)x + W(w)y = h(w)\}]$$
$$s.t : Ax = b$$
$$x \in R_+^{mo}$$

Дане формулювання двоетапної стохастичної проблеми може бути представлене у детермінованій формі.Припустимо, що w має дискретний та скінченний розподіл . $\Omega = \{w^1, w^2, ..., w^N\}$- опора для w (сценарій набору) та p^l - ймовірність реалізації сценарію w^l. Ми вважаємо, що p^l>0 для усіх $w^l \in \Omega$ та $\sum_{l=1}^{N} p^l = 1$.Звідси, очікуване значення двоетапної стохастичної проблеми може бути представлене у формі:

$$E[Q(x,w)] = \sum_{l=1}^{N} p^l Q(x, w^l)$$

y^l - двоетапне значення для кожного $w^l \in \Omega$.Стохастична двоетапна проблемаресурсів може бути представлена у формі:

$$\min q(y^l, w^l)$$
$$s.t : W(w^l)y^l = h(w^l) - T(w^l)x$$
$$y^l \in R_+^{m_1}$$

Задана проблема може бути представлена у детермінованій формі:

$$\min f(x) + \sum_{l=1}^{N} p^l q(y^l, w^l)$$
$$s.t : Ax = b$$
$$T(w^l)x + W(w^l)y^l = h(w^l)$$
$$w^l \in \Omega, x \in R_+^{mo}, y^l \in R_+^{m1}$$

воетапні стохастичні моделі можуть бути також додатковорозширені та представлені у формі багатоетапних стохастичних моделей.