

УДК 519.876

Ірина Олійник

Тернопільський національний економічний університет, Україна

АНАЛІЗ ПОСЛІДОВНОГО АЛГОРИТМУ ПАРАМЕТРИЧНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ СТАТИЧНИХ СИСТЕМ

Iryna Oliynyk

ANALYSIS OF THE SUCCESSIVE ALGORITHM OF PARAMETERS IDENTIFICATION OF THE INTERVAL MODELS OF STATIC SYSTEMS

На сьогодні широко використовуються складні технічні системи у різних галузях економіки, у медицині, у сфері обслуговування, під час проведення екологічних досліджень. Системи, які на макрорівні описують взаємозв'язок між факторами впливу середовища на систему і її вихідними характеристиками у вигляді алгебричних рівнянь, відносять до статичних. Дослідження таких систем передбачає проведення експерименту. На основі даних, отриманих експериментально, будують моделі типу «вхід-вихід», що є спрощеним описом досліджуваної системи.

Застосування методів інтервального аналізу для побудови таких математичних моделей дозволяє відобразити вихідні дані в інтервальному вигляді. У цьому випадку розв'язування задач оцінки параметрів моделей статичних систем ґрунтується на знаходженні розв'язків системи інтервальних алгебраїчних рівнянь. Кількість рівнянь в системі дорівнює кількості проведених в експерименті спостережень N . Множина розв'язків системи рівнянь належить області $\tilde{\Omega}$, що на площині відображається у вигляді багатогранника. Однак, у випадку високої розмірності інтервальної системи достатньо складно або й неможливо чисельно відобразити узагальнену множину її розв'язків. Тому в теорії інтервального аналізу описано ітераційні процедури наближення розв'язків, які називають інтервальною локалізацією чи допусковим оцінюванням [3].

Метод допускового оцінювання параметрів інтервальних моделей статичних систем передбачає локалізацію багатогранника $\tilde{\Omega}$ паралелотопом $\tilde{\Omega}_m$. Зокрема, із системи рівнянь N вибирають сумісну систему з m рівнянь (насичений блок), розв'язком якої є область $\tilde{\Omega}_m$, послідовно додають до системи інші рівняння з числа $(N-m)$ та формують область розв'язків та оцінку параметрів досліджуваної моделі [1].

Розглянемо детальніше послідовний алгоритм реалізації такого методу [2].

1. Введення F - матриці значень базових функцій у N спостереженнях та даних, отриманих в результаті проведення експерименту.

$$F \cdot \vec{b} = [\vec{Y}], \quad (1)$$

де $\vec{b} = (b_1, \dots, b_m)^T$ - вектор оцінок параметрів; $F = \{\varphi_j(\vec{x}_i), j=1, \dots, m, i=1, \dots, N\}$ - матриця значень базових функцій у N спостереженнях; $[\vec{Y}] = ([y_1^-, y_1^+], \dots, [y_N^-, y_N^+])^T$ - інтервальний вектор спостережень "виходу".

2. Формування F_m - квадратної підматриці F , яка складається з m базових рівнянь інтервальної системи.

3. Задання початкового кроку ітераційної процедури.

4. Розрахунок характеристик вершин $L_s(k)$, $L'_s(k)$ допускової області параметрів $\tilde{\Omega}_m$ за формулами:

$$L_s(k) = y_{k+1}^- - \vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{b}_s(k), \quad (2)$$

$$L'_s(k) = \vec{\varphi}^T(\vec{x}_{k+1}) \cdot \vec{b}_s(k) - y_{k+1}^+ = -L_s(k) - \Delta_{k+1}, \quad (3)$$

де \vec{x}_{k+1} - вектор вхідних значень у $k+1$ спостереженні, який визначає $k+1$ рівняння у системі (1); y_{k+1}^- , y_{k+1}^+ - нижня та верхня межі інтервалів „виходу” у $k+1$ спостереженні.

5. Перевірка умови чи одна з вершин багатогранника відсікається межею смуги, заданої

рівнянням $y^-(k) = \varphi^T(\bar{x}) \cdot \bar{b}_s$.

6. Перевірка умови чи одна з вершин багатогранника відсікається межею смуги, заданої рівнянням $y^+(k) = \varphi^T(\bar{x}) \cdot \bar{b}_s$.

7. Обчислення вершини s'^* , яка не потрапляє в допускову область і відсікається межею смуги, заданої рівнянням $y^+(k) = \varphi^T(\bar{x}) \cdot \bar{b}_s$.

8. Обчислення вершини s^* , яка не потрапляє в допускову область і відсікається межею смуги, заданої рівнянням $y^-(k) = \varphi^T(\bar{x}) \cdot \bar{b}_s$.

9. Розв'язування задач (4) і (5).

$$\delta_i^-(k+1) = \begin{cases} \min_{s=1, \dots, 2^{m-1}} \{L_s(k) / |\bar{\phi}^T(\bar{x}_{k+1}) \cdot \bar{f}_i|\}, \text{ якщо } L_s(k) > 0, \bar{\phi}^T(\bar{x}_{k+1}) \cdot \bar{f}_i \neq 0 \\ 0, \text{ якщо } L_s(k) \leq 0 \end{cases}, \quad (4)$$

$$\delta_i^+(k+1) = \begin{cases} \min_{s=1, \dots, 2^{m-1}} \{L'_s(k) / |\bar{\phi}^T(\bar{x}_{k+1}) \cdot \bar{f}_i|\}, \text{ якщо } L'_s(k) > 0, \bar{\phi}^T(\bar{x}_{k+1}) \cdot \bar{f}_i \neq 0 \\ 0, \text{ якщо } L'_s(k) \leq 0 \end{cases}, \quad (5)$$

де \bar{f}_i – і-тий стовпець матриці F_m^{-1} .

10. Обчислення меж інтервалу $y_i^+(k+1)$, $y_i^-(k+1)$ за формулами

$$y_i^+(k+1) = y_i^+(k) - \delta_i^+(k+1), \quad (6)$$

$$y_i^-(k+1) = y_i^-(k) + \delta_i^-(k+1). \quad (7)$$

11. Перевірка умови чи всі не базові рівняння враховані.

12. Перехід на наступний крок.

13. Візуалізація результатів.

Незважаючи на відносну простоту схеми опису алгоритму, його програмна реалізація є достатньо складною та потребує довготривалих затрат машинного часу [3]. Враховуючи, що вектор вихідних значень моделі описується інтервалом, то доцільно проводити оцінку параметрів моделі одночасно для обмежень нижньої та верхньої межі коридору допускових значень. Зокрема, для 4-10 кроків алгоритму обчислення кожного обмеження можна проводити окремо у різних потоках, ядрах, процесорах. Наприклад, обчислення характеристик вершин допускової області можна проводити паралельно для верхньої та нижньої межі «смуги» виходів y_{k+1}^-, y_{k+1}^+ .

Література

1. Дивак М. П. Метод допускового оцінювання параметрів інтервальних моделей статичних систем / Дивак М., Козак О. // Відбір та обробка інформації. – 2007. – Вип. 26 (102). – С. 18–26.
2. Дивак М. П. Особливості програмної реалізації допускового оцінювання множини параметрів інтервальних моделей з виділенням насиченого блоку ІСЛАР / Дивак М. П., Козак О. Л. // Вісник Хмельницького національного університету. – 2007. – Т.1, № 3 (93). – С. 140–146.
3. Дивак М. П. Задачі математичного моделювання статичних систем з інтервальними даними: монографія / М. П. Дивак. – Тернопіль: Економічна думка, 2011. – 216 с.