В таблице представлены относительные отклонения параметров, полученные соответственно по методу модулирующих функций $\delta_{мф}$, по модифицированному методу модулирующих функций $\delta_{ммф}$, по методу наименьших квадратов $\delta_{мнк}$.

Значения относительных отклонений оценок параметров запишем как

$$\delta = \frac{l - l^*}{l},$$

где l^* — вычисленная оценка параметров, l — задаваемое значение параметров.

Полученные результаты свидетельствуют, что точность определения оценок параметров предложенным методом соизмерима с точностью определения оценок параметров по методу наименьших квадратов.

1. *Василенко А. Ф.* Разработка систем параметрической идентификации: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Душанбе, 1982. 2. *Мироновский Л. А., Юдович В. С.* Об одном подходе к идентификации линейных стационарных объектов // Автоматика и телемеханика. 1978. № 1. С. 118—123. 3. *Райбман Н. С.* Идентификация объектов управления // Автоматика и телемеханика. 1979. № 6. С. 85—93.

Статья поступила в редколлегию 21. 01. 88

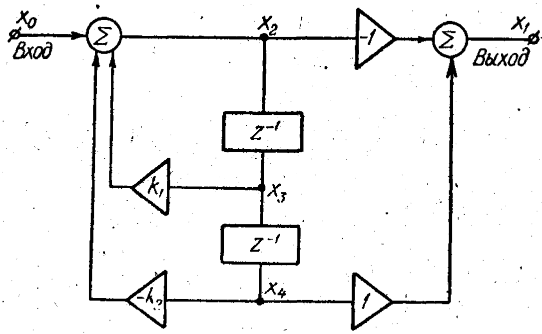
УДК 621.372.54.037.372

Б. И. ЯВОРСКИЙ

ВЗАИМОСВЯЗЬ МЕЖДУ ПРЕДСТАВЛЕНИЯМИ ЦИФРОВОГО РЕКУРСИВНОГО РЕЗОНАТОРА В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ И ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

Преобразователи сигналов, реализованные средствами цифровой вычислительной техники, сейчас широко применяются в моделировании, управлении, оценивании в разных областях науки и техники. В каждом из перечисленных случаев приняты свои формальные представления преобразователей сигналов. Например, многие методы теории управления используют представления в пространстве состояний, для цифровой фильтрации характерны описания зависимости выход—вход в частотной области [2, 10]. Вместе с тем в современной компьютерной технологии научно-исследовательской работы используются концептуальные уровни описания систем, что требует интеграции понятий, представлений, усиления коммуникации различных исследователей. В конечном итоге это означает включение в программное обеспечение, например, экспертной системы (в базе знаний) программ, осуществляющих связь между разными представлениями преобразователей сигналов.

Взаимосвязь временных и частотных представлений преобразователя сигнала устанавливается в общем виде [2, 10]. Реализация такой взаимосвязи вызывает необходимость выполнения решений матричных дифференциальных уравнений и других сложных операций, что резко снижает эффективность ее установления между временными и частотными описаниями. Однако можно установить взаимосвязь между частотным и вре-



Блок-схема цифрового рекурсивного резонатора.

менным представлением на уровне зависимостей между коэффициентами формул, описывающих представления.

Одним из распространенных преобразователей сигналов, применяющихся в моделировании, управлении, оценивании, есть резонатор — элемент, обладающий селективным избирательным свойством по частоте и затухающим колебательным откликом на воздействие одиночного дельта-импульса [11] во временной области. При работе на границе устойчивости резонатор может служить источником незатухающих колебаний [1].

Ниже установлена взаимосвязь между представлениями в частотной области (комплексной z-плоскости) и пространстве состояний реализации резонатора средствами цифровой вычислительной техники — цифрового рекурсивного резонатора (ЦРР).

Рассмотрим представление в частотной области ЦРР (см. рисунок) [11].

Для ЦРР справедливо уравнение [5, 7]:

$$A \cdot X = X_0,$$

где

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -k_1 & k_2 \\ 0 & -z^{-1} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -z^{-1} & 1 \end{vmatrix}; \quad X = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{vmatrix}; \quad X_0 = \begin{vmatrix} 0 \\ x_0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}.$$

Передаточная функция ЦРР [7]

$$x_1/x_0 = H_{01}(z^{-1}) = \Delta_{21}/\det A, \qquad (1)$$

где $\Delta_{21} = det\, A_{21}$, A_{21} — соответствующее дополнение к элементу a_{21} матрицы A;

$$det\, A_{21} = 1 - z^{-2}; \quad det\, A = k_2 z^{-2} - k_1 z^{-1} + 1.$$

Частотные свойства резонатора определяются местоположением на z-плоскости пары комплексно сопряженных полюсов $z_{1,2}$ его передаточной функции (1)

$$z_{1,2} = r \cdot exp(\pm j\omega_p T).$$

Здесь r — расстояние от начала координат до полюса; ω_p — резонансная частота; T — период дискретизации.

Отсюда $k_1 = 2r \cdot \cos \omega_p T$; $k_2 = -r^2$. Добротность резонатора [3]

$$Q = \omega_p T / 2(1-r). \qquad (2)$$

Необходимо отметить, что (2) не учитывает искажений частотной шкалы при билинейном z-преобразовании [7, 8], соответствует определению добротности в p-плоскости [9] и справедливо в z-плоскости для высокодобротных ЦРР.

Приведенных выше сведений достаточно для расчета ЦРР по заданным добротности и резонансной частоте. Дальше следует по условиям устойчивости и точности выбрать длину регистров, способ кодирования чисел [3, 8]. Для этого часто требуется определять передаточные функции вида $H_{1m}(z^{-1})$, что приводит к применению теории непрерывных цепей, использующей матричные представления [9], в цифровых цепях [5].

Представление ЦРР в частотной области не позволяет сформулировать конструктивные требования (определить его ω_p, Q). Расчет ЦРР в частотной области прост, а эффекты наложения [8, 10, 11] исключаются. Исследование эффектов, возникающих при реализации ЦРР средствами ЦВТ, в частотной области сложно.

В пространстве состояний [4] ЦРР представляется уравнениями

$$DX = AX + BU, \quad Y = CX + EU, \qquad (3)$$

где D — оператор задержки;

$A = \begin{vmatrix} k_1' & -k_2' \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$ — матрица состояний;

$B = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ — входная матрица;

$C = \begin{vmatrix} k_1' & 1-k_2' \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$ — матрица выхода;

$E = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ — матрица связи;

$X = \begin{vmatrix} x_3 \\ x_4 \end{vmatrix}$ — вектор состояний;

$$Y = \begin{vmatrix} x_1 \\ 0 \end{vmatrix} \text{ — выходной вектор;}$$

$$U = \begin{vmatrix} x_0 \\ 0 \end{vmatrix} \text{ — входной вектор,}$$

причем значения компонент векторов X, Y, U зависят от номера отсчета g.

Из (3) получим [6]

$$X = \sum_{n} \left\{ \exp[A(g - g_0)] \cdot V + \sum_{q=g^\circ}^{g} \exp[A(g-q)]\, F(q) \right\} \cdot \delta_n, \tag{4}$$

где V — вектор начальных условий, $V = \begin{vmatrix} x_3 \\ x_4 \end{vmatrix}_0$; $F(q)$ — входное воздействие, $x_0 = F(q)$;

$$\delta_n = \begin{cases} 1, & g = n \\ 0, & g \neq n, \end{cases} \quad n = 0,\ 1,\ 2\ldots$$

Используя теорему о спектральном разложении функции от простой матрицы, запишем [6]

$$f(A) = \sum_{l=1}^{s} f_l \cdot Z_{l1}, \tag{5}$$

где s — количество собственных значений λ_l матрицы A, определяемых из уравнения $det(A - 1 \cdot \lambda) = 0$; f_l — значение функции $f(\cdot)$ в собственном значении λ_l; Z_{l1} — компонентные матрицы, линейно независимые и независимые от $f(\cdot)$;

$Z_{l1} = c(\lambda_l)/\psi^{(1)}(\lambda_l)$, $c(\lambda_l) = \prod\limits_{j=1,\, j=l}^{s} (A - \lambda_j \cdot 1)$ — приведенная, присоединенная к A матрица;

$\psi^{(1)}(\lambda_l) = \prod\limits_{j=1,\, j=l}^{s} (\lambda_l - \lambda_j)$ — значение производной от минимального многочлена матрицы в значении λ_l.

Как видно из (5), для получения (4) необходимо определить спектр матрицы A. При этом следует учесть, что компоненты матрицы A задаются на дискретной p-плоскости. Значения λ_l действительные или комплексно сопряженные (коэффициенты фильтра действительные числа) определяют через компоненты k_1', k_2' матрицы A, которые зависят от координат полюсов в дискретной p-плоскости. Если $a \pm jb$ — координаты полюсов в z-плоскости, то координаты $\alpha \pm j\beta$ полюсов в дискретной p-плоскости

$$\alpha \pm j\beta = \frac{2}{T}[(a-1) \pm jb] / [(a+1) \pm jb].$$

Тогда, например,

$$k'_1 = \frac{2}{T}(k_2 - 1)/(k_2 + k_1 + 1),$$

$$k'_2 = \frac{4}{T^2}[(k_2 + 1)^2 - k_1^2]/(k_1 + k_2 + 1)^2. \tag{6}$$

Дальше находим Z_{11}, Z_{21} ($s=2$ для матрицы A), X и затем Y. Если входное воздействие $F(\cdot)$ — единичный δ-импульс, а начальные условия V — нулевые, то, определяя Y, можно установить, что, например, $\frac{\omega_p}{2Q} = \frac{2}{T} \frac{r^2 - 1}{r^2 + 2r\cos\omega_p T + 1}$, откуда $Q = \frac{\omega_p T(r^2 + 2r\cos\omega_p T + 1)}{4(r^2 - 1)}$, что при высокодобротных резонаторах ($\omega_p T \to 0$, $r \to 1$) дает (2).

При переходе от представления в пространстве состояний к представлению в частотной области необходимо установить преобразования, обратные (6).

Представление в пространстве состояний эффективно при установлении конструктивных требований к ЦРР, позволяет анализировать характеристики качества преобразователя сигнала в целом (исследование устойчивости, использование корреляционного анализа [10]).

Таким образом, установлена взаимосвязь между представлениями в частотной области и пространстве состояний, в конкретном случае ЦРР. Это позволит эффективно перейти от одного представления к другому, минуя сложные вычисления над матрицами, что сэкономит память и время вычислений.

1. *А. с. 1092516 СССР.* Цифровой генератор синуса / Яворский Б. И., Гуда И. С. // Бюл. изобрет. 1984. № 18. 2. *Аплевич Дж. Д.* Представление систем применительно к задачам управления, цифровой обработки сигналов и оценивания // ТИИЭР. 1979. № 11. С. 104—105. 3. *Белявская Т. Г., Губанова Т. В., Левчук Ю. П.* Устойчивые цифровые резонаторы // Приборостроение. 1981. № 10. С. 48—54. 4. *Заде Л., Дезоер Ч.* Теория линейных систем. М., 1970. 5. *Крошьер Т., Оппенгейм А. В.* Анализ линейных цифровых цепей // ТИИЭР. 1975. № 4. С. 45—61. 6. *Ланкастер П.* Теория матриц. М., 1978. 7. *Оппенгейм А. В., Шафер Р. В.* Цифровая обработка сигналов. М., 1979. 8. *Рабинер Л., Гоулд Б.* Теория и применение цифровой обработки сигналов. М., 1978. 9. *Сигорский В. П., Петренко А. И.* Основы теории электронных схем. К., 1971. 10. *Уилски А. С.* Взаимосвязь между теорией цифровой обработки сигналов и теорией управления и оценивания // ТИИЭР. 1978. № 9. С. 5—33. 11. *Яворский Б. И., Домбровский З. И.* Расчет цифровых полосовых фильтров типа Чебышева // Радиотехника. 1981. № 10. С. 79—81.

Статья поступила в редколлегию 24. 05. 88