

УДК 539.3

**Наталія Маланчук, Костянтин Чумак**

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України,  
Україна

## **КОНТАКТ ПРУЖНИХ ТІЛ З ХВИЛЯСТИМИ ПОВЕРХНЯМИ ЗА ЇХ ЧАСТКОВОГО ПРОКОВЗУВАННЯ**

**Nataliya Malanchuk, Kostyantyn Chumak**

### **CONTACT OF ELASTIC SOLIDS WITH WAVY SURFACES UNDER PARTIAL SLIP BETWEEN THEM**

В даний час розроблені й успішно застосовуються різноманітні технології модифікації рельєфу тіл, що контактують, зокрема мікротекстурування - формування періодично розташованих виїмок малої висоти однакового профілю. Базуючись на аналітичних розв'язках контактних задач для тіл з періодичними нерівностями поверхонь можна прогнозувати контактну міцність, жорсткість та зношування мікротекстурованих спряжень.

У даній роботі побудовано аналітичний розв'язок плоскої контактної задачі про взаємодію двох пружних півпросторів, поверхня одного з яких має хвилястий рельєф, за виникнення періодично розташованих ділянок часткового проковзування. Визначено залежності довжини ділянок проковзування, відносного зсуву поверхонь та контактних напружень від прикладеного навантаження.

Розглянемо два ізотропні півпростори з однакових матеріалів. Межа одного з півпросторів до контакту є плоскою. Інший півпростір має хвилясту поверхню (рис. 1), форма якої описується періодичною функцією  $r(x) = r(x + kd) = -r_0 \cos^2 \frac{\pi x}{d}$ ,  $r_0 \ll d$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ , де  $d$  – період. Вважаючи, що тіла перебувають в стані плоскої деформації, розглядатимемо взаємодію двох півплощин  $D_1$  і  $D_2$ , утворених у результаті перетину півпросторів координатною площиною  $Oxy$  (рис. 2). Процес навантаження є послідовним: спершу тіла притискаються одне до одного прикладеними на нескінченності нормальними зусиллями такої інтенсивності  $P$ , за якої реалізується повний контакт тіл (без зазорів). Далі нормальне навантаження залишається постійним, а до тіл на безмежності прикладаються зсувні зусилля  $S$ . Згідно з законом Кулона-Амонтона поверхні тіл зчепленні до тих пір, поки дотичні контактні напруження  $S(x) = \tau_{xy}(x, 0)$  є менші, ніж контактний тиск  $P(x)$ , помножений на коефіцієнт тертя  $f$ :  $S(x) < fP(x)$ . Тому, залежно від величини зсувних зусиль  $S$ , поверхні тіл або перебувають у зчепленні, або локально проковзують одна відносно іншої, або відбувається глобальне ковзання тіл. У даній роботі розглядаються зсувні зусилля такої

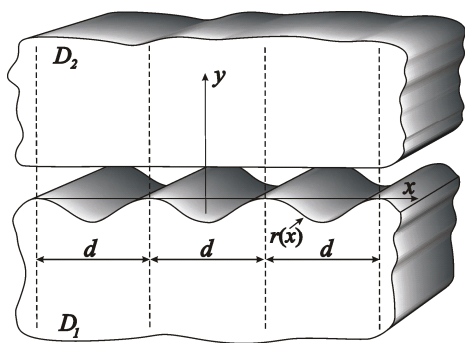


Рис. 1

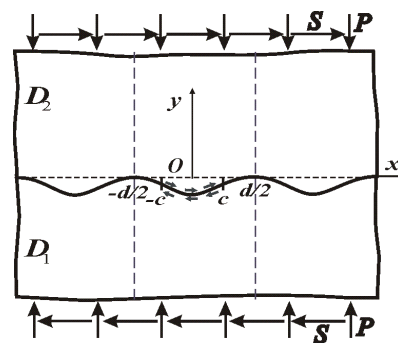


Рис. 2

інтенсивності  $S$ , за якої в межах кожного періоду від його центру розвивається ділянка фрикційного проковзування шириною  $2c$ , на якій діють дотичні напруження  $S(x) = fP(x)$ ,

зумовлені силами тертя (рис. 2, малими стрілками позначено напрям проковзування поверхонь). Поза ділянками проковзування поверхні тіл перебувають у зчепленні.

Використовуючи метод функцій міжконтактних зазорів [1] та враховуючи періодичність переміщень і напружень, сформульовану контактну задачу зведено до сингулярного інтегрального рівняння з ядром Гільберта на відносний зсув  $U(x) = u_x^-(x, 0) - u_x^+(x, 0)$  меж тіл:

$$\int_{-c}^c U'(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi(t-x)}{d} dt = \frac{2d(1-\nu)}{G} (S - fP) + f \int_{-d/2}^{d/2} r'(t) \operatorname{ctg} \frac{\pi(t-x)}{d} dt, \quad |x| \leq c. \quad (1)$$

Функція  $U(x)$  задовольняє умови [2, 3]

$$U(\pm c) = U'(\pm c) = 0. \quad (2)$$

Аналітичний розв'язок рівняння (1) за умов (2) має вигляд

$$U(x) = \frac{4d(1-\nu)(S - fP)}{2G\pi} \left[ \frac{\sqrt{tg^2 \frac{\pi c}{d} - tg^2 \frac{\pi x}{d}}}{\sqrt{1 + tg^2 \frac{\pi c}{d}}} - \operatorname{arctanh} \left( \frac{\sqrt{tg^2 \frac{\pi c}{d} - tg^2 \frac{\pi x}{d}}}{\sqrt{1 + tg^2 \frac{\pi c}{d}}} \right) \right] - \frac{fr_0 \left( tg^2 \left( \frac{\pi c}{d} \right) - tg^2 \left( \frac{\pi x}{d} \right) \right)^{3/2}}{\left( 1 + tg^2 \left( \frac{\pi c}{d} \right) \right)^{3/2} \left( 1 + tg^2 \left( \frac{\pi x}{d} \right) \right)}, \quad |x| \leq c.$$

Півдовжину  $c$  ділянки проковзування знайдено з умови обмеженості дотичних напружень на кінцях ділянок проковзування  $U'(\pm c) = 0$ :

$$c = \frac{d}{\pi} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{2G\pi fr_0}{4d(1-\nu)(S - fP)}} - 1.$$

Базуючись на знайденому аналітичному розв'язку задачі, проаналізовано залежність півдовжини ділянки проковзування від прикладених зсувних зусиль, а також розподіли відносного зсуву меж тіл та контактних напружень. Виявлено, що відносний зсув поверхонь зростає зі збільшенням інтенсивності зсувних зусиль та набуває свого максимального значення в центрі періоду. Максимум дотичних контактних напружень досягається на краях ділянок проковзування та зростає зі збільшенням інтенсивності зсувних зусиль.

Робота виконана за підтримки гранту 23-08-12 Національної академії наук України та гранту Президента України для підтримки наукових досліджень молодих учених на 2012 рік (договір № Ф44/403-2012 ГП385).

### Література

1. Martynyak R. Mechanothermodiffusion interaction of bodies with regard for the filler of intercontact gaps // Materials Science. 2000. V. 36. P. 300-304.
2. Горячева И.Г., Маланчук Н.И., Мартыняк Р.М. Контактное взаимодействие тел с периодическим рельефом при частичном проскальзывании // Прикладная математика и механика. 2012. Т. 76, Вып. 5. С. 695-709.
3. Goryacheva I.G., Malanchuk N.I., Martynyak R.M., Chumak K.A. Contact strength of solids with periodic relief under partial frictional slip // CD: 19th European Conference on Fracture, Kazan, Russia, 26-31 August, 2012. – 8 p. – ISBN 978-5-905576-18-8.