

Міністерство освіти і науки України  
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ПРОМОВИЧ ЮРІЙ БОРИСЛАВОВИЧ

УДК 616-073.756.8:621.3.011.21

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТРУМУ  
В ОБ'ЄКТАХ З НЕОДНОРІДНОСТЯМИ  
ТА МЕТОДИ ЇХ БІПОЛЯРНОЇ ЕЛЕКТРОІМПЕДАНСНОЇ ТОМОГРАФІЇ З  
ПІДВИЩЕНОЮ ТОЧНІСТЮ

01.05.02 — математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата технічних наук

Тернопіль – 2013

Дисертацією є рукопис.

Роботу виконано в Тернопільському національному технічному університеті імені Івана Пулюя, Міністерства освіти і науки України.

Науковий

керівник – доктор технічних наук, професор

**Яворський Богдан Іванович,**

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, завідувач кафедри біотехнічних систем.

Офіційні

опоненти: доктор технічних наук, професор

**Бомба Андрій Ярославович,**

Рівненський державний гуманітарний університет, завідувач кафедри інформатики та прикладної математики;

кандидат фізико-математичних наук, доцент

**Гавриш Василь Іванович,**

Національний університет «Львівська політехніка», доцент кафедри програмного забезпечення.

Захист відбудеться «\_\_\_»\_\_\_\_\_2013 р. о «\_\_\_» год «\_\_\_» хв на засіданні спеціалізованої вченої ради **К 58.052.01** в Тернопільському національному технічному університеті імені Івана Пулюя (46001, м. Тернопіль, вул. Руська, 56, ауд. 79).

З дисертацією можна ознайомитися у науково-технічній бібліотеці Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя (46001, м. Тернопіль, вул. Руська, 56).

Автореферат розіслано «\_\_\_»\_\_\_\_\_2013 р.

*Вчений секретар спеціалізованої  
вченої ради К 58.052.01*

Шелестовський Б.Г.

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність теми.** Виявлення (профілактичне обстеження, скринінг) новоутворень у м'яких тканинах на початкових стадіях їх виникнення є важливим завданням сучасної медицини. Технічні засоби Х-променевої маммографії та ультразвукового дослідження, які використовуються з метою виявлення новоутворень гоміоздки, а їх використання є вартісним та інвазивним (супроводжується енергетичним впливом на пацієнта). Для обстеження на початкових етапах необхідно використовувати дешеві, портативні та малоінвазивні технічні засоби, зокрема засоби електроімпедансної томографії (ЕІТ) – реконструкції структури м'яких тканин за їх провідністю.

ЕІТ характеризується низькою інвазивністю та відносно простою технічною реалізацією, проте складність математичного забезпечення для отримання достатньої точності розв'язку задачі ЕІТ уповільнює її впровадження у медичну практику. Забезпечення портативності засобів ЕІТ потребує пошуку нових або вдосконалення відомих математичних моделей і обчислювальних методів ЕІТ. В цьому напрямі працюють науковці університетів Англії, Німеччини, США, Росії, Китаю, України. Зокрема, для забезпечення точності Дорожовцем М. (НУ «Львівська політехніка») використано тетраполярну томографічну систему, Рибіним О. (НТУ КПП) для спрощення задачі використано схемотехнічне представлення середовища, Шульгіним В. (ХАІ) удосконалено конструкторське рішення тетраполярної ЕІТ. Відомий також спрощений підхід до розв'язування задачі реконструкції за даними біполярної ЕІТ через застосування методу зворотного проектування вздовж многовиду прямих (Коваčić D., Šantić A.). Проте, ці результати не забезпечують достатніх точності реконструкції структури м'яких тканин при використанні ЕІТ та її економічності і портативності.

Отримання достатньої точності при одночасних економічності і портативності ЕІТ забезпечить адекватність математичної моделі траєкторій струму в м'яких тканинах з новоутвореннями. Математичне моделювання струму в об'єктах з неоднорідностями є важливою науковою задачею, тому тема дослідження актуальна.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Тема дисертації входить до тематичного плану наукових робіт Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. Окремі результати роботи отримані при виконанні наукової теми «Розроблення методів ідентифікації і верифікації математичних моделей сигналів при побудові медичних систем телемоніторингу та діагностики», державний реєстраційний номер 0108U001110.

**Мета і задачі дослідження.** Метою роботи є удосконалення математичної моделі траєкторій струму в м'яких тканинах з новоутвореннями для отримання достатньої точності розв'язування задачі реконструкції за даними біполярної ЕІТ. Для досягнення поставленої мети потрібно розв'язати такі задачі:

— провести аналіз відомих математичних моделей та методів, що використовуються в ЕІТ з метою виявлення резервів підвищення точності реконструкції при одночасному спрощенні засобів ЕІТ та застосуванні їх для виявлення новоутворень в м'яких тканинах;

— удосконалити математичну модель траєкторій струму в м'яких тканинах з новоутвореннями за даними біполярної ЕІТ, які будуються на основі апріорних даних про характер розподілу провідності, отриманих шляхом розв'язання її прямої задачі;

— удосконалити метод зворотного проектування для його застосування в спрощеній біполярній ЕІТ шляхом включення апріорних даних про характер розподілу провідності;

— зменшити систематичну похибку даних томографічного експерименту введенням поправки. Для цього вивчити причини виникнення та характер похибки даних томографічного експерименту, побудувати математичну модель для визначення поправки систематичної похибки вимірювання електричного імпедансу біполярним томографом;

— побудувати імітаційну модель м'якої тканини з новоутворенням для верифікації методу реконструкції біполярною ЕІТ;

— побудувати досліdnий макет електроімпедансного томографа для натурної верифікації імітаційної моделі прямої задачі біполярної ЕІТ;

*Об'єкт дослідження* — процес реконструкції томографічних зображень об'єктів з неоднорідностями в ЕІТ.

*Предмет дослідження* — математичні моделі біполярної ЕІТ та методи реконструкції томографічних зображень, що використовують зворотне проектування.

*Методи дослідження* — для моделювання прямої задачі ЕІТ застосовано числові методи інтегрування, при дослідженні методів реконструкції використано результати теорії некоректних задач. Результати енергетичної теорії стохастичних сигналів застосовано для опису поправки систематичної похибки вимірювання електричного імпедансу біполярним електроімпедансним томографом.

**Наукова новизна отриманих результатів.** У процесі теоретичних та експериментальних досліджень отримано такі наукові результати:

1) вперше розроблено математичну модель поправки систематичної похибки вимірювання електричного імпедансу, що дало змогу при побудові біполярного електроімпедансного томографа використовувати один вимірювальний перетворювач;

2) вперше розроблено імітаційну модель для задачі біполярної ЕІТ, використовуючи яку отримано кількісну оцінку якості реконструкції;

3) удосконалено математичну модель отримання образу Радона шляхом інтегрування вздовж ліній максимальної густини електричного струму, що дало змогу використовувати її для біполярної ЕІТ;

4) удосконалено метод зворотного проектування введенням апріорних даних, що дало змогу підвищити точність локалізації включень в об'єктах з відомою неоднорідністю.

### **Практичне значення отриманих результатів**

Проведені в роботі дослідження покладені в основу при реалізації алгоритму зворотного проектування, в якому останнє проводиться вздовж ліній максимальної густини електричного струму, дають змогу точніше локалізувати на імпедансних томограмах структурні елементи провідного середовища.

Отримані теоретичні результати використані при реалізації дослідного макету системи для біполярної ЕІТ. На апаратному рівні в систему входять персональний комп'ютер та периферійний (щодо комп'ютера) вимірювальний блок. На програмному рівні для системи розроблено програму роботи периферійного вимірювального блока, яку виконує мікроконтролер, програму попереднього опрацювання томографічних даних для персонального комп'ютера, програмний протокол взаємодії комп'ютера і периферійного блока та реалізовано алгоритм реконструкції.

Розроблена комп'ютерна імітаційна модель уможлиблює повне відтворення процесу реконструкції зображення (розв'язує пряму задачу біполярної ЕІТ), працює з моделлю провідного тіла у вигляді тестового зображення, що дає можливість кількісно оцінювати різні реалізації алгоритму реконструкції та значно скорочує час на розроблення та вартість проектування електроімпедансних томографів і програмного забезпечення для них.

Розроблені у дисертації математична й імітаційна моделі та отримані на їх базі алгоритми, програми й апаратне забезпечення впроваджено у: Тернопільському обласному клінічному комунальному онкологічному диспансері на кафедрі онкології, променевої діагностики і терапії та радіаційної медицини Тернопільського державного медичного університету імені І.Я. Горбачевського для пошукового експериментального дослідження на операційному мікропрепараті після мастектомії з метою відпрацювання діагностичної моделі; Львівському науково-дослідному інституті радіоелектронної медичної апаратури для вивчення можливості застосування у нових розробках.

У перспективі результати досліджень знайдуть своє застосування при проектуванні біполярних імпедансних томографів для неруйнівних методів контролю та оптимізації технологічних процесів тепломасопереносу.

**Особистий внесок здобувача** полягає у безпосередній участі в проведенні теоретичних досліджень, розробленні та програмній реалізації алгоритмів, самостійному плануванні та проведенні імітаційного і натурного моделювання, оформленні проміжних результатів роботи у вигляді публікацій та доповідей, роботі над дисертацією в цілому. Основні результати, які відображають суть дисертаційної роботи, отримані автором самостійно. З опублікованих у співавторстві робіт здобувачеві належить: в роботах [1, 6] — запропоновано метод зворотного проектування вздовж ліній максимальної густини електричного струму, побудовано та реалізовано алгоритм

реконструкції пропонованим методом; в роботах [7, 8] — побудовано структуру математичної моделі для задачі біполярної ЕІТ; в роботі [10] отримано вираз для математичної моделі систематичної похибки вимірювання електричного імпедансу електроімпедансним томографом; в роботі [2] запропоновано та побудовано структуру імітаційної моделі; в роботах [3, 9] побудовано структуру системи для ЕІТ, проведено ідентифікацію структури і частково параметричний синтез електричної принципової схеми експериментального макета електроімпедансного томографа.

**Апробація результатів дисертації.** Результати роботи над дисертацією апробовано на: 10-й міжнародній науковій конференції «TCSET'2010» (Львів – Славське, Україна, 2010 р.); IV-й міжнародній конференції «Електроніка і прикладна фізика» (м. Київ, Україна, 2008 р.); міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні інформаційні і електронні технології» (м. Одеса, 2009р); восьмій Всеукраїнській науково-технічній конференції «Фізичні процеси та поля технічних і біологічних об'єктів» КДУ імені Михайла Остроградського (м. Кременчук, 2009 р.); 12-й науковій та Всеукраїнській конференціях Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя (м. Тернопіль) у 2008 і 2009 роках; науково-технічних семінарах кафедри «Біотехнічні системи» Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя (2008-2010 рр.).

Робота загалом обговорювалася на засіданні семінару «Неруйнівний контроль і діагностика властивостей матеріалів, середовищ і конструкцій» Львівського фізико-механічного інституту ім. Г.В. Карпенка НАН України, на засіданні наукового семінару Інституту комп'ютерних наук та інформаційних технологій Національного університету «Львівська політехніка» та на засіданні наукового семінару кафедр «Комп'ютерні системи та мережі», «Математичні проблеми управління і кібернетики» та «Програмне забезпечення комп'ютерних систем» Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича.

**Публікації.** За основними результатами дисертаційної роботи опубліковано 11 наукових праць, у тому числі: 5 статей у фахових виданнях з технічних наук; 6 публікацій у матеріалах тез доповідей, з них 3 на міжнародних наукових конференціях. 3 праці опубліковано без співавторів.

**Структура і обсяг дисертації.** Дисертаційна робота складається зі вступу, чотирьох розділів, висновку, викладених на 96 сторінках, списку використаних джерел з 102 позицій на 11 сторінках та 4 додатків на 27 сторінках. Повний обсяг дисертаційної роботи становить 133 сторінки. Дисертація містить 41 рисунок та 2 таблиці.

## **ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ**

У вступі обґрунтовано актуальність роботи, сформульовано мету та основні завдання дослідження, визначено наукову новизну роботи та її зв'язок з науковими програмами, планами і темами. Наведено основні результати,

отримані у роботі, їх практичне значення, особистий внесок здобувача та дані про апробацію результатів.

У **першому розділі** наведено результати аналітичного огляду літератури за тематикою дослідження. Встановлено, що для профілактичного обстеження молочних залоз на предмет виявлення новоутворень необхідним є розроблення нових та вдосконалення відомих технічних засобів, які б забезпечували дешевизну, мобільність та меншу інвазивність обстеження в порівнянні з Х-променевою маммографією та ультразвуковою діагностикою. Перспективним способом виявлення новоутворень при скринінгу молочної залози є ЕІТ. Оскільки новоутворення має «аномально» високу провідність та характеризується значним кровопостачанням, то це дає змогу його локалізувати з використанням ЕІТ. У розділі проаналізовано переваги та недоліки ЕІТ, можливості вдосконалення методу та здійснено пошук способів підвищення точності отримуваних з його допомогою зображень. Показано, що підвищити точність томограм розподілу електричного імпедансу при використанні методу зворотного проектування можна шляхом введення апіорних даних про характер розподілу провідності та включенням до математичної моделі взаємодії факторів, що мають місце при вимірюванні електричного імпедансу, таких, як власний опір вимірювальних каналів томографа та розкид його значень. Зниження вартості технічних засобів ЕІТ можливе при застосуванні поширених у медичній практиці біполярних реографів (імпедансних кардіографів), які пропонується дообладнувати блоком для реалізації електроімпедансної томографії. Блок виконуватиме функцію опитування електродів вимірювальної системи, опрацювання вимірних даних та їх передавання на комп'ютер (ПК). При реконструкції зображень розподілу електричного імпедансу за даними біполярної ЕІТ шляхом чисельного розв'язування диференціального рівняння як моделі взаємодії, потрібні значні часові та обчислювальні затрати. З метою їх зменшення запропоновано як модель взаємодії використовувати інтегральне перетворення Радона. Оскільки методи реконструкції, що використовують інтегральне перетворення Радона, забезпечують найкращу якість реконструйованих зображень та є, на відміну від ітераційних, стійкими й потребують найменше машинного часу при обчисленнях, що важливо при проведенні скринінг-діагностики з використанням ЕІТ, то їх обрано за основу подальших досліджень. Для того, щоб математична модель образу Радона відповідала фізичній природі задачі ЕІТ, яка є нелінійною, запропоновано ввести апіорні дані, фізичний зміст яких – розподіл провідності ділянки молочної залози без патології.

Для постановки задачі зроблено припущення, що розподіл провідності всередині провідного тіла близький до однорідного, та що електричний струм поширюється в досліджуваному провідному тілі в площині розміщення вимірювальних електродів.

Розглянуто задачу реконструкції зображень в ЕІТ з точки зору теорії некоректно поставлених задач та концептуальні способи їх розв'язування. Показано необхідність удосконалення математичного моделювання та

побудови імітаційних моделей для синтезу ефективних алгоритмів реконструкції за даними біполярної ЕІТ.

У другому розділі проведено обґрунтування напряму досліджень. Розглянуто схеми томографічного експерименту (ТЕ), математичні моделі, що використовуються при розв'язуванні задачі ЕІТ та побудовані на їх основі методи реконструкції зображення розподілу провідності. Оскільки задача реконструкції зображення розподілу провідності в біполярній ЕІТ нелінійна, то удосконалено математичну модель образу Радона та метод зворотного проектування для отримання можливості її розв'язування з використанням останніх.

Через те, що задача реконструкції є зворотною, значний вплив на результат реконструкції відіграє похибка вхідних даних. У п. 2.3.2 описано проведений натурний експеримент, який показав, що значний (понад 95%) вклад у структуру похибки при вимірюванні електричного імпедансу біполярним томографом вносить систематична складова. Для усунення систематичної похибки вимірювання електричного імпедансу томографом використано синфазний метод аналізу ансамблю реалізацій ТЕ, оскільки її значення залишається сталим для однофазних вимірів і може бути описане нормальним законом розподілу.

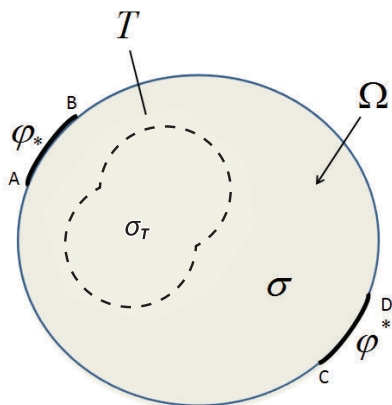


Рис.1

Задачу пошуку неоднорідностей в середовищі з заданим (апріорним) розподілом провідності для біполярної електроімпедансної томографії сформульовано таким чином: нехай маємо обмежену замкнену область  $\Omega$  з границею  $\partial\Omega$ . У внутрішності області задана функція  $\sigma(x, y)$ , яка є сумою заздалегідь відомого розподілу провідності в області  $\sigma_\Omega(x, y)$  та шуканої неоднорідності  $\sigma_T(x, y)$ :  $\sigma = \sigma_\Omega + \sigma_T$  (рис. 1). На границі області на пластинах  $e_{k^*}$  та  $e_k^*$  (дуги  $AB$  і  $CD$ ) відомі потенціали  $\varphi_*$  та  $\varphi^*$ .

Через пластини протікає сталий струм  $I_{AB} = I_{CD} = I_0 = const$ . Зв'язок між розподілом потенціалу  $\varphi$  та функцією розподілу провідності  $\sigma$  встановлюється виразом

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \sigma(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = 0;$$

$$\varphi_{AB} = \varphi_*, \varphi_{CD} = \varphi^*, \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{AC} = \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{BD} = 0, \quad (1)$$

де  $n$  – зовнішня нормаль до відповідної кривої. Вважаємо, що  $\sigma(x, y)$  є обмеженою, неперервно диференційованою функцією.



Потрібно за відомого сталого постійного струму  $I_0$ , відомого значення потенціалів  $\varphi_*$  та  $\varphi^*$  на пластинах та відомими розподілом провідності  $\sigma_\Omega$  і геометрією границі області  $l\Omega$  знайти розташування, форму та розподіл провідності  $\sigma_T$  підобласті  $T$ . Пластини можна розташовувати на границі області довільним чином. Сформульована задача є зворотною, некоректно поставленою і без введення додаткових припущень про форму, розміри чи провідність  $T$  (які, як правило, в реальних умовах отримати неможливо) однозначно не може бути розв'язана.

Запропоновано та використано для отримання наближеного розв'язку задачі реконструкції зображення розподілу провідності за даними біполярної ЕІТ спрощену математичну модель взаємодії електричного струму з неоднорідним середовищем, яка дала змогу застосувати метод зворотного проектування. Оскільки максимум розсіюваної в середовищі потужності зосереджений в тих його ділянках, де густина струму та, відповідно, питома провідність максимальні, і, припустивши, що вони будуть визначальними при формуванні спаду напруги  $(\varphi^* - \varphi_*)$ , представлено виміряний парою електродів  $(e_k^*, e_{k*}) \in l\Omega$  спад напруги як інтеграл вздовж деякої лінії  $L$  –

$$(\varphi^* - \varphi_*) \approx \frac{1}{I_0} \int_{L_{e_{k*}, e_k^*}} \varphi^2(x, y) \sigma(x, y) dl. \quad (2)$$

Лінія  $L_{e_{k*}, e_k^*}$ , що сполучає електроди  $AB$  і  $CD$ , через які пропускається постійний електричний струм  $I_0$ , є найоптимальнішою траєкторією протікання електричного струму в неоднорідному за провідністю середовищі від одного електрода до іншого.

Лінії будуються з урахуванням апіорних даних про розподіл провідності, що є слушним у багатьох застосуваннях, зокрема в медицині. Ними є форма, розміри, розташування та значення питомої провідності структурних елементів середовища (в медицині – тканин) у площині розміщення системи вимірювальних електродів. Приймаємо, що границя область  $\Omega$  є круглою.

Саму реалізацію методу найбільш укрупнено можна розбити на три етапи. Перший полягає у пошуку полів потенціалу та густини електричного струму в області  $\Omega$ . На другому етапі область  $\Omega$  розбивається лініями максимальної густини електричного струму підобластями, на які проводитиметься зворотне проектування. На третьому – проводиться, власне, зворотне проектування попередньо відфільтрованих проекційних даних на отримані підобласті.

Для отримання наближеного розв'язку задачі реконструкції спершу знайдено для заданого розподілу провідності  $\sigma_\Omega$  та для всіх граничних умов, які відповідають різним комбінаціям підмикання електродів до границі області, розподіли потенціалу в  $\Omega$  (рис. 1). Рівняння (1) для заданого  $\sigma_\Omega$  розв'язано методом скінченних різниць. При цьому апроксимацію диференціального оператора другого порядку проведено за п'ятиточковою схемою («хрестом»):

$(x, y), (x - h, y), (x + h, y), (x, y - h), (x, y + h)$ . Апроксимацію рівняння (1) подано у вигляді

$$\begin{aligned} & \frac{\sigma(x + h, y) - \sigma(x - h, y)}{2h} \cdot \frac{\varphi(x + h, y) - \varphi(x - h, y)}{2h} + \\ & + \frac{\sigma(x, y + h) - \sigma(x, y - h)}{2h} \cdot \frac{\varphi(x, y + h) - \varphi(x, y - h)}{2h} + \\ & + \sigma(x, y) \left( \frac{\varphi(x + h, y) - 2\varphi(x, y) + \varphi(x - h, y)}{h^2} + \right. \\ & \left. + \frac{\varphi(x, y + h) - 2\varphi(x, y) + \varphi(x, y - h)}{h^2} \right) = 0. \\ & \varphi(x, y) \Big|_{(x, y) \in AB} = \varphi^* \quad \text{і} \quad \varphi(x, y) \Big|_{(x, y) \in CD} = \varphi_*. \end{aligned}$$

Значення потенціалу на  $i$ -му кроці обчислювалось лише для внутрішніх регулярних вузлів з виразу

$$\begin{aligned} \varphi^i(x, y) = & \frac{(\varphi(x + h, y) + \varphi(x - h, y) + \varphi(x, y + h) + \varphi(x, y - h))}{4} + \\ & + \frac{\left[ [\sigma(x - h, y) - \sigma(x + h, y)] \cdot [\varphi(x + h, y) - \varphi(x - h, y)] + \right. \\ & \left. + [\sigma(x, y - h) - \sigma(x, y + h)] \cdot [\varphi(x, y + h) - \varphi(x, y - h)] \right]}{16\sigma(x, y)}. \end{aligned}$$

На другому кроці реалізації методу для кожної пари електродів побудовано лінію максимальної густини електричного струму. Форма лінії залежить як від розміщення електродів на границі області, так і від розподілу питомої провідності всередині останньої.

Пошук лінії максимальної густини електричного струму для  $k$ -ї пари електродів  $e_{k*}$ , та  $e_k^*$  підведення електричного струму до границі області є задачею варіаційного числення й полягає в знаходженні такої кривої  $L_{e_{k*}, e_k^*}^* = y(x)$ , на якій функціонал  $F_{e_{k*}, e_k^*}^*[y(x)]$  отримує максимум:

$$\begin{aligned} F_{e_{k*}, e_k^*}^*[y(x)] = & \max \left[ \int_{e_{k*}, e_k^*} \varphi^2(x, y) \sigma(x, y) dl \right], \\ e_k^* = & e(x_k^*, y_k^*), e_{k*} = e(x_{*k}, y_{*k}), \sigma(x, y) > 0, i(x, y) \geq 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Допустимі екстремалі функціоналу знайдено з умови рівності нулю його варіації

$$\delta F_{e_{k*}, e_k^*}^*[y(x), \delta y(x)] = 0, \quad (4)$$

яка обчислюється з виразу  $\delta F = \int_{e_{k*}, e_k^*} (F_{e_{k*}, e_k^*}^*)'_y \delta y dx = 0$ , при чому  $\delta y(x_{k*}) = 0$ ,

$\delta y(x_k^*) = 0$ . Для будь-якої варіації  $\delta y(x)$  це можливо лише коли  $(F_{e_{k*}, e_k^*}^*)'_y = 0$ .

Для вибору з допустимих екстремалей тієї, на якій функціонал  $F_{e_{k*}, e_k^*}^*[y(x)]$  отримує максимум, достатньо, щоб забезпечувались умови

Лежандра для слабкого (сильного) максимуму  $(F_{e_{k^*}, e_k^*})''_{y'y'} < 0 \left( (F_{e_{k^*}, e_k^*})''_{y'y'} \leq 0 \right)$  у точках  $(x, y)$ , які близькі до допустимої екстремалі.

Сукупність ліній, знайдених при розв'язуванні задачі (3) для всіх пар електродів одного ракурсу (під ракурсом тут розуміється сукупність пар електродів, точки підведення яких уявно можна сполучити хордами, паралельними між собою), в  $\Omega$  обмежують підобласті, кожна з яких є визначальною при формуванні спаду напруги. Для  $N$  електродів маємо  $N$  ракурсів, повернутих на кут  $\alpha = \frac{2\pi}{N}$ , у кожному ракурсі  $N/2$  підобластей.

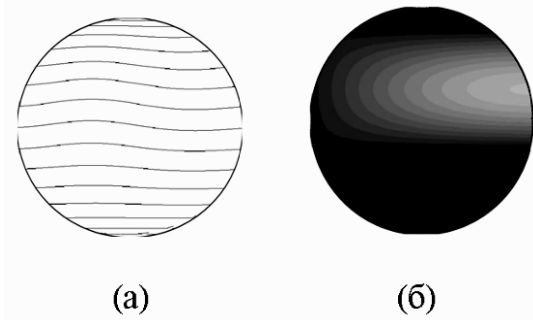


Рис. 2. Лінії максимальної густини електричного струму – (а) для емпіричного розподілу – (б)

На третьому етапі до даних ТЕ, двовірного масиву  $R(m, n)$  виміряних на границі інтегральних опорів, де  $m$  – індекс ракурсу;  $n$  – індекс окремого вимірювання в межах одного ракурсу, як до образу Радона, отриманого шляхом інтегрування вздовж кривих, застосовано метод зворотного проектування. Інтегральні опори обчислювались за відомими на границі області спадом напруги та електричним струмом у колі

електродів. Проведено одновимірне перетворення Фур'є  $R(m, n)$  по  $m$  з низькочастотною фільтрацією

$$R_{filt}(m, w) = \pi \sum_{w=-N/2}^{N/2} |\alpha \cdot w| R(m, n) \cdot \exp(2\pi \cdot j \cdot n), \quad (5)$$

та одновимірне зворотне перетворення Фур'є  $R_{filt}(m, w)$  для отримання фільтрованих проекційних даних

$$R_{filt}(m, n) = \sum_{w=-N/2}^{N/2} R_{filt}(m, w) \exp(2\pi \cdot j \cdot \alpha \cdot w). \quad (6)$$

Усім, обмеженим лініями максимальної густини електричного струму  $L_{e^*, e_*}$ , підобластям  $\Omega_{mn}$  області  $\Omega$  шуканої дискретної функції розподілу провідності (томографічного зображення)  $\sigma_{m\alpha}^{image}(x^p, y^p)$ , де  $(x^p, y^p)$  – індекси вузлів сітки, що відповідають пікселям реконструйованого зображення, присвоюємо відповідні значення  $R_{filt} - \sigma_{m\alpha}^{image}(x^p, y^p) = R_{filt}(m, n)$  для  $\forall (x^p, y^p) \in \Omega_{mn}$  (рис. 3) та проводимо сумування всіх ракурсів по куту  $m \cdot \alpha$  (рис. 4)

$$\sigma_{m\alpha}^{image} = \sum_m \sigma_{m\alpha}. \quad (7)$$

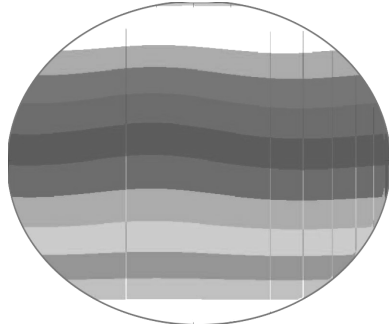


Рис. 3. Одна зворотна проекція

$$\sigma_{m\alpha}^{image}$$

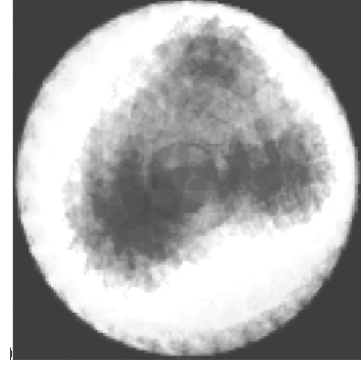


Рис. 4. Результат реконструкції

$$\sigma^{image}$$

Будуючи математичні моделі для ЕІТ часто не враховують вплив томографа, як вимірювального приладу, на процес вимірювання імпедансу, що призводить до неефективного використання самого математичного моделювання при побудові томографічної системи. В другому розділі проведено також аналіз даних ТЕ як деякого сигналу на виході томографа та побудовано математичну модель похибки вимірювання електричного імпедансу томографом, яку застосовано для формування поправки.

Побудована математична модель поправки систематичної похибки враховує те, що одна реалізація ТЕ  $\Omega_{obs}^{TEST}(\tau, \bullet)$ , де  $\bullet$  – символ індексу реалізації є випадковою послідовністю (ВП) спостережуваних значень опору  $\Omega^{p\tau}$   $\tau$  – її двійки  $p, \tau \in N \subset Z$ , ключів мультиплексора  $\Omega^{p\tau} = f_{\Omega}(\tau)$ . Адекватною моделлю сигналів від синхронних мультиплексорних систем є ВП класу  $\pi$ , які розглядаються в рамках енергетичної теорії стохастичних сигналів. Сигнал-реалізацію ТЕ віднесено до класу  $\pi$  через обмеженість потужності останнього

$$P_{\Omega} = \frac{1}{N} \sum_{k=1..N} f_{\Omega}(\tau) < \infty.$$

За параметр варіантів ВП взято індекс реалізації з експериментально отриманого ансамблю  $Q$  реалізацій ТЕ та отримано параметроваріантний клас  $\pi$ , характеристики якого повторювані від варіанта-реалізації – випадок періодично-корельованої ВП  $\Omega_{obs}^{TEST}(\tau, \bullet) = \xi_{\tau, \bullet}$ , в якому  $m(\xi_{\tau, \bullet}) = const$ , та  $r(\xi_{\tau, \bullet}) = const$ . Оцінку математичного сподівання стаціонарних компонент

$$\delta(\tau) = \hat{m}_{\tau}(\xi) = \frac{1}{Q} \sum_{l=1}^Q \xi_{\tau, q}, \quad \text{отриману синфазним аналізом ансамблів ВП,}$$

використано як поправку для мінімізації систематичної похибки вимірювання електричного імпедансу біполярним томографом.

Результати застосування поправки наведено на рис. 5. При проведенні ТЕ у ванну, заповнену 0.9%  $NaCl$ , вміщували скляне непровідне тіло циліндричної форми. Вимірювання здійснювали з використанням 32-х рівномірно розміщених на боковій поверхні ванни точкових електродів.

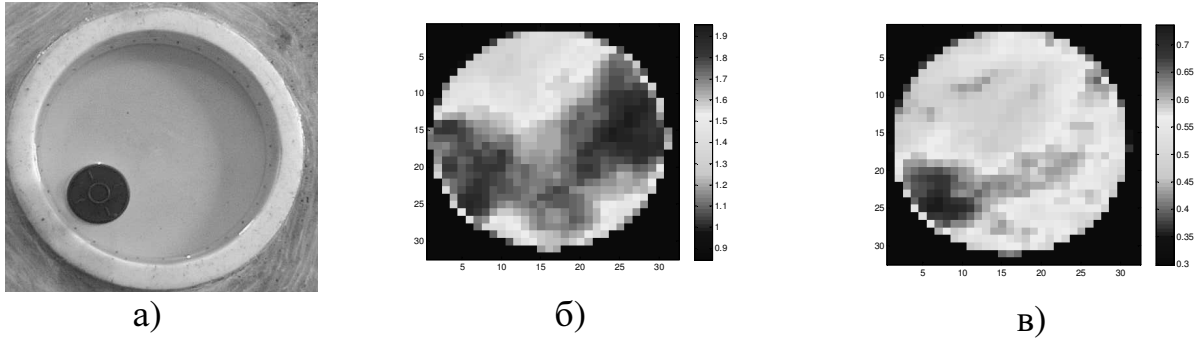


Рис. 5. Результат попереднього опрацювання даних ТЕ

а) фізична модель ТЕ; реконструйовані зображення: б) дані з систематичною похибкою, в) систематичну похибку усунуто

Зображення на рис. 5в отримано із вихідних даних, до яких було введено поправку для усунення систематичної похибки. Зменшився фон, зумовлений впливом власного опору кіл вимірювальної системи.

У **третьому розділі** проведено верифікацію запропонованого методу реконструкції. Обґрунтовано доцільність імітаційного моделювання ЕІТ. Основна перевага використання імітаційної моделі – можливість отримання кількісної оцінки методів та алгоритмів реконструкції, що використовуються в ЕІТ.

У розділі наведено результати структурної та параметричної ідентифікації імітаційної моделі ТЕ. Побудована структура імітаційної моделі містить: тестове зображення перерізу провідного тіла, алгоритм пошуку потенціалів на границі тестового зображення перерізу в точках розміщення електродів і схему проведення ТЕ, в якій враховано вимоги щодо кількості електродів та порядок їх увімкнення в ході ТЕ, тобто формалізовано процедуру проведення ТЕ.

Тестовий розподіл провідності представлено у вигляді дискретної двомірної функції  $I_{test}(x^p, y^p)$ , в якій аргументи  $(x^p, y^p) \in \Omega$  є індексами елемента площини області визначення  $\Omega$  дискретної функції  $\sigma_{test}(x^p, y^p)$ , а значення функції  $I_{test}(x^p, y^p)$  для двійки  $(x^p, y^p)$  еквівалентне значенню середньої питомої провідності  $\sigma_{mean}(x^p, y^p)$  в околі точки  $(x, y)$ , який є квадратом зі стороною  $h$  структурного елемента тестового зображення так, що

$$\sigma_{mean}(x^p, y^p) = \frac{1}{h^2} \int_{x-h/2}^{x+h/2} \int_{y-h/2}^{y+h/2} \sigma(x, y) dx dy, \text{ де } \sigma \in \Omega - \text{неперервне представление}$$

функції розподілу питомої провідності тестового зрізу провідного тіла, тобто  $I_{test}(x^p, y^p) = \sigma_{mean}(x^p, y^p)$ . Таким чином, вибравши  $h$ , задаємо підобласть аргументів для усереднення значень неперервної функції розподілу питомої провідності  $\sigma$  в ній. Результат такого перетворення – функція  $I_{test}(x^p, y^p)$  є дискретною моделлю провідного тіла (англ. *Finite Elements Model*). Таке розбиття зображення рівномірною прямокутною сіткою найзручніше для представлення останнього на графічних дисплейних терміналах.

Алгоритм пошуку різниці потенціалів на границі провідного тіла, моделлю якого є дискретна двовірсна функція–тестове зображення  $I_{test}(x^p, y^p)$  побудовано на основі математичної моделі

$$(\varphi^* - \varphi_*) \approx \frac{1}{I_0} \int_{\Omega} \varphi^2(x, y) \sigma(x, y) dx dy. \quad (8)$$

Оскільки потужність з боку джерела енергії, під'єданого до довільної пари вимірювальних електродів, дорівнює потужності, що виділятиметься на елементах провідного середовища, то при використанні струмового джерела енергії зі сталим значенням струму  $I_0 = const$  спад напруги  $\varphi^* - \varphi_*$  на  $k$ -й парі електродів визначено з виразу

$$\varphi_k^* - \varphi_{k*} = \frac{1}{2I_0} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \delta(x_j^p, y_k^p) \cdot \varphi^2(x^p, y^p) \cdot I_{test}(x_j^p, y_k^p), \quad (9)$$

де  $\varphi$  – потенціал поля електричного струму,  $\delta(x^p, y^p) = \begin{cases} 1, \forall (x^p, y^p) \in \Omega \\ 0, (x^p, y^p) \notin \Omega \end{cases}$  –

функція, що визначає приналежність вузла сітки розмірності  $J \times K$  пікселів, елементарного елемента прямокутного растру (пікселя), до області  $\Omega$ , на якій означена  $I_{test}$ , адже не всі пікселі прямокутного растру будуть належати круглій області  $\Omega$ . Для реалізації ТЕ задаємо також правилом розташування

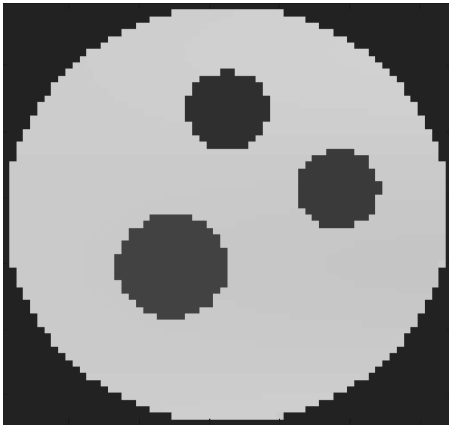


Рис. 6. Тестове зображення провідного тіла

електродів, тобто здійснюємо формалізацію ТЕ, та розраховуємо спад напруги для всіх їх комбінацій.

Параметрична ідентифікація побудованої імітаційної моделі містить тестове зображення розподілу провідності, елементи якого відтворюють характерні значення питомого опору тканин живого організму і ракової тканини та формалізацію процедури проведення ТЕ.

При проведенні експериментів над імітаційною моделлю задано апріорний розподіл провідності всередині області у вигляді функціональної залежності  $\sigma_{\Omega}(x, y) = a + b \sin(\pi x / N) \cdot \cos(\pi y / N)$ , ,  $a = 1$ ,  $b = 0.2$ ,  $x, y \in \Omega$ , (10) та створено три круглі включення з сталим питомим опором 1,35 та 1,4 Ом/м (рис. 6).

Формалізація процедури проведення ТЕ проведена з припущенням, що електроди розміщені на границі провідного тіла рівновіддалено один від

одного. ТЕ проводився за схемою  $e = \begin{bmatrix} N-1 & \dots & 1-N \\ \vdots & & \vdots \\ N/2-(N/2-1) & \dots & (N/2-1)-N/2 \end{bmatrix}$ ,

де  $N$  - кількість електродів вимірювальної системи. Кожен рядок матриці індексує паралельно розміщені двійки електродів одного ракурсу (одна

ортогональна проекція). Кожен сусідній стовпець матриці містить індекси електродів ракурсу, повернутого на кут  $\alpha$ . Результат реалізації імітаційного моделювання ТЕ є двомірною функцією  $R(m, n)$ , де  $m$  - індекс ракурсу,  $n$  - індекс окремого вимірювання в межах одного ракурсу.

При порівнянні результатів натурного й імітаційного моделювань прослідковується кореляційний зв'язок між моделями, що свідчить про адекватність імітаційної моделі.

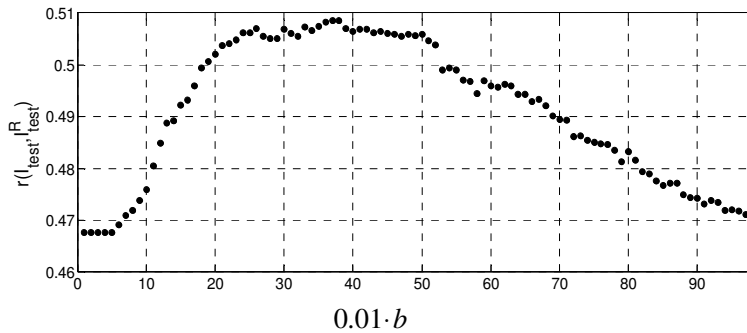


Рис. 7. Залежність коефіцієнта кореляції тестового і реконструйованого зображень імітаційної моделі від зміни параметра  $b$  емпірично заданого середовища

Імітаційну модель використано для верифікації удосконаленого в роботі методу зворотного проектування. При цьому вважалося, що є відомим (в даному випадку є відомою функціональна залежність) розподіл питомого опору слабо неоднорідного середовища (10), але невідомими залишаються кількісні параметри цього розподілу (параметр  $b$ ).

Встановлено, що при зміні параметра  $b$  емпіричного середовища коефіцієнт кореляції змінюється (див. рис. 7).

При зміні  $b$  від 0 до 0,2 коефіцієнт кореляції зростає на 4%, що свідчить про корисний ефект від використання апріорних даних методом зворотного проектування.

Досліджено вплив співвідношення сигнал–шум вхідних даних на точність локалізації невідомої неоднорідності, для чого побудовано тестову модель провідного тіла у вигляді адитивної суміші двох дискретних функцій–зображень: основи зі слабо однорідним розподілом провідності  $\sigma_\Omega$  (апріорні дані) та функції–зображення стороннього включення з підвищеною провідністю  $\sigma_T$ . Характер розподілу провідності включення змодельовано з використанням експоненційної функції, максимум якої має провідність, що на 15% вища за провідність основи в області локалізації включення. Отримане тестове зображення виступало моделлю молочної залози з новоутворенням. Модель ракового новоутворення описує основні властивості останнього, інформативні для ЕІТ, зокрема підвищену електропровідність та здатність до інфільтруючого росту (на моделі у вигляді експоненційного зникання). При проведенні моделювання приймали, що дані томографічного експерименту є адитивною сумішшю корисного сигналу і нормально розподіленого шуму. Оцінювали точність розташування максимуму включення на реконструйованому зображенні відносно вхідного тестового.

Реконструкцію (див. рис. 8) проведено з використанням методу зворотного проектування вздовж прямих (штрих-пунктирна лінія) і з використанням методу зворотного проектування вздовж ліній максимальної густини електричного струму (суцільна лінія).

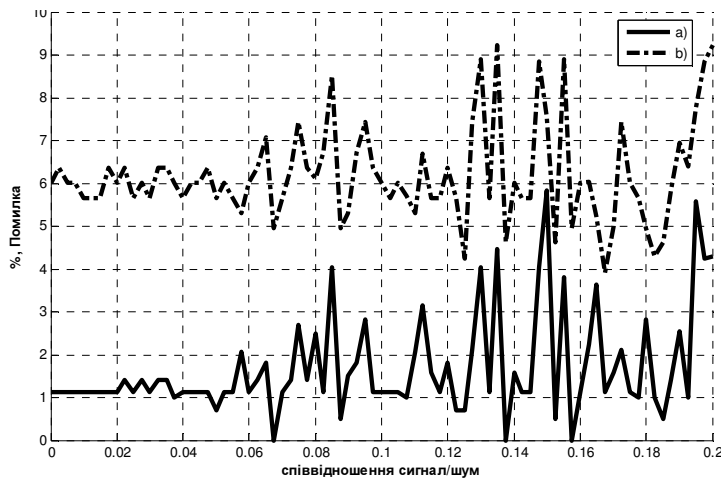


Рис. 8. Залежність точності локалізації зони з підвищеною провідністю від співвідношення сигнал-шум вхідних даних:  
а) метод зворотного проектування вздовж ліній максимальної густини електричного струму;  
б) метод зворотного проектування вздовж прямих.

тосувань та наведено результат роботи дослідного макета, розробленого в лабораторіях кафедри «Біотехнічні системи» ТНТУ імені Івана Пулюя (рис. 9). При синтезі структури томографа акцент зроблено саме на медичному аспекті його застосування та розглянуто особливості вимірювання електричного імпедансу біологічних тканин. Розглянуто можливість динамічної візуалізації електричного імпедансу та проведено розрахунок часових параметрів томографа.

Вимірювальний блок

Ванна з електродами

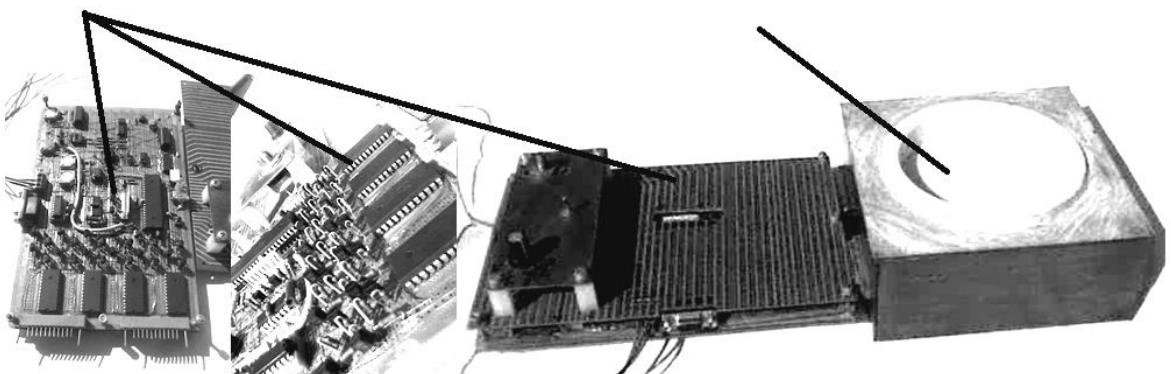


Рис. 9. Дослідний макет електроімпедансного томографа

Томограф призначений для статичних та динамічних вимірювань електричного імпедансу біологічних тканин. Томограф забезпечує проведення вимірювань з використанням двополярних прямокутних імпульсів, частота повторення та ефективне значення амплітуди яких 100 кГц та 2 мА відповідно. На такій частоті ефекти поляризації незначні, як і опір контакту шкіра-електрод. Кількість вимірювальних електродів – 32.

Встановлено, що помилка (відносна похибка) локалізації неоднорідності при застосуванні обох методів зворотного проектування однаковою мірою залежить від співвідношення сигнал-шум вхідних даних, проте для методу зворотного проектування вздовж ліній максимальної густини електричного струму вона на 5% менша.

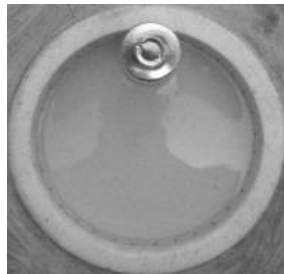
У четвертому розділі на основі побудованих математичних моделей та результатів імітаційного моделювання проведено синтез структури та основних функціональних елементів електроімпедансного томографа для медичних за-



Побудований макет томографа є спрощеною реалізацією апаратної (периферійної щодо комп'ютера) частини системи. Система застосовувалась при натурній верифікації методу реконструкції та імітаційної моделі ТЕ.

Макет електроімпедансного томографа застосовано на кафедрі онкології, променевої діагностики і терапії та радіаційної медицини Тернопільського державного медичного університету ім. І.Горбачевського. Дослідження проводились на післяопераційному препараті молочної залози з застосуванням кільця з 32-ма стержневими електродами. Діаметр кільця 20мм співрозмірний з пухлиною, діаметр якої становив близько 25мм. Пухлина локалізувалась над поверхнею шкіри. Середня інтенсивність зображення отриманого при розташуванні електродів над пухлиною виявилась на 5% вищою, ніж над здоровою ділянкою.

Макет використано для натурної верифікації імітаційної моделі ЕІТ. Метою верифікації є встановлення кореляційного зв'язку між результатами натурального й імітаційного моделювання ТЕ. Непровідне тіло розміщувалось у



а)



б)



в)



г)

Рис. 10. Порівняння результатів а), б) натурального і в), г) імітаційного моделювання

ванні з сольовим розчином на різній відстані від границі області та проводився ТЕ. Для кожного розташування провідного тіла у ванні створено відповідну імітаційну тестову модель у вигляді зображення. Над провідним тілом а) і його імітаційною моделлю в) провели ТЕ та реконструювали зображення б) та г) відповідно (рис. 10).

Коефіцієнт кореляції  $corr$ , розрахований для двійок зображень  $\sigma_O = I_{test}^R$  г) і  $\sigma_R = I_{real}^R$  б), в порядку наближення непровідного тіла до центру становив: 0,8939; 0,7922; 0,7465; 0,1677; 0,0382. Для тестових випадків, коли чутливість ЕІТ хороша (стороннє тіло розміщене поблизу електродів) між зображеннями спостерігається тісний додат-

ний кореляційний зв'язок, що дає підставу зробити висновок про адекватність імітаційної моделі.

У додатках приведено програми реалізації імітаційної моделі, алгоритму реконструкції, програму роботи мікроконтролера вимірювального блоку та акти впровадження.

## **ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ ТА ВИСНОВКИ**

Дисертаційна робота є завершеним науковим дослідженням, у якому розв'язано наукову задачу удосконалення математичної моделі траєкторій струму в м'яких тканинах з новоутвореннями для отримання достатньої точності розв'язування задачі реконструкції за даними біполярної ЕІТ. При цьому, використано апріорні відомості про параметри тканин, а також введено поправку систематичної похибки вимірювання напруг. Найбільш важливі наукові та практичні результати і висновки такі:

1. Проведено аналіз відомих математичних моделей та методів, що використовуються в ЕІТ з метою виявлення резервів підвищення точності реконструкції розподілу провідності при одночасному спрощенні засобів ЕІТ та встановлено необхідність використання для цього біполярної ЕІТ і удосконалення її математичної моделі та методу реконструкції.
2. Запропоновано як математичну модель біполярної ЕІТ використовувати образ Радона, для отримання якого проводиться інтегрування вздовж ліній максимальної густини електричного струму.
3. У метод зворотного проектування введено апріорні дані, що дало змогу підвищити точність локалізації включень в об'єктах з відомою неоднорідністю. Метод реалізовано у вигляді пакетів прикладних програм для комп'ютерного моделювання. Використання удосконаленого методу дало змогу з врахуванням апріорних даних підвищити точність локалізації неоднорідностей на 5%.
4. Розроблено математичну модель поправки систематичної похибки вимірювання електричного імпедансу біполярним електроімпедансним томографом у вигляді оцінки математичного сподівання ансамблю реалізацій томографічного експерименту з накоротко з'єднаними вимірювальними електродами, яка дала змогу ефективно її мінімізувати на апаратному і програмному рівнях реалізації томографа. Ефективність використання моделі підтверджено результатами натурного експерименту.
5. Побудовано імітаційну модель прямої задачі біполярної ЕІТ, яка з високою точністю відтворює натурний експеримент (коефіцієнт кореляції становить 0,8939 і 0,7922). Використовуючи імітаційну модель отримано кількісні оцінки якості реконструкції та проведено верифікацію методу реконструкції.
6. Побудовано структуру системи для електроімпедансної томографії та дослідний макет електроімпедансного томографа, який використано для натурної верифікації біполярної електроімпедансної томографії.

В перспективі пропонується модель потребує подальшого удосконалення. Результати досліджень знайдуть своє застосування при проектуванні біполярних імпедансних томографів для неруйнівних методів контролю та оптимізації технологічних процесів тепломасопереносу.

## **СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ**

1. Яворський Б.І. Метод реконструкції зображень в електроімпедансній томографії / Б.І. Яворський, Ю.Б. Промович // Вісник Тернопільського

- державного технічного університету. – 2009. – Том 14, №1. – С.154–161. *(Входить до переліку видань міжнародної наукометричної бази Inspec)*.
2. Яворський Б.І. Імітаційне моделювання прямої задачі електроімпедансної томографії / Б.І. Яворський, Ю.Б. Промович, Є.Б. Яворська // Вісник Кременчуцького національного технічного університету імені Михайла Остроградського. – 2011. Випуск 3. Частина 1. – С.49–53.
  3. Промович Ю.Б. Синтез структури електроімпедансного томографа / Ю.Б. Промович, В.П. Забитівський // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2010. –Том 15, №3. – С.111–118. *(Входить до переліку видань міжнародної наукометричної бази Inspec)*.
  4. Промович Ю.Б. Мінімізація систематичної похибки мірювання електроімпедансного томографа / Ю.Б. Промович // Вісник Хмельницького національного університету. – 2010. – Том 3. – С.247–250.
  5. Промович Ю.Б. Застосування штучної нейронної мережі прямого поширення сигналу для реконструкції зображень біполярної електроімпедансної томографії / Ю.Б. Промович // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». «Комп'ютерні науки та інформаційні технології». – 2012. – №744. – С94–99. *(Входить до переліку видань міжнародної наукометричної бази Inspec)*.
  6. Яворський Б.І. Формування зображення за лініями максимальної густини електричного струму для розв'язування задачі електроімпедансної томографії / Б.І. Яворський, Ю.Б. Промович // Матеріали XII наукової конференції Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя (м. Тернопіль, 14-15 травня 2008р.). – 2008. – Тернопіль, ТДТУ, – С.148.
  7. Yavorskyu B.Y. Structural identification of mathematical model of images reconstruction by electrical impedance tomography / B.Y. Yavorskyu, Y.B. Promovych, G.M. Shadrina // Proceedings of the IV International conference «Electronics and applied physics». 23–25 October, Kyiv, Ukraine. – 2008. – P. 85–86.
  8. Яворський Б.І. Математична модель зрізу провідного тіла для задачі електроімпедансної томографії / Б.І. Яворський, Ю.Б. Промович // Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні інформаційні і електронні технології». Одеса, 18-22 травня 2009р. – Одеса, 2009. – Т.2. — С.172.
  9. Яворський Б.І. Динамічна візуалізація біосигналів та зображень перерізів біологічних середовищ / Б.І. Яворський, Ю.Б. Промович, В.П. Забитівський // Матеріали XIII наукової конференції Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя (м. Тернопіль, 13–14 травня 2009р.). – Тернопіль: ТДТУ, 2009. — С. 153.
  10. Промович Ю.Б. Мінімізація систематичної похибки вимірювання в електроімпедансній томографії / Ю.Б. Промович, Б.І. Яворський // VIII Всеукраїнська науково-технічна конференція «Фізичні процеси та поля технічних і біологічних об'єктів». Тези наукових доповідей. — Кременчук: КДУ імені Михайла Остроградського, 2009. — С.171–173.

11. Promovych Y.B. Measurement systematic error decreasing under electrical impedance tomography / Y.B. Promovych // International Conference «Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science» – TCSET'2010. – Львів: видавництво Львівської політехніки. – 2010. – Р. 349.

## АНОТАЦІЇ

**Промович Ю. Б. Математичне моделювання струму в об'єктах з неоднорідностями та методи їх біполярної електроімпедансної томографії з підвищеною точністю** – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Тернопіль, 2013.

В дисертації розв'язано наукову задачу удосконалення математичної моделі траєкторій струму в м'яких тканинах з новоутвореннями для отримання достатньої точності реконструкції розподілу електричної провідності за даними біполярної ЕІТ. Для цього використано апріорні відомості про параметри тканин, а також введено поправку систематичної похибки вимірювання напруг. Встановлено, що відомі методи реконструкції розподілу провідності, які використовують зворотне проектування, не враховують взаємодії електричного струму з неоднорідним за провідністю середовищем. Для біполярної електроімпедансної томографії побудовано метод реконструкції зображення, який полягає у зворотному проектуванні проекційних даних уздовж ліній максимальної густини електричного струму. Також побудовано модель систематичної похибки вимірювання електричного імпедансу томографом для формування поправки, ефективність застосування якої підтверджена на реальних даних ТЕ. Метод реконструкції та модель систематичної похибки верифіковано з використанням імітаційної моделі та експериментального макета системи для електроімпедансної томографії, побудованого на кафедрі «Біотехнічні системи» ТНТУ. Математичні моделі застосовано при побудові алгоритмів реконструкції, натурального та імітаційного моделювання ЕІТ.

**Ключові слова:** біполярна електроімпедансна томографія (біполярна ЕІТ), томографічний експеримент (ТЕ), математична модель, перетворення Радона, імітаційне моделювання, систематична похибка.

**Промович Ю. Б. Математическое моделирование тока в объектах с неоднородностями и методы их биполярной электроимпедансной томографии с повышенной точностью.** – Рукопись.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя, Тернополь, 2013.

В диссертации решено научную задачу усовершенствования математической модели траекторий тока в мягких тканях с новообразованиями с целью получения достаточной точности реконструкции распределения

электрической плотности за данными биполярной электроимпедансной томографии (ЭИТ). Для этого использовано априорные данные о параметрах тканей, а также введено поправку систематической ошибки измерения напряжений. Установлено, что известные методы реконструкции, которые используют интегральные преобразования, не учитывают взаимодействия электрического тока с неоднородной за проводимостью средой. Для биполярной ЭИТ построено метод реконструкции изображения, в котором обратное проецирование осуществляется вдоль линий максимальной плотности электрического тока. Также построено математическую модель поправки систематической ошибки измерения электрического импеданса томографом для формирования поправки, эффективность использования которой подтверждена на реальных данных ТЭ. Для метода реконструкции и модели систематической ошибки провели верификацию с использованием компьютерной имитационной модели и экспериментального макета системы для ЭИТ, разработанного на кафедре «Биотехнические системы» ТНТУ. Математические модели использовано при построении алгоритмов реконструкции и имитационного моделирования ЭИТ.

**Ключевые слова:** биполярная электроимпедансная томография (биполярная ЭИТ), томографический эксперимент (ТЭ), математическая модель, преобразование Радона, имитационное моделирование, систематическая ошибка измерения.

**Promovych Y.B. The Current mathematical modeling in inhomogeneous objects and their bipolar electrical impedance tomography with improved accuracy.** – Manuscript.

A dissertation for the Scientific Degree of Candidate of Technical Science in the specialty 01.05.02 – Mathematical Modeling and Computational Methods. – Ternopil National Ivan Pul'uj Technical University, Ternopil, 2013.

The dissertation is focused on the improvement of methods and means of mathematical and computer modeling of image reconstruction in bipolar electrical impedance tomography (EIT). For a bipolar electrical impedance tomography the method of reconstruction of image is improved. This back projection along the lines of maximal electric current density method is used. The reconstruction method can be divided into three stages.

The first stage of the method is the construction of the electric potential field for an empiric environment  $\sigma_{\Omega}$ . Electric potential for the pair electrodes  $e_*$  and  $e^*$  is finded from the differential equation

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sigma_{\Omega}(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \sigma_{\Omega}(x, y) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) = 0,$$

$$\varphi_{AB} = \varphi_*, \varphi_{CD} = \varphi^*, \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{AC} = \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{BD} = 0,$$

$n$  – normal vector to boundary  $\partial\Omega$ ;  $AB$  ( $e_*$ ) and  $CD$  ( $e^*$ ) - places of electrodes connected.

On the second stage for every electrodes pair we build the line of the maximal electric current density. For the task of maximal current density line finding

variations method was used. Along the maximal current density line in the area  $\Omega$  the power scattering is maximal and, assume, determine the difference potential between the electrodes pair.

The realization of the third stage foresees the measured data filtration and back projection on an area  $\Omega_{PR}$ .

The mathematical model of an electrical impedance measurement systematic error of a tomograph is also worked up. The error of measurement in EIT contains the random and systematic components. The random component error by the insignificant electrode contact loss with the surface of a conducting body conditioned. A systematic error is the hardware features arrangement of a tomograph measurement transducer. As a rule every electrode to a measuring transducer of the impedance tomograph via one key such multiplexer is connected. When the resistance of a conducting body is approximately equal to resistance of a multiplexer open channel  $\Delta R_{MUX}$  a substantial source of error is appear. The resistance of the opened channel of multiplexer is the source of the systematic error  $\delta$ . The one realisation the tomographic experiment in the calibration mode  $\Omega_{obs}^{TEST}(i, j)$  as a is bounded stochastic sequence observable values of resistances  $\Omega_{k,m}$   $i$ -y pair  $k, m \in N \subset Z$  of multiplexer keys ( $\Omega_{km} = f_{\Omega}(i)$ ). The adequate model of signals from synchronous multiplexer systems is the stochastic sequence of class  $\pi$ , which in the energy theory of casual signals. The estimation of the mathematical expectation of the stationary component and will be that functional for systematic error decreasing in tomographic experiment. Using of the energy theory of stochastic signals for the in-phase analysis of the ensemble of tomographic experiment realization a signal-error to build purpose as element of negative feedback for the input circuit of the impedance tomograph.

Efficiency a mathematical model on the tomographic experiment (TE) real data confirms. For the method of reconstruction and model of systematic error verification with the use of imitation model and an experimental model system for electrical impedance tomography implemented. The model with a data as from a test conductivity distribution image of a flat section conducting body is used. The result of imitation design is a sequence of voltage falling values for each of formally certain pair of measuring electrodes.

Experimental model system on a department "Biotechnical systems" of the Ternopil National Ivan Pul'uj Technical University designed. The constructed mathematical models for the realizing of the reconstruction algorithms and EIT imitation design are used.

**Key words:** bipolar electrical impedance tomography (bipolar EIT), tomographic experiment (TE), mathematical model, Radon transformation, simulation modeling, systematic measurement error.