Герасимчук О. Розрахунок критичного приведеного напруження зсуву для полікристалічного титану / Герасимчук О., Герасимчук О. // Вісник ТНТУ. — 2012. — Том 66. — № 2. — С.72-81. — (механіка та матеріалознавство).

### УДК 620.192.4;539.432 О. Герасимчук<sup>1</sup>, канд. техн. наук; О. Герасимчук<sup>2</sup>, канд. техн. наук

<sup>1</sup>Інститут проблем міцності ім.Г.С.Писаренка НАНУ <sup>2</sup>НТУ України «Київський політехнічний інститут»

# РОЗРАХУНОК КРИТИЧНОГО ПРИВЕДЕНОГО НАПРУЖЕННЯ ЗСУВУ ДЛЯ ПОЛІКРИСТАЛІЧНОГО ТИТАНУ

**Резюме.** Запропоновано модель для розрахунку дійсних величин критичного приведеного напруження зсуву (КПНЗ) для необоротного ковзання в системах ковзання різного типу, які притаманні титановим сплавам. Показано, що різна величина КПНЗ для різних систем ковзання залежить від модуля пружності і величини вектора Бюргерса.

**Ключові слова:** титанові сплави, системи ковзання, КПНЗ, границя витривалості, розмір зерна, вектор Бюргерса.

### Oleg Herasymchuk, Olena Herasymchuk

## CALCULATION OF CRITICAL RESOLVED SHEAR STRESS FOR POLYCRYSTA LLINE TITANIUM

The summary. The onset of plastic deformation, i.e., the onset of irreversible slip of dislocations in different slip systems of certain metal crystals is determined numerically by the critical resolved shear stress (CRSS). However, in the case of polycrystals, it is impossible to determine accurately the CRSS value, since the dislocation motion is retarded by the gain boundary. For this reason, the grain size of a polycrystal affects the CRSS value. Based on this assumption, the paper presents a model for calculating the CRSS in a polycrystalline  $\alpha$ -titanium, because titanium alloys belong to such class of materials in which the local plastic deformation due to a monotonic or cyclic loading is initiated on shear planes, most preferably located with respect to the loading direction. In hexagonal close-packed crystal structure (hcp) of  $\alpha$ -titanium with lattice parameters a=0.295 nm and c=0.468 nm the following four types of slip systems can be activated: 1)  $<\vec{a} >$  in the basal plane (0002) with a slip direction  $\langle 11\overline{2}0 \rangle$ ; 2)  $\langle \vec{a} \rangle$  in the prismatic plane  $\{10\overline{1}0\}$  with a slip direction  $\langle 11\overline{2}0 \rangle$ ; 3)  $\langle \vec{a} \rangle$ in the pyramidal plane  $\{10\overline{1}1\}$  with a direction  $\langle 11\overline{2}0 \rangle$  and  $\langle \vec{c} + \vec{a} \rangle$  first order pyramidal slip in the same plane with a direction  $\langle 11\overline{2}3 \rangle$ ; 4) second order pyramidal  $\langle \vec{c} + \vec{a} \rangle$  slip in the plane  $\{11\overline{2}2\}$  with a direction  $<11\overline{2}3$  >. The easiest system is the slip system with the Burgers vector  $\vec{a}$  in the prismatic plane. To calculate the CRSS using the proposed model, it is necessary to know the modulus of elasticity and the proportionality limit of the material, which are determined from the results of the short-term tensile tests of standard specimens. Besides, from the metallographic analysis, it is required to determine the mean linear size of the structural element (in the case of titanium alloys, this is the size of  $\alpha$ -globules for globular and bimodal structures and the thickness of  $\alpha$ -lamellae for lamellar structures) and the preferred direction of crystals with respect to the load direction, that is, the Schmid factor and the Burgers vector. The testing of the proposed model using the experimental results taken from the literature for single crystals of commercially pure  $\alpha$ -titanium has shown a good coincidence between the calculated and experimental results. An error in determination of the CRSS is -3.3...+0.8%. In the paper it is also shown that for different slip planes in the hcp crystal lattice of  $\alpha$ -titanium, the ratio of the CRSS values is determined by the ratio between elasticity moduli and the Burgers vectors for the corresponding planes. Basing on it, the ratios between the CRSS for the prismatic and basal  $\langle \vec{a} \rangle$  slips and first order pyramidal  $\langle \vec{c} + \vec{a} \rangle$  slip are found. They are 1:1:2.6, respectively, i.e. they virtually coincide with the

experimentally obtained by different authors for various titanium alloys. The proposed computational model can be used as express-evaluation of the characteristics of the static and fatigue strength in the development of new materials, since it enables one to obtain the value for CRSS without time-consuming and long-term experimental investigations.

Key words: titanium alloys, slip systems, CRSS, fatigue limit, grain size, Burgers vector.

Вступ. Титан та сплави на основі Ті широко застосовуються в аерокосмічній промисловості завдяки своїй високій питомій міцності на одиницю ваги, маючи при цьому високі показники експлуатаційних характеристик за відносно високих температур і виключно високий опір втомі.  $\alpha - Ti$  має гексагональну щільно упаковану (ГЩУ) кристалічну структуру і завдяки сильній пластичній анізотропії та можливості двійни-кування має багато деформаційних мод [1].

На рис. 1 наведено одиничну комірку ГЩУ кристала  $\alpha - Ti$  та вказано за нормальної температури величини параметрів кристалічної гратки a = 0,295 нм і с = 0,468 нм. На рис. 1 також зображено чотири типи систем ковзання в ГЩУ гратці  $\alpha - Ti :< \vec{a} > y$ базисній площині (0002) з напрямком ковзання  $<11\overline{2}0>, <\vec{a}>$  у призматичній площині  $\{10\overline{1}0\}$  з напрямком  $<11\overline{2}0>, <\vec{a}>$  у пірамідальній площині  $\{10\overline{1}1\}$  з напрямком  $<11\overline{2}0>$  та  $<\vec{c}+\vec{a}>$ у цій же площині з напрямком  $<11\overline{2}3>$  і  $<\vec{c}+\vec{a}>$  у пірамідальній площині  $<11\overline{2}2>$  з напрямком  $<11\overline{2}3>$ . Найсприятливішою з вище вказаних є система ковзання з вектором Бюргерса  $<\vec{a}>$  у призматичній площині [2].

Початок пластичної деформації, тобто початок необоротного ковзання в різних системах ковзання кількісно визначається критичним приведеним напруженням зсуву (КПНЗ) [3]. КПНЗ зазвичай вимірюється під час одновісного розтягу зразків, вирізаних з монокристалу таким чином, щоб активізувалась тільки одна система ковзання. В полікристалах неможливо точно визначити величини КПНЗ, хоча приблизні значення можуть бути отримані у випадку сильно текстурованих металів [3]. Зазвичай отримують відносні величини. За оцінками різних дослідників [4] відношення між КПНЗ для призматичного  $\langle \vec{a} \rangle$ , базисного  $\langle \vec{a} \rangle$  та пірамідального  $\langle \vec{c} + \vec{a} \rangle$  ковзання в чистому  $\alpha - Ti$  приблизно становить 1:1:2,64 відповідно. У сплавах титану це співвідношення може дещо змінюватися залежно від хімічного складу сплаву. Окрім того, для одного й того ж сплаву різні автори отримали різні співвідношення [3].



Рисунок 1. Одинична комірка ГЩУ кристалічної гратки α-титану [2] Figure 1. Unit cell of the hcp α-titanium [2]

Про ці розбіжності відомо вже багато років, але наскільки нам відомо, загальноприйнятного пояснення не існує або, так чи інакше, жодне з них широко не визнано. Експериментальних досліджень для визначення КПНЗ проведено не достатньо, оскільки вони трудомісткі й потребують багато коштів і спеціального устаткування. Окрім того, для деяких матеріалів, зокрема титанових сплавів, неможливо отримати одиничні кристали великих розмірів для виготовлення з них зразків. Натомість, останніми роками значну цікавість викликають механічні випробування мікромасштабних зразків [1].

**Метою роботи** є розроблення моделі розрахунку КПНЗ полікристалічного матеріалу залежно від розміру зерна.

**Модель для розрахунку КПНЗ.** На сьогодні відомо, що залежність КПНЗ  $\tau_{\kappa p}$  від розміру зерна *d* для полікристалічного матеріалу можна задовільно описати рівнянням типу Холла-Петча [5]

$$\tau_{\kappa D} = \tau_0 + \kappa / \sqrt{d} , \qquad (1)$$

де  $\tau_o$  – напруження внутрішнього тертя у кристалічній гратці під час просування в ній дислокацій;  $\kappa$  – константа, що визначає ефективність просування ковзання через бар'єр (границю зерна); d – відстань вільного пробігу дислокацій, тобто лінійний розмір зерна за відсутності в ньому інших перешкод у вигляді включень або границь субзерен. Отже,  $\tau_o$  і  $\kappa$  – це емпіричні константи, які для свого визначення для даного матеріалу потребують проведення експерименту, причому для кількох різних розмірів зерна.



Рисунок 2. Залежність границі витривалості  $\sigma_{-1}$  від лінійного розміру *d* елемента мікроструктури титанового сплаву ВТЗ-1 [7]

Figure 2. Dependence of the fatigue limit  $\sigma_{.1}$  on the linear size *d* of the micro structural element of VT3-1 titanium alloy [7]

Рівняння (1) на графіку у подвійних логарифмічних координатах  $\log \tau_{\kappa p} - \log(1/\sqrt{d})$  має вигляд похилої прямої. Натомість, як було встановлено в роботах [6, 7] на прикладі титанового сплаву ВТЗ-1, для границі витривалості  $\sigma_{-1}$ , для якої залежність від розміру зерна тільки на окремих ділянках можна описати рівнянням типу (1), графік  $\log \sigma_{-1} - \log(1/\sqrt{d})$  має *S*-подібний вигляд з двома горизонтальними асимптотами  $\sigma = \sigma_f$  і  $\sigma = \sigma_p$ , де  $\sigma_f$  – напруження внутрішнього тертя в кристалічній

гратці,  $\sigma_p$  – границя пропорційності (рис. 2). Тобто величини  $\sigma_f$  та  $\sigma_p$  не залежать від розміру d.

Формула для розрахунку  $\sigma_{-1}$  за одновісного циклічного навантаження має такий вигляд [7]:

$$\sigma_{-1} = A + B \cdot \operatorname{arctg} \frac{E\sqrt{b/(4d)} - A}{B}, \qquad (2)$$

де  $A = \frac{\sigma_f + \sigma_p}{2}$ ;  $B = \frac{\sigma_p - \sigma_f}{\pi}$ ; b – вектор Бюргерса; E – модуль пружності. Границя пропорційності  $\sigma_p$  береться з результатів випробувань на короткочасний розтяг.

Напруження внутрішнього тертя  $\sigma_f$  розраховується за законом Пайєрлса-Набарро (3) та законом Шміда (4), (5) [8]

$$\tau_f = \frac{2G}{\kappa'} e^{-2\pi c / (\kappa' b)}; \tag{3}$$

$$\sigma_f = \tau_f \,/\, m\,, \tag{4}$$

де  $G = E/[2(1+\mu)]; \mu$  – коефіцієнт Пуассона; *с* і *b* – параметри кристалічної гратки;  $\kappa'=1$  для гвинтової дислокації та  $\kappa'=1-\mu$  – для крайової; m – фактор Шміда

$$m = \cos \gamma \cdot \cos \phi \,, \tag{5}$$

де  $\gamma$  – кут між нормаллю до площини ковзання і віссю навантаження;  $\phi$  – кут між напрямком ковзання і віссю навантаження. Для розрахунку  $\sigma_{-1}$  за формулою (2) у роботі [7] брався m = 1/2, тобто кути  $\gamma$  і  $\phi$  дорівнювали 45<sup>0</sup>, оскільки для несильно текстурованих полікристалічних матеріалів ковзання починається у найсприятливіших для цього орієнтованих зернах. Для простоти  $\tau_f$  можна визначити за наближеною формулою [8]

$$\tau_f \cong G \cdot 10^{-3} \,. \tag{6}$$

Логічно припустити, що фізична границя витривалості являє собою максимальне напруження, за якого в зернах матеріалу не виникає необоротне ковзання, яке може призвести до появи втомної тріщини і до остаточного руйнування. Тобто можна записати залежність  $\sigma_{-1}$  від КПНЗ  $\tau_{\kappa p}$ 

$$\sigma_{-1} = \tau_{\kappa p} / m \,. \tag{7}$$

Таким чином, враховуючи (2), (4) та (7), формула для розрахунку КПНЗ матиме вигляд

$$\tau_{kp} = A' + B' \operatorname{arctg} \frac{mE\sqrt{b/(4d) - A'}}{B'}, \qquad (8)$$

де  $A' = \frac{\tau_f + m\sigma_p}{2}, \quad B' = \frac{m\sigma_p - \tau_f}{\pi}.$ 

Для нетекстурованих матеріалів, тобто ізотропних, фактор Шміда  $m \cong 1/2$  як це було зазначено вище. У цьому випадку для титанових сплавів формула (8) визначає КПНЗ для призматичної або базисної площини. У випадку сильно текстурованих титанових сплавів потрібно знати переважну орієнтацію зерен відносно напрямку дії навантаження й на основі цього можна визначити систему ковзання, яка буде при цьому активізуватись. На рис. З наведено графік залежності «нормалізованого» фактора Шміда m' від кута  $\gamma_{LD}$  між напрямком навантаження і віссю с (див. рис. 1) для полікристалічного  $\alpha - Ti$  [4]. Тут m' дається як

$$m' = m \cdot \left(\tau_{\min} / \tau_{{hkil}}\right), \tag{9}$$

де  $\tau_{\min}$  – КПНЗ для найлегшої системи ковзання, в даному випадку базисної чи призматичної;  $\tau_{<uvtw>{hkil}}$  – КПНЗ для даної системи ковзання.

З графіка бачимо, що коли  $\gamma_{LD}$  знаходиться в межах від 0<sup>0</sup> до 10<sup>0</sup>, буде активізуватися пірамідальна  $\langle \vec{c} + \vec{a} \rangle$  система ковзання. Зі збільшенням кута розорієнтування  $\gamma_{LD}$  від 10<sup>0</sup> до 66,7<sup>0</sup> найсприятливішою є базисна  $\langle \vec{a} \rangle$  система ковзання. Подальше збільшення розорієнтування від 66,7<sup>0</sup> до 90<sup>0</sup> призводить до переважаючого ковзання в призматичній  $\langle \vec{a} \rangle$  площині.



Рисунок 3. Залежність «нормалізованого» фактора Шміда *m*' від кута  $\gamma_{LD}$  між віссю с і напрямком навантаження для базисного (крива 1) і призматичного (крива 2)  $< \vec{a} >$  та пірамідального (крива 3)  $< \vec{c} + \vec{a} >$  ковзання [4]

Figure 3. Graph of "normalized" Schmid factor m' vs. the angle  $\gamma_{LD}$  between the *c*-axis and the loading direction for basal (curve 1) and prismatic (curve 2)  $\langle \vec{a} \rangle$  slip and pyramidal (curve 3)  $\langle \vec{c} + \vec{a} \rangle$  slip [4]

Порівняння результатів розрахунку з експериментальними. Для апробації запропонованої моделі (8) для розрахунку були використані експериментальні результати роботи [1]. У вказаній роботі було проведено випробування на короткочасний консольний згин мікрозразків, вирізаних із заготовки з полікристалічного комерційно чистого титану з середнім розміром зерен ~ 300 мкм.

У заготовці було вибрано кілька зерен, з яких за технологією «сфокусованого іонного пучка» (FIB-технологією) було вирізано три групи консольних зразків з різним орієнтуванням кристалу відносно осі зразка. Одну групу зразків було вирізано так, щоб активізувалось  $\langle \vec{a} \rangle$  ковзання у призматичних площинах (рис. 46). Другу групу – щоб активізувалось  $\langle \vec{a} \rangle$  ковзання у базисній площині (рис. 46). Третя група – для активізації  $\langle \vec{c} + \vec{a} \rangle$  ковзання у пірамідальній площині (рис. 42). Консольні зразки трикутного поперечного перерізу з шириною  $t = 4,95 \pm 0,15$  мкм та висотою  $h = 4,75 \pm 0,2$  мкм і довжиною L = 30 мкм навантажувалися на вільному кінці наноіндентором (рис. 4a). При цьому записувалися діаграми деформування у координатах: навантаження P – прогин вільного кінця  $\lambda$  (рис. 5). Початок пластичного деформування, що відповідає

КПНЗ, фіксувався в момент появи смуг ковзання на верхній плоскій поверхні зразка для призматичного ковзання. Під час базисного та пірамідального ковзання, лінії зсуву, які відходили від верхньої поверхні зразка, можна було виявити на бокових поверхнях. Смуги ковзання, що починалися від нижньої загостреної поверхні зразка, виникали раніше, оскільки напруження в цьому місці трикутного поперечного перерізу вище, ніж на поверхні за рахунок концентрації напружень та більшої відстані від нейтральної поверхні ( $h_1 = h/3$ ). Таким чином, у роботі [1] було визначено три величини КПНЗ  $\tau_{kp}^e$  = 181 ±8 МПа; 2) для <  $\vec{a}$  > ковзання у базисній площині  $\tau_{kp}^e$  = 209 ± 13 МПа; 3) для < $\vec{c}$  +  $\vec{a}$  > ковзання у пірамідальній площині  $\tau_{kp}^e$  = 474 ± 5 МПа, тобто у ~ 2,6 раза більше, ніж для призматичної площини.

Як було зазначено вище, експериментальні результати в роботі [1] отримано для одиничних кристалів  $\alpha - Ti$ . Натомість, оскільки проводилися випробування на згин, можна вважати, що результати отримано для полікристалу з лінійним розміром зерна, що дорівнює AB (рис. 4*6*, *e*, *c*). Тобто нейтральна площина під час згину може імітувати границю окремого зерна полікристалу, що гальмує просування дислокацій і таким чином впливає на величину КПНЗ. Отже, для призматичного ковзання (рис. 4*6*)  $d = AB = h_1 / \sin 60^0 \cong 1,83$  мкм, для базисного та пірамідального (рис. 4*e*, *c*)  $d = AB = h_1 / \sin 45^0 \cong 2,24$  мкм.

Окрім цього, якщо уважно придивитися до діаграм деформування (рис. 5), модуль пружності для базисної та призматичної площини відрізняється від такого для



a





Рисунок 4. Схематичне зображення консольного мікрозразка: *a* – схема навантаження; *б* – < *d* > ковзання в призматичній площині {1010}; *в* – < *d* > ковзання в базисній площині (0002); *г* – < *c* + *d* > ковзання в пірамідальній площині {1011}. НП – нейтральна площина; СК – смуги ковзання; ОК – одинична комірка

Figure 4. Schematic view of the cantilever micro beam: a – loading scheme;  $\delta - \langle \vec{a} \rangle$  slip on the prismatic plane  $\{10\overline{1}0\}$ ;  $\epsilon - \langle \vec{a} \rangle$  slip on the basal plane (0002);  $\epsilon - \langle \vec{c} + \vec{a} \rangle$  slip on the pyramidal plane  $\{10\overline{1}1\}$ . HII – neutral plane; CK – slip band; OK – unit cell





Рисунок 5. Криві деформування у координатах: навантаження P – прогин вільного кінця зразка  $\lambda$ . a – призматична площина;  $\delta$  – базисна площина; e – пірамідальна площина [1] Figure 5. Deformation curves in terms of: load P vs. deflection of beam free end  $\lambda$ . a – prismatic plane;  $\delta$  – basal plane; e – pyramidal plane [1]

пірамідальної. Модулі пружності Е можна обчислити таким чином. З теорії згину [9] відомо, що для консольної балки довжиною *L*, навантаженої на вільному кінці силою *P*, справедливе рівняння

$$EI_{z}\lambda = PL^{3}/3, \qquad (10)$$

де  $I_z$  – момент інерції поперечного перерізу відносно нейтральної лінії z. Звідси, враховуючи, що для трикутного перерізу  $I_z = th^3/36$  [9], отримаємо

$$E = \frac{36 \cdot L^3}{3th^3} \cdot \frac{P}{\lambda}.$$
 (11)

Підставляючи експериментальні дані [1] t = 4,95 мкм, h = 4,75 мкм, L = 30 мкм, отримаємо, що  $E = 610,74 \cdot P/\lambda$  МПа. Тут величину  $P/\lambda$  спеціально виділено, бо вона являє собою жорсткість балочки, яку можна безпосередньо визначити з діаграм деформування в координатах  $P - \lambda$  на пружній ділянці (рис. 5).

Таким чином, з рис. 5*а* будемо мати для призматичної площини ( $P = 100 \, M\kappa H \Rightarrow \lambda \cong 0.4 \, M\kappa M$ )  $P/\lambda = 250 \, M\kappa H/M\kappa M$ , що практично збігається зі вказаною в роботі [1] величиною жорсткості у 230 мк H/Mкм. Хоча автори роботи [1] вважають вказану величину жорсткості однаковою для всіх трьох випадків орієнтування кристалу. Натомість, у результаті уважного розгляду діаграм вона буде приблизно такою ж для базисної площини (рис. 5*б*), але для пірамідальної –  $P/\lambda \cong 333,3 \, M\kappa H/M\kappa M$  ( $P = 100 \, M\kappa H \Rightarrow \lambda \cong 0,3 \, M\kappa M$ , рис. 5*в*). Отже, для призматичної та базисної площин, враховуючи, що ( $P/\lambda$ )<sub>середня</sub> = 240  $M\kappa H/M\kappa M$ ,  $E_{< npus>} = E_{< 6as>} \cong 146578 \, M\Pi a$ . Для пірамідальної –  $E_{< nin>} \cong 203561 \, M\Pi a$ .

Окрім цього, величини вектора Бюргерса для призматичного та базисного ковзання і пірамідального – різні. Для призматичного та базисного вони становлять:

$$\overline{b}|_{< npu_3>} = a = 2,95 \cdot 10^{-10} \text{ M}$$

а для пірамідального:

$$\left| \vec{b} \right|_{\langle nip \rangle} = \left| \vec{c} + \vec{a} \right| = \sqrt{c^2 + a^2} \cong 5,53 \cdot 10^{-10} \,\mathrm{M}.$$

У результаті, відношення КПНЗ для ковзання у пірамідальній площині до КПНЗ у призматичній і базисній площинах визначатиметься, як

$$\frac{\tau_{kp}^{\langle nip\rangle}}{\langle npu3\rangle}_{\tau_{kp}^{\langle \delta\bar{a}3\rangle}} = \frac{\sqrt{c^2 + a^2}}{a} \cdot \frac{E_{\langle nip\rangle}}{E_{\langle npu3\rangle}}_{\langle \delta\bar{a}3\rangle}.$$
(12)

Після підстановки у (12) отриманих вище значень  $E_{\langle nip \rangle}$ ,  $E_{\langle npus \rangle}$  та відповідних величин вектора Бюргера, отримаємо співвідношення між КПНЗ - 2,6, що, практично, збігається зі вказаним у вступній частині даної статті співвідношенням між КПНЗ для даних систем ковзання в  $\alpha - Ti$  [4], а також, з результатами роботи [1].

Нарешті, для розрахунку дійсних величин КПНЗ за формулою (8) потрібно визначити границі пропорційності й фактори Шміда для даних систем ковзання. Границю пропорційності  $\sigma_p$  можна розрахувати за формулою [9]

$$\sigma_p = \frac{M_p}{W} = \frac{12 \cdot P_p \cdot L}{th^2},\tag{13}$$

де  $M_p$  – згинальний момент, що дорівнює  $P_p \cdot L$ ; W – момент опору, що дорівнює  $th^2/12$ . Як бачимо з діаграм  $P/\lambda$  на рис. 5, ділянки пропорційності закінчуються, в середньому, для призматичної та базисної площин за значення  $P_p \cong 130$  мкН і для пірамідальної  $P_p \cong 320$  мкН.

Фактори Шміда, згідно з формулою (5) і відповідно до рис. 4, становлять: для призматичної площини – 0,433 (оскільки  $\phi = 60^{\circ}$ ,  $\gamma = 30^{\circ}$ ); для базисної та пірамідальної – 0,5 (оскільки  $\phi = \gamma = 45^{\circ}$ ).

У підсумковій таблиці наведено результати розрахунку КПНЗ  $\tau_{\kappa p}^{p}$  за запропонованою моделлю (8). В таблиці також представлено для порівняння величини  $\tau_{\kappa p}^{e}$ , отримані експериментально в роботі [1] на окремих зразках і середнє значення  $\tau_{\kappa p,c}^{e}$  для кожної досліджуваної системи ковзання та похибка  $\Delta$ , розрахована за формулою (14)

$$\Delta = \frac{\tau_{\kappa p}^{p} - \tau_{\kappa p,c}^{e}}{\tau_{\kappa p,c}^{e}} \cdot 100\%.$$
<sup>(14)</sup>

Як бачимо з таблиці, розрахунок за моделлю (8) дав дуже добрий збіг  $\tau_{\kappa p}^{p}$  з експериментально визначеними КПНЗ  $\tau_{\kappa p,c}^{e}$  (похибка  $\Delta$  лежить у межах від -2,8 до +0,8%).

| Система                   | Експ  | ериме   | нталы | ii  |                      | Розрахунок         |      |       |                |            |            |                      |      |  |
|---------------------------|---|---------|-------|-----|----------------------|--------------------|------|-------|----------------|------------|------------|----------------------|------|--|
| ковзання                  | резул   | пьтати  | [1]   |     |                      |                    |      |       |                |            |            |                      |      |  |
|                           | КПН   | 3       |       |     |                      | E-10 <sup>-5</sup> | d    | m     | $b^{-}10^{10}$ | $\tau_{f}$ | $\sigma_n$ | КПНЗ                 | Δ    |  |
|                           | $	au^e_{{}_{\!$ | МΠа     |       |     | $	au^e_{\kappa p,c}$ |                    |      |       |                | J          | P          | $	au^{p}_{\kappa p}$ |      |  |
|                           | Окре  | емі зра | зки   |     | МПа                  | МΠа                | МКМ  |       | М              | МПа        | МΠа        | МПа                  | %    |  |
| $\langle \vec{a} \rangle$ | 184   | 188     | 185   | 168 | 181                  | 1,466              | 1,83 | 0,433 | 2,95           | 56,4       | 419        | 176                  | -2,8 |  |

Таблиця. Порівняння результатів розрахунку та експерименту

| приз.                               |     |     |     |     |     |       |      |     |      |      |      |     |      |
|-------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-------|------|-----|------|------|------|-----|------|
| $\langle \vec{a} \rangle$           | 205 | 223 | 217 | 189 | 209 |       | 2,24 | 0,5 |      |      |      | 202 | -3,3 |
| базис.                              |     |     |     |     |     |       |      |     |      |      |      |     |      |
| $\langle \vec{c} + \vec{a} \rangle$ | 483 | 468 | 474 | 472 | 474 | 2,036 | 2,24 | 0,5 | 5,53 | 78,3 | 1031 | 478 | +0,8 |
| пірамід.                            |     |     |     |     |     |       |      |     |      |      |      |     |      |

Точність розрахунку за розробленою моделлю буде залежати від точності експериментального визначення вихідних даних для підстановки у рівняння (8), а саме, модуля пружності і границі пропорційності, які визначаються з випробувань на короткочасний розтяг та середнього лінійного розміру зерна і фактора Шміда, які визначаються в результаті металографічного аналізу матеріалу.

Висновки. Проведені розрахунки для комерційно чистого  $\alpha - Ti$  за запропонованою моделлю (8) показали, що вона може застосовуватись для розрахунку КПНЗ полікристалічних металів з ГЩУ кристалічною граткою, зокрема титанових сплавів. Для цього потрібно провести: \*) випробування звичайних стандартних зразків на короткочасний розтяг для визначення модуля пружності й границі пропорційності та \*\*) мікроструктурний аналіз для визначення середнього лінійного розміру зерна (для титанових сплавів – це діаметр  $\alpha$  -глобулів для глобулярних структур або товщина  $\alpha$  -пластин для пластинчастих структур) і переважаючої направленості зерен відносно дії навантаження, тобто фактора Шміда та вектора Бюргерса.

Співвідношення величин КПНЗ для різних систем ковзання цілком визначається співвідношенням модулів пружності та векторів Бюргерса в цих системах.

**Conclusions.** The calculations performed for commercially pure  $\alpha$ -*Ti* according to the proposed model (8) have shown that it can be used for calculating the CRSS of hpc polycrystalline metals, in particular, titanium alloys. To do this, it is required to perform: 1) short-term tensile tests of standard specimens for the purpose of determining the modulus of elasticity and proportionality limit and 2) a microstructural analysis for the purpose of determining the mean linear grain size (in the case of titanium alloys, this is the diameter of  $\alpha$ -globules for globular and bimodal structures and the thickness of  $\alpha$ -lamellae for lamellar structures) and the preferred grain direction with respect to the load direction, i.e., the Schmid factor and the Burgers vector.

The ratio of the CRSS values for different slip systems is completely determined by the ratio between elasticity moduli and Burgers vectors in these systems.

#### Список використаної літератури

- Gong J. Anisotropy in the plastic flow properties of single-crystal α titanium determined from micro – cantilever beams / J.Gong, A.J.Wilkinson // Acta Materialia. – 2009. – N57. – P.5693–5705.
- Lutjering G. Titanium / G.Lutjering, J.C.Williams // Springer-Verlag. Berlin, Heidelberg. 2003. 379 p.
- Hutchinson W.B. Effective values of critical resolved shear stress for slip in polycrystalline magnesium and other hcp metals / W.B. Hutchinson, M.R.Barnett // Scripta Materialia. – 2010. – N63. – P.737–740.
- Bantounas I. The effect of grain orientation on fracture morphology during high-cycle fatigue of Ti-6Al-4V / I.Bantounas, D.Dye, T.C.Lindley // Acta Materialia. – 2009. – N57. – P.3584–3595.

- Kabir M.R. Numerical investigation of room-temperature deformation behavior of duplex type *γTiAl* alloy using a multi-scale modeling approach / M.R.Kabir, L.Chernova, M.Bartsch // Acta Materialia. – 2010. – N58. – P.5834–5847.
- Herasymchuk O.M. Nonlinear relationship between the fatigue limit and quantitative parameters of material microstructure / O.M. Herasymchuk // International Journal of Fatigue. 2011. N33. P.649–659.
- 7. Герасимчук, О.М. Узагальнена залежність границі витривалості від розміру зерна матеріалу [Текст] / О.М. Герасимчук // Проблемы прочности. 2011. №2. С.128–144.
- 8. Красовский, А.Я. Физические основы прочности [Текст] / А.Я.Красовский. Киев: Наукова думка, 1977. 140 с.
- 9. Сопротивление материалов деформированию и разрушению: справ. пособие в 2 т. [Текст] / В.Т. Трощенко. Киев: Наукова думка, 1993. 990 с.

Отримано 13.03.2012