Секція: НОВІ МАТЕРІАЛИ, МІЦНІСТЬ І ДОВГОВІЧНІСТЬ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ

УДК 539.3

Віктор Опанасович, Василь Бедрій
Львівський національний університет імені Івана Франка, Україна

ЗГИН ІЗОТРОПНОЇ ПЛАСТИНИ З КВАДРАТНОЮ ЖОРСТКОЮ ШАЙБОЮ І ПРЯМОЛІНІЙНОЮ НАСКРІЗНОЮ ТРІЩИНОЮ З УРАХУВАННЯМ ШИРИНИ ОБЛАСТІ КОНТАКТУ ЇЇ БЕРЕГІВ

VictorOpanasovich, VasylBedriy

BEND ISOTROPIC PLATE WITH SQUARE WASHER AND STIFF STRAIGHT BRACK CONSIDERING THE WIDTH OF THE CONTACT AREA OF THE COAST

Досліджена задача про двосторонній згин безмежної ізотропної пластини завтовшки $2h$ з прямолінійною тріщиною завдовжки $2l$ і квадратною жорсткою шайбою.Під дією згинальних моментів на нескінченності M_x^∞ *і* M_y^∞ береги тріщини приходять в гладкий контакт поблизу верхньої основи пластини по області постійної ширини h_1.В силу контакту берегів тріщинирозв'язок задачі розбиваємо на дві задачі: плоску задачу і задачу згину пластини (класична теорія згину).

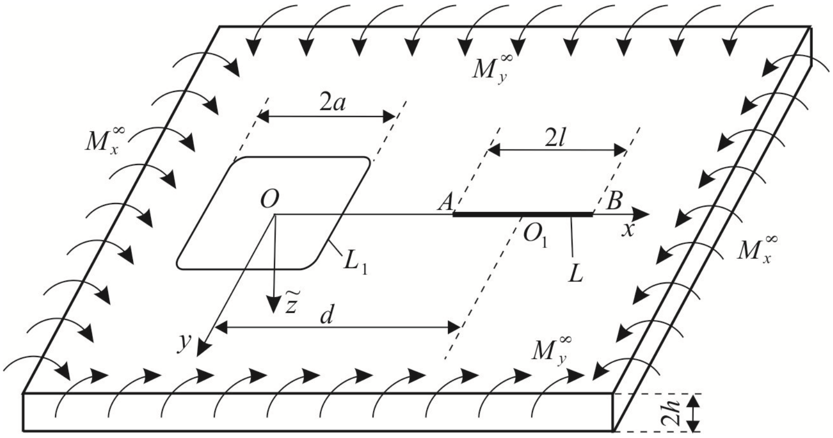

Схема навантаження пластини та розміщення тріщини

Задача розв'язана за таких крайових умов:

$$M_y = \beta N, \quad \partial_x\left[v_n\right] + \alpha\left[\partial_{xy}^2 w\right] = 0, \quad x \in L, \; \sigma_{yy}^\pm = -N/(2h), \quad \sigma_{xy}^\pm = 0, \quad P^\pm = 0, \quad M_y^\pm = M_y \quad x \in L,$$

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad \partial w / \partial n = 0, \quad x \in L_1,$$

де N - контактне зусилля між берегами тріщини, σ_{yy} і σ_{xy} - нормальні і дотичні напруження, u, v - компоненти вектора переміщення відповідно по осі Ox та Oy у плоскій задачі; M_y - згинальний момент, P - узагальнена в сенсі Кірхгофаперерізувальна сила, w – прогин пластини по осі $O\tilde{z}$, $\left[f\right] = f^+ - f^- \quad x \in L$,

$$\alpha = \left(1 + (1-\gamma)^2\right)/2, \quad \beta = 1 - \gamma/3, \quad \gamma = h_1/h.$$

Використовуючи методи функцій комплексної змінної та комплексні потенціали,розв'язок задачі зведений до системи сингулярних інтегральних рівнянь, відносно невідомих функцій $Q(x), \quad Q_1(u), \quad G(x), \quad G_1(u)$:

$$\int_L \left[L(u,t)Q(u)du + N(u,t)\overline{Q(u)du}\right] + \int_{L1}\left[K_1(u,t)Q_1(u)du + M_1(u,t)\overline{Q_1(u)}d\bar{u}\right] = 0 \quad x \in L_1,$$

$$\int_L \left[G(u)L_3(u,t)du + \overline{G(u)}N_3(u,t)d\overline{u} \right] + \int_{L_1} \left[G_1(u)K_{13}(u,t)du + \overline{G_1(u)}M_{13}(u,t)d\overline{u} \right] + \tilde{D} = 0, \quad x \in L_1,$$

$$\operatorname{Re}\left\{ a_1 \int_L \frac{G(u)du}{u-x} + \int_{L_1} \left[G_1(u)K_3(u,x)du + \overline{G_1(u)}M_3(u,x)d\overline{u} \right] \right\} + a_2 =$$

$$= -h\beta \operatorname{Re}\left\{ \frac{2}{\pi} \int_L \frac{Q(u)du}{u-x} + \int_{L_1} \left[Q_1(u)K(u,x)du + \overline{Q_1(u)}M(u,x)d\overline{u} \right] \right\} \quad x \in L,$$

$$\operatorname{Im}\left\{ a_1 \int_L \frac{G(u)du}{u-x} + \int_{L_1} \left[G_1(u)K_3(u,x)du + \overline{G_1(u)}M_3(u,x)d\overline{u} \right] \right\} = c_0' \quad x \in L,$$

$$\operatorname{Im}\left\{ \frac{2}{\pi} \int_L \frac{Q(u)du}{u-x} + \int_{L_1} \left[Q_1(u)K(u,x)du + \overline{Q_1(u)}M(u,x)d\overline{u} \right] \right\} = 0 \quad x \in L,$$

$$\operatorname{Re} Q(x) + \tilde{\beta} \operatorname{Re} G(x) = 0 \quad x \in L,$$

де $L(u,t) = \frac{1}{2\pi}\left[ks_1(u,t) - d_1(u,t)\right], N(u,t) = \frac{1}{2\pi}\left[-s_2(u,t) - q_1(u,t)\right], K_1(u,t) = \frac{k}{2\pi}\left[s_1(u,t) - d_2(u,t)\right],$

$M_1(u,t) = \frac{1}{2\pi}\left[-d_2(u,t) - q_2(u,t)\right], L_3(u,t) = \frac{1}{2\pi}\left[s_1(u,t) - \tilde{\chi}d_1(u,t)\right], N_3(u,t) = \frac{1}{2\pi}\left[s_2(u,t) + q_1(u,t)\right],$

$K_{13}(u,t) = \frac{1}{2\pi}\left[s_1(u,t) + d_2(u,t)\right], \quad M_{13}(u,t) = \frac{1}{2\pi}\left[s_2(u,t) + q_2(u,t)\right], K_3(u,x) = \frac{m}{2\pi}\left[\frac{\tilde{\chi}}{u-x} - \frac{1}{\overline{u}-x}\right],$

$M_3(u,x) = \frac{m}{2\pi}\left[\frac{u-\overline{u}}{(\overline{u}-x)^2}\right], K(u,x) = \frac{1}{\pi}\left[\frac{1}{u-x} - \frac{k}{\overline{u}-x}\right], M(u,x) = \frac{1}{\pi}\left[\frac{\overline{u}-u}{(\overline{u}-x)^2}\right],$

$s_1(u,t) = \frac{1}{u-t}, s_1(u,t) = \frac{1}{\overline{u}-\overline{t}}, d_1(u,t) = \frac{d\overline{t}}{dt}\frac{1}{u-\overline{t}}, d_2(u,t) = \frac{d\overline{t}}{dt}\frac{1}{\overline{u}-\overline{t}}, q_1(u,t) = \frac{d\overline{t}}{dt}\frac{t-u}{(u-\overline{t})^2},$

$q_2(u,t) = \frac{d\overline{t}}{dt}\frac{t-u}{(\overline{u}-\overline{t})^2}, a_1 = m\tilde{\chi}/\pi, a_2 = m\tilde{\Gamma}(\tilde{\chi}-1) - m\tilde{\Gamma}', m = -D(1-\nu), \tilde{\beta} = \alpha/(1-\nu),$

$\tilde{D} = 2\tilde{\Gamma} + \frac{d\overline{t}}{dt}(\tilde{\Gamma} + \tilde{\Gamma}'), \ \tilde{\Gamma} = -\frac{M_x^\infty + M_y^\infty}{4D(1+\nu)}, \ \tilde{\Gamma}' = -0.5(M_y^\infty - M_x^\infty)/m, D = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)}, \tilde{\chi} = \frac{3+\nu}{1+\nu}, k = \frac{3-\nu}{1+\nu}, c_0'$

невідома дійсна стала, $E-$ модуль Юнга, $\upsilon-$ коефіцієнт Пуассона.

Систему рівнянь доповнюємо додатковими умовами

$$\int_L G(u)du = 0, \ \int_L Q(u)du = 0, \ \operatorname{Im}\int_L uG(u)du = 0,$$

які виражають однозначність переміщень у плоскій задачі та однозначністькутів повороту та прогину при обході контура тріщини у задачі згину.

Системи сингулярних інтегральних рівнянь розв’язана чисельно за допомогою методу механічних квадратур. Проведений числовий аналіз коефіцієнтів інтенсивності моментів та зусиль, контактного зусилля між берегами тріщини, граничного навантаження при різних параметрах задачі.