

УДК 519.86+338.3

**Василь МАРЧУК**

## **МОДЕЛЮВАННЯ МАТЕРІАЛЬНОГО ПОТОКУ З УРАХУВАННЯМ ЧИННИКА ПОРУШЕННЯ ВИРОБНИЧОГО РИТМУ**

***Резюме.** Розроблено модель матеріального потоку виробничої системи з урахуванням чинника порушення виробничого ритму. Проаналізовано можливості компенсації збурень відносно показників ритмічності та надійності з розглядом інтегральної компенсації порушення виробничого ритму, тобто компенсації впливу збурення на математичне сподівання вихідного потоку, повної компенсації порушень ритму, що припускає локалізацію збійних ситуацій у процесі виробництва за часом і місцем їх виникнення за рахунок створення страхових ресурсів потужності, та часткової компенсації збурення, при якій показники якості задовольняють задані умови. Встановлено, що інтегральна компенсація збурень може забезпечити задовільні показники якості тільки на обмеженому інтервалі управління. У загальному випадку потрібна додаткова компенсація флуктуацій, що дозволяє підвищити надійність виконання плану.*

***Ключові слова:** виробнича система, матеріальний потік, моделювання, виробничий ритм, технологічний маршрут.*

**Vasyl MARCHUK**

## **MODELING OF MATERIAL FLOW CONSIDERING THE FACTOR OF VIOLATION OF PRODUCTION RHYTHM**

***Summary.** The model of material flow of the production system is developed considering the factor of violation of production rhythm. Possibilities of indemnification of indignations are analyzed in relation to the indexes of rhythm and reliability with consideration of integral indemnification of violation of production rhythm, that is indemnifications of indignation influence on the mathematical expectation of initial flow, complete indemnification of violations of rhythm, that assumes localization of failure situations in the process of production at times and place of their origin due to creation of insurance resources of power, and partial indemnification of indignation, at which the indexes of quality satisfy certain conditions. It is set, that integral indemnification of indignations can provide the satisfactory indexes of quality only on the limited interval of management. In general case additional indemnification of fluctuations is needed, that allows to promote reliability of implementation of plan. The model of material flow considers the technological inertia of object, conditioned by the space-temporal slowness of technological route, management of input flow, the changes of which affect the size of flow of subsequent operations, distribution of indignations influence and managements on subsequent operations, and also increase of reserve, before operation, where the violation of rhythm through reduction of its carrying capacity has happened. The offered model allows to "lose" on it basic production situations at the level of production volume parameters, that draws it together with the simulation model of production process. However the analytical type of model does it by an enough flexible instrument while solving tasks of analysis of processes of management of an object.*

***Key words:** production system, material flow, modeling, production rhythm, technological route.*

**Постановка проблеми.** Розв'язання проблеми моделювання процесів функціонування виробничих систем (ВС) пов'язано з аналізом різних ситуацій з метою вироблення найефективніших рішень щодо управління, особливо в несприятливих ситуаціях. При цьому необхідно враховувати найважливіші властивості об'єкта: динамізм, просторово-часовий розподіл, вплив різних внутрішніх і зовнішніх чинників прямої і непрямої дії випадкового і невизначеного характеру.

Важливим аспектом проблеми моделювання є організація процесів управління виробничою системою. Дослідження динаміки замкнених керованих систем дозволяє виявити оптимальні або найефективніші в конкретних умовах структури і алгоритми (методи) системи управління. Складність отримання таких алгоритмів визначається способом опису функціонування економічних об'єктів і наявних виробничих ситуацій, структурою організації системи управління, системою інформаційного забезпечення, тощо [2].

З одного боку, складні економічні об'єкти можна описати складними математичними

моделями, реалізація яких є можливою за допомогою сучасних комп'ютерів на основі чисельних методів. З іншого, складні об'єкти часто не мають аналітичного опису і можуть бути описані лише із застосуванням комп'ютерних (алгоритмічних) моделей. Хоча і в першому, і в другому випадку є практичне застосування комп'ютерів, але мова йде відповідно про аналітичне й імітаційне моделювання.

Аналітичні моделі мають переваги і дозволяють отримати раціональний або оптимальний розв'язок безпосередньо на основі моделі. Імітаційні моделі також забезпечують отримання шуканого розв'язку, але за результатами експериментальних досліджень і на основі опрацювання даних, отриманих у ході випробувань. Ми розглядаємо перш за все аналітичне моделювання виробничої системи. Проте вважаємо, що сучасні інформаційні системи підтримки й ухвалення рішень повинні ґрунтуватися на інтегрованих моделях, що включають аналітичні (математичні, логічні), інтелектуальні та імітаційні компоненти, побудовані на єдиній базі даних і взаємопов'язані єдиними цільовими орієнтирами.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Проблемам теорії та практики управління матеріальними потоками присвячено праці таких науковців, як Є. Крикавський [1], В. Николайчук, В. Кузнецов [2], В. Омельченко, А. Омельченко [3], В. Кротов, Б. Лагоша, С. Лобанов [4], Н. Парфьонов [7], А. Колобов [8], А. Воронкова, А. Козаченко, С. Рамазанов, Л. Хлапенов [10] та інших. У зв'язку з проблемою моделювання матеріальних потоків виробничих систем відзначимо праці І. Павлова, А. Радкевича [5], В. Порохні, Ю. Колісника [7], В. Рожок, Г. Євсєєва [9]. Однак питання розроблення методів і моделей управління матеріальними потоками виробничих систем із урахуванням чинників невизначеності й ризику залишаються й надалі актуальними, що й зумовило тематику даної статті.

**Метою статті** є побудова моделі матеріального потоку виробничої системи з урахуванням чинника порушення виробничого ритму, розглядаючи процес виробництва як керований матеріальний просторово розподілений потік предметів праці. При цьому модель матеріального потоку повинна враховувати технологічну інерційність об'єкта, зумовлену просторово-часовою протяжністю ТМ, керованість вхідного потоку, зміни якого впливають на величину потоку подальших операцій, поширення впливу збурень і управлінь на подальші операції, а також збільшення заділу перед операцією, де відбулося порушення ритму (збій) через зменшення її пропускну здатності.

**Виклад основного матеріалу.** Виробничий процес характеризується функцією потоку предметів праці  $Q(x,t)$  і розподілом запасів по технологічному маршруту (ТМ)  $R(x,t)$ , або у відносних величинах –  $q(x,t)$  і  $\rho(x,t)$ . Керуючими впливами є управління вхідним потоком  $Q_e(t)$  (або у відносних величинах  $q_e(t)$ ), тобто запуск предметів праці на початкову операцію, і розподілене управління  $U(x,t)$ , засноване на використанні виробничих ресурсів. У якості чинників збурення розглянуто виробничі втрати  $B(x,t)$  і порушення ритму  $Z(x,t)$ .

Виробничий процес, розглянутий як рух предметів праці по ТМ, характеризується швидкістю  $V(x,t)$ , якій відповідає графік руху предметів праці, і визначається з урахуванням можливостей зміни інтенсивності потоків із використанням наявних ресурсів. Графік при цьому отримують у результаті розв'язання диференціального рівняння  $\frac{dx}{dt} = V(x,t)$ . Різним початковим умовам  $x|_{t=0} = \xi$  відповідають графіки руху різних продуктів (партій)  $x = x(t, \xi)$ . Зміна швидкості визначає часові зміни в траєкторії руху по ТМ. Водночас часові зміни в процесі виробництва пов'язані з обсяговими, що дозволяє відхилення швидкості від заданої,

яка відповідає плановому графіку руху предметів праці по ТМ, замінити еквівалентним відхиленням інтенсивності потоку.

Вплив порушення ритму  $Z(x, t)$  і управління  $U(x, t)$  на виробничому потоці (ВП) може бути розглянутий як зміна щільності  $R(x, t)$  під їх дією

$$R(x, t) = \frac{Q(x, t)}{V_3(x)} + R_{ZU}(x, t), \quad (1)$$

де  $V_3(x)$  – задана швидкість руху предметів праці по ТМ;

$$R_{ZU}(x, t) = \int_0^t [Z(x, t) - U(x, t)] dt \quad - \text{ складова запасу на ТМ, зумовлена дією чинника}$$

порушення ритму й управління.

Порушення виробничого ритму будемо описувати просторово-часовою щільністю  $Z(x, t)$ , що задовольняє умову

$$\iint_{x, t \in (i, l)} Z(x, t) dx dt = \delta N_z \Big|_{(i, l); i=1, n; l=1, 2, 3, \dots}, \quad (2)$$

де  $\delta N_z \Big|_{(i, j)}$  – кількість предметів праці, що не "пройшли" виробничу операцію в обліковому інтервалі часу  $(i, j)$  у зв'язку зі зменшенням її пропускної здатності.

Нехай на деякій операції, якій відповідає певний відрізок осі  $X$ , в момент часу  $t_z$  відбулося порушення ритму виробництва, що триває протягом інтервалу часу  $[t_z, t_{zk}]$ . Це призводить до зменшення пропускної здатності операції на деяку величину  $Z$ . У результаті величина потоку на операції зменшується до величини  $Q_3 - Z$ .

Збурення даного типу не тільки зменшує величину потоку, але й зумовлює вторинні збурення в міру того, що всі елементи виробництва тісно взаємопов'язані. Зменшення пропускної здатності операції, як відомо, спричиняє дефіцит на подальших операціях, що може призвести до подальшого зменшення величини потоку на інших операціях, розташованих ближче до кінця технологічного маршруту. У той же час відбувається накопичення предметів праці на операції, де відбулося порушення виробничого ритму.

Випадкове порушення ритму характеризується кореляційною функцією  $K_z(x, \tau)$ , дисперсією  $\sigma_z^2(x)$ , математичним очікуванням  $m_z(x)$ , коефіцієнтом  $\chi_z$ , що залежать від закону розподілу збурення.

Розглянемо відносні параметри стану виробничого потоку (ВП). В умовах порушень ритму виробництва математична модель ВП має вигляд

$$\begin{cases} \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = 0, \\ \rho(x, t) = \frac{q(x, t)}{V_3(x)} + \int_0^t Z(x, t) \cdot dt - \int_0^t U_Z(x, t) \cdot dt, \\ 0 \leq x \leq x_k, 0 \leq t \leq T, q_n = q(0, t), \rho_0(x) = \rho(x, 0). \end{cases} \quad (3)$$

Розв'язок (1) щодо параметрів стану ВП має вигляд

$$q(x, t) = \begin{cases} q_n(t - \omega(x)) + \int_0^x U_z(\xi, t - \omega(x) + \omega(\xi)) \cdot d\xi - \\ - \int_0^x Z(\xi, t - \omega(x) + \omega(\xi)) \cdot d\xi, t \geq \omega(x) \geq 0, \\ q_0(\bar{\omega}(\omega(x) - t)) + \int_{\bar{\omega}(\omega(x) - t)}^x U_z(\xi, t - \omega(x) + \omega(\xi)) \cdot d\xi - \\ - \int_{\bar{\omega}(\omega(x) - t)}^x Z(\xi, t - \omega(x) + \omega(\xi)) \cdot d\xi, \omega(x) > t \geq 0, \end{cases} \quad (4)$$

$$\rho(x, t) = \frac{q(x, t)}{V_3(x)} + \int_0^t Z(x, t) \cdot dt - \int_0^t U_z(x, t) \cdot dt. \quad (5)$$

Порушення ритму в процесі виробництва призводить до зменшення величини миттєвих значень виробничих потужностей. У результаті цього зменшується величина потоку на операціях ТМ, бо знижується їхня пропускна спроможність. Тому порушення ритму в середньому повинно бути компенсоване за рахунок створення додаткових ресурсів потужності, крім заданих  $N_3$ , розрахованих для ВП без урахування випадкових збурень.

Умова компенсації порушень ритму в середньому, тобто інтегральної компенсації, виконується за умови  $m_{U_z}(x, t) = m_z(x)$ . Це означає, що для компенсації збурення на рівні математичного очікування необхідно створити додаткові ресурси потужності величиною  $N_z^0(x) = m_z(x)$ .

Надалі будемо розглядати ВП щодо реального заданого стану, тобто центрованої ВП. Функції стану центрованої ВП будемо позначати з верхнім нульовим індексом. Математична модель ВП з урахуванням вищесказаного набуває вигляду

$${}^0q(x, t) = \int_0^x L(\xi, t - \omega(x) + \omega(\xi)) \cdot d\xi, \quad (6)$$

$${}^0\rho(x, t) = \frac{{}^0q(x, t)}{V_3(x)} - \int_0^t L(x, t) \cdot dt, \quad L(x, t) = U_z(x, t) - Z(x, t). \quad (7)$$

Якість управління характеризується показниками ритмічності випуску та надійності виконання плану. Дисперсія вихідного потоку, що характеризує ритмічність випуску, дорівнює

$$\sigma_q^2(x_k) = \int_0^{x_k} \sigma_z^2(\xi) \cdot d\xi. \quad (8)$$

Це означає, що на ритмічність випуску впливають коливання чинника порушень ритму на всіх операціях ТМ.

Дисперсія інтегрального випуску, що визначає надійність виконання плану, складе

$$\sigma_{\Delta_{\text{ВП}}}^2(T) = 2 \int_0^T \int_0^{x_k} (T - \tau) K_z(\xi, \tau) \cdot d\xi \cdot d\tau. \quad (9)$$

Як бачимо з виразу (9), дисперсія інтегрального випуску в загальному випадку підвищується зі збільшенням інтервалу управління  $T$ , отже, зменшується надійність виконання

плану. Це свідчення того, що інтегральна компенсація збурень не забезпечує необхідної надійності при відносно великому інтервалі часу управління.

Практично інтегральна компенсація збурень може забезпечити задовільні показники якості тільки на обмеженому інтервалі управління. У загальному випадку потрібна додаткова компенсація флуктуацій, що дозволяє підвищити надійність виконання плану.

Для повної компенсації збурень необхідне здійснення управління

$${}^0U_z(x, t) = Z(x, t). \quad (10)$$

Нескладно переконатися, що при цьому центровані функції стану, дисперсії вихідного потоку й інтегрального випуску приймають нульові значення, тобто забезпечується ритмічний і надійний випуск продукції.

Для реалізації управління (10) необхідно створити страхові ресурси потужності величиною

$$N_Z^C(x) = \chi_z \cdot \sigma_z(x). \quad (11)$$

У загальному випадку управління (10) може бути реалізовано за рахунок створення страхових запасів при управлінні на обмеженому інтервалі часу. При цьому величина необхідних запасів визначається виразом

$$R_z^c(x, T) = 2\chi_z \int_0^T (T - \tau) K_z(x, \tau) \cdot d\tau. \quad (12)$$

У випадку, коли ресурси потужності не забезпечують виконання умови (11), повна компенсація неможлива. Водночас повна компенсація може бути й не вигідною. При цьому управління можна реалізувати в межах наявних ресурсів і воно, зокрема, може бути лінійним:

$${}^0U_z(x, t) = \begin{cases} {}^0Z(x, t), & \left| {}^0Z(x, t) \right| < U_m(x) \\ \text{sgn}({}^0Z(x, t))U_m(x), & \left| {}^0Z(x, t) \right| > U_m(x), \end{cases} \quad (13)$$

де  $\text{sgn}()$  – знакова функція,  $U_m(x)$  – обмеження на управління, відповідне до обмежених ресурсів потужності.

Аналіз механізмів компенсації порушень ритму, що використовуються на практиці, показує близькість даного управління до реального. При цьому параметри стану ВП визначаються виразами

$$q(x, t) = \int_0^x L(\xi, t - \omega(x) + \omega(\xi)) \cdot d\xi, \quad (14)$$

$$\rho(x, t) = \frac{q(x, t)}{V_3(x)} - \int_0^t L(x, t) \cdot dt, \quad (15)$$

де

$$L(x, t) = \begin{cases} 0, & |Z(x, t)| \leq U_m(x), \\ \text{sgn}(Z(x, t))U_m(x) - Z(x, t), & |Z(x, t)| > U_m(x). \end{cases} \quad (16)$$

Їх кореляційні функції представлені таким чином

$$K_q(x, t_1, t_2) = \int_0^x K_L(\xi, t_1 - \omega(x) + \omega(\xi), t_2 - \omega(x) + \omega(\xi)) \cdot d\xi, \quad (17)$$

$$K_\rho(x, t_1, t_2) = \frac{1}{V_3^2(x)} \cdot K_q(x, t_1, t_2) - \frac{1}{V_3(x)} \int_0^{t_2} K_L(x, t_1, \tau_2) d\tau_2 - \frac{1}{V_3(x)} \int_0^{t_1} K_L(x, \tau_1, t_2) d\tau_1 + \int_0^{t_1} \int_0^{t_2} K_L(x, \tau_1, \tau_2) d\tau_2 d\tau_1. \quad (18)$$

Дисперсія функцій потоку і щільності предметів праці відповідно дорівнюють:

$$\sigma_q^2(x, t) = \int_0^x \sigma_L^2(\xi, t - \omega(x) + \omega(\xi)) \cdot d\xi, \quad (19)$$

$$\sigma_\rho^2(x, t) = \frac{1}{V_3^2(x)} \sigma_q^2(x, t) - \frac{2}{V_3(x)} \int_0^t K_L(x, t, \tau) d\tau + \int_0^t \int_0^t K_L(x, \tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2. \quad (20)$$

Проте визначити кореляційну функцію  $K_L(x, \tau_1, \tau_2)$  в явному вигляді не вдається, отже, не можна визначити і показники якості. Практично в явному вигляді можна отримати залежність тільки для дисперсії функції потоку. З цією метою необхідно знайти дисперсію  $\sigma_L^2(x, t)$ .

Щільність розподілу ймовірностей випадкового процесу  $L(x, t)$  при нормальному характері розподілу  $Z(x, t)$  складе

$$f_L(y) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z(x)}} e^{-\frac{(y-U_m(x))^2}{2\sigma_z^2(x)}}, & y < 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_z(x)}} e^{-\frac{(y+U_m(x))^2}{2\sigma_z^2(x)}} + 2\sigma(y)F\left(\frac{U_m(x)}{\sigma_z(x)}\right), & y \geq 0 \end{cases} \quad (21)$$

Тоді дисперсія матиме вигляд

$$\sigma_L^2(x) = [1 - 2F\left(\frac{U_m(x)}{\sigma_z(x)}\right)] \cdot [\sigma_z^2(x) + U_m^2(x)] - \frac{2\sigma_z(x)U_m(x)}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{U_m^2(x)}{2\sigma_z^2(x)}}, \quad (22)$$

де  $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$  – функція Крампа.

Визначення необхідного ресурсу  $U_m(x)$  з урахуванням надійності виконання плану ґрунтується на знанні кореляційної функції потоку, яка, в свою чергу, залежить від кореляційної функції  $K_L(x, t_1, t_2)$ .

Важливо знайти такі способи компенсації, при яких зі збільшенням інтервалу управління показники якості, особливо показник надійності, не погіршуються.

Центрована функція потоку визначається виразом

$$q(x, t) = \int_0^x L(\xi, t - \omega(x) + \omega(\xi)) \cdot d\xi, \quad (23)$$

де  $L(x, t) = U_Z(x, t) - Z(x, t)$ .

Кореляційна функція потоку

$$K_q(x, \tau) = \int_0^x K_L(\xi, \tau) \cdot d\xi. \quad (24)$$

Існування задовільних показників якості означає виконання умов

$$\int_0^{x_k} \sigma_L^2(\xi) \cdot d\xi < \varepsilon, \quad (25)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^{x_k} \int_0^T (T - \tau) K_L(\xi, \tau) \cdot d\tau \cdot d\xi = \int_0^{x_k} K_{0L}(\xi) d\xi < \infty. \quad (26)$$

З цією метою необхідно знайти такий спосіб компенсації, тобто такий алгоритм управління

$$U_z(x, t) = A[Z(x, t)], \quad (27)$$

де  $A$  – деякий оператор, що забезпечує виконання умов (25) і (26).

У теорії й практиці управління виробництвом використовують різні способи ліквідації відхилення випуску, наприклад, рівномірний розподіл обсягу недовиробленої продукції на інтервал часу, що залишився. Вважаємо, що правильнішим є такий розподіл, коли більша частина цього обсягу припадає на початок, а не на кінець планованого періоду, що пов'язано, насамперед, із забезпеченням надійності реалізації планованого випуску. Тому ефективнішим є розподіл, наприклад, за експонентою.

Умовам часткової компенсації задовольняє випадковий процес з кореляційною функцією, представленою у вигляді суми експонент. У зв'язку з цим задамо кореляційну функцію  $K_L()$  у вигляді

$$K_L(x, \tau) = a_1(x)e^{-a_2(x)|\tau|} + b_1(x)e^{-b_2(x)|\tau|}. \quad (28)$$

Умова (26) набуде вигляду

$$\frac{a_1(x)}{a_2(x)} + \frac{b_1(x)}{b_2(x)} = 0. \quad (29)$$

Нехай виконується  $\frac{a_1(x)}{a_2(x)} = \gamma^2(x)$ . Тоді кореляційна функція (28) буде виражена таким

чином:

$$K_L(x, \tau) = a_2(x)\gamma^2(x)e^{-a_2(x)|\tau|} + b_2(x)\gamma^2(x)e^{-b_2(x)|\tau|}. \quad (30)$$

У рамках заданого класу випадкових функцій задача часткової компенсації на необмеженому інтервалі часу отримує цілком конкретне формулювання. Необхідно знайти динамічну систему, яка при вхідному сигналі з відомими статистичними характеристиками на виході має випадковий процес  $L(x, t)$  з кореляційною функцією (30).

На практиці часто стаціонарна лінійна система характеризується вузькою смугою пропускання гармонійних коливань у порівнянні зі спектром частоти вхідного збурення, що можна оцінити за виглядом частотної характеристики системи і за спектральною щільністю збурення. В такому випадку спектральну щільність у межах смуги пропускання системи можна вважати постійною, яка дорівнює, наприклад, значенню  $S_{Z0}$ . Це відповідає заміні реального широкосмугового збурення стаціонарним білим шумом з постійною спектральною щільністю  $S_{Z0}$  та інтенсивністю  $\sigma_Z^2 = 2\pi S_{Z0}$ .

Динамічну систему, яка при вхідному сигналі у вигляді "білого шуму"  $Z(x, t)$  має на виході випадковий процес  $L(x, t)$  із заданими статистичними характеристиками, називають формуючим фільтром.

У загальному випадку, коли даний випадковий процес  $L(x, t)$  має довільну неперервну кореляційну функцію, задача визначення формуючого фільтра не розв'язується.

Серед випадкових процесів, що допускають строгий розв'язок проблеми формуючого фільтра, знаходиться клас стаціонарних випадкових процесів з дробово-раціональними спектральними щільностями. Для визначення лінійного формуючого фільтра використовується співвідношення, що встановлює зв'язок між спектральними щільностями вхідного і вихідного параметрів.

Нехай  $S_L^x(\omega)$  – спектральна щільність процесу  $L(x, t)$  на виході формуючого фільтра,  $S_{Z0}^x$  – спектральна щільність на вході,  $\psi_0^x(j\omega)$  – частотна характеристика формуючого фільтра. Тоді квадрат частотної характеристики формуючого фільтра визначається виразом

$$|\psi_0^x(j\omega)|^2 = \frac{S_L^x(\omega)}{S_{Z0}^x} = \frac{S^x(j\omega)}{\sqrt{S_{Z0}^x}} \cdot \frac{S^x(-j\omega)}{\sqrt{S_{Z0}^x}}, \quad (31)$$

а його частотна характеристика –

$$\psi_0^x(j\omega) = \frac{S^x(j\omega)}{\sqrt{S_{Z0}^x}}. \quad (32)$$

Кореляційній функції (30) відповідає спектральна щільність

$$S(\omega) = \gamma^2(x) \cdot l^2(x) \frac{\omega^2}{(\omega^2 + a_2^2(x))(\omega^2 + b_2^2(x))}, \quad (33)$$

де 
$$l^2(x) = \frac{a_2^2(x) - b_2^2(x)}{\pi}. \quad (34)$$

Тоді частотна характеристика фільтра

$$\psi_0^x(j\omega) = \frac{\gamma(x) \cdot l(x)}{\sqrt{S_{Z0}^x}} \cdot \frac{j\omega}{(j\omega + a_2^2(x))(j\omega + b_2^2(x))}. \quad (35)$$



Їй відповідає залежність процесу  $L(x, t)$  від збурень, пов'язаних із порушенням виробничого ритму, у вигляді

$$L(x, t) = \frac{\sqrt{2\pi} \cdot \gamma(x) \cdot l(x)}{\sigma_Z(x)(a_2(x) - b_2(x))} \left[ a_2(x) e^{-a_2(x) \cdot t} \int_0^t e^{a_2(x) \cdot \tau} Z(x, \tau) d\tau - b_2(x) e^{-b_2(x) \cdot t} \int_0^t e^{b_2(x) \cdot \tau} Z(x, \tau) d\tau \right]. \quad (36)$$

Дисперсія вихідного потоку, що визначає ритмічність випуску,

$$\sigma_q^2(x_k) = \int_0^{x_k} \sigma_L^2(\xi) \cdot d\xi, \quad (37)$$

де дисперсію  $\sigma_L^2(x)$  знаходять з виразу

$$\sigma_L^2(x) = \gamma^2(x)(a_2(x) - b_2(x)). \quad (38)$$

Оскільки дисперсія приймає тільки додатні значення, то  $a_2(x) \geq b_2(x)$ . Тоді залежність (37) набуває вигляду

$$\sigma_q^2(x_k) = \int_0^{x_k} \gamma^2(\xi)(a_2(\xi) - b_2(\xi)) d\xi. \quad (39)$$

Дисперсія інтегрального випуску, що визначає надійність виконання плану, з урахуванням (24) і (30) складе

$$\sigma_{\Delta\Pi}^2(T) = \int_0^{x_k} \frac{\gamma^2(x)}{a_2(x)} (e^{-a_2(x) \cdot T} - 1) dx - \int_0^{x_k} \frac{\gamma^2(x)}{b_2(x)} (e^{-b_2(x) \cdot T} - 1) dx. \quad (40)$$

При управлінні на відносно необмеженому інтервалі часу

$$\sigma_{\Delta\Pi}^2(\infty) = \int_0^{x_k} \gamma^2(x) \left[ \frac{1}{b_2(x)} - \frac{1}{a_2(x)} \right] dx. \quad (41)$$

Правильний вибір значень параметрів  $\gamma(x), a_2(x), b_2(x)$  дозволяє знайти управління (27), що забезпечує виконання умов часткової компенсації виробничих збурень. Аналіз виразу (40) показує, що його максимум досягається при  $T \rightarrow \infty$ .

**Висновки.** Розроблено модель матеріального потоку виробничої системи з урахуванням чинника порушення виробничого ритму, особливість яких полягає у врахуванні технологічної інерційності об'єкта, зумовленої просторово-часовою протяжністю ТМ, керованості вхідного потоку, зміни якого впливають на величину потоку подальших операцій через визначений інтервал часу, поширення впливу збурень і управлінь на подальші операції. Пов'язано це з тим, що всі елементи виробничого процесу тісно взаємопов'язані, а також збільшення заділу перед операцією, де відбулося порушення ритму (збій) через зменшення її пропускну здатності.

Запропонована математична модель дозволяє "програвати" на ній основні виробничі ситуації на рівні обсягових параметрів виробництва, що зближує її з імітаційною моделлю виробничого процесу. Проте аналітичний вигляд моделі робить її достатньо гнучким інструментом при розв'язанні задач аналізу процесів управління об'єктом.

При побудові моделі використано балансове співвідношення, яке справедливе як для неперервного, так і дискретного зображення матеріального потоку. Точність виконання балансового співвідношення забезпечується однозначною відповідністю інтегральної форми

моделі її дискретному аналогу, який реалізовує процеси виробництва в інформаційній системі управління на основі існуючих технологій обліку, поставленого на підприємстві.

**Conclusions.** Thus, the model of material flow of the production system considering the factor of violation of production rhythm is developed, the peculiarity of which is in the account of the technological inertia of object, conditioned by a space-temporal slowness of technological route, management of input flow the changes of which affect the size of flow of subsequent operations through a certain time domain, distribution of indignations influence and managements on subsequent operations, because of the strong connection between the elements of production process, and also increase of reserve before operation, where the violation of rhythm (failure) through reduction of its carrying capacity has happened.

The offered mathematical model allows to "lose" on it basic production situations at the level of volume parameters of production, that draws it together with the simulation model of production process. However the analytical type of model does it an enough flexible instrument while solving tasks of analysis of processes of management of an object.

At construction of model balance correlation, that is just both for continuous and discrete image of material flow, has been used. The accuracy of implementation of balance correlation is provided by univocal correspondence of integral form of model to its discrete analogue, which realizes the processes of production in management information system on the basis of existing technologies of the account available on the enterprise.

#### Використана література

1. Крикавський, Є.В. Логістика. Основи теорії: підручник. – 2-е вид., доп. і переробл. [Текст] / Є.В. Крикавський. – Львів: Національний університет „Львівська політехніка”, „Інтелект - Захід”, 2006. – 456 с.
2. Николайчук, В.Е. Теория и практика управления материальными потоками (логистическая концепция): монография [Текст] / В.Е. Николайчук, В.Г. Кузнецов. – Донецк: ДонГУ, «КИТИС», 1999. – 413 с.
3. Омельченко, В.Я. Управление материальными потоками в микроэкономике [Текст] / В.Я.Омельченко, А.П. Омельченко, В.Г. Кузнецов. – Севастополь: Вебер, 2003. – 263 с.
4. Основы теории оптимального управления: учеб. пособие [Текст] / В.Ф. Кротов, Б.А. Лагоша, С.М. Лобанов и др.; под ред. В.Ф. Кротова. – М.: Высш. шк., 1990. – 430 с.
5. Павлов, И.Д. Модели управления проектами [Текст] / И.Д. Павлов, А.В. Радкевич. – Запорожье: ГУ «ЗИГМУ», 2004. – 320 с.
6. Парфенов, Н.В. Методология формирования логистической системы управления потоковыми процессами в переходной экономике [Текст] / Н.В. Парфенов. – СПб.: СПбГУЭФ, 2001. – 125 с.
7. Порохня, В.М. Моделювання багатомірних фінансово-господарських потоків: монографія / В.М. Порохня, Ю.О. Колісник. – Запоріжжя: ГУ «ЗІДМУ», 2007. – 192 с.
8. Промышленная логистика; [Текст] под ред. А.А. Колобова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997. – 204 с.
9. Рожок, В.Д. Комплексна задача оптимізації запасів продукції та термінів поставок її споживачам [Текст] / В.Д. Рожок, Г.В. Євсєєва // Актуальні проблеми економіки. – 2007. – №1. – С.182 – 185.
10. Современные технологии управления промышленным предприятием [Текст] / А.Э. Воронкова, А.В. Козаченко, С.К. Рамазанов, Л.Е. Хлапенев. – К.: Лібра, 2007. – 254 с.