

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ,
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ**

**Тернопільський національний технічний
університет імені Івана Пулюя**

Кафедра фізики

МЕХАНІКА. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА

**Методичні вказівки
до самостійної роботи
студентів по розв'язуванню
задач**

**Тернопіль
2012**

МЕХАНІКА. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА: Методичні вказівки до самостійної роботи студентів по розв'язуванню задач / В.І. Кульчицький, укладач. – Тернопіль: ТНТУ, 2012. – 60 с.

Навчально-методичний посібник містить вказівки до самостійної роботи студентів по розв'язуванню задач з курсу «Механіка. Молекулярна фізика» для стаціонарної та заочної форм навчання у ТНТУ імені Івана Пулюя за навчальними планами підготовки бакалаврів з напрямку 6.050101 – комп'ютерні науки. У посібнику викладено короткі теоретичні відомості з кожного розділу фізики, розроблено методичні вказівки та приклади розв'язування задач з детальним поясненням, подані деякі довідникові матеріали, перелік задач для самостійної роботи, основну та додаткову літературу.

Пропоноване видання є першою складовою частиною навчально-методичного посібника для студентів інженерних спеціальностей вищих навчальних закладів, яка призначена для самостійного оволодіння студентами практичними навичками розв'язування задач.

Навчально-методичний посібник можуть використовувати при вивченні курсу фізики студенти напрямку 6.050101 – «Комп'ютерні науки».

Укладач – к.п.н., доцент кафедри фізики Віктор Кульчицький

Рецензенти – д.ф.-м.н., професор кафедри фізики Леонід Дідух
к.ф.-м.н., доцент кафедри фізики Юрій Скоренький

Рекомендовано до друку на засіданні кафедри фізики ТНТУ імені Івана Пулюя, протокол № 4 від 22 листопада 2012 р.

Схвалено на засіданні методичної ради факультету по роботі з іноземними студентами ТНТУ імені Івана Пулюя, протокол № від 2012 р.

Зміст

Вступ	4
1. Зміст дисципліни	
1.1. Механіка.....	6
1.2. Молекулярна фізика.....	7
2. Рекомендована література	
2.1. Основна література	8
2.2. Додаткова література	8
3. Теоретичний матеріал, знання якого необхідне для успішного виконання роботи	
3.1. Механіка	
3.1.1. Кінематика.....	9
3.1.2. Динаміка.....	12
3.1.3. Робота сили. Потужність. Закони збереження.....	13
3.1.4. Механіка обертального руху твердого тіла.....	15
3.1.5. Гідродинаміка.....	17
3.2. Молекулярна фізика	
3.2.1. Молекулярно-кінетична теорія ідеальних газів.....	19
3.2.2. Явища переносу в газах.....	21
3.2.3. Основи термодинаміки.....	21
3.2.4. Реальні гази, рідини і тверді тіла.....	24
4. Приклади розв'язування задач.....	25
5. Розподіл задач за варіантами	40
6. Задачі для самостійної роботи	41
7. Таблиці основних фізичних величин	56

ВСТУП

До навчальних планів підготовки бакалаврів галузі знань 0501 – інформатика та обчислювальна техніка, напряму підготовки: 6.050101 – комп'ютерні науки включено «Фізику» як обов'язкову навчальну дисципліну, оскільки оволодіння фізичними знаннями дає змогу майбутнім інженерам успішно засвоювати спеціальні дисципліни та використовувати у подальшому здобуті фізичні знання на виробництві.

З метою формування предметних компетентностей студентів з фізики передбачено виконання ними самостійних розрахункових робіт. Це індивідуальні завдання, виконання яких має за мету закріплення навичок самостійного розв'язування студентами текстових та графічних фізичних задач. Розв'язування й аналіз задач дозволяє студентам зрозуміти та запам'ятати основні закони фізики, сформувані уявлення про характерні особливості й межі (границі) їх застосування. Уміння розв'язувати задачі є безпомилковим критерієм оцінки глибини засвоєння програмного матеріалу.

На допомогу студентам у виконанні самостійних розрахункових робіт розроблено цей навчально-методичний посібник, який містить короткі теоретичні відомості з кожного розділу фізики, методичні вказівки та приклади розв'язування задач з детальним поясненням, деякі довідкові матеріали, перелік задач для самостійної роботи, основну та додаткову літературу.

Пропоноване видання «Механіка. Молекулярна фізика» є першою складовою частиною навчально-методичного посібника для студентів інженерних спеціальностей вищих навчальних закладів, яка призначена для самостійного оволодіння студентами практичними навичками розв'язування задач із розділів «Механіка» та «Молекулярна фізика».

Під час виконання самостійних розрахункових робіт необхідно дотримуватись наступних правил:

- 1) опрацювати теоретичний матеріал з відповідних розділів фізики;
- 2) уважно ознайомитися з прикладами розв'язання типових задач з даних тем;

- 3) роботу виконувати у зошиті, темним чорнилом;
- 4) на титульній сторінці вказати назву дисципліни, прізвище, ім'я та по-батькові студента;
- 5) роботи виконувати акуратно, залишаючи поля для заміток викладача, кожна задачу починати з нової сторінки;
- 6) умову задачі свого варіанту переписати повністю; провести після слова «дано» її скорочений запис, залишаючи місце для табличних даних; перевести числові значення в СІ; шукані величини записати зі знаком питання;
- 7) після слова «аналіз» акуратно і чітко виконати рисунок чи графік для пояснення розв'язку задачі;
- 8) розв'язок задачі обов'язково супроводжувати детальним поясненням кожної формули; перетворення проводити до отримання кінцевої формули, у лівій частині якої знаходиться шукана величина, а у правій величини, які задані в умові задачі;
- 9) після слова «обчислення» підставити числові значення фізичних величин у розрахункову формулу; точність отриманої відповіді не повинна перевищувати тієї точності, з якою задані величини, що зустрічаються в обчисленні;
- 10) одержавши шукану величину, проаналізувати її, щоб переконатися, що вона відповідає умові задачі.

У посібнику наведено таку кількість задач, яка охоплює практично всю програму з розділів «Механіка» та «Молекулярна фізика» і дає змогу кожному студенту працювати за окремим варіантом. Запропоновано 20 приблизно однакових за складністю варіантів, кожен з них складається з 8 задач. Номер варіанту для студента визначає викладач.

1. ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ

Відповідно до діючих навчальних програм підготовки бакалаврів, студенти, вивчаючи фізику, повинні засвоїти наведений нижче матеріал з розділів «Механіка» та «Молекулярна фізика».

Номер лекції	Перелік змістовних модулів, тем лекцій, їх анотації
Змістовний модуль 1 КІНЕМАТИКА ТА ДИНАМІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ.	
1	Тема 1 Предмет фізики. Предмет фізики. Методи фізичних досліджень. Комп'ютерні технології в сучасній фізиці. Роль фізики у формуванні інженера.
2	Тема 2 Кінематика. Механічний рух як найпростіша форма руху матерії. Простір і час. Елементи кінематики матеріальної точки.
3	Тема 3 Закони Ньютона Закони Ньютона і їх фізичний зміст. Центр мас механічної системи і закон його руху. Закон збереження імпульсу. Рух тіла змінної маси.
Змістовний модуль 2 РОБОТА ТА ЕНЕРГІЯ. СИЛИ В МЕХАНІЦІ.	
4	Тема 4 Робота та енергія. Енергія як міра кількості руху і взаємодії. Робота сили. Потужність. Кінетична енергія тіла. Поле як форма матерії, що передає взаємодію. Потенціальна енергія тіла в силовому полі. Консервативні і дисипативні сили. Закон збереження механічної енергії. Рівняння Бернуллі.
5	Тема 5 Пружні деформації. Сили тертя. Зв'язок сили з потенціальною енергією. Енергетична умова стійкості механічної системи. Поле центральних сил. Пружні деформації. Закон Гука. Енергія пружноздеформованого тіла. Сили тертя. Дисипація механічної енергії.
Змістовний модуль 3. ОБЕРТОВИЙ РУХ ТВЕРДОГО ТІЛА.	
6	Тема 6 Динаміка обертового руху твердого тіла. Закон динаміки обертового руху твердого тіла відносно нерухомої осі. Кінетична енергія і робота при обертовому русі. Закон збереження моменту імпульсу. Гіроскопічний ефект і його прояви в техніці.
Змістовний модуль 4. РУХ В НСВ. ЕЛЕМЕНТИ СТВ.	
7	Тема 7 Рух в НСВ. Сили інерції. Рух в неінерціальних СВ. Сили інерції, їх прояви в техніці. Тема 8 Елементи СТВ. Перетворення Галілея. Постулати Ейнштейна і перетворення Лоренца. Елементи релятивістської динаміки. Взаємозв'язок маси і енергії.

Змістовний модуль 5. МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ	
8	Тема 9 Механічні коливання. Вільні гармонічні коливання. Пружинний, математичний і фізичний маятники. Енергія гармонічних коливань. Додавання гармонічних коливань. Згасаючі коливання. Логарифмічний декремент. Вимушені коливання. Резонанс і його роль в техніці. Поняття про автоколивання.
9	Тема 10 Хвилі Поперечні і поздовжні хвилі в пружному середовищі. Рівняння біжучої хвилі. Хвильове рівняння. Енергія хвилі. Принцип суперпозиції для хвиль. Хвильовий пакет. Інтерференція хвиль. Стоячі хвилі. Звук і його сприйняття людиною.
Змістовний модуль 6. МКТ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ	
10	Тема 11 Молекулярно-кінетична теорія Статистичний і термодинамічний методи досліджень. Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії. МКТ теплоємності ідеального газу і її обмеженість. Закон Максвела для розподілу молекул за швидкостями. Барометрична формула. Закон Больцмана
11	для розподілу частинок в зовнішньому потенціальному полі. Середня довжина вільного пробігу молекул. Закони дифузії, теплопровідності, внутрішнього тертя.
Змістовний модуль 7. ЗАКОНИ ТЕРМОДИНАМІКИ	
12	Тема 12 Перший закон термодинаміки Перший принцип термодинаміки. Застосування першого принципу термодинаміки до ізопроцесів. Адіабатичний процес. Робота при ізопроцесах.
13	Тема 13 Цикли. Другий закон термодинаміки. Оборотні і необоротні процеси. Цикли. Теплові двигуни і холодильні машини. Цикл Карно і його к.к.д. Другий принцип термодинаміки. Вільна енергія і ентропія. Закон зростання ентропії.
Змістовний модуль 8. КОНДЕНСОВАНИЙ СТАН РЕЧОВИНИ	
14	Тема 14 Реальні гази Відхилення від законів ідеального газу. Моделі міжмолекулярної взаємодії. Рівняння Ван-дер-Ваальса. Критичний стан. Ефект Джоуля-Томсона. Зрідження газів.
15	Тема 15 Рідини. Будова кристалів. Основні характеристики рідин. Вязкість і надплинність. Рідкі кристали. Структура і теплові властивості твердих тіл. Дефекти в кристалах. Фізичні основи міцності кристалів.
16	Тема 16 Фазові переходи Умова рівноваги фаз. Найпростіша фазова діаграма. Поняття про фазові переходи 1-го та 2-го роду. Рівняння Клапейрона-Клаузіуса. Речовина в екстремальних умовах.

2. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Під час вивчення теоретичного матеріалу рекомендуємо користуватися наступною літературою:

2.1. Основна література

1. Дідух Л.Д. Основи механіки.- Тернопіль, 2010.
2. Дущенко В.П., Кучерук І.М. Загальна фізика. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Вища школа, 1993. – 431с.
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики.- М.: ВШ, 1989.
4. Курс фізики / За ред. І.Є.Лопатинського.- Львів: Бескид-Біт, 2002.
5. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики: Навчальний посібник. – Т.1: Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. – К.: Техніка, 1999. – 536 с.
6. Пундик А.В. Курс фізики: Опорний конспект лекцій для студентів заочної форми навчання (Механіка та молекулярна фізика). - Тернопіль: ТДТУ, 2003.
7. Савельев И.В. Курс общей физики.- М.: Наука, 1982,- Т. 1-3.
8. Сивухин Д.В. Общий курс физики.- М.: Наука, 1977-1987.- Т. 1-5.
9. Трофимова Т.И. Курс физики для студентов вузов. – М.: Высшая школа, 1985. – 432 с.
10. Яворський Б.М. Курс фізики.- К.: ВШ, 1972,- Т. 1-3.
11. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1979. – 352 с.
12. Загальний курс фізики: Збірник задач / І.П. Гаркуша, І.Т. Горбачук, В.П. Курінний та ін.; За заг. ред. І.П. Гаркуші. – К.: Техніка, 2003. – 506 с.

2.2. Додаткова література

1. Бушок Г.Ф., Півень Г.Ф. Курс фізики. – К.: Вища школа, 1981. – 408 с.
2. Беликов Б.С. Решение задач по физике: Общие методы.- М.: ВШ, 1986.
3. Бабаджан Е.И. Сборник качественных вопросов и задач по общей физике.- М.: Наука, 1990.
4. Джанколи Дж. Физика.- М.: Мир, 1989.- Т. 1,2.

5. Матвеев А.Н. Молекулярная физика. – М.: Высшая школа, 1987. – 360 с.
6. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики.- М.: ВШ, 1991.
7. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. – М.: Высшая школа, 1978. – 352 с.
8. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. Учеб. пособие для студентов вузов. – 5-е изд. пер. и доп. – М.: Высшая школа, 1988. – 527 с.

3. ТЕОРЕТИЧНИЙ МАТЕРІАЛ, ЗНАННЯ ЯКОГО НЕОБХІДНЕ ДЛЯ УСПІШНОГО ВИКОНАННЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

3.1. МЕХАНІКА

3.1.1. Кінематика матеріальної точки

Положення матеріальної точки в просторі задається радіус-вектором: $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$, де \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} – одиничні вектори напрямів (орти); $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ – координати точки, які можуть змінюватись з часом t .

$$\text{Середня швидкість руху частинки: } \langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \vec{v}(t) dt,$$

де $\Delta \vec{r}$ – переміщення точки, Δt – проміжок часу, за який відбулося переміщення, $\vec{v}(t)$ – миттєва швидкість частинки.

$$\text{Миттєва швидкість частинки: } \vec{v}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} = v_x(t)\vec{i} + v_y(t)\vec{j} + v_z(t)\vec{k},$$

де $v_x(t)$, $v_y(t)$, $v_z(t)$ – проекції швидкості $\vec{v}(t)$ на осі координат,

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}; \quad v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt}; \quad v_z(t) = \frac{dz(t)}{dt}.$$

$$\text{Модуль вектора швидкості: } v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}.$$

Корисним є також поняття середньої (шляхової) швидкості: $v_c = \frac{s}{t}$,

де s позначає шлях тіла, пройдений за час t .

Закон додавання швидкостей Галілея: $\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_0$, де \vec{v} – швидкість матеріальної точки відносно нерухомої системи відліку (абсолютна швидкість),

\vec{v}' – швидкість точки відносно рухомої системи відліку (відносна швидкість),
 \vec{v}_0 – швидкість рухомої системи відліку відносно нерухомої (переносна швидкість).

Середнє прискорення матеріальної точки:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \vec{a}(t) dt,$$

де $\Delta \vec{v}$ – приріст швидкості за час Δt , $\vec{a}(t)$ – миттєве прискорення матеріальної точки.

Миттєве прискорення матеріальної точки:

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2}.$$

У проєкціях на координатні осі вектор прискорення:

$$\vec{a}(t) = a_x(t) \vec{i} + a_y(t) \vec{j} + a_z(t) \vec{k},$$

$$\text{де } a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d^2 x(t)}{dt^2}; \quad a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt} = \frac{d^2 y(t)}{dt^2}; \quad a_z(t) = \frac{dv_z(t)}{dt} = \frac{d^2 z(t)}{dt^2}.$$

$$\text{Модуль прискорення: } a = |\vec{a}| = \sqrt{\left(\frac{d^2 x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2 z}{dt^2}\right)^2} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

Для рівномірного прямолінійного руху матеріальної точки ($\vec{a}(t) = 0$):

$x = x_0 + vt$ – рівняння руху; $s = x - x_0 = vt$ – шлях, який пройшла точка за час t .

Для рівноприскореного прямолінійного руху матеріальної точки

($\vec{a}(t) = \text{const}$): $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ – рівняння руху; $s = x - x_0 = v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$ – шлях,

який пройшла точка за час t ; $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$ – швидкість точки.

Для криволінійного руху прискорення зручно представляти у вигляді суми двох взаємно ортогональних векторів:

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau; \quad \vec{a}_n \perp \vec{a}_\tau; \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2},$$

де $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ – тангенціальне (дотичне) прискорення, $a_n = \frac{v^2}{R}$ – нормальне

(доцентрове) прискорення, R – (локальний) радіус кривизни траєкторії в даній точці.

Для рівномірного обертального руху $a_\tau = 0$, тоді $\vec{a} = \vec{a}_n$.

Кінематичне рівняння обертального руху:

а) рівномірного: $\varphi = \varphi_0 + \omega t$;

б) рівнозмінного: $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$,

де φ – кутове переміщення, ω – кутова (миттєва) швидкість ($\bar{\omega} = \frac{d\bar{\varphi}}{dt}$), ε – кутове прискорення ($\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \frac{d^2\bar{\varphi}}{dt^2}$).

Зв'язок між лінійними і кутовими величинами:

$$\bar{v} = [\bar{\omega}, \vec{r}], \quad \bar{a}_\tau = [\bar{\varepsilon}, \vec{r}], \quad \bar{a}_n = -\omega^2 \vec{r},$$

де \vec{r} – радіус-вектор, проведений від миттєвого центра кривизни траєкторії до частинки.

У випадку обертального руху кутова швидкість дорівнює:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

де n – частота обертання: $n = \frac{N}{t}$, (N – число обертів за час t). Період обертання: $T = \frac{t}{N}$. Отже, $T = \frac{1}{n}$.

Гармонічне коливання описується законом: $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ або $x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$, де x – значення величини, що здійснює коливання, у даний момент часу t , A – амплітуда коливань, $\omega_0 t + \varphi_0$ – фаза коливань, ω_0 – циклічна частота ($\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, T – період), φ_0 – початкова фаза коливань.

У подальших формулах використовується функція косинус.

Швидкість коливального руху:

$$\dot{x}(t) = v_x(t) = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -A\omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}).$$

Прискорення коливального руху:

$$\ddot{x}(t) = \dot{v}(t) = a(t) = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -\omega_0^2 x.$$

Вільні коливання простих коливальних систем описуються диференціальним рівнянням: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$.

Періоди гармонічних коливань простих коливальних систем:

а) пружинний маятник з коефіцієнтом жорсткості k і масою m : $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$;

б) математичний маятник завдовжки l : $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$;

в) фізичний маятник з моментом інерції J відносно осі коливань і відстанню a від центра мас тіла до точки підвісу: $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mag}}$;

г) крутильний маятник з моментом інерції J відносно осі коливань і модулем кручення D : $T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{D}}$.

3.1.2. Динаміка матеріальної точки

Динаміка вивчає стан руху матеріальних тіл як результат взаємодії між ними. Мірою інтенсивності взаємодії тіл є сила. Поняття «сила» характеризується такими ознаками: 1) взаємодія тіл має спрямований характер і тому сила є векторною величиною та має точку прикладання; 2) при одночасній дії на тіло декількох сил вони проявляються незалежно; 3) сила не є причиною руху, а лише агентом, що передає рух від одного тіла до другого; 4) сили проявляються за їх динамічною дією (викликають прискорення) та статичною дією (викликають деформацію).

Стан руху тіла під впливом певних сил залежить від маси тіла. До характерних ознак поняття маси у класичній механіці відносять такі: 1) маса є мірою кількості матерії даного тіла і може бути означена як $m = \rho V$, де ρ - густина речовини, V - об'єм тіла; 2) маса є адитивною величиною (сукупна маса системи тіл рівна сумі мас всіх його частин); 3) величина маси не залежить від швидкості руху тіла.

В основі класичної механіки лежать три закони Ньютона, сформульовані внаслідок узагальнення дослідних даних для достатньо масивних тіл, що складаються з великого числа атомів та молекул і рухаються зі швидкостями, значно меншими швидкості світла.

1-й закон Ньютона (закон інерції): «Будь-яке тіло знаходиться у стані спокою або рівномірного і прямолінійного руху доти, доки вплив сторонніх тіл не заставить його змінити цей стан».

Оскільки механічний рух є відносним рухом і характер руху залежить від вибору системи відліку (СВ), то перший закон динаміки виконується не у будь-якій СВ. Існування відповідної СВ (названої інерційною), в якій тіла ведуть себе відповідно до твердження першого закону, є науковою абстракцією. Властивість тіл зберігати свій стан руху у відсутності дії сил названа інерцією.

2-й закон Ньютона (основний закон динаміки): «Прискорення, з яким рухається тіло, пропорційне діючій на нього силі і обернено пропорційне масі тіла», тобто:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \text{ або } \frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i,$$

де $\vec{p} = m\vec{v}$ - імпульс матеріальної точки, $\frac{d\vec{p}}{dt}$ - швидкість зміни імпульсу матеріальної точки, $\sum_{i=1}^N \vec{F}_i$ - векторна сума сил, які діють на цю точку.

Дане рівняння справедливе, коли маса тіла не змінюється під час руху і є частинним випадком більш загального формулювання основного закону динаміки. У даному формулюванні закону маса m виступає як міра інертності тіла при зміні характеру поступального руху (зміні швидкості). Сила \vec{F} має зміст рівнодіючої всіх сил, що одночасно діють на тіло (їх векторної суми). Одиниця вимірювання сили $[F] = 1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$.

3-й закон Ньютона (закон взаємодії): «Дія завжди є рівна і протилежна протидії, іншими словами, дії двох тіл одного на друге рівні між собою і спрямовані в протилежні сторони»:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Третій закон Ньютона стверджує, що будь-яка дія тіл одного на друге носить характер взаємодії, тобто сили виникають попарно і кожна сила є результатом взаємодії двох різних тіл, але не зрівноважують одна другу, оскільки прикладені до різних тіл.

Закони Ньютона порушуються у випадку руху окремих атомів та молекул, а також руху макротіл зі швидкостями, близькими до швидкості світла. Для вказаних випадків сформульована, відповідно, квантова та релятивістична механіка.

Сукупність взаємодіючих між собою тіл називається механічною системою. Якщо зовнішні сили (\vec{F}) відсутні (або їх дія скомпенсована), то механічна система називається замкнутою. Для замкнутої системи справджується правило: «Імпульс замкнутої системи матеріальних точок залишається сталим» (закон збереження імпульсу). У математичній формі, якщо ввести імпульс системи як векторну суму імпульсів всіх тіл системи $\vec{p} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$,

на основі рівнянь руху тіл $\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$ та за умови рівності нулю зовнішніх сил

$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = 0$, маємо: $\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = const$ - імпульс замкнутої системи матеріальних точок

залишається сталим.

Закон збереження імпульсу є наслідком однорідності простору, та дозволяє безпосередньо пов'язати початковий та кінцевий стан руху системи, виключивши з розгляду внутрішні сили.

Сила тертя ковзання (закон Кулона-Амонтона):

$$\vec{F}_\tau = \mu \vec{N},$$

де μ – коефіцієнт тертя ковзання, N – сила нормальної реакції опори.

Закон всесвітнього тяжіння:

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r},$$

де \vec{F} – сила взаємодії двох частинок, G – гравітаційна стала, m_1 і m_2 – маси взаємодіючих частинок, \vec{r} – вектор, який визначає положення другої частинки відносно першої.

Сила пружності (закон Гука):

$$F_x = -k\Delta l,$$

де k – коефіцієнт пружності, Δl – абсолютна деформація тіла.

Для деформації розтягу (стиску): $\sigma = E\varepsilon$,

де σ – механічна напруга ($\sigma = \frac{F}{S}$), E – модуль Юнга, ε – відносна поздовжня

деформація ($\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$).

Коефіцієнт Пуассона: $\mu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$,

де ε' – відносне поперечне звуження (розширення), $\varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}$; ε – відносне поздовжнє видовження (стиснення), $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$.

3.1.3. Робота сили. Потужність. Закони збереження

Робота сили (механічна робота) визначається формулою:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} (\vec{F} \cdot d\vec{r}) = F \cdot r \cos \alpha,$$

де \vec{F} – сила, яка виконує роботу, dr – довжина елементарного переміщення, α – кут між векторами \vec{F} і $d\vec{r}$.

Потужність: $P = \frac{dA}{dt}$ або $P = (\vec{F}, \vec{v}) = F \cdot v \cdot \cos \alpha$,

де v – миттєва швидкість матеріальної точки.

Потенціальна енергія пружно деформованого тіла: $U = \frac{k(\Delta l)^2}{2}$.

Потенціальна енергія тіла масою m , що знаходиться над поверхнею Землі на висоті h ($h \ll R_3$, R_3 – радіус Землі) визначається за формулою: $U = mgh$.

Зв'язок між потенціальною енергією частинки та силою, що діє на неї у даній точці простору поля: $\vec{F} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z} \vec{k}\right)$.

Кінетична енергія тіла, що рухається прямолінійно: $T = \frac{mv^2}{2}$.

Кінетична енергія тіла, що обертається навколо нерухомої осі: $T = \frac{J\omega^2}{2}$.

Кінетична енергія тіла у випадку плоского руху: $T = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J_c \omega^2}{2}$, де v_c – швидкість центра мас, J_c – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр мас.

Закон збереження моменту імпульсу: у відсутності моменту зовнішніх сил ($\vec{M} = 0$), момент імпульсу обертового тіла з часом не змінюється: $\vec{L} = const$ або $J\vec{\omega} = const$.

Робота зовнішньої сили при обертанні твердого тіла: $dA = M_{\omega} d\varphi$, де M_{ω} – проекція моменту сили на напрям вектора ω .

Закони збереження імпульсу і енергії для:

$$\text{а) абсолютно пружного удару:} \quad \begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2; \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}; \end{cases}$$

$$\text{б) абсолютно непружного удару:} \quad \begin{cases} m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}; \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} + Q, \end{cases}$$

де Q – частина кінетичної енергії, яка перейшла у внутрішню енергію тіл при ударі, а потенціальної енергії деформації не виникає.

3.1.4. Механіка обертального руху твердого тіла

Момент інерції матеріальної точки масою m , що обертається навколо деякої фіксованої осі:

$$J = mr^2,$$

де r – відстань від точки до осі.

Момент інерції твердого тіла відносно осі OZ :

$$J_z = \int_m r^2 dm = \int_V \rho r^2 dV,$$

де ρ – густина тіла.

Момент інерції:

а) суцільного однорідного циліндра (диска) відносно осі циліндра (диска):

$$J = \frac{1}{2} mr^2,$$

де r – радіус циліндра (диска), m – його маса;

б) тонкостінного циліндра (тонкого кільця) радіуса r відносно осі, що збігається з віссю циліндра (кільця):

$$J = mr^2;$$

в) однорідного стержня, що має довжину l і масу m , відносно осі, що проходить через центр його мас перпендикулярно до осі стержня:

$$J = \frac{1}{12} ml^2;$$

г) однорідної кулі масою m і радіуса r відносно осі, що проходить через центр кулі:

$$J = \frac{2}{5} mr^2.$$

Теорема Гюйгенса-Штейнера:

$$J = J_0 + md^2,$$

де J – момент інерції тіла відносно довільної осі, J_0 – момент інерції тіла відносно осі, що проходить через центр мас і паралельна даній, d – відстань між осями.

Момент сили відносно деякої осі OZ :

$$M_z = F_{\perp} l,$$

де F_{\perp} – проекція сили \vec{F} на площину, яка є перпендикулярною до осі OZ , l – плече сили. Для обертання матеріальної точки у площині, момент довільно орієнтованої сили \vec{F} рівний: $M_z = F_{\text{дом.}} \cdot r = F \cdot r \cdot \sin \alpha = F \cdot l$, де l – довжина перпендикуляра, опущеного з осі обертання на напрямок сили (плече сили).

Момент імпульсу твердого тіла відносно нерухомої осі обертання OZ :

$$L_z = J_z \omega,$$

де J_z – момент інерції тіла відносно осі OZ , ω – кутова швидкість тіла.

Рівняння динаміки обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі:

$$\frac{d\vec{L}_z}{dt} = \vec{M}_{z \text{ зовн}},$$

де $\vec{M}_{z \text{ зовн}}$ – геометрична сума моментів зовнішніх сил, що діють на тіло.

Якщо момент інерції з часом не змінюється, то

$$J \vec{\varepsilon} = \vec{M}_{z \text{ зовн}},$$

де $\vec{\varepsilon}$ – кутове прискорення ($\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$).

Елементарна робота тангенціальних (дотичних) сил при обертальному русі:

$$dA = M_z d\varphi = J \frac{d\omega_z}{dt} d\varphi = d\left(\frac{J\omega_z^2}{2}\right) = d\left(\frac{J\omega^2}{2}\right),$$

для скінченої роботи:

$$A_{12} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} dA = \int_{\omega_1}^{\omega_2} d\left(\frac{J\omega^2}{2}\right) = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}.$$

Величина $T = \frac{J\omega^2}{2}$ позначає кінетичну енергію тіла, пов'язану з обертальним рухом; в іншій формі $T = \frac{L^2}{2J}$, де L – величина моменту імпульсу тіла.

Аналогія між поступальним та обертальним рухами

Назва рівнянь та фізичних величин	Поступальний рух	Обертальний рух
Система кінематичних рівнянь руху	$\begin{cases} s = s_0 + v_0 t \pm \frac{at^2}{2}, \\ v = v_0 \pm at, \\ a = const \end{cases}$	$\begin{cases} \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2}, \\ \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \\ \varepsilon = const \end{cases}$
Міра інертності	m – маса	$J = \sum_{i=1}^N \Delta m_i r_i^2$ – момент інерції
Причина руху	\vec{F} – сила	\vec{M} – момент сили
Основне рівняння динаміки	$\vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{M} = J\vec{\varepsilon}$
Кількість руху	$\vec{p} = m\vec{v}$ – імпульс	$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}]$ – момент імпульсу
Зміна кількості руху	$\frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}$ – другий закон Ньютона	$\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = \vec{M}$ – основне рівняння динаміки обертального руху
Закон збереження кількості руху	Закон збереження імпульсу: $\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = const$	Закон збереження моменту імпульсу: $\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = const$
Кінетична енергія	$T = \frac{mv^2}{2}$	$T = \frac{J\omega^2}{2}$
Теорема про зміну кінетичної енергії	$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \sum_{i=1}^n A_i$, де A_i – робота зовнішніх сил	$\frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2} = \sum_{i=1}^n A_i$, де A_i – робота моментів зовнішніх сил
Робота	$A = Fs$	$A = M\Delta\varphi$

3.1.5. Гідродинаміка

Рівняння нерозривності течії:

$$v_i S_i = const,$$

де S_i – площа i -го поперечного перерізу, v_i – швидкість ідеальної рідини при стаціонарному русі на цьому перерізі.

Для в'язкого (або гідродинамічного) тертя сила опору пропорційна до швидкості руху тіла (при відносно малих швидкостях, коли проявляється ламінарна течія обтікання):

$$\vec{F}_{\text{тер}} = -k_1 v \frac{\vec{v}}{v},$$

де k_1 вже є розмірнісним коефіцієнтом.

Сила Стокса для руху сферичного тіла у рідині:

$$\vec{F} = -6\pi\eta R\vec{v},$$

де R - радіус тіла, η - коефіцієнт динамічної в'язкості рідини, \vec{v} - швидкість тіла. В'язке тертя зводиться до внутрішнього тертя газу або рідини. При великих швидкостях, коли проявляється вихровий характер течії рідини (чи газу), сила опору є пропорційна квадратові швидкості.

Закон Архімеда: «на будь-яке тіло, занурене у рідину (або газ), діє виштовхувальна сила, рівна вазі витісненої рідини (або газу) в об'ємі зануреної частини тіла»:

$$\vec{F}_{\text{Арх.}} = -\rho_{\text{рід.}} V_{\text{т}} \vec{g},$$

де $V_{\text{т}}$ - об'єм зануреної частини тіла, $\rho_{\text{рід.}}$ - густина рідини. Причиною виштовхувальної сили є перепад внутрішнього тиску у рідині вздовж вертикалі. Закон Архімеда справджується в інерційних СВ, а виштовхувальна сила прикладена до центра тяжіння рідини в об'ємі тіла (точки прикладання рівнодіючої сил тяжіння).

Рівняння Бернуллі для ідеальної рідини:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const},$$

де ρ - густина рідини, v - її швидкість, g - прискорення вільного падіння, p - статичний тиск.

Формула Торрічеллі:

$$v = \sqrt{2gh},$$

де v - швидкість витікання рідини з отвору, який знаходиться на висоті h до вільної поверхні рідини.

3.2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА

3.2.1. Основи молекулярно-кінетичної теорії газів

Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії ідеального газу:

$$p = nkT, \quad p = \frac{2}{3}n\bar{E}_k, \quad p = \frac{1}{3}\rho\bar{v}^2,$$

де n – кількість молекул в одиниці об'єму газу; $k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – стала Больцмана; \bar{E}_k – середня кінетична енергія поступального руху однієї молекули газу; \bar{v} – середня квадратична швидкість молекули; ρ – густина газу.

Рівняння Клапейрона-Менделєєва:

$$pV = \frac{m}{\mu}RT = \nu RT = \frac{N}{N_A}RT,$$

де p – тиск газу; V – об'єм, який займає газ; m – маса газу; μ – молярна маса газу; $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – універсальна газова стала.

Відносна молекулярна маса: $M = \frac{m_a}{1 \text{ а.о.м.}}$, де m_a – маса молекули газу;

$1 \text{ а.о.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$. Зв'язок μ і M : $\mu = M \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$.

Закон Бойля-Маріотта (ізотермічний процес): за умови $m = \text{const}$ і $T = \text{const}$, $pV = \text{const}$.

Закон Гей-Люссака (ізобарний процес): за умови $m = \text{const}$ і $p = \text{const}$, $\frac{V}{T} = \text{const}$.

Закон Шарля (ізохорний процес): за умови $m = \text{const}$ і $V = \text{const}$, $\frac{p}{T} = \text{const}$.

Закон Дальтона: тиск суміші газів рівний сумі парціальних тисків газів, що входять до складу суміші:

$$p = \sum_{i=1}^n p_i,$$

де p_i – парціальний тиск i -го газу; p – тиск суміші газів.

Середня квадратична швидкість молекул: $\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$ або $\bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$,

де m_0 – маса однієї молекули.

Середня арифметична швидкість молекул: $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$ або $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$

Найбільш імовірна швидкість молекули: $v_{n.i} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$ або $v_{n.i} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$.

Рівноважна функція розподілу молекул газу за швидкостями (розподіл Максвелла):

$$f(v) = \frac{dN}{Ndv} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_0}{2kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} v^2,$$

де $\frac{dN}{N}$ – відносна кількість молекул, швидкості яких лежать у межах $(v, v + dv)$.

Барометрична формула:

$$p(h) = p_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}},$$

де $p(h)$ – тиск повітря на висоті h ; p_0 – тиск повітря біля поверхні Землі;

$\mu = 0,029 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ – молярна маса повітря.

Розподіл Больцмана для молекул ідеального газу, який знаходиться в полі земного тяжіння:

$$n(h) = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} = n_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}},$$

де m_0 – маса молекули газу, μ – молярна маса газу, h – координата відлічена від земної поверхні, n_0 – концентрація молекул біля поверхні Землі; $n(h)$ – концентрація молекул на висоті h .

3.2.2. Явища переносу у газах

Середня довжина вільного пробігу молекул газу:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{\langle v \rangle}{\langle Z \rangle} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n},$$

де $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість молекули; $\langle Z \rangle$ – середня кількість зіткнень кожної молекули з іншими за одиницю часу; d – ефективний діаметр молекули; n – концентрація молекул.

Закон Фіка (для дифузії газу):

$$m = -D \frac{d\rho}{dx} \Delta S \Delta t,$$

де m – маса газу, яка переноситься за час Δt через елементарну площадку ΔS в напрямку осі x , $\frac{d\rho}{dx}$ – градієнт густини, $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle$ – коефіцієнт дифузії.

Закон Ньютона (для в'язкості газу):

$$F = -\eta \frac{dv}{dx} \Delta S,$$

де F – сила внутрішнього тертя в газі, $\frac{dv}{dx}$ – градієнт швидкості у напрямку нормалі до осі x , $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle$ – коефіцієнт внутрішнього тертя (динамічна в'язкість).

Закон Фур'є (для теплопровідності газу):

$$Q = -\chi \frac{dT}{dx} \Delta S \Delta t,$$

де Q – кількість теплоти, яка переноситься внаслідок теплопровідності за час Δt через площадку ΔS , $\frac{dT}{dx}$ – градієнт температури, $\chi = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle \lambda \rangle$ – коефіцієнт теплопровідності, c_v – питома теплоємність газу при постійному об'ємі.

3.2.3. Основи термодинаміки

Теплоємність тіла:

$$C_0 = \frac{dQ}{dT},$$

де dQ – кількість теплоти, наданої тілу, dT – зміна температури тіла.

Питома теплоємність тіла: $c = \frac{C_0}{m}$, де m – маса тіла.

Молярна теплоємність речовини: $C = \mu c$, де μ – молярна маса речовини.

Закон рівнорозподілу: на кожну ступінь вільності молекули припадає в середньому однакова кінетична енергія, рівна $\frac{1}{2} kT$: $\langle E \rangle_1 = 0,5kT$.

Молярна теплоємність ідеального газу при сталому об'ємі: $C_v = \frac{i}{2} R$.

Молярна теплоємність ідеального газу при сталому тиску: $C_p = \frac{i+2}{2}R$.

Рівняння Майєра: $C_p = C_v + R$.

Рівняння Пуассона, яке пов'язує параметри ідеального газу при адіабатному процесі:

$$pV^\gamma = \text{const}, TV^{\gamma-1} = \text{const}, T p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const},$$

де $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ – показник адіабати (коефіцієнт Пуассона).

Перший закон термодинаміки – закон збереження і перетворення енергії для процесів, пов'язаних з тепловим рухом:

$$Q = \Delta U + A,$$

де Q – повна кількість теплоти, надана системі, ΔU – зміна внутрішньої енергії системи; A – робота, виконана системою проти зовнішніх сил.

Внутрішня енергія ідеального газу: $U = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT = \frac{m}{\mu} C_v T$.

Робота розширення газу: $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$;

при ізохорному процесі ($V = \text{const}$): $A = 0$;

при ізобарному процесі ($p = \text{const}$): $A = p(V_2 - V_1)$;

при ізотермічному процесі ($T = \text{const}$): $A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$;

при адіабатному процесі ($Q = 0$): $A = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R(T_1 - T_2) = \frac{m}{\mu} \frac{RT_1}{(\gamma-1)} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right]$

Коефіцієнт корисної дії (ККД) теплової машини:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

де Q_1 – кількість теплоти, одержаної робочим тілом від нагрівника; Q_2 – кількість теплоти, яка віддається робочим тілом холодильнику.

ККД ідеальної теплової машини Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де T_1 – температура нагрівника; T_2 – температура холодильника.

Якщо термодинамічна система переходить з одного стану в інший і при цьому одержує кількість тепла dQ , то відношення $\frac{dQ}{T}$ є повним диференціалом ентропії:

$$dS = \frac{dQ}{T},$$

де T – термодинамічна температура системи.

Приріст ентропії ΔS при переході термодинамічної системи із стану 1 у стан 2:

$$\Delta S = S_2 - S_1 \geq \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Зміна ентропії при зміні агрегатного стану:

$$\Delta S = \frac{m\lambda}{T}; \quad \Delta S = \frac{mr}{T},$$

де λ і r – питомі теплоти плавлення і пароутворення.

Зміна ентропії при процесах в ідеальних газах (для одного моля речовини):

$$\text{при ізохорному процесі } (V = \text{const}): \Delta S = C_V \ln \frac{T_2}{T_1};$$

$$\text{при ізобарному процесі } (p = \text{const}): \Delta S = C_p \ln \frac{T_2}{T_1};$$

$$\text{при ізотермічному процесі } (T = \text{const}): \Delta S = \frac{Q}{T};$$

$$\text{при адіабатному процесі } (Q = 0): \Delta S = 0.$$

3.2.4. Реальні гази, рідини і тверді тіла

Рівняння стану реальних газів (рівняння Ван-дер-Ваальса) має для газу масою m вигляд:

$$\left(p + \frac{m^2 a}{\mu^2 V^2} \right) \left(V - \frac{m b}{\mu} \right) = \frac{m}{\mu} RT,$$

де a і b – сталі, які характеризують індивідуальні властивості газу; $\frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} = p_i$

– тиск, обумовлений силами взаємодії молекул; $\frac{m}{\mu} b = V_i$ – об'єм, пов'язаний з власним об'ємом молекул.

Значення критичних параметрів $p_{кр}$, $V_{кр}$ і $T_{кр}$, виражені через сталі Ван-дер-Ваальса a і b :

$$p_{кр} = \frac{a}{27b^2}, \quad V_{кр} = 3b, \quad T_{кр} = \frac{8a}{27Rb}.$$

Коефіцієнт поверхневого натягу рідини рівний:

$$\sigma = \frac{F}{l} = \frac{d'A}{dS},$$

де F – сила поверхневого натягу; l – довжина поверхні рідини, вздовж якої діє сила поверхневого натягу; $d'A$ – робота зовнішніх сил по збільшенню площі рідини на dS .

Додатковий тиск, зумовлений викривленою поверхнею рідини (формула Лапласа):

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right),$$

де r_1 і r_2 – головні радіуси кривизни.

Піднімання (опускання) рідини у циліндричній капілярній трубці сталого діаметра:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R} \cos \theta,$$

де ρ – густина рідини, R – радіус капілярної трубки, θ – крайовий кут.

Теплове розширення твердих тіл кількісно описується коефіцієнтами лінійного α_l та об'ємного α_V розширення:

$$\alpha_l = \frac{1}{l_0} \left(\frac{dl}{dT} \right)_p, \quad \alpha_V = \frac{1}{V_0} \left(\frac{dV}{dT} \right)_p,$$

де l_0 , V_0 – початкові довжина і об'єм.

Закон Дюлонга і Пті:

$$C_V = 3R,$$

де C_v – атомна теплоємність твердого тіла; R – універсальна газова стала.

Рівняння Клапейрона-Клаузіуса виражає зв'язок між змінами рівноважної температури фазового переходу першого роду і рівноважного тиску:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \frac{\lambda}{\Delta V_0},$$

де λ – питома теплота фазового переходу, T – температура фазового переходу, ΔV_0 – різниця питомих об'ємів речовини у двох агрегатних станах.

4. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ

4.1. Радіус-вектор матеріальної точки змінюється з часом за законом $\vec{r}(t) = t^3 \vec{i} + 3t^2 \vec{j}$, де \vec{i} , \vec{j} – орти осей x і y . Визначити для моменту часу $t = 1c$: 1) модуль швидкості; 2) модуль прискорення.

Дано:	Аналіз
$\vec{r}(t) = t^3 \vec{i} + 3t^2 \vec{j}$	За означенням миттєва швидкість визначається за формулою:
$t = 1c$	
$v - ?$	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(t^3 \vec{i} + 3t^2 \vec{j}) = 3t^2 \vec{i} + 6t \vec{j}.$
$a - ?$	Миттєве прискорення матеріальної точки

визначається:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(3t^2 \vec{i} + 6t \vec{j}) = 6t \vec{i} + 6 \vec{j}.$$

З врахуванням, що $\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$, маємо: $v_x = 3t^2$, $v_y = 6t$.

Оскільки $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, то $v = \sqrt{(3t^2)^2 + (6t)^2} = \sqrt{9t^4 + 36t^2} = 3t\sqrt{t^2 + 4}$.

Відповідно для прискорення: $a_x = 6t$, $a_y = 6$ і $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$.

Отже, $a = \sqrt{(6t)^2 + 6^2} = \sqrt{36t^2 + 36} = 6\sqrt{t^2 + 1}$.

Обчислення:

$$v = 3 \cdot 1 \sqrt{1^2 + 4} \approx 6,7 \text{ м/с}, \quad a = 6 \sqrt{1^2 + 1} = 8,4 \text{ м/с}^2.$$

Відповідь: модуль швидкості для моменту часу $t = 1c$ рівний $v \approx 6,72 \text{ м/с}$, а модуль прискорення $a = 8,4 \text{ м/с}^2$.

4.2. Колесо автомобіля обертається рівносповільнено. За час $t = 2 \text{ хв}$ воно змінило частоту від 240 хв^{-1} до 60 хв^{-1} . Визначити: 1) кутове прискорення колеса; 2) число повних обертів, зроблених за цей час.

Дано:	СІ	Аналіз
$t = 2 \text{ хв}$	$1,2 \cdot 10^2 \text{ с}$	Кутова швидкість під час обертального руху змінюється за законом: $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$.
$\nu_0 = 240 \text{ хв}^{-1}$	4 Гц	
$\nu = 60 \text{ хв}^{-1}$	1 Гц	
$\varepsilon - ?$		Враховуючи, що $\omega = 2\pi\nu$, то $2\pi\nu = 2\pi\nu_0 + \varepsilon t$. Остаточоно: $\varepsilon = \frac{2\pi(\nu - \nu_0)}{t}$.
$N - ?$		Кінематичне рівняння обертального руху:

$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$, де $\varphi - \varphi_0$ – кутове переміщення матеріальної точки. Згідно

умови задачі: $\varphi - \varphi_0 = 2\pi N$. Враховуючи, що $\omega = 2\pi\nu$, то $2\pi N = 2\pi\nu_0 t + \frac{2\pi(\nu - \nu_0)t^2}{2}$.

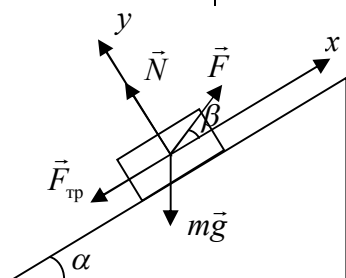
Звідки $N = \nu_0 t + \frac{(\nu - \nu_0)t}{2}$.

Обчислення: $\varepsilon = \frac{2 \cdot 3,14(1-4)}{120} \approx -0,2 \text{ рад/с}^2$, $N = 4 \cdot 1,2 \cdot 10^2 + \frac{(1-4) \cdot 1,2 \cdot 10^2}{2} = 300$.

Відповідь: кутове прискорення колеса $\varepsilon \approx -0,2 \text{ рад/с}^2$, кількість повних обертів колеса $N = 300$.

4.3. Уздовж похилої площини, яка утворює з горизонтом кут α , піднімають тіло. Коефіцієнт тертя становить μ . Під яким кутом β до похилої площини потрібно спрямувати силу, щоб вона була найменшою?

Дано:	Аналіз
α	Оскільки в умові задачі не зазначено, що тіло рухається з прискоренням, то вважатимемо рух тіла рівномірним ($v = \text{const}$ і $a = 0$). Згідно з другим законом Ньютона $\vec{F}_{\text{тр}} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = 0$.
μ	
$\beta - ?$	



Спроектуємо сили на координатні вісі Ox і Oy .

$$Ox: -F_{\text{тр}} - mg \sin \alpha + \vec{F} \cos \beta = 0.$$

$$Oy: N + F \sin \beta - mg \cos \alpha = 0.$$

За означенням $F_{\text{тр}} = \mu N$ і, враховуючи, що

$N = mg \cos \alpha - F \sin \beta$, маємо:

$$\mu(mg \cos \alpha - F \sin \beta) + mg \sin \alpha = F \cos \beta.$$

З отриманого рівняння виокремимо силу F : $F = \frac{mg(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)}{\cos \beta + \mu \sin \beta}$.

Сила F буде мінімальною, якщо знаменник матиме максимальне значення. Залежність сили F від кута β дослідимо на екстремум. Першу похідну від знаменника прирівняємо до нуля і отримаємо:

$$(\cos \beta + \mu \sin \beta)' = -\sin \beta + \mu \cos \beta = 0, \text{ звідси } \beta = \arctg \mu.$$

Ми знайшли критичну точку функції $\beta = \arctg \mu$. Друга похідна від знаменника при $0 \leq \mu < 1$ менша за нуль. Це означає, що точка є максимумом. А отже сила F , прикладена до тіла, має мінімальне значення.

Відповідь: сила повинна бути спрямована під кутом $\beta = \arctg \mu$ до похилої площини.

4.4. Знайти першу космічну швидкість для Землі, тобто мінімальну швидкість, яку треба надати тілу, щоби вивести його на навколосемну орбіту.

Дано:	Аналіз
$g = 9,81 \text{ м/с}^2$	На супутник, що рухається по колу радіусом $R + h$, діє сила тяжіння Землі, яка є доцентровою силою і надає йому нормального прискорення $a = \frac{v^2}{R + h}$. За другим законом
$R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$	
$v = ?$	

Ньютона: $G \frac{mM}{(R + h)^2} = \frac{mv^2}{R + h}$, де m – маса супутника, M –

маса Землі, R – радіус Землі. Звідси $v = \sqrt{G \frac{M}{R + h}} = \sqrt{g_h (R + h)}$.

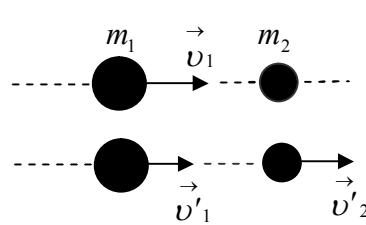
Якщо висота над Землею мала порівняно з радіусом Землі ($h \ll R$), то поблизу поверхні Землі $v = \sqrt{gR}$.

Обчислення:

$$v = \sqrt{9,81 \cdot 6,4 \cdot 10^6} \approx 7,9 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 7,9 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Відповідь: перша космічна швидкість $v \approx 7,9 \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

4.5. При центральному пружному ударі тіло масою m_1 стикається з нерухомим тілом масою m_2 , в результаті чого швидкість першого тіла зменшується в 2 рази. Визначити: 1) у скільки разів маса першого тіла більша за масу другого тіла; 2) кінетичну енергію T'_2 другого тіла після удару, якщо кінетична енергія T_1 першого тіла до удару була рівна 800 Дж.

<p>Дано:</p> $v'_1 = \frac{v_1}{2}$ $T_1 = 800 \text{ Дж}$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $\frac{m_1}{m_2} = ?$ $T'_2 = ?$	<p style="text-align: right;">Аналіз</p> <p>Запишемо закони збереження імпульсу і енергії для абсолютно пружного удару двох тіл. Оскільки друге тіло до удару перебувало в стані спокою, то</p> $\begin{cases} m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2; & (1) \\ \frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 v'^2_1}{2} + \frac{m_2 v'^2_2}{2}. & (2) \end{cases}$	
--	--	---

Враховуючи, що $\frac{m_1}{m_2} = n$, та $v'_1 = \frac{v_1}{2}$, маємо:

$$\begin{cases} n v_1 = n \frac{v_1}{2} + v'_2; \\ \frac{n v_1^2}{2} = \frac{n v_1^2}{8} + \frac{v'^2_2}{2}. \end{cases}$$

З верхнього рівняння $v'_2 = n \frac{v_1}{2}$; з нижнього: $v'^2_2 = \frac{3}{4} n v_1^2$.

Оскільки $v'^2_2 = n^2 \frac{v_1^2}{4}$, то $n^2 \frac{v_1^2}{4} = \frac{3}{4} n v_1^2$, звідки $n = 3$. Отже, $\frac{m_1}{m_2} = 3$.

Рівняння (2) запишемо у вигляді: $T'_2 = T_1 - T'_1$.

Враховуючи, що $T'_1 = \frac{m_1 v'^2_1}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{8} = \frac{T_1}{4}$, тоді $T'_2 = T_1 - \frac{T_1}{4} = \frac{3}{4} T_1$. Отже,

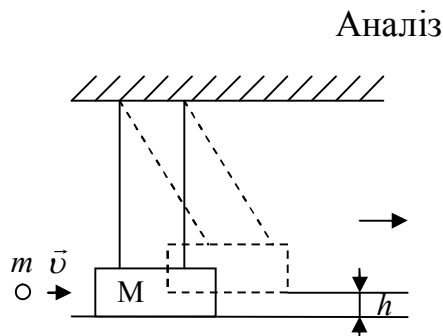
$$T'_2 = \frac{3}{4} T_1.$$

Обчислення: $T'_2 = \frac{3}{4} \cdot 800 \text{ Дж} = 600 \text{ Дж}$.

Відповідь: маса першого тіла більша за масу другого тіла у $n = 3$ рази, кінетична енергія другого тіла після удару рівна $T'_2 = 600 \text{ Дж}$.

4.6. Куля масою $m = 15\text{ г}$, що летить горизонтально зі швидкістю $v = 0,5\text{ км/с}$, попадає в балістичний маятник масою $M = 6\text{ кг}$ і застряє в ньому. На яку висоту h підніметься маятник після удару?

Дано:	СІ
$m = 15\text{ г}$	$1,5 \cdot 10^{-2}\text{ кг}$
$M = 6\text{ кг}$	
$v = 0,5\text{ км/с}$	$5 \cdot 10^2\text{ м/с}$
$h = ?$	



Запишемо закон збереження кількості руху з урахуванням умови задачі: 1) удар непружний; 2) рух здійснюється в одному напрямку: $mv = (m + M)u$, де u – швидкість маятника з кулею.

Кінетична енергія системи куля - балістичний маятник після удару повністю переходить у потенціальну: $\frac{(m + M)u^2}{2} = (m + M)gh$.

Розв'язавши систему рівнянь, одержимо: $h = \frac{(mv)^2}{2g(m + M)^2}$.

Обчислення: $h = \frac{(1,5 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^2)^2}{2 \cdot 10(1,5 \cdot 10^{-2} + 6)^2} = \frac{56,25}{20 \cdot 36,18} = \frac{56,25}{723,6} = 0,078\text{ м}$.

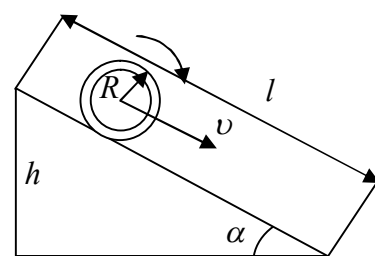
Відповідь: висота, на яку підніметься балістичний маятник, $h = 7,8 \cdot 10^{-2}\text{ м}$.

4.7. Колесо, радіус якого $R = 30\text{ см}$ і маса $m = 3\text{ кг}$ скочується без тертя по похилій площині довжиною $l = 5\text{ м}$ і кутом нахилу $\alpha = 30^\circ$. Визначити момент інерції колеса, якщо його швидкість v в кінці руху рівна $4,6\text{ м/с}$.

Дано:	СІ
$R = 30\text{ см}$	$3 \cdot 10^{-1}\text{ м}$
$m = 3\text{ кг}$	
$l = 5\text{ м}$	
$\alpha = 30^\circ$	
$v = 4,6\text{ м/с}$	
$J = ?$	

Аналіз
За законом збереження енергії маємо:

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}$$



Оскільки в умові задачі задано лінійну швидкість колеса, то використаши заміну:

$\omega = \frac{v}{R}$, одержимо $mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{Jv^2}{2R^2}$. Враховуючи, що $h = l \sin \alpha$, маємо:

$$J = \left(mgl \sin \alpha - \frac{mv^2}{2} \right) \cdot \frac{2R^2}{v^2} = mR^2 \left(\frac{2gl \sin \alpha}{v^2} - 1 \right). \text{ Отже, } J = mR^2 \left(\frac{2gl \sin \alpha}{v^2} - 1 \right).$$

$$\text{Обчислення: } J = 3 \cdot (3 \cdot 10^{-1})^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10 \cdot 5 \sin 30^\circ}{(4,6)^2} - 1 \right) \approx 0,37 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Відповідь: момент інерції колеса $J \approx 0,37 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

4.8. Два вантажі масами $m_1 = 2 \text{ кг}$ і $m_2 = 1 \text{ кг}$ з'єднані невагомою ниткою, перекинutoю через блок масою $m = 1 \text{ кг}$. Знайти прискорення a , з яким рухаються вантажі, і сили натягу T_1 і T_2 нитки, до якої підвішені вантажі. Блок вважати однорідним диском. Тертям знехтувати.

<p>Дано:</p> <p>$m_1 = 2 \text{ кг}$</p> <p>$m_2 = 1 \text{ кг}$</p> <p>$m = 1 \text{ кг}$</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> <p>$a - ?$</p> <p>$T_1 - ?$</p> <p>$T_2 - ?$</p>	<p style="text-align: center;">Аналіз</p> <p>На кожен із вантажів діють дві сили: сила тяжіння, яка напрямлена вниз, і сила натягу нитки, яка напрямлена вгору. Рівнодійні цих сил спричиняють рівноприскорений рух тіл. Згідно з другим законом Ньютона, маємо:</p> $\begin{cases} m_1 \vec{a}_1 = \vec{T}_1 + m_1 \vec{g}; & (1) \\ m_2 \vec{a}_2 = \vec{T}_2 + m_2 \vec{g}. & (2) \end{cases}$	
--	---	--

Але $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$. Обертання блоку відбувається згідно основного закону динаміки обертального руху твердого тіла: $\vec{M} = I \vec{\varepsilon}$, де $M = (T_1 - T_2)R$, $J = \frac{1}{2}mR^2$.

Враховуючи, що $\varepsilon = \frac{a}{R}$, де R – радіус блока, маємо: $(T_1 - T_2)R = \frac{1}{2}mR^2 \cdot \frac{a}{R}$ або

$$(T_1 - T_2) = \frac{1}{2}ma \quad (3). \text{ Спроектувавши рівняння (1) і (2) на вісь } y, \text{ напрямлену}$$

вгору, та додавши до них рівняння (3), отримуємо:

$$\begin{cases} m_1 a = m_1 g - T_1; \\ m_2 a = T_2 - m_2 g; \\ (T_1 - T_2)R = \frac{1}{2}mR^2 \cdot \frac{a}{R}. \end{cases}$$

Із перших двох рівнянь системи визначаємо $T_1 - T_2$ і підставляємо у третє:

$$\frac{ma}{2} = T_1 - T_2 = m_1(g - a) - m_2(a + g). \text{ Звідки: } a = \frac{2(m_1 - m_2)g}{2m_1 + 2m_2 + m}.$$

З перших рівнянь системи знаходимо сили натягу нитки:

$$T_1 = m_1(g - a) = \frac{m_1(4m_2 + m)g}{2m_1 + 2m_2 + m}; \quad T_2 = m_2(a + g) = \frac{m_2(4m_1 + m)g}{2m_1 + 2m_2 + m}.$$

$$\text{Обчислення: } a = \frac{2(2-1) \cdot 10}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1} = \frac{20}{7} = 2,9 \frac{м}{с^2}; \quad T_1 = \frac{2 \cdot (4 \cdot 1 + 1) \cdot 10}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1} = \frac{100}{7} = 14,3 Н;$$

$$T_2 = \frac{1 \cdot (4 \cdot 2 + 1) \cdot 10}{2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 1} = \frac{90}{7} = 12,9 Н.$$

Відповідь: прискорення, з яким рухаються вантажі, $a = 2,9 м/с^2$, сили натягу нитки відповідно: $T_1 = 14,3 Н$ і $T_2 = 12,9 Н$.

4.9. У посудині знаходиться 10^{-10} кмоль кисню і 10^{-6} г азоту. Температура суміші $100^\circ C$. Тиск у посудині рівний 10^{-3} мм.рт.ст. Знайти: 1) об'єм посудини; 2) парціальні тиски кисню і азоту.

Дано:	СІ	Аналіз
$\nu_{O_2} = 10^{-10}$ кмоль	10^{-7} моль	Із рівняння Клапейрона-Менделєєва для ідеального газу тиск p рівний $p = \frac{m}{M} \frac{RT}{V}$. Для суміші газів цей тиск визначається за законом Дальтона: $p = p_{O_2} + p_{N_2}$. Тоді отримаємо:
$m_{N_2} = 10^{-6}$ г	10^{-9} кг	
$T = 100^\circ C$	$373 K$	
$p = 10^{-3}$ мм рт.ст.	$1,33 \cdot 10^{-1} Pa$	
$M_{N_2} = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль		
$V - ?$		$p = \frac{m}{M} \frac{RT}{V} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} \frac{RT}{V} + \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} \frac{RT}{V} = \left(\frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} + \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} \right) \frac{RT}{V}$.
$p_{O_2} - ?$		Отже, $pV = \left(\frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} + \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} \right) RT$. Звідки
$p_{N_2} - ?$		$V = \left(\nu_{O_2} + \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} \right) \frac{RT}{p}$. Парціальні тиски

кисню та азоту відповідно будуть:

$$p_{O_2} = \nu_{O_2} \frac{RT}{V} = \nu_{O_2} \frac{RTp}{\left(\nu_{O_2} + \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} \right) RT} = \frac{p \nu_{O_2} M_{N_2}}{\nu_{O_2} M_{N_2} + m_{N_2}}.$$

$$p_{N_2} = \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} \frac{RT}{V} = \frac{m_{N_2} RTp}{\left(\nu_{O_2} + \frac{m_{N_2}}{M_{N_2}} \right) RTM_{N_2}} = \frac{pm_{N_2}}{\nu_{O_2} M_{N_2} + m_{N_2}}.$$

Обчислення: $V = \left(10^{-7} + \frac{10^{-9}}{28 \cdot 10^{-3}} \right) \frac{8,31 \cdot 373}{1,33 \cdot 10^{-1}} = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$

$$p_{O_2} = \frac{1,33 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-7} \cdot 28 \cdot 10^{-3}}{10^{-7} \cdot 28 \cdot 10^{-3} + 10^{-9}} = 0,098 \text{ Па}, \quad p_{N_2} = \frac{1,33 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-9}}{10^{-7} \cdot 28 \cdot 10^{-3} + 10^{-9}} = 0,035 \text{ Па}.$$

Відповідь: об'єм посудини $V = 3,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, парціальні тиски кисню і азоту

$$p_{O_2} = 9,8 \cdot 10^{-2} \text{ Па}, \quad p_{N_2} = 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ Па}.$$

4.10. Знайти середню кінетичну енергію обертального руху однієї молекули кисню $\langle E_{об} \rangle_1$ при температурі $T = 350 \text{ К}$, а також кінетичну енергію обертального руху $\langle E_{об} \rangle$ всіх молекул кисню масою $m = 4 \text{ г}$.

Дано:	СІ	Аналіз
$T = 350 \text{ К}$	$4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$	Оскільки молекула кисню O_2 двоатомна, то вона має 3 ступені вільності поступального руху та 2 ступені вільності обертального руху, тобто: $i = i_{пост} + i_{об} = 3 + 2 = 5$.
$m = 4 \text{ г}$		
$M_{O_2} = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$		
$\langle E_{об} \rangle_1 - ?$		На кожному ступені вільності молекули обертального руху припадає енергія $\langle E \rangle_1 = 0,5kT$. Отже,
$\langle E_{об} \rangle - ?$		

молекули обертального руху припадає енергія $\langle E \rangle_1 = 0,5kT$. Отже, $\langle E_{об} \rangle_1 = i_{об} \cdot \langle E \rangle_1 = 2 \cdot 0,5 \cdot k \cdot T$, де $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ – стала Больцмана.

Кінетична енергія обертального руху молекул кисню масою m визначається за формулою: $\langle E_{об} \rangle = N \langle E_{об} \rangle_1$, де N – число молекул у масі m ($N = N_A \frac{m}{M}$, N_A – число Авогадро). Остаточнo: $\langle E_{об} \rangle = N_A \frac{m}{M} \langle E_{об} \rangle_1$.

Обчислення: $\langle E_{об} \rangle_1 = 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 350 = 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж};$

$$\langle E_{об} \rangle = \frac{6,02 \cdot 10^{23} \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cdot 4,83 \cdot 10^{-21}}{32 \cdot 10^{-3}} = 364 \text{ Дж}.$$

Відповідь: середня кінетична енергія обертального руху однієї молекули кисню при температурі $T = 350 \text{ К}$ становить $\langle E_{об} \rangle_1 = 4,83 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$, а кінетична

енергія обертального руху всіх молекул кисню масою $m = 4 \text{ г}$ рівна $\langle E_{об} \rangle = 364 \text{ Дж}$.

4.11. Визначити коефіцієнт теплопровідності λ азоту, що знаходиться в певному об'ємі при температурі 280 К . Ефективний діаметр молекул азоту прийняти рівним $0,38 \text{ нм}$.

Дано:	СІ	Аналіз
$T = 280 \text{ К}$	$3,8 \cdot 10^{-10} \text{ м}$	Коефіцієнт теплопровідності визначаємо за формулою: $\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle l \rangle \langle v \rangle$, де c_v – питома теплоємність речовини при сталому об'ємі, ρ – густина речовини, $\langle l \rangle$ –
$d = 0,38 \text{ нм}$		
$M_{N_2} = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$		
$\lambda - ?$		середня довжина вільного пробігу молекул, $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість молекул речовини.

середня довжина вільного пробігу молекул, $\langle v \rangle$ – середня арифметична швидкість молекул речовини.

Згідно означення, $c_v = \frac{i R}{2 M}$. Оскільки молекула азоту двоатомна, то $i = 5$.

Густину газу визначаємо із рівняння Клапейрона-Менделєєва: $pV = \frac{m}{M} RT$.

Враховуючи, що $\rho = \frac{m}{V}$, маємо: $\rho = \frac{pM}{RT}$. Довжина вільного пробігу молекул:

$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}$. Використовуючи основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії

газів $p = nkT$, знаходимо: $\langle l \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p}$. Середня швидкість молекул:

$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$. Отже, $\lambda = \frac{1}{3} \frac{i R}{2 M} \frac{pM}{RT} \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 p} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$. Остаточно, $\lambda = \frac{i}{3} \frac{k}{\pi d^2} \sqrt{\frac{RT}{\pi M}}$.

Обчислення: $\lambda = \frac{5}{3} \cdot \frac{1,38 \cdot 10^{-23}}{3,14 \cdot (3,8 \cdot 10^{-10})^2} \sqrt{\frac{8,31 \cdot 280}{3,14 \cdot 28 \cdot 10^{-3}}} = 8,25 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$.

Відповідь: коефіцієнт теплопровідності $\lambda = 8,25 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/м} \cdot \text{К}$.

4.12. Визначити середню довжину вільного пробігу молекул кисню, якщо коефіцієнт внутрішнього тертя для нього $\eta = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ і при температурі $T = 280 \text{ К}$ він має тиск $p = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Дано:	Аналіз
$M_{O_2} = 32 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$	Коефіцієнт внутрішнього тертя визначається за формулою: $\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle \rho$, де ρ – густина газу, $\langle l \rangle$ – середня довжина вільного пробігу молекул газу, $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$ – середня арифметична швидкість молекул газу, M_{O_2} – молярна маса кисню.
$\eta = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$	
$T = 280 \text{ К}$	
$p = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$	
$\langle l \rangle - ?$	

Визначимо середню довжину вільного пробігу з (1): $\langle l \rangle = \frac{3\eta}{\rho \langle v \rangle}$, де густина

газу $\rho = \frac{pM}{RT}$. Остаточно, $\langle l \rangle = \frac{3\eta}{2p} \sqrt{\frac{\pi RT}{2M}}$.

Обчислення: $\langle l \rangle = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 2 \cdot 10^5} \sqrt{\frac{3,14 \cdot 8,31 \cdot 280}{2 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}} = 5,07 \cdot 10^{-8} \text{ м}$.

Відповідь: середня довжина вільного пробігу молекул кисню $\langle l \rangle = 5,07 \cdot 10^{-8} \text{ м}$.

4.13. Визначити питомі теплоємності c_V і c_p суміші вуглекислого газу масою $m_1 = 3 \text{ г}$ і азоту масою $m_2 = 4 \text{ г}$.

Дано:	СІ	Аналіз
$m_1 = 3 \text{ г}$	$3 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$	Перший закон термодинаміки при ізохорному процесі має вигляд: $\Delta Q = c_V m \Delta T$, де ΔQ – кількість теплоти, надана системі, $m = m_1 + m_2$. Оскільки $\Delta Q = \Delta Q_1 + \Delta Q_2$, то $c_V m \Delta T = c_{V1} m_1 \Delta T + c_{V2} m_2 \Delta T$, звідки: $c_V = \frac{c_{V1} m_1 + c_{V2} m_2}{m_1 + m_2}$.
$m_2 = 4 \text{ г}$	$4 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$	
$M_1 = 44 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$		
$M_2 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$		
$i_1 = 6, i_2 = 5$		
$c_V - ?$		Питома теплоємність газу при
$c_p - ?$		

$V = \text{const}$ має вигляд: $c_{V1} = \frac{i_1 R}{2 M_1}$, $c_{V2} = \frac{i_2 R}{2 M_2}$. Остаточно, $c_V = \frac{R}{2} \left(\frac{i_1 m_1}{M_1} + \frac{i_2 m_2}{M_2} \right) \cdot \frac{1}{m_1 + m_2}$.

Спираючись на вище викладені міркування, можемо записати: $c_p = \frac{c_{p1} m_1 + c_{p2} m_2}{m_1 + m_2}$.

Враховуюючи, що $c_{p_1} = \frac{i_1 + 2}{2} \frac{R}{M_1}$ та $c_{p_2} = \frac{i_2 + 2}{2} \frac{R}{M_2}$, маємо:

$$c_p = \frac{R}{2} \left(\frac{(i_1 + 2)m_1}{M_1} + \frac{(i_2 + 2)m_2}{M_2} \right) \cdot \frac{1}{m_1 + m_2}.$$

Молекула вуглекислого газу складається із трьох атомів, тому $i_1 = 6$, а молекула азоту двоатомна, тому $i_2 = 5$.

$$\text{Обчислення: } c_v = \frac{8,31}{2} \left(\frac{6 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{44 \cdot 10^{-3}} + \frac{5 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-3}} = 667 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К},$$

$$c_p = \frac{8,31}{2} \left(\frac{(6+2) \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{44 \cdot 10^{-3}} + \frac{(5+2) \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{28 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-3}} = 917 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}.$$

Відповідь: питомі теплоємності рівні: $c_v = 667 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$, $c_p = 917 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$.

4.14. Кисень масою $m = 2 \text{ кг}$ займає об'єм $V_1 = 1 \text{ м}^3$ і знаходиться під тиском $p_1 = 0,2 \text{ МПа}$. Газ спочатку нагріли при постійному тиску до об'ємі $V_2 = 3 \text{ м}^3$, а потім при постійному об'ємі до тиску $p_3 = 0,5 \text{ МПа}$. Знайти зміну внутрішньої енергії газу ΔU , виконану роботу ΔA та теплоту ΔQ , що одержав газ. Побудувати графік процесу у координатах p і V .

Дано:	СІ	Аналіз
$m = 2 \text{ кг}$		Зміна внутрішньої енергії
$V_1 = 1 \text{ м}^3$		ідеального газу: $\Delta U = \frac{m}{M} C_v \Delta T$,
$V_2 = 3 \text{ м}^3$		де $C_v = \frac{i}{2} R$ – молярна теплоємність газу
$p_1 = 0,2 \text{ МПа}$	$2 \cdot 10^5 \text{ Па}$	при постійному об'ємі, i – число ступенів
$p_3 = 0,5 \text{ МПа}$	$5 \cdot 10^5 \text{ Па}$	вільності молекул газу, ΔT – зміна
$M = 32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$		температури у процесі. Для двоатомної
$\Delta U - ?$		молекули кисню $i = 5$. Отже, зміна
$\Delta A - ?$		внутрішньої енергії визначається
$\Delta Q - ?$		формулою: $\Delta U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \Delta T$.

Знайдемо початкову та кінцеву температури газу у першому процесі, користуючись рівнянням Клапейрона-Менделєєва: $p_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1$, тоді $T_1 = \frac{p_1 V_1 M}{m R}$;

$p_2 V_2 = \frac{m}{M} R T_2$, тоді $T_2 = \frac{p_1 V_2 M}{m R}$. Прийmemo до уваги, що $p_1 = p_2$ (ізобарний процес). Таким же чином визначимо кінцеву температуру у другому (ізохорному) процесі, за умови, коли $V_3 = V_2$:

$$T_3 = \frac{p_3 V_2 M}{m R}.$$

Зміна внутрішньої енергії у першому процесі буде:

$$\Delta U_1 = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \left(\frac{p_1 V_2 M}{m R} - \frac{p_1 V_1 M}{m R} \right) = \frac{i}{2} p_1 (V_2 - V_1).$$

Зміна внутрішньої енергії у другому процесі:

$$\Delta U_2 = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_3 - T_2) = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R \left(\frac{p_3 V_2 M}{m R} - \frac{p_1 V_2 M}{m R} \right) = \frac{i}{2} V_2 (p_3 - p_1).$$

Загальна зміна внутрішньої енергії визначається за формулою:

$$\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = \frac{i}{2} p_1 (V_2 - V_1) + \frac{i}{2} V_2 (p_3 - p_1).$$

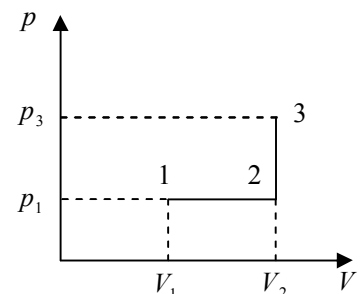
Робота газу при ізохорному процесі: $\Delta A = 0$; при ізобарному розширенні газу: $\Delta A = p_1 \Delta V = p_1 (V_2 - V_1)$. За першим законом термодинаміки теплота ΔQ , що передана газу, визначається за формулою: $\Delta Q = \Delta U + \Delta A$.

Обчислення:

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot 2 \cdot 10^5 (3 - 1) + \frac{5}{2} \cdot 3 (5 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5) = 3,25 \cdot 10^6 \text{ Дж},$$

$$\Delta A = 2 \cdot 10^5 (3 - 1) = 4 \cdot 10^5 \text{ Дж},$$

$$\Delta Q = 3,25 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 = 3,65 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$



Графік процесу в координатах (p і V) зображено на рисунку.

Відповідь: зміна внутрішньої енергії газу $\Delta U = 3,25 \cdot 10^6 \text{ Дж}$, виконана робота $\Delta A = 4 \cdot 10^5 \text{ Дж}$, теплота $\Delta Q = 3,65 \cdot 10^6 \text{ Дж}$.

4.15. Ідеальна теплова машина, яка працює за циклом Карно, здійснює за один цикл роботу $A = 73,5 \text{ кДж}$. Температура нагрівника $t_1 = 100^\circ \text{C}$, температура холодильника $t_2 = 0^\circ \text{C}$. Знайти ККД η циклу, кількість теплоти Q_1 , яку отримує машина за один цикл від нагрівника, кількість теплоти Q_2 , яка віддається за один цикл холодильнику.

Дано:	СІ	Аналіз
$A = 73,5 \text{ кДж}$	$73,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}$	ККД ідеального циклу Карно визначається за формулою: $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$, де T_1 - температура нагрівника, а T_2 - температура холодильника. Згідно означення ККД: $\eta = \frac{A}{Q_1}$, де A - робота, яку здійснює за один цикл ідеальна теплова машина, а Q_1 -
$t_1 = 100^\circ \text{C}$	$373,16^\circ \text{K}$	
$t_2 = 0^\circ \text{C}$	$273,16^\circ \text{K}$	
$\eta - ?$		
$Q_1 - ?$		
$Q_2 - ?$		

кількість теплоти, яку отримує машина за один цикл від нагрівника. Із останньої формули отримуємо: $Q_1 = \frac{A}{\eta}$. Оскільки машина ідеальна, то кількість

теплоти, віддана холодильнику, дорівнює: $Q_2 = Q_1 - A$.

Обчислення: $\eta = \frac{373,16 - 273,16}{373,16} = 0,268 \Rightarrow \eta = 26,8\%$.

$Q_1 = \frac{73,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}}{0,268} \approx 274 \cdot 10^3 \text{ Дж}$. $Q_2 = 274 \cdot 10^3 - 73,5 \cdot 10^3 = 200,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}$.

Відповідь: ККД циклу $\eta = 26,8\%$, кількість теплоти, яку отримує машина за один цикл від нагрівника $Q_1 = 274 \cdot 10^3 \text{ Дж}$, кількість теплоти, яка віддається за один цикл холодильнику $Q_2 = 200,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}$.

4.16. Аналізуючи рівняння стану реальних газів, визначити постійні a і b для азоту. Критичні тиск і температура відповідно рівні $3,39 \text{ МПа}$ і 126 К .

Дано:	СІ	Аналіз
$T_k = 126 \text{ К}$	$3,39 \cdot 10^6 \text{ Па}$	Рівняння Ван-дер-Ваальса для реального газу має вигляд: $\left(p + \frac{v^2 a}{V^2}\right) \cdot (V - vb) = vRT$, де p - тиск газу, T - його температура, V - об'єм газу, R -
$p_k = 3,39 \text{ МПа}$		
$a - ?$		
$b - ?$		

універсальна газова стала, a і b - константи, що враховують відхилення властивостей реального газу від властивостей ідеального.

Згрупувавши множники, отримаємо $pV^3 - (vRT + pvb)V^2 + v^2 aV - v^3 ab = 0$ (1).

Оскільки це рівняння третього порядку, то існують три його корені - V_1 , V_2 і V_3 .

При критичному стані речовини $p = p_k$, $T = T_k$, $V_1 = V_2 = V_3 = V_k$. Ліва частина (1) є точним кубом $(V - V_k)^3 = 0$, тобто $p_k V^3 - 3p_k V_k V^2 + 3p_k V_k^2 V - p_k V_k^3 = 0$, $p_k V^3 - (vRT_k + p_k vb)V^2 + v^2 aV - v^3 ab = 0$. Прирівнявши відповідні коефіцієнти, одержимо: $3p_k V_k = vRT_k + p_k vb$ (2), $3p_k V_k^2 = v^2 a$ (3), $p_k V_k^3 = v^3 ab$ (4).

Розділивши рівняння (4) на рівняння (3), отримаємо $V_k = 3vb$. Із рівняння (3), маємо $3p_k (3vb)^2 = v^2 a$ або $a = 27p_k b^2$. Підставивши отримані перетворення у рівняння (2), приходимо до висновку, що $b = \frac{RT_k}{8p_k}$ і $a = \frac{27R^2 T_k^2}{64p_k}$.

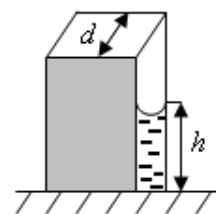
$$\text{Обчислення: } a = \frac{27 \cdot (8,31)^2 \cdot 126^2}{64 \cdot 3,39 \cdot 10^6} = 0,136 \text{ Н} \cdot \text{м}^4 / \text{моль}^2 ;$$

$$b = \frac{8,31 \cdot 126}{8 \cdot 3,39 \cdot 10^6} = 3,86 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль} .$$

Відповідь: постійні $a = 0,136 \text{ Н} \cdot \text{м}^4 / \text{моль}^2$; $b = 3,86 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль}$.

4.17. Між двома плоско-паралельними скляними пластинками, які знаходяться на відстані 0,25 мм одна від одної налита рідина. Знайти густину рідини, якщо відомо, що висота підняття рідини між пластинками рівна $h = 3,1 \text{ см}$, а поверхневий натяг $\sigma = 3 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$. Змочування повне.

Дано:	СІ	Аналіз
$d = 0,25 \text{ мм}$	$2,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}$	Додатковий тиск, зумовлений кривизною поверхні рідини, визначається формулою Лапласа:
$h = 3,1 \text{ см}$	$3,1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$	
$\sigma = 3 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$		
$\theta = 0$		
$\rho - ?$		$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$, де R_1 і R_2 – радіуси кривизни



взаємно перпендикулярних перерізів поверхні рідини.

Оскільки для пластинки $R_1 = \frac{d \cos \theta}{2}$, а $R_2 \rightarrow \infty$, то $\Delta p = \frac{2\sigma}{d}$. За умови рівноваги $\Delta p = \rho gh$, отже $\rho gh = \frac{2\sigma}{d}$. Остаточно $\rho = \frac{2\sigma}{dgh}$.

$$\text{Обчислення: } \rho = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{2,5 \cdot 10^{-4} \cdot 10 \cdot 3,1 \cdot 10^{-2}} = 774 \text{ кг/м}^3 .$$

Відповідь: густина рідини $\rho = 774 \text{ кг/м}^3$.

5. РОЗПОДІЛ ЗАДАЧ ЗА ВАРІАНТАМИ

Варіанти	Номери задач							
1	1	21	41	61	81	101	121	141
2	2	22	42	62	82	102	122	142
3	3	23	43	63	83	103	123	143
4	4	24	44	64	84	104	124	144
5	5	25	45	65	85	105	125	145
6	6	26	46	66	86	106	126	146
7	7	27	47	67	87	107	127	147
8	8	28	48	68	88	108	128	148
9	9	29	49	69	89	109	129	149
10	10	30	50	70	90	110	130	150
11	11	31	51	71	91	111	131	151
12	12	32	52	72	92	112	132	152
13	13	33	53	73	93	113	133	153
14	14	34	54	74	94	114	134	154
15	15	35	55	75	95	115	135	155
16	16	36	56	76	96	116	136	156
17	17	37	57	77	97	117	137	157
18	18	38	58	78	98	118	138	158
19	19	39	59	79	99	119	139	159
20	20	40	60	80	100	120	140	160

6. ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

1. Першу половину свого шляху автомобіль рухався зі швидкістю $v_1 = 10 \text{ м/с}$, а другу половину шляху – зі швидкістю $v_2 = 5 \text{ м/с}$. Яка середня швидкість руху автомобіля?
2. Тіло падає з висоти $h = 1 \text{ км}$ з нульовою початковою швидкістю. Нехтуючи опором повітря, обчислити, який шлях пройде тіло: 1) за першу секунду свого падіння; 2) за останню секунду свого падіння.
3. Тіло падає з висоти $h = 2 \text{ км}$ з початковою швидкістю, рівною нулю. Нехтуючи опором повітря, знайти, який час потрібний тілу для проходження перших 10 м свого шляху.
4. Тіло кинули зі швидкістю $v_0 = 20 \text{ м/с}$ під кутом $\alpha = 60^\circ$ до горизонту. Нехтуючи опором повітря, визначити швидкість тіла через $t = 2 \text{ с}$ після початку руху, а також модуль його переміщення.
5. Тіло, що знаходиться на висоті $h = 5 \text{ м}$ над поверхнею Землі, кинули горизонтально зі швидкістю $v_0 = 15 \text{ м/с}$. Нехтуючи опором повітря, обчислити, з якою швидкістю тіло впаде на землю.
6. Матеріальна точка рухається вздовж прямої так, що її прискорення лінійно збільшується і від нуля за перші 10 с досягає значення 5 м/с^2 . Знайти в кінці десятої секунди: 1) швидкість точки; 2) пройдений точкою шлях.
7. Із пункту A до пункту B , відстань між якими $l = 25 \text{ км}$, одночасно назустріч один одному почали рухатись два автомобілі: перший зі швидкістю $v_1 = 90 \text{ км/год}$, другий – $v_2 = 72 \text{ км/год}$. Визначити час, через який вони зустрінуться, і відстань від пункту A до місця зустрічі.
8. Лінійна швидкість v_1 точки, що знаходиться на ободі диска, який обертається, у три рази більша, ніж лінійна швидкість v_2 точки, що знаходиться на 6 см ближче до його осі. Знайти радіус диска.
9. Колесо обертається з постійним кутовим прискоренням $\varepsilon = 3 \text{ рад/с}^2$. Знайти радіус колеса, якщо через $t = 1 \text{ с}$ після початку руху повне прискорення колеса $a = 7,5 \text{ м/с}^2$.
10. Колесо автомашини обертається рівносповільнено. За час $t = 3 \text{ хв}$ воно змінило частоту обертання від 360 до 120 хв^{-1} . Знайти: 1) кутове прискорення колеса; 2) кількість повних обертів, що зробило колесо за цей час.

11. Точка рухається по колу радіусом $R = 12,5 \text{ см}$ з постійним тангенціальним прискоренням a_t . До кінця четвертого оберту після початку руху лінійна швидкість точки $v = 15 \text{ см/с}$. Знайти нормальне прискорення a_n точки через $t = 16 \text{ с}$ після початку руху.
12. Диск обертається навколо нерухомої осі так, що залежність кута повороту радіуса диска від часу описується рівнянням $\varphi = At^2$ ($A = 0,5 \text{ рад/с}^2$). Знайти повне прискорення a точки на ободі диска в кінці другої секунди після початку руху, якщо лінійна швидкість точки в цей момент часу $v = 0,4 \text{ м/с}$.
13. Велосипедист рухається зі швидкістю 36 км/год . Визначити доцентрове прискорення велосипедиста та його кутову швидкість на півколі довжиною $l = 200 \text{ м}$.
14. Тіло кинули з початковою швидкістю 50 м/с під кутом 30° до горизонту. Знайти час польоту тіла та максимальну висоту підняття. Опором повітря знехтувати.
15. Тіло обертається рівносповільнено з початковою частотою 10 об/с . Після здійснення 20 обертів, частота його зменшилась до 4 об/с . Знайти кутове прискорення і час, протягом якого змінилась частота обертання.
16. Тіло обертається навколо нерухомої осі за законом: $\varphi = 10 - 8t + t^2$. Знайти повне прискорення точки, що знаходиться на відстані $l = 0,2 \text{ м}$ від осі обертання для моменту часу $t = 5 \text{ с}$.
17. Визначити траєкторію руху точки, заданої рівняннями: $x = 4t^2 + 2$; $y = 6t^2 - 3$. Побудувати графік залежності шляху, пройденого точкою, від часу.
18. Людина стрибає у воду з крутого берега висотою $h = 5 \text{ м}$ із горизонтальною швидкістю $v_x = 6,64 \text{ м/с}$. Визначити модуль і напрямок швидкості людини при досягненні нею води.
19. Ескалатор піднімає людину, що стоїть на ньому, за час $t_1 = 1 \text{ хв}$. Якщо людина йде по нерухомому ескалатору, то на піднімання витрачає $t_2 = 3 \text{ хв}$. За який час людина підніметься, йдучи по рухомому ескалатору?
20. Від поштовху кулька заковується на похилу площину. На відстані $l = 30 \text{ см}$ від початку руху кулька була двічі: через $t_1 = 1 \text{ с}$ і $t_2 = 2 \text{ с}$ після поштовху. Вважаючи рух рівноприскореним, знайдіть початкову швидкість v_0 і прискорення a .

21. Два тягарці, маса яких $m_1 = 500\text{г}$ і $m_2 = 700\text{г}$, зв'язані невагомою ниткою та лежать на гладкій горизонтальній поверхні. До тягарця m_1 прикладена горизонтально напрямлена сила $F = 6\text{Н}$. Нехтуючи тертям, знайти: 1) прискорення тягарців; 2) силу натягу нитки.

22. Найпростіша машина Атвуда, яку застосовують для вивчення законів рівноприскореного руху, являє собою два тягарці з різними масами m_1 та m_2 , що підвішені на легкій нитці, перекинутій через нерухомий блок (рис. 1). Вважаючи, що нитка та блок невагомі та нехтуючи тертям на осі блока, знайти: 1) прискорення a тягарців; 2) силу натягу нитки T .

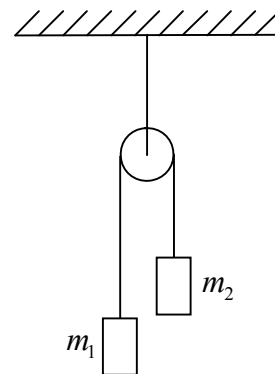


Рис. 1

23. Тіло масою $m = 2\text{кг}$ падає вертикально з висоти $h = 5\text{м}$ за час $t = 5\text{с}$. Знайти силу опору при русі цього тіла.

24. В установці (рис. 2) кут α нахилу площини до горизонту рівний 30° , маси тіл $m_1 = 100\text{г}$ та $m_2 = 300\text{г}$, коефіцієнт тертя між другим тілом та площиною $\mu = 0,1$. Вважаючи, що нитка і блок невагомі, знайти силу натягу нитки і прискорення, з яким будуть рухатись ці тіла, якщо тіло m_1 опускається.

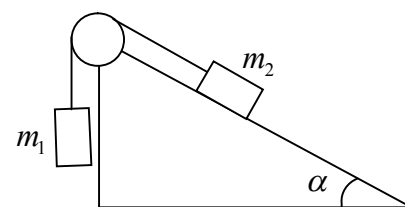


Рис. 2

25. З колодязя висотою $h = 12\text{м}$ за допомогою мотузки рівноприскорено піднімають відро з водою за $t = 15\text{с}$. Маса відра з водою 10кг . Визначити силу натягу мотузки.

26. По похилій площині з кутом нахилу до горизонту $\alpha = 30^\circ$ ковзає тіло. Знайти швидкість тіла в кінці другої секунди від початку ковзання, якщо коефіцієнт тертя $\mu = 0,15$.

27. Два тягарці однакової маси ($m_1 = m_2 = 0,5\text{кг}$) зв'язані ниткою та перекинуті через невагомий блок, закріплений на кінці стола (рис. 3). Коефіцієнт тертя тягарця m_2 об стіл $\mu = 0,15$. Нехтуючи тертям в блоці, знайти: 1) прискорення, з яким рухаються тягарці; 2) силу натягу нитки.

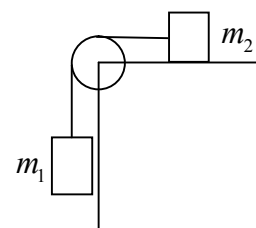


Рис. 3

28. Автомобіль масою $m = 2\text{т}$ рушає з місця і перші 100м проходить за $t = 5\text{с}$. Знайти силу тяги двигуна автомобіля, якщо коефіцієнт опору $\mu = 0,05$.

29. Кулька масою m , прикріплена до нитки, описує коло в горизонтальній площині. Довжина нитки $h=1\text{ м}$, кут між ниткою і вертикаллю $\alpha=45^\circ$. Знайти період обертання кульки.
30. Кулька, що прикріплена до нитки, довжина якої $l=1\text{ м}$, описує коло в горизонтальній площині. Який кут φ утворює нитка з вертикаллю, якщо частота обертання $n=0,6\text{ с}^{-1}$?
31. Обчислити період обертання штучного супутника навколо Землі, який рухається по коловій орбіті на висоті, що дорівнює її радіусу.
32. Місяць робить один повний оберт навколо Землі за час $27,3\text{ доби}$. Знайти масу Землі.
33. Автомобіль масою $m=3\text{ т}$ рухається з постійною швидкістю $v=72\text{ км/год}$. З якою силою автомобіль тисне на середину: 1) горизонтального моста; 2) опуклого; 3) вгнутого моста, радіус кривизни яких 400 м ?
34. Обчислити у скільки разів сила тяжіння на Землі більша сили тяжіння на Марсі, якщо радіус Марса становить $0,53$ радіуса Землі, а маса Марса – $0,11$ маси Землі.
35. Обчислити середню швидкість руху Місяця по орбіті, вважаючи середню відстань його до Землі 384 Мм , а масу Землі $5,96 \cdot 10^{24}\text{ кг}$.
36. Обчислити висоту, на якій прискорення вільного падіння складає 25% від прискорення вільного падіння на поверхні Землі.
37. З якою швидкістю рухається Земля навколо Сонця? Вважати, що Земля рухається по коловій орбіті.
38. Оцініть масу Сонця, вважаючи відстань R від Землі до Сонця рівною $1,5 \cdot 10^8\text{ км}$.
39. Супутник рухається по коловій орбіті на висоті h від поверхні Землі. Запишіть швидкість супутника v і період його обертання T через h , радіус Землі R і прискорення сили тяжіння на поверхні Землі g .
40. Штучний супутник Землі рухається навколо неї по коловій орбіті на висоті $h=500\text{ км}$. Обчислити швидкість його руху.
41. Мінімальна робота, необхідна для кидання тіла на відстань $l=20\text{ м}$, дорівнює $A=150\text{ Дж}$. Знайти масу тіла.

42. Людина масою 70 кг біжить зі швидкістю 7 м/с , доганяє візок масою 30 кг , що рухається зі швидкістю 2 м/с , і стрибає на нього. З якою швидкістю рухатиметься візок після цього?
43. Якої швидкості відносно води набуде нерухомий човен, маса якого з вантажем 200 кг , коли пасажир, що сидить у човні, зробить постріл у напрямі корми? Маса кулі 10 г , а початкова швидкість 800 м/с .
44. Вагон масою 15 т , що рухався зі швидкістю $2,4\text{ м/с}$, стикається з нерухомим вагоном масою 25 т так, що спрацьовує механізм зчеплення. Якою буде швидкість з'єднаних вагонів?
45. Тіло масою $m = 5\text{ кг}$ починає падати з висоти $h = 20\text{ м}$. Знайти суму потенціальної та кінетичної енергії в точці, що знаходиться від поверхні Землі на висоті $h_1 = 5\text{ м}$, якщо тіло має швидкість 30 м/с . Тертям тіла об повітря знехтувати. Порівняти цю енергію з початковою енергією тіла.
46. Тіло, що падає з певної висоти, в момент дотику до Землі має імпульс $p = 100\text{ кг} \cdot \text{м/с}$ та кінетичну енергію $T = 500\text{ Дж}$. Знайти: 1) масу тіла; 2) висоту, з якої падає тіло.
47. Матеріальна точка масою $m = 20\text{ г}$ рухається по колу радіусом $R = 10\text{ см}$ з постійним тангенціальним прискоренням. У кінці п'ятого оберту після початку руху кінетична енергія матеріальної точки стала рівною $T = 6,3\text{ мДж}$. Обчислити тангенціальне прискорення.
48. Тіло кинули вертикально вгору зі швидкістю $v_0 = 20\text{ м/с}$. Нехтуючи опором повітря, знайти на якій висоті h кінетична енергія тіла буде рівна його потенціальній енергії.
49. Тіло, вагою $P = 40\text{ Н}$, кинули з вежі вертикально вниз без початкової швидкості. Знайти кінетичну та потенціальну енергію у середній точці шляху, якщо тіло падало 3 с . Опором повітря знехтувати.
50. Яку роботу потрібно виконати, щоб по похилій площині з кутом нахилу 30° підняти вантаж масою 100 кг на висоту $h = 2\text{ м}$, якщо коефіцієнт тертя $\mu = 0,2$?
51. Тіло масою 10 кг , що падає з висоти 20 м , проникає в м'який ґрунт на глибину 12 см . Визначити силу опору ґрунту.
52. Автомобіль масою 1500 кг починає розгін із стану спокою по горизонтальному шляху з прискоренням 1 м/с^2 . Коефіцієнт опору рухові

- 0,02. Знайти: 1) роботу, що виконується за перші 10с руху; 2) середню потужність, що розвиває автомобіль за цей проміжок часу.
53. Дві кулі масами 2кг і 4кг рухаються по гладкій горизонтальній поверхні назустріч одна одній зі швидкостями 3м/с і 6м/с відповідно. Чому дорівнює зміна внутрішньої енергії куль після їх непружного зіткнення?
54. Пружина жорсткістю 1000Н/м була стиснута на 4см. Яку потрібно виконати роботу, щоб стиснути пружину на 18см?
55. Тіло масою $m = 5\text{кг}$ летить зі швидкістю 500м/с і пружно вдаряється у стінку під кутом 45° до неї. Знайти імпульс сили при ударі.
56. Кран піднімає вантаж масою $m = 2\text{т}$ на висоту 24м за 2хв. Знайдіть механічну потужність. Силами тертя знехтувати.
57. Літак має 4 двигуни, сила тяги кожного 103кН. Яка корисна потужність двигунів при польоті літака зі швидкістю 846км/год.
58. На висоті $h = 2,2\text{м}$ від поверхні Землі м'яч мав швидкість 10м/с. З якою швидкістю він буде рухатись біля поверхні Землі? Опором повітря знехтувати.
59. Знайти мінімальне значення гальмівного шляху автомобіля, якщо він почав сповільнювати рух на горизонтальній ділянці шосе при швидкості руху 20м/с. Коефіцієнт тертя 0,5.
60. Автомобіль масою $m = 2\text{т}$ розганяється з місця на гору під кутом 30° . Коефіцієнт опору $\mu = 0,05$. Автомобіль набуває швидкості 72км/год на ділянці завдовжки 70м. Яку середню потужність P_c розвиває двигун?
61. На барабан радіусом $R = 10\text{см}$ намотана нитка, до кінця якої прив'язаний вантаж масою $m = 0,5\text{кг}$. Знайти момент інерції J барабана, якщо вантаж опускається з прискоренням $a = 1\text{м/с}^2$.
62. Куля скочується по похилій площині з кутом нахилу 30° . Яку швидкість буде мати центр кулі відносно похилої площини через 1,5с, якщо її початкова швидкість була рівна нулю?
63. Знайти кінетичну енергію диска масою $m = 2\text{кг}$, що котиться без ковзання по горизонтальній поверхні з відносною швидкістю 2м/с.

64. Яку роботу потрібно виконати, щоб маховику у вигляді диска масою $m = 100 \text{ кг}$ і радіусом $R = 0,4 \text{ м}$ надати частоту обертання $n = 10 \text{ об/с}$, якщо він знаходиться в стані спокою?
65. Куля та суцільний циліндр, виготовлені з одного й того ж матеріалу, однакової маси котяться без ковзання з однаковою швидкістю. Як відносяться їх кінетичні енергії?
66. Повна кінетична енергія T диска, що котиться по горизонтальній поверхні, рівна 24 Дж . Обчислити кінетичну енергію T_1 поступального та T_2 обертального руху диска.
67. До ободу однорідного суцільного диска масою $m = 10 \text{ кг}$, насадженого на вісь, прикладена постійна дотична сила $F = 30 \text{ Н}$. Обчислити кінетичну енергію диска через час $t = 4 \text{ с}$ після початку дії сили.
68. Вентилятор обертається з частотою $n = 600 \text{ об/хв}$. Після виключення він почав обертатись рівносповільнено і, зробивши $N = 50$ обертів, зупинився. Робота сил гальмування $A = 31,4 \text{ Дж}$. Обчислити: 1) момент сил M гальмування; 2) момент інерції вентилятора.
69. Маховик у вигляді суцільного диска, момент інерції якого рівний $J = 150 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, обертається з частотою $n = 240 \text{ об/хв}$. Через час $t = 1 \text{ хв}$, як на маховик став діяти момент сили гальмування, він зупинився. Знайти: 1) момент сил M гальмування; 2) кількість обертів маховика від початку гальмування до повної зупинки.
70. До ободу однорідного суцільного диска радіусом $R = 0,5 \text{ м}$ прикладена постійна дотична сила $F = 100 \text{ Н}$. При обертанні диска на нього діє момент сил тертя $M_{\text{тр}} = 2 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Обчислити масу m диска, якщо відомо, що його кутове прискорення ε постійне і рівне 16 рад/с^2 .
71. Частота обертання n_0 маховика, момент інерції якого рівний $J = 120 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, складає 240 об/хв . Після закінчення дії на нього обертального момента маховик під дією сил тертя в підшипниках зупинився за час $t = \pi \text{ хв}$. Якщо вважати тертя в підшипниках постійним, знайти момент сил тертя M .
72. Маховик у вигляді суцільного диска, момент інерції якого рівний $J = 1,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, обертаючись при гальмуванні рівносповільнено, за час $t = 1 \text{ хв}$ зменшив частоту свого обертання з $n_0 = 240 \text{ об/хв}$ до $n_1 = 120 \text{ об/хв}$. Знайти: 1) кутове прискорення маховика ε ; 2) момент сил M гальмування; 3) роботу гальмування A .

73. На однорідний суцільний циліндричний вал радіусом $R = 50\text{ см}$ намотана легка нитка, до кінця якої прикріплений вантаж масою $m = 6,4\text{ кг}$. Вантаж, розмотуючи нитку, опускається з прискоренням $a = 2\text{ м/с}^2$. Знайти: 1) момент інерції J вала; 2) масу M вала.
74. На однорідний суцільний циліндричний вал радіусом $R = 20\text{ см}$, момент інерції якого $J = 0,15\text{ кг}\cdot\text{м}^2$, намотана легка нитка, до кінця якої прикріплений вантаж масою $m = 0,5\text{ кг}$. До початку обертання барабана висота h вантажа над підлогою становила $2,3\text{ м}$. Знайти: 1) час опускання вантажа до підлоги; 2) силу натягу нитки; 3) кінетичну енергію вантажу в момент удару об підлогу.
75. Через нерухомий блок у вигляді суцільного циліндра масою $m = 0,2\text{ кг}$ перекинута невагома нитка, до кінців якої прикріплені тіла масами $m_1 = 0,35\text{ кг}$ та $m_2 = 0,55\text{ кг}$. Нехтуючи тертям у вісі блока, знайти: 1) прискорення тіл; 2) відношення T_2/T_1 сил натягу нитки.
76. Маховик починає обертатися зі стану спокою з постійним кутовим прискоренням $\varepsilon = 0,4\text{ рад/с}^2$. Знайти кінетичну енергію маховика через час $t_2 = 25\text{ с}$ від початку руху, якщо через $t_1 = 10\text{ с}$ від початку руху момент імпульсу маховика $L_1 = 60\text{ кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$.
77. Горизонтальна платформа у вигляді диска обертається з частотою $n_1 = 18\text{ хв}^{-1}$. У центрі платформи стоїть людина і тримає у розставлених руках гирі. Знайти частоту обертання платформи, якщо людина, опустивши руки, зменшить свій момент інерції від $J_1 = 3,5\text{ кг}\cdot\text{м}^2$ до $J_2 = 1\text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Маса платформи $m = 25\text{ кг}$, її радіус $R = 0,8\text{ м}$.
78. Маховик, насаджений на горизонтальний вал, може легко обертатися. На циліндричну поверхню маховика, що має радіус 40 см , намотали нитку, до вільного кінця якої підвісили вантаж масою $0,5\text{ кг}$, і відпустили. Вантаж почав опускатися, приводячи маховик в обертання, і за 4 с пройшов шлях 2 м . Знайти момент інерції маховика.
79. Маховик у вигляді диска масою 50 кг і радіуса $0,4\text{ м}$, обертається, здійснюючи 240 об/с . Після початку гальмування маховик зупинився через 10 с . Знайти момент сил тертя, який сповільнив обертання маховика.
80. Маховик у вигляді циліндра масою 100 кг і радіусом 50 см , обертається, здійснюючи 360 об/с . На циліндричну поверхню маховика почала діяти гальмуюча сила в 20 Н . Скільки обертів зробить маховик до зупинки?
81. Який об'єм займає 10 г кисню при тиску 10^5 Па і температурі 20° C ?

82. Яку температуру мають 2г гелію, що займає об'єм $3 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$ при тиску в $2 \cdot 10^5 \text{ Па}$?
83. Знайти густину суміші газів водню масою $m_1 = 8 \text{ г}$ та кисню масою $m_2 = 64 \text{ г}$ при температурі $T = 290 \text{ К}$ та тиску $0,1 \text{ МПа}$. Гази вважати ідеальними.
84. У балоні місткістю 15 л знаходиться азот під тиском 100 кПа при температурі $t_1 = 27^\circ \text{ С}$. Після того, як із балона випустили 14 г газу, його температура стала рівною $t_2 = 17^\circ \text{ С}$. Знайти тиск газу, що залишився в балоні.
85. Балон місткістю 20 л містить суміш водню та азоту при температурі $T = 290 \text{ К}$ та тиску 1 МПа . Знайти масу водню, якщо маса суміші рівна 150 г .
86. Азот, масою 7 г знаходиться під тиском $p = 0,1 \text{ МПа}$ та температурі $T_1 = 290 \text{ К}$. Внаслідок ізобарного нагрівання азот зайняв об'єм $V_2 = 10 \text{ л}$. Знайти: 1) об'єм V_1 газу до розширення; 2) температуру T_2 газу після розширення; 3) густину газу до і після розширення.
87. У посудині місткістю 1 л знаходиться кисень масою 1 г . Знайти концентрацію молекул кисню в посудині.
88. Середня квадратична швидкість певного газу за нормальних умов рівна 480 м/с . Скільки молекул містить 1 г цього газу?
89. В посудині місткістю $V = 0,3 \text{ л}$ при температурі $T = 290 \text{ К}$ знаходиться певний газ. На скільки знизиться тиск p газу в посудині, якщо з неї вийде $N = 10^{19}$ молекул?
90. Знайти тиск, який чинить газ на стінки посудини, якщо його густина рівна $0,01 \text{ кг/м}^3$, а середня квадратична швидкість молекул газу складає 480 м/с .
91. Знайти найбільш ймовірну швидкість молекул газу, густина якого при тиску 40 кПа становить $0,35 \text{ кг/м}^3$.
92. Знайти середню кінетичну енергію $\langle \varepsilon_0 \rangle$ поступального руху молекул газу, що знаходиться під тиском $0,1 \text{ Па}$. Концентрація молекул газу рівна 10^{13} см^{-3} .
93. При якій температурі середня квадратична швидкість молекул кисню більша їх найбільш ймовірної швидкості на 100 м/с .
94. Один балон ємністю 20 л містить азот під тиском 24 атм , інший балон ємністю 44 л містить кисень під тиском 16 атм . Обидва балони були

- з'єднані між собою і обидва гази змішалися, утворивши однорідну суміш ($T = const$). Знайти парціальні тиски газів у суміші і повний тиск суміші.
95. Знайти масу одного кіломоля повітря, вважаючи, що воно складається за масою з 25% кисню і 75% азоту.
 96. Знайти густину гримучого газу (суміш, що складається за масою з 1 частини водню і 8 частин кисню) при тиску 720 мм рт.ст. і температурі 15°C .
 97. Скільки молекул газу міститься в балоні ємністю 20 л при температурі 27°C і тиску 50 атм ?
 98. Знайти середню квадратичну, середню арифметичну і найбільш ймовірну швидкості молекул водню при температурі 170°C .
 99. Визначити наступні величини для водяної пари при температурі 100°C :
1) кінетичну енергію поступального руху однієї молекули; 2) сумарну кінетичну енергію поступального руху всіх молекул одного кіломоля; 3) сумарну кінетичну енергію поступального руху всіх молекул, що містяться в 200 г водяної пари.
 100. Знайти густину вуглекислого газу при тиску 50 кПа , якщо відомо, що він займає об'єм 3 м^3 .
 101. Чому рівна середня довжина вільного пробігу молекул гелію за нормальних умов. Діаметр молекули прийняти рівним 4 нм ?
 102. Визначити середню довжину вільного пробігу молекул вуглекислого газу при температурі 100°C і тиску $15,3 \text{ Па}$. Діаметр молекули вуглекислого газу прийняти рівним $3,2 \cdot 10^{-8} \text{ см}$.
 103. Скільки молекул ударяється за 1 с у 1 см^2 стінки посудини, в якій знаходиться кисень при тиску $99,75 \text{ кПа}$ і температурі 20°C ?
 104. Балон ємністю $V = 10 \text{ л}$ містить водень масою $m = 1 \text{ г}$. Визначити середню довжину вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекул.
 105. Визначити густину ρ розрідженого водню, якщо середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекул дорівнює 1 см .
 106. При якому тиску середня довжина вільного пробігу молекул водню дорівнює $2,5 \text{ см}$, якщо температура газу дорівнює 67°C ? Діаметр молекули водню прийняти рівним $0,28 \text{ нм}$.

107. Знайти коефіцієнт дифузії водню за нормальних умов, якщо середня довжина вільного пробігу молекул за цих умов дорівнює $1,6 \cdot 10^{-7} \text{ м}$.
108. Знайти коефіцієнт дифузії гелію за нормальних умов. Діаметр атома гелію прийняти рівним $2 \cdot 10^{-10} \text{ м}$.
109. В'язкість азоту η при температурі $T = 273 \text{ К}$ та тиску $p = 9 \cdot 10^4 \text{ Па}$ дорівнює $6,8 \text{ мкПа/с}$. Знайти середню довжину пробігу $\langle l \rangle$ молекул азоту.
110. За певних умов в'язкість ідеального газу $\eta = 5 \cdot 10^{-2} \text{ Па} \cdot \text{с}$, густина $\rho = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$. Чому дорівнює його коефіцієнт дифузії за цих умов?
111. Знайти діаметр молекули кисню, якщо відомо, що для нього коефіцієнт внутрішнього тертя при 0° С рівний $\eta = 1,88 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$.
112. Визначити в скільки разів відрізняються коефіцієнти динамічної в'язкості η вуглекислого газу і азоту, якщо обидва гази знаходяться при однакових температурі і тиску. Ефективні діаметри молекул цих газів вважати рівними.
113. Середня довжина вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекул водню за нормальних умов складає $0,1 \text{ мкм}$. Знайти середню довжину їх вільного пробігу при тиску $0,1 \text{ МПа}$, якщо температура газу залишається постійною.
114. Знайти: 1) густину ρ повітря в посудині; 2) концентрацію n його молекул; 3) середню довжину вільного пробігу $\langle l \rangle$ молекул, якщо у посудині тиск рівний $0,13 \text{ Па}$. Діаметр молекул повітря вважати рівним $0,27 \text{ нм}$. Температура повітря 300 К .
115. Кисень знаходиться за нормальних умов. Знайти коефіцієнт теплопровідності λ кисню, якщо ефективний діаметр його молекул рівний $0,36 \text{ нм}$.
116. Простір між двома паралельними пластинами площею 150 см^2 кожна, що знаходяться на відстані 5 мм одна від одної, заповнений киснем. Одна пластина підтримується при температурі 17° С , інша – при температурі 27° С . Знайти кількість теплоти, що передалася в результаті теплопровідності від однієї пластини до іншої. Кисень знаходиться за нормальних умов. Ефективний діаметр молекул кисню рівний $0,36 \text{ нм}$.
117. Знайти коефіцієнт дифузії D кисню за нормальних умов. Ефективний діаметр молекул кисню приймати рівними $0,36 \text{ нм}$.

118. Знайти масу азоту, що пройшов унаслідок дифузії площу 50см^2 за 20с , якщо градієнт густини в напрямку, перпендикулярному цій площі, рівний $1\text{кг}/\text{м}^4$. Температура азоту 290К , а середня довжина вільного пробігу його молекул рівна 1мкм .
119. Знайти коефіцієнт теплопровідності λ азоту, якщо коефіцієнт динамічної в'язкості η для нього за тих же умов рівний $10\text{мкПа}\cdot\text{с}$.
120. Азот знаходиться під тиском 100кПа , при температурі 290К . Знайти коефіцієнти дифузії D і внутрішнього тертя η . Ефективний діаметр молекул азоту приймати рівними $0,38\text{нм}$.
121. Кисень масою $m = 1\text{кг}$ знаходиться при температурі $T = 290\text{К}$. Знайти: 1) внутрішню енергію молекул кисню; 2) середню кінетичну енергію обертального руху молекул кисню. Газ вважати ідеальним.
122. У закритій посудині знаходиться суміш азоту масою $m_1 = 56\text{г}$ та кисню масою $m_2 = 64\text{г}$. Знайти зміну внутрішньої енергії цієї суміші, якщо її охолодили на 20°С .
123. Вважаючи азот ідеальним газом, знайти його питому теплоємність: 1) для ізобарного процесу; 2) для ізохорного процесу.
124. Знайти питомі теплоємності c_V і c_p , якщо відомо, що певний газ за нормальних умов має питомий об'єм $\nu = 0,7\text{м}^3/\text{кг}$. Який це газ?
125. Знайти показник адіабати γ для суміші газів, що містить гелій масою $m_1 = 8\text{г}$ та водень масою $m_2 = 2\text{г}$.
126. Кисень масою $m = 32\text{г}$ знаходиться в закритій посудині під тиском $p = 0,1\text{МПа}$ та при температурі $T = 290\text{К}$. Після нагрівання тиск газу збільшився в 4 рази. Знайти: 1) об'єм посудини; 2) температуру, до якої нагріли газ; 3) кількість теплоти, переданої газу.
127. Знайти кількість теплоти, переданої газу, якщо в процесі ізохорного нагрівання кисню об'ємом $V = 20\text{л}$ його тиск змінився на $\Delta p = 100\text{кПа}$.
128. Двохатомний ідеальний газ ($\nu = 2\text{моль}$) нагрівають при постійному об'ємі до температури $T_1 = 289\text{К}$. Знайти кількість теплоти, яку необхідно передати газу, щоб збільшити його тиск в $n = 3$ рази.
129. Азот масою $m = 280\text{г}$ розширюється в результаті ізобарного процесу при тиску $p = 1\text{МПа}$. Знайти: 1) роботу розширення; 2) кінцевий об'єм газу,

якщо на розширення затрачена теплота $Q = 5 \text{ кДж}$, а початкова температура азоту $T_1 = 290 \text{ К}$.

130. Кисень об'ємом $V = 1 \text{ л}$ знаходиться під тиском $p = 1 \text{ МПа}$. Знайти, яку кількість теплоти потрібно передати газу, щоб: 1) збільшити його об'єм у два рази в результаті ізобарного процесу; 2) збільшити його тиск у два рази в результаті ізохорного процесу.
131. Азот масою $m = 50 \text{ г}$ знаходиться при температурі $T_1 = 280 \text{ К}$. У результаті ізохорного охолодження його тиск зменшився у два рази, а потім у результаті ізобарного розширення температура газу в кінцевому стані стала рівною початковій. Знайти: 1) роботу, виконану газом; 2) зміну внутрішньої енергії газу.
132. У балоні об'ємом 50 л міститься повітря під тиском 25 атм . Повітря випускається з балону, причому тиск його спадає до 1 атм , а температура підтримується незмінною. Знайти роботу розширення.
133. 200 г азоту розширюються ізотермічно при температурі 7° С , причому об'єм газу збільшився у два рази. Знайти: 1) зміну внутрішньої енергії газу, 2) роботу при розширенні газу; 3) кількість теплоти, отриману газом.
134. 10 г водню нагріли на 200° , причому було передано $3,35 \cdot 10^4 \text{ Дж}$ теплоти. Знайти зміну внутрішньої енергії газу і виконану ним роботу.
135. Азот нагрівався при сталому тиску, причому йому було надано $2,1 \cdot 10^4 \text{ Дж}$ теплоти. Яку роботу виконав при цьому газ? Якою була зміна його внутрішньої енергії?
136. Знайти відношення c_p/c_v для суміші газів, що складається з 10 г гелію і 4 г водню.
137. 20 г кисню були стиснуті адіабатно, в результаті чого внутрішня енергія газу збільшилася на 8360 Дж і температура газу стала рівною 637° С . Знайти: 1) на скільки підвищилася температура газу при стисненні; 2) чому став рівний тиск газу, якщо початковий тиск був 2 атм .
138. Газ здійснює цикл Карно. Температура охолоджувача дорівнює 17° С . У скільки разів збільшиться к.к.д циклу, якщо температура нагрівача підвищиться від 127° С до 347° С ?
139. Змішано 5 кг води при температурі 10° С з 8 кг води при температурі 80° С . Знайти: 1) температуру суміші, 2) зміну ентропії, що відбувається при змішуванні.

140. Дві краплі ртуті радіусом 1 мм злилися в одну велику краплю. Яка кількість енергії виділяється при цьому злитті?
141. Знайти постійні a та b рівняння Ван-дер-Ваальса для вуглекислого газу за його критичним тиском $p_k = 71,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$ та температурою $t_k = 31,1^\circ \text{ C}$.
142. Кисень ($\nu = 10 \text{ моль}$) знаходиться в посудині об'ємом $V = 5 \text{ л}$. Визначити: 1) внутрішній тиск газу; 2) власний об'єм молекул. Поправки a і b прийняти рівними відповідно $0,136 \text{ Н} \cdot \text{м}^4 / \text{моль}^2$ і $3,17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль}$.
143. У посудині ємністю $V = 10 \text{ л}$ знаходиться азот масою $0,25 \text{ кг}$. Визначити: 1) внутрішній тиск p газу; 2) власний об'єм V молекул.
144. Визначити тиск p , який чинить 1 моль кисню (реальний газ), якщо він займає об'єм $V = 0,5 \text{ л}$ при температурі $T = 300 \text{ К}$.
145. У посудині ємністю $V = 0,3 \text{ л}$ знаходиться вуглекислий газ, що містить кількість речовини $\nu = 1 \text{ моль}$ при температурі $T = 300 \text{ К}$. Визначити тиск p газу: 1) за рівнянням Менделєєва-Клапейрона; 2) за рівнянням Ван-дер-Ваальса.
146. Тиск p кисню (реальний газ) дорівнює 7 МПа , його густина $\rho = 100 \text{ кг/м}^3$. Знайти температуру T кисню.
147. У скільки разів концентрація $n_{кр}$ молекул азоту в критичному стані більша концентрації n_0 молекул за нормальних умов?
148. Знайти критичний об'єм $V_{кр}$ речовин: 1) кисню масою $m = 0,5 \text{ г}$; 2) води масою $m = 1 \text{ г}$.
149. Знайти коефіцієнт дифузії гелію при температурі $T = 17^\circ \text{ C}$ і тиску $p = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Ефективний діаметр атома гелію обчислити, вважаючи відомими для гелію T_k і p_k .
150. Знайти радіус R краплі спирту, що витікає з вузької вертикальної трубки радіусом $r = 1 \text{ мм}$. Вважати, що в момент відриву крапля сферична. Поверхневий натяг спирту $\sigma = 22 \text{ мН/м}$, а його густина $\rho = 0,8 \text{ г/см}^3$.
151. Вважаючи процес утворення мильної бульбашки ізотермічним, знайти роботу A , яку потрібно виконати, щоб збільшити її діаметр від $d_1 = 6 \text{ мм}$ до $d_2 = 60 \text{ мм}$. Поверхневий натяг мильної бульбашки вважати рівним $\sigma = 40 \text{ мН/м}$.

152. Дві краплі води радіусом $r = 1\text{ мм}$ кожна з'єднались в одну велику краплю. Вважаючи процес ізотермічним, знайти зменшення поверхневої енергії при цьому з'єднанні, якщо поверхневий натяг води $\sigma = 73\text{ мН/м}$.
153. Тиск повітря всередині мильної бульбашки на $\Delta p = 200\text{ Па}$ більший атмосферного. Знайти діаметр d бульбашки. Поверхневий натяг мильного розчину $\sigma = 40\text{ мН/м}$.
154. Повітряна бульбашка діаметром $d = 0,02\text{ мм}$ знаходиться на глибині $h = 25\text{ см}$ під поверхнею води. Знайти тиск повітря в цій бульбашці. Атмосферний тиск вважати нормальним. Поверхневий натяг води $\sigma = 73\text{ мН/м}$, а її густина $\rho = 1\text{ г/см}^3$.
155. Вертикальний капіляр занурений у воду. Знайти радіус кривизни меніска, якщо висота стовпа води в трубці $h = 20\text{ мм}$. Густина води $\rho = 1\text{ г/см}^3$, поверхневий натяг $\sigma = 73\text{ мН/м}$.
156. Капіляр внутрішнім радіусом $0,5\text{ мм}$ опущений у рідину. Знайти масу рідини, яка піднялась у капілярі, якщо її поверхневий натяг $\sigma = 60\text{ мН/м}$.
157. У капілярі діаметром $d = 100\text{ мкм}$ вода піднімається на висоту $h = 30\text{ см}$. Знайти поверхневий натяг води, якщо її густина $\rho = 1\text{ г/см}^3$.
158. Широке коліно U -подібного манометра має діаметр $d_1 = 2\text{ мм}$, вузьке – $d_2 = 1\text{ мм}$. Знайти різницю Δh рівнів ртуті в обох колінах, якщо поверхневий натяг ртуті $\sigma = 0,5\text{ Н/м}$, густина ртуті $\rho = 13,6\text{ г/см}^3$, а крайовий кут $\psi = 138^\circ$.
159. У рідину нижніми кінцями опущені дві вертикальні капілярні трубки з діаметрами каналів, рівними $0,05\text{ см}$ і $0,1\text{ см}$. Різниця рівнів рідини в трубках дорівнює $11,6\text{ мм}$. Густина рідини $0,8\text{ г/см}^3$. Знайти коефіцієнт поверхневого натягу рідини.
160. Широке коліно U -подібного ртутного манометра має діаметр 4 см , вузьке $0,25\text{ см}$. Різниця рівнів ртуті в обох колінах дорівнює 200 мм . Знайти тиск, виражений в мм рт.ст. , прийнявши до уваги поправку на капілярність.

7. ТАБЛИЦІ ОСНОВНИХ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН

Основні фізичні константи

	Назва	Значення констант в одиницях СІ
1.	Швидкість світла у вакуумі	$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$
2.	Гравітаційна стала	$G = 6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
3.	Число (стала) Авогадро	$N_A = 6,0249 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
4.	Абсолютний нуль температур	$0\text{K} = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$
5.	Нормальне прискорення сили тяжіння	$g = 9,80665 \text{ м/с}^2$
6.	Мольний об'єм ідеального газу за нормальних фізичних умов (0°C і 101325 Н/м^2)	$V = 22,4207 \text{ м}^3 / \text{кмоль}$
7.	Універсальна газова стала	$R = 8,31696 \text{ Дж}/(\text{кмоль} \cdot \text{град})$
8.	Стала Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
9.	Густина води (максимальна при $t = 3,98 \text{ }^\circ\text{C}$ і $p = 101325 \text{ Н/м}^2$)	$\rho = 999,973 \text{ кг/м}^3$
10.	Густина сухого повітря при $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ і $p = 101325 \text{ Н/м}^2$	$\rho = 1,293 \text{ кг/м}^3$
11.	Густина ртуті при $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ і $p = 101325 \text{ Н/м}^2$	$\rho = 13596,04 \text{ кг/м}^3$
12.	Швидкість звуку: – в сухому повітрі ($t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$) – у воді ($t = 13 \text{ }^\circ\text{C}$)	$v = 331,36 \text{ м/с}$ $v = 1440 \text{ м/с}$

Деякі астрономічні величини

Астрономічна одиниця довжини (а.о.) – середня відстань від Землі до Сонця,
 $1 \text{ а.о.} = 1,4960 \cdot 10^{11} \text{ м}$.

Парсек, $1 \text{ пс} = 3,0856 \cdot 10^{16} \text{ м}$.

Світловий рік, $1 \text{ св.рік} = 9,4605 \cdot 10^{15} \text{ м}$.

Час, за який світло проходить відстань в 1 а.о., дорівнює 498,99 с.

Радіус Сонця $R = 6,9598 \cdot 10^8 \text{ м}$.

Маса Сонця $M = 1,989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$.

Радіус Землі $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$

Маса Землі $M = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ кг}$

Радіус Місяця $R = 1737,9 \text{ км}$.

Маса Місяця $M = 7,349 \cdot 10^{22} \text{ кг}$.

Середня густина Місяця $\rho = 3,34 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

Прискорення сили тяжіння на поверхні Місяця $g = 1,62 \text{ м/с}^2$

Середня відстань від Землі до Місяця $3,844 \cdot 10^8 \text{ м}$

Густина речовин, 10^3 кг/м^3 (760 мм.рт.ст., $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$)

Речовина	ρ	Речовина	ρ
Хімічні елементи		Хімічні елементи	
Алюміній	2,70	Нікель	8,6-8,9
Аргентум	10,5	Платина	21,37
Аурум	19,3	Плюмбум	11,342
Германій	5,46	Титан	4,5
Індій	7,28	Уран	18,7
Карбон (алмаз)	3,52	Ферум	7,87
Карбон (графіт)	2,25	Хром	7,1
Купрум	8,93	Цинк	6,92
Натрій	0,9712	Цирконій	6,44
Дерево (сухе)		Мінерали	
Бальза (коркове)	0,11-0,14	Алмаз	3,01-3,52
Береза	0,51-0,77	Вугілля (антрацит)	1,4-1,8
Верба	0,40-0,60	Глина	1,8-2,6
Груша	0,61-0,73	Граніт	2,64-2,76
Дуб	0,60-0,90	Крейда	1,9-2,8
Залізне (бакаут)	1,17-1,33	Сіль кам'яна	2,18
Клен	0,62-0,75	Інші речовини	
Сосна:		Лід	0,917
– біла	0,55-0,50	Папір	0,7-1,15
– звичайна	0,37-0,50	Цукор	1,59
Тополя	0,37-0,50	Скло звичайне	2,4-2,8
Яблуня	0,66-0,84	Сніг	0,12
Деякі рідини		Гази, кг/м^3	
Ацетон	0,792	Азот	1,2505
Бензин	0,68-0,72	Аргон	1,7839
Гліцерин	1,62	Ацетилен	7,1709
Гас	0,82	Водень:	0,08987
Молоко	1,03	– бромистий	3,664
Морська вода	1,01-1,05	– сульфід	1,5392
Нафта	0,81-0,85	– хлористий	1,6391
Олія:		Вуглекислий газ	1,9768
– грецького горіха	0,917	Гелій	0,1785
– кукурудзяна	0,921-0,928	Етилен	1,260
– оливкова	0,915-0,920	Кисень	1,4290
– рапсова	0,913-0,917	Метан	0,7168
– соєва	0,924-0,927	Неон	0,8999
– соняшникова	0,924-0,926	Озон	2,22
Спирт:		Повітря	1,2928
– метиловий	0,7928	Пропан	2,0037
– етиловий	0,7893	Фтор	1,695
		Хлор	3,22

Пружні властивості матеріалів

Матеріал	$E, 10^{10} \text{ Н/м}^2$	$G, 10^{10} \text{ Н/м}^2$	μ
Алюміній	6,3-7,0	2,5-2,6	0,32-0,36
Бетон	1,5-4,0	0,7-1,7	0,1-0,15
Граніт, мармур	3,5-5,0	1,4-4,4	0,1-0,15
Залізо лите	10-13	3,5-5,3	0,23-0,31
Каучук	0,0008	0,0003	0,46
Мідь			
холоднотягнута	12,7	4,8	0,33
Нікель	20,2	7,7	0,3
Олово	4,06-5,86	1,64-4,78	0,33
Платина	14,7	6,09	0,387
Плексиглас	0,525	0,148	0,35
Свинець	1,62	0,562	0,446
Срібло	8,05	2,59	0,38-0,407
Сталь	20-21	7,9-8,1	0,25-0,33
Титан	11,6	4,4	0,32
Цинк	12,7	3,6	0,25
Цирконій	7,52	3,35	0,26

Коефіцієнти тертя ковзання

Дотичні поверхонь	μ
Бронза по бронзі	0,2
Бронза по сталі	0,18
Гума (шини) по твердому ґрунту	0,4-0,6
Дерево сухе по сухому дереву	0,25-0,5
Дерев'яні санки по снігу і льоду	0,03-0,04
Те ж, але санки оббиті залізом	0,02
Колесо із сталевим бандажем по сталевій рейці	0,16
Підшипник ковзання при змащенні	0,02-0,08
Сталь по льоду	0,02-0,03
Тверде тіло по льоду	0,02-0,03

Швидкість поширення звукових хвиль, м/с

Речовина	У стержні	Речовина	У стержні
Алюміній	5080	Свинець	1200
Граніт	3950	Срібло	2640
Дерево (дуб)	4050	Сталь	5050
Залізо	5170	Цинк	3810
Лід	3280	Вода звичайна	1497
Мідь	3710	Вода морська	1530
Нікель	4785	Газ	1295
Платина	2800		

Співвідношення між температурними шкалами

Шкала	Позначення	Точка плавлення льоду	Точка кипіння води	Інтервал
Абсолютна	$T, ^\circ K$	273,16	373,16	100
Цельсія	$t, ^\circ C$	0	100	100
Реомюра	$t, ^\circ R$	0	80	80
Фаренгейта	$t, ^\circ F$	32	212	180

Питома теплоємність ($20^\circ C$)

Назва	$c_p, \text{кДж}/(\text{кг К})$	Назва	$c_p, \text{кДж}/(\text{кг К})$
Азот	1	Лід(вода)	4,19
Алюміній	0,88	Мідь	0,39
Бетон	0,838	Молоко	3,94
Вода	4,19	Нікель	0,46
Водень	14,2	Олово	0,23
Водяна пара	2	Оргскло	1,4246-1,5503
Гас	2,09	Папір, картон	1,5084
Гелій	5,2	Повітря	1
Гліцерин	2,43	Ртуть	0,138
Граніт	0,65364	Свинець	0,13
Залізо	0,45	Скло віконне	0,8855
Золото	0,05447	Сіль кам'яна	0,92
Кисень	0,92	Спирт	2,47
Корок	1,7598	Срібло	0,9846
Крейда	0,8799	Сталь	0,46

Коефіцієнти поверхневого натягу

Речовина	Формула	$t, ^\circ C$	$\sigma, 10^{-3} \text{Н}/\text{м}$
Азот зріджений	N_2	-196	8,3
Гас	—	0	28,9
Гелій зріджений	He	-271,6	0,354
Гліцерин	$C_3H_8O_3$	18	64,7
Етиловий спирт	C_2H_6O	20	22,03
Кров	—	37,0	45,4
Метилловий спирт	CH_4O	20	23,02
Нафта	—	20	26,0
Оцтова кислота	$C_2H_4O_2$	20	23,46
Олія оливкова	—	18	33,06
Олія соняшникова	—	20	34,54

Поверхневий натяг води при різних температурах

$t, ^\circ\text{C}$	$\sigma, 10^{-3} \text{ Н/м}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\sigma, 10^{-3} \text{ Н/м}$
0	75,62	90	60,68
10	74,11	100	58,80
20	72,58	120	54,9
30	71,03	150	48,63
40	69,41	180	42,25
50	67,79	210	35,4
60	66,04	240	28,57
70	64,27	300	14,40
80	62,50	370	0,47

Питома теплота згорання палива, МДж/кг

Паливо	q
Антрацит (марки А)	32-34
Дрова	8,4-10,5
Кам'яне вугілля	31-32
Ядерне паливо	$7,4 \cdot 10^7$
Бензин	44,47
Дизельне паливо	42-43
Етиловий спирт	27,2
Водень	142
Природний газ	10,2

Діаметри деяких молекул, 10^{-10} м

Молекула	Діаметр	Молекула	Діаметр
N_2	3,70	O_2	3,56
Ar_2	3,60	CH_4	4,44
H_2O	3,50	CO	3,70
H_2	2,50	CO_2	4,54
He_2	2,15	Cl_2	5,44

Поправки Ван-дер-Ваальса

Речовина	$a, \frac{\text{Дж} \cdot \text{м}^3}{\text{моль}^2}$	$b, \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$	Речовина	$a, \frac{\text{Дж} \cdot \text{м}^3}{\text{моль}^2}$	$b, \frac{\text{м}^3}{\text{моль}}$
Азот	0,136	4,0	Водяна пара	0,554	3,0
Аргон	0,132	3,0	Вуглекислий газ	0,364	4,3
Водень	0,0245	26,653	Кисень	0,137	3,0

Критичні значення температури та тиску

Речовина	T_k, K	p_k, MPa	Речовина	T_k, K	p_k, MPa
Азот	126	3,4	Вуглекислий газ	304	7,4
Аргон	151	4,87	Гелій	5,2	0,23
Водень	33	128	Кисень	154,78	5,01
Водяна пара	647	21,8	Хлор	417	7,71

Температура плавлення, температура кипіння, питома теплота плавлення, питома теплота пароутворення

Речовина	Температура плавлення $t, ^\circ C$	Температура кипіння $t, ^\circ C$	Питома теплота плавлення, $q, MJ/kg$	Питома теплота пароутворення, $r, MJ/kg$
Ag	960,8	2112	0,104352	2,351852
Al	660,1	2447	0,396296	10,48928
Au	1063	2700	0,064822	1,644670
Cr	1903	2642	0,280769	6,711538
Cu	1083,0	2595	0,203281	4,750000
Fe	1535	–	0,276785	–
Ge	937,2	2830	0,408219	4,575342
He	-269,7	-268,94	0,005225	0,020925
Hg	-38,36	356,73	0,011418	0,294813
I	113,6	182,8	0,124173	0,328425
Na	97,82	890	0,113130	3,871304
Ni	1453	2800	0,301694	6,450847
Pb	327,3	1751	0,023053	0,867149
Si	1423	2355	1,660714	14,089286

Теплопровідність речовини ($0^\circ C$)

Речовина	$\lambda, W/(m \cdot K)$	Речовина	$\lambda, W/(m \cdot K)$
Алюміній	205,0	Повітря	0,026
Вода	0,58	Свинець	34,8
Дерево	0,17	Скло	0,74
Ебоніт	0,16	Смола	0,52
Залізо	62,0	Цегляна кладка	0,84

Значення синусів і тангенсів

Градуси	Синуси	Тангенси	Градуси	Синуси	Тангенси
0	0,0000	0,0000	46	0,7193	1,036
1	0,0175	0,0175	47	0,7314	1,072
2	0,0349	0,0349	48	0,7431	1,111
3	0,0523	0,0524	49	0,7547	1,150
4	0,0698	0,0699	50	0,7660	1,192
5	0,0872	0,0875	51	0,7771	1,235
6	0,1045	0,1051	52	0,7880	1,280
7	0,1219	0,1228	53	0,7986	1,327
8	0,1392	0,1405	54	0,8090	1,376
9	0,1564	0,1584	55	0,8192	1,428
10	0,1736	0,1763	56	0,8290	1,483
11	0,1908	0,1944	57	0,8387	1,540
12	0,2079	0,2126	58	0,8480	1,600
13	0,2250	0,2309	59	0,8572	1,664
14	0,2419	0,2493	60	0,8660	1,732
15	0,2588	0,2679	61	0,8746	1,804
16	0,2756	0,2867	62	0,8829	1,881
17	0,2924	0,3057	63	0,8910	1,963
18	0,3090	0,3249	64	0,8988	2,050
19	0,3256	0,3443	65	0,9063	2,145
20	0,3420	0,3640	66	0,9135	2,246
21	0,3584	0,3839	67	0,9205	2,356
22	0,3746	0,4040	68	0,9272	2,475
23	0,3907	0,4245	69	0,9336	2,605
24	0,4067	0,4452	70	0,9397	2,747
25	0,4226	0,4663	71	0,9455	2,904
26	0,4384	0,4877	72	0,9511	3,078
27	0,4510	0,5095	73	0,9563	3,271
28	0,4695	0,5317	74	0,9613	3,487
29	0,4818	0,5543	75	0,9659	3,732
30	0,5000	0,5574	76	0,9703	4,011
31	0,5150	0,6009	77	0,9744	4,331
32	0,5299	0,6249	78	0,9781	4,705
33	0,5446	0,6494	79	0,9816	5,145
34	0,5592	0,6745	80	0,9848	5,671
35	0,5736	0,7002	81	0,9877	6,314
36	0,5878	0,7256	82	0,9903	7,115
37	0,6018	0,7536	83	0,9925	8,114
38	0,6157	0,7813	84	0,9945	9,514
39	0,6293	0,8098	85	0,9962	11,34
40	0,6428	0,8391	86	0,9976	14,30
41	0,6561	0,8693	87	0,9986	19,08
42	0,6691	0,9004	88	0,9994	28,64
43	0,6820	0,9325	89	0,9998	57,29
44	0,6947	0,9657	90	1,000	∞
45	0,7071	1,0000			