

ЛІТЕРАТУРА



НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА

Міністерство освіти і науки України

Тернопільський національний технічний
університет імені Івана Пулюя

Кафедра фізики

**ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ
КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ.
ГЕОМЕТРИЧНА,
ХВИЛЬОВА ТА
КВАНТОВА ОПТИКА.
АТОМНА ТА ЯДЕРНА
ФІЗИКА**

**Методичні вказівки
до самостійної роботи студентів
із розв'язування задач**

Тернопіль

2015

Електромагнітні коливання та хвилі. Геометрична, хвильова та квантова оптика. Атомна та ядерна фізика: Методичні вказівки до самостійної роботи студентів із розв'язування задач / В.І. Кульчицький, О.А. Сіткар, укладачі. – Тернопіль: Вид-во ТНТУ імені Івана Пулюя, 2015. – 105 с.

Навчально-методичний посібник містить вказівки до самостійної роботи студентів із розв'язування задач із розділів «Електромагнітні коливання та хвилі», «Геометрична та хвильова оптика», «Квантова оптика», «Атомна фізика», «Фізика атомного ядра та елементарних частинок» курсу «Фізика» для стаціонарної та заочної форм навчання у ТНТУ імені Івана Пулюя за навчальними планами підготовки бакалаврів з напрямку 6.050101 – комп'ютерні науки. У посібнику викладено короткі теоретичні відомості із розділів «Електромагнітні коливання та хвилі», «Геометрична та хвильова оптика», «Квантова оптика», «Атомна фізика», «Фізика атомного ядра та елементарних частинок» курсу «Фізика», розроблено методичні вказівки та приклади розв'язування задач з детальним поясненням, подані деякі довідникові матеріали, перелік задач для самостійної роботи, основну та додаткову літературу.

Пропоноване видання є четвертою складовою частиною навчально-методичного посібника для студентів інженерних спеціальностей вищих навчальних закладів, яка призначена для самостійного оволодіння студентами практичними навичками із розв'язування задач.

Навчально-методичний посібник можуть використовувати при вивченні курсу фізики студенти напрямку 6.050101 – «Комп'ютерні науки».

Укладачі: – канд. пед. наук, доцент кафедри фізики Віктор Кульчицький,
– канд. тех. наук, ст. викладач кафедри фізики Оксана Сіткар.

Рецензенти – докт. фіз.-мат. наук, професор кафедри фізики Леонід Дідух;
канд. фіз.-мат. наук, доцент кафедри фізики Богдан Ковалюк.

Рекомендовано до друку на засіданні кафедри фізики ТНТУ імені Івана Пулюя, протокол № 1 від 29 серпня 2014 р.

Схвалено на засіданні методичної ради факультету по роботі з іноземними студентами ТНТУ імені Івана Пулюя, протокол № від 2014 р.

Зміст	
Вступ	3
1. Зміст дисципліни	6
2. Рекомендована література	
2.1. Основна література	7
2.2. Додаткова література	8
3. Розділ 1. Електромагнітні коливання та хвилі	
§1 Теоретичний довідник	9
§2. Приклади розв'язування задач	17
§3. Задачі для самостійного розв'язування	20
4. Розділ 2. Розділ 2. Геометрична та хвильова оптика	
§1 Теоретичний довідник	31
§2. Приклади розв'язування задач	44
§3. Задачі для самостійного розв'язування	48
5. Розділ 3. Квантова оптика	
§1 Теоретичний довідник	58
§2. Приклади розв'язування задач	67
§3. Задачі для самостійного розв'язування	71
6. Розділ 4. Елементи квантової механіки атомів та молекул	
§1 Теоретичний довідник	79
§2. Приклади розв'язування задач	87
§3. Задачі для самостійного розв'язування	89
7. Розділ 5. Фізика атомного ядра та елементарних частинок	
§1 Теоретичний довідник	90
§2. Приклади розв'язування задач	100
§3. Задачі для самостійного розв'язування	103
8. Таблиці основних фізичних величин	105

ВСТУП

До навчальних планів підготовки бакалаврів галузі знань 0501 – інформатика та обчислювальна техніка, напряму підготовки: 6.050101 – комп'ютерні науки включено «Фізику» як обов'язкову навчальну дисципліну, оскільки оволодіння фізичними знаннями дає змогу майбутнім інженерам успішно засвоювати спеціальні дисципліни та використовувати у подальшому здобуті фізичні знання на виробництві.

З метою формування предметних компетентностей студентів з фізики передбачено виконання ними самостійних розрахункових робіт. Це індивідуальні завдання, виконання яких має за мету закріплення навичок самостійного розв'язування студентами текстових та графічних фізичних задач. Розв'язування й аналіз задач дозволяє студентам зрозуміти та запам'ятати основні закони фізики, сформувані уявлення про характерні особливості й межі (границі) їх застосування. Уміння розв'язувати задачі є безпомилковим критерієм оцінки глибини засвоєння програмного матеріалу.

На допомогу студентам у виконанні самостійних розрахункових робіт розроблено цей навчально-методичний посібник, який містить короткі теоретичні відомості з кожного розділу фізики, методичні вказівки та приклади розв'язування задач з детальним поясненням, деякі довідкові матеріали, перелік задач для самостійної роботи, основну та додаткову літературу.

Пропоноване видання «Електромагнітні коливання та хвилі. Геометрична, хвильова та квантова оптика», «Атомна фізика», «Фізика атомного ядра та елементарних частинок» є четвертою складовою частиною навчально-методичного посібника для студентів інженерних спеціальностей вищих навчальних закладів, яка призначена для самостійного оволодіння студентами практичними навичками розв'язування задач із розділів «Електромагнітні коливання та хвилі», «Геометрична та хвильова оптика», «Квантова оптика», «Атомна фізика», «Фізика атомного ядра та елементарних частинок».

Під час виконання самостійних розрахункових робіт необхідно дотримуватись наступних правил:

- 1) опрацювати теоретичний матеріал з відповідних розділів фізики;
- 2) уважно ознайомитися з прикладами розв'язання типових задач з даних тем;
- 3) роботу виконувати у зошиті;
- 4) на титульній сторінці вказати назву дисципліни, прізвище, ім'я та по-батькові студента;
- 5) роботи виконувати акуратно, залишаючи поля для заміток викладача, кожну задачу починати з нової сторінки;
- 6) умову задачі свого варіанту переписати повністю; провести після слова «дано» її скорочений запис, залишаючи місце для табличних даних; перевести числові значення в СІ; шукані величини записати зі знаком питання;
- 7) після слова «аналіз» акуратно і чітко виконати рисунок чи графік для пояснення розв'язку задачі;
- 8) розв'язок задачі обов'язково супроводжувати детальним поясненням кожної формули; перетворення проводити до отримання кінцевої формули, у лівій частині якої знаходиться шукана величина, а у правій величини, які задані в умові задачі;
- 9) після слова «обчислення» підставити числові значення фізичних величин у розрахункову формулу; точність отриманої відповіді не повинна перевищувати тієї точності, з якою задані величини, що зустрічаються в обчисленні;
- 10) одержавши шукану величину, проаналізувати її, щоб переконатися, що вона відповідає умові задачі.

У посібнику наведено таку кількість задач, яка охоплює практично всю програму з розділів «Електромагнітні коливання та хвилі», «Геометрична та хвильова оптика», «Квантова оптика», «Атомна фізика», «Фізика атомного ядра та елементарних частинок» і дає змогу кожному студенту працювати за окремим варіантом. Запропоновано приблизно однакові за складністю варіанти, кожен з яких складається з 10 задач. Номер варіанту для студента визначає викладач.

ЗМІСТ ДИСЦИПЛІНИ

Відповідно до діючих навчальних програм підготовки бакалаврів, студенти, вивчаючи фізику, повинні засвоїти наведений нижче матеріал з розділів «Електромагнітні коливання та хвилі», «Геометрична та хвильова оптика», «Квантова оптика».

Номер лекції	Перелік змістовних модулів, тем лекцій, їх анотації
Змістовний модуль 13. Електромагнітні коливання і хвилі. закони змінного струму	
24	Тема 25. Електромагнітні коливання в контурі. Електромагнітні коливання в контурі. Змінний струм. Потужність в колі змінного струму.
25	Тема 26. Рівняння Максвелла Струми зміщення. Рівняння Максвелла в інтегральній формі і їх фізичний зміст. Тема 27. Властивості електромагнітних хвиль Основні властивості електромагнітних хвиль. Вектор Умова-Пойнтінга. Шкала електромагнітних хвиль.
Змістовний модуль 14. Геометрична та хвильова оптика	
26	Тема 27. Закони геометричної оптики. Інтерференція Предмет оптики. Закони геометричної оптики. Принцип Ферма. Когерентність і монохроматичність світлових хвиль. Інтерференція світла і методи її спостереження. Інтерферометри.
27	Тема 28. Дифракція світла. Дифракція світла. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Дифракція світла на щілині. Лінійна дифракційна ґратка. Роздільна здатність оптичних приладів. Принципи голографії. Тема 29. Дисперсія світла. Поляризація. Дисперсія світла в речовині. Призматичний спектрограф. Зв'язок дисперсії з поглинанням. Закон Бугера для поглинання. Природне і поляризоване світло. Поляризація світла при відбиванні. Подвійне променезаломлення. Призма Ніколя. Штучна оптична анізотропія. Обертання площини поляризації.
Змістовний модуль 15. Квантова оптика	
28	Тема 30. Закони теплового випромінювання. Теплові джерела світла. Закон Кірхгофа. Розподіл енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла. Квантова гіпотеза. Закони Стефана-Больцмана і Віна. Оптична пірометрія.
29	Тема 31. Закони фотоэффекту. Закони фотоэффекту. Короткохвильова межа Х-випромінювання. Фотони. Тиск світла. Корпускулярно-хвильова єдність для випромінювання.

Змістовний модуль 16. Елементи квантової механіки атомів та молекул	
30	Тема 32. Хвильові властивості частинок. Рівняння Шредінгера. Хвильові властивості частинок. Співвідношення невизначенностей. Хвильова функція. Рівняння Шредінгера. Задача про електрон в потенціальній ямі.
31	Тема 33. Атом водню в квантовій механіці. Атом водню в квантовій механіці. Спін електрона. Принцип Паулі і розподіл електронів в атомах по оболонках. Тема 34. Молекулярні спектри. Лазери. Молекулярні спектри. Поглинання, спонтанне і вимушене випромінювання. Лазери.
Змістовний модуль 17. Елементи квантової фізики твердих тіл	
32	Тема 35. Квантова теорія теплоємності. Сили зв'язку і внутрішня структура твердих тіл. Квантова теорія теплоємності кристалічної ґратки. Фонони.
33	Тема 36. Енергетичні зони в кристаллах. Енергетичні зони в кристалах і поділ твердих тіл на класи (метали, діелектрики, напівпровідники). Електрони в металах. Рівень Фермі. Пояснення надпровідності.
	Тема 37. Елементи фізики напівпровідників. Власна і домішкова провідність напівпровідників. Фотопровідність. Люмінесценція твердих тіл. Контактні явища.
Змістовний модуль 18. Елементи фізики атомного ядра.	
34	Тема 38. Будова атомного ядра. Будова ядра. Ядерні сили. Дефект маси і енергія зв'язку ядер. Моделі ядра. Тема 39. Радіоактивність. Радіоактивність ядер. Закон розпаду. Методи реєстрації радіоактивного випромінювання. Взаємодія радіоактивного випромінювання з речовиною. Тема 40. Ядерні реакції. Ядерні реакції. Принцип дії реактора. Проблема охорони навколишнього середовища.

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

2.1. Основна

1. Детлаф, А.А. Курс фізики [Текст] / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: ВШ, 1989.
2. Курс фізики [Текст]; за ред. І.Є.Лопатинського. – Львів: Бескид-Біт, 2002.

3. Нікіфоров, Ю.М. Фізика: конспект вибраних лекцій для студентів заочної форми навчання. Видання третє, доповнене [Текст] / Ю.М. Нікіфоров. – Тернопіль: ТНТУ, 2011. – 176 с.
4. Пундик, А.В. Курс фізики: опорний конспект лекцій для студентів заочної форми навчання (електрика та магнетизм) [Текст] / А.В. Пундик. – Тернопіль: ТДТУ, 2003.
5. Савельєв, И.В. Курс общей физики [Текст] / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1982, – Т. 1 – 3.
6. Сивухин, Д.В. Общий курс физики [Текст] / Д.В. Сивухин. – М.: Наука, 1977 – 1987. – Т. 1 – 5.
7. Трофимова Т.И. Курс физики для студентов вузов [Текст] / Т.И. Трофимова. – М.: Высшая школа, 1985. – 432 с.
8. Яворський, Б.М. Курс фізики [Текст] / Б.М. Яворський. – К.: ВШ, 1972, – Т. 1 – 3.
9. Волькенштейн, В.С. Сборник задач по общему курсу физики [Текст] / В.С. Волькенштейн. – М.: Наука, 1979. – 352 с.
10. Загальний курс фізики: збірник задач [Текст] / І.П. Гаркуша, І.Т. Горбачук, В.П. Курінний та ін.; за заг. ред. І.П. Гаркуші. – К.: Техніка, 2003. – 506 с.

2.2. Додаткова

1. Бушок, Г.Ф. Курс фізики [Текст] / Г.Ф. Бушок, Г.Ф. Півень. – К.: Вища школа, 1981. – 408 с.
2. Джанколи, Дж. Физика [Текст] / Дж. Джанколи. – М.: Мир, 1989. – Т. 1, 2.
3. Матвеев, А.Н. Молекулярная физика [Текст] / А.Н. Матвеев. – М.: Высшая школа, 1987. – 360 с.
4. Пундик, А.В. Електрика та магнетизм: методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу фізики [Текст] / А.В. Пундик – Тернопіль: ТНТУ, 2010.
5. Трофимова, Т.И. Сборник задач по курсу физики [Текст] / Т.И. Трофимова. – М.: ВШ, 1991.
6. Фирганг, Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики [Текст] / Е.В. Фирганг. – М.: Высшая школа, 1978. – 352 с.
7. Чертов, А.Г. Задачник по физике: учеб. пособие для студентов вузов [Текст] / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – 5-е изд. пер. и доп. – М.: Высшая школа, 1988. – 527 с.

Розділ 1. Електромагнітні коливання та хвилі

§1. Теоретичний довідник

1.1 Коливальний розряд конденсатора

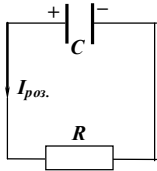


Рис. 1. 1

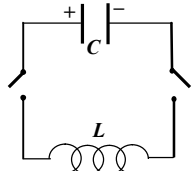


Рис. 1. 2

Розрядження зарядженого конденсатора через опір (рис. 1.1) є одностороннім процесом перетворення енергії електричного поля конденсатора.

Заміна омичного опору R на котушку індуктивності L створює коло (рис. 1.2), у якому перетворення енергії має коливальний характер внаслідок явища електромагнітної індукції (енергія електричного поля конденсатора перетворюється в енергію магнітного поля котушки і навпаки). Це веде до почергової перезарядки конденсатора з періодом (формула Томсона):

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (1.1)$$

Ідеальний контур. Коливальний контур, який складається із котушки з індуктивністю L та конденсатора з електроємністю C називають ідеальним (рис.1. 2), якщо можна знехтувати втратами енергії у контурі.

Енергія коливального LC- контуру:

$$W = W_C + W_L = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = \frac{CU_{\max}^2}{2} = \frac{LI_{\max}^2}{2},$$

де q - заряд конденсатора, I - миттєве значення струму у контурі, U - миттєве значення напруги на конденсаторі у даний момент часу.

1.2 Згасання коливань в RLC-контурі

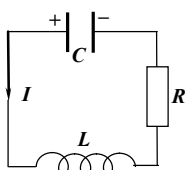


Рис. 1. 3

Реальний коливальний контур завжди містить деякий опір R , що веде до втрат електричної енергії (перетворення її у теплоту). Теоретично дослідити електричні коливання в RLC-контурі (рис. 1.3) можна на основі застосування 2-го правила Кірхгофа для миттєвих значень спадів напруги

$$U_R + U_C = \mathcal{E}_s, \quad (1.2)$$

що справджується при виконанні умови квазістаціонарності струму (миттєве значення сили струму одне і теж у кожній ділянці контуру, тобто тривалість поширення електромагнітного збурення вздовж контуру $\tau = \frac{l}{g_c}$ значно менша періоду T коливань струму). Замінивши доданки в (1.2) на величини зарядів та їх похідні згідно означень, приходимо до диференціального рівняння для величини заряду q , що зосереджується на обкладках конденсатора:

$$\ddot{q} + 2\alpha \cdot \dot{q} + \omega_0^2 \cdot q = 0, \quad (1.3)$$

де $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ і $\alpha = \frac{R}{2L}$. Розв'язком цього рівняння є

$$q(t) = q_0 \cdot e^{-\alpha t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1.4)$$

де $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ (при $\omega_0^2 > \alpha^2$). Звертаємо увагу на повну аналогію електричних коливань у **RLC**-контурі та механічних коливань пружинного маятника. Згасання коливань в **RLC**-контурі пов'язується з омичним опором R і характеризується (окрім показника згасання α) добротністю контуру Q

$$Q = \frac{\pi}{\delta} \Rightarrow Q = \frac{\omega L}{R} \quad (1.5)$$

($\delta = \alpha T$ - логарифмічний декремент згасання); добротність є великою якщо згасання мале.

1.3 Вимушені коливання в **RLC**-контурі

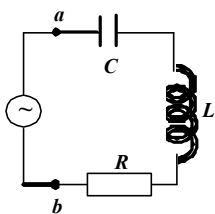


Рис. 1.4

Вимушені коливання можна спостерігати, якщо під'єднати **RLC**-ділянку до джерела змінної е.р.с. (рис. 1.4). Значення напруги U_{ab} на ділянці для будь-якого моменту часу є сумою відповідних спадів напруг

$$U_{ab} = U_R + U_L + U_C, \quad (1.6)$$

що зводить знаходження U_{ab} до задачі про додавання гармонічних коливань.

Нехай під впливом зовнішньої е.р.с. струм змінюється за гармонічним законом

$$I = I_0 \sin(\omega t) \quad (1.7)$$

і виконується умова квазістаціонарності. Тоді $U_R = I \cdot R = I_0 \cdot R \cdot \sin(\omega t) = U_{0R} \cdot \sin(\omega t)$, тому струм та напруга на опорі R коливаються в одній фазі. Напруга на ємності $U_C = \frac{q}{C}$, де $q = \int Idt = I_0 \int \sin(\omega t) dt = -\frac{I_0}{\omega} \cos(\omega t)$,

коливається з відставанням за фазою на $\pi/2$ відносно струму:

$$U_C = -\frac{I_0}{\omega C} \cos(\omega t) = \frac{I_0}{\omega C} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_{0C} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \text{ де } U_{0C} = \frac{I_0}{\omega C}.$$

Спад напруги на індуктивності є протифазою е.р.с. самоіндукції

$$U_L = -\mathcal{E}_s = L \frac{dI}{dt} = I_0 \omega L \cos(\omega t) = U_{0L} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \text{ де } U_{0L} = I_0 \omega L.$$

та випереджає за фазою на $\pi/2$ коливання струму. Амплітудне значення напруги U_0 на ділянці є результатом векторного додавання гармонічних коливань (рис. 1.5):

$$U_0 = I_0 \cdot \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (1.8)$$

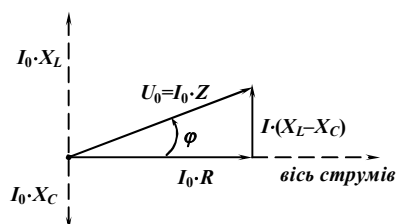


Рис. 1. 5

Співвідношення (1.8) називають **законом**

Ома для ділянки кола змінного струму, а

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad (1.9)$$

повним опором **RLC**-ділянки.

Розрізняють омичний (активний) опір R , на якому відбувається незворотне перетворення електричної енергії у теплоту, та реактивний опір, (пов'язується з індуктивністю та ємністю) - веде до виникнення зсуву фаз φ між коливаннями струму та напруги). Індуктивний опір $X_L = \omega L$ зростає з ростом частоти коливань струму, а ємнісний опір $X_C = \frac{1}{\omega C}$ зменшується з ростом цієї ж частоти.

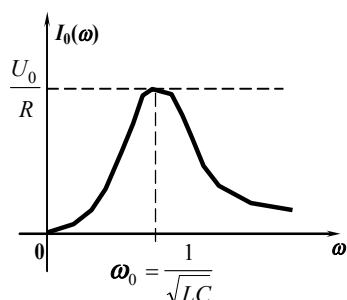


Рис. 1. 6

При певних значеннях індуктивності та ємності на ділянці кола можливий резонанс напруг (для деякої частоти значення напруги на індуктивності та на ємності взаємно компенсуються) і тоді контур веде себе як активний опір (рис. 1.6).

1.4 Змінний струм. Трансформатор

При обертанні провідної рамки, що має площу S і складається з N витків, з кутовою швидкістю ω в однорідному магнітному полі з індукцією B , у рамці збуджується е.р.с. індукції (із явища електромагнітної індукції

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BS \cos \alpha)}{dt}$$

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin(\omega t + \varphi_0),$$

яка створює змінний електричний струм із коловою частотою ω і лінійною частотою $\nu = \omega/2\pi$. Амплітудне значення е.р.с. $\mathcal{E}_m = NSB\omega$.

Зв'язок між повною напругою та напругами на елементах кола:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}.$$

Миттєве значення електричної потужності на ділянці зовнішнього кола

$$P(t) = I \cdot U = I_0 \cdot U_0 \sin(\omega t) \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad (1.10)$$

для практичних цілей усереднюють (час усереднення, як правило, перевищує період коливань T)

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) \cdot dt = \frac{I_0 \cdot U_0}{2} \cos \varphi. \quad (1.11)$$

Усереднене значення потужності подають у формі

$$\langle P \rangle = I_{ef} \cdot U_{ef} \cos \varphi, \quad (1.12)$$

де I_{ef} та U_{ef} ефективні значення струму та напруги,

$$I_{ef} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \text{та} \quad U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}, \quad (1.13)$$

які вимірюються приладами (математично, ефективне значення є середньоквадратичним значенням синусоїдального струму та напруги). Сила постійного струму, при якій у колі з активним опором R (тобто без конденсаторів і котушок індуктивності) виділяється така ж сама потужність, що й при заданому змінному струмі, називається діючим (ефективним) значенням сили змінного струму. Те ж стосується й напруги. Фазовий множник, який фігурує в (1.12),

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} \quad (1.14)$$

вказує на те, що частина потужності «коливається» між генератором і зовнішнім колом. Максимум спожитої потужності досягається при $\cos\varphi \approx 1$ (умова резонансу напруг: $X_L \approx X_C$).

Принцип дії трансформатора.

Трансформатор - це пристрій для перетворення величини напруги змінного струму, його робота ґрунтується на явищах електромагнітної індукції та самоіндукції. Він являє собою за звичай дві обмотки, що надягнуті на спільне залізне осердя.

Та обмотка, яка підключається до джерела живлення, називається первинною, а та, до якої підключають навантаження – вторинною. Якщо напруга на вторинній обмотці U_2 більша ніж на первинній U_1 , трансформатор називають підвищувальним, якщо $U_2 < U_1$ - знижувальним.

Детальна теорія роботи трансформатора досить складна. Якісно її можна пояснити так. При протіканні в первинній обмотці змінного струму у залізному осерді виникає змінний магнітний потік, який практично без втрат передається до вторинної обмотки і викликає появу в ній е.р.с. індукції. Величина магнітного потоку, який виникає при протіканні струму у первинній обмотці, прямо пропорційна кількості витків цієї обмотки N_1 , а е.р.с. у вторинній обмотці – кількості витків у ній N_2 . Оскільки обидві обмотки пронизує один і той же магнітний потік, відношення напруг на обмотках (за відсутністю навантаження вторинної обмотки) дорівнює відношенню кількостей витків у них:

$$k = \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1},$$

де \mathcal{E}_1 і \mathcal{E}_2 – ЕРС індукції у відповідних обмотках.

Коефіцієнт трансформації. Наведену вище величину k називають коефіцієнтом трансформації (не плутати з ККД!). В реальному трансформаторі кожна з обмоток має певний опір. Це призводить до втрат енергії на їх нагрівання при протіканні струму, тому тільки приблизно $\mathcal{E}_2 = U_1$ і $\mathcal{E}_2 = U_2$. З

цієї ж причини ККД реального трансформатора завжди менший за одиницю.

Зауваження. В деяких книжках коефіцієнтом трансформації називають відношення N_1/N_2 або $\mathcal{E}_1/\mathcal{E}_2$

Якщо падінням напруги на активному опорі у первинній обмотці можна знехтувати і вторинна обмотка не замкнена, то $\mathcal{E}_1 = U_1$, $\mathcal{E}_2 = U_2$ і $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2}$.

ККД трансформатора – це відношення потужності P_2 , яку отримують у вторинній обмотці, до потужності P_1 , яку підводять до первинної обмотки:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2 U_2}{I_1 U_2}$$

10.6 Поширення електричного збурення вздовж двохпровідної лінії

У довгих лініях електропередач ($l \sim 1000$ км) навіть для промислової частоти ($\nu = 50$ Гц) умова квазістаціонарності струму строго не виконується, тому сила струму в один і той же момент часу в різних частинах ділянки є не однаковою. Ми ж не відчуваємо затримки у передачі електричної енергії від генератора до споживача. Проаналізуємо механізм поширення електричної енергії вздовж двохпровідної лінії. Нехай в точці O поблизу генератора (рис. 1.7) напруженість \vec{E} електричного поля у деякий момент часу має зображений напрямок і зростає (що відображено напрямком струму зміщення $\vec{j}_{зм}$).

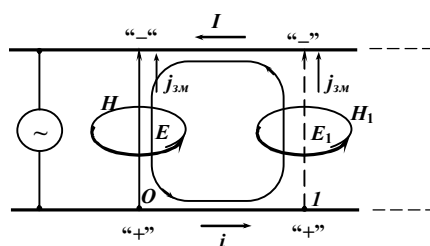


Рис. 1.7

Збуджене у цій точці магнітне поле з напруженістю \vec{H} визначається за правилом свердлика. Змінне поле \vec{H} збуджує вихрове електричне поле \vec{E}_1 , яке співпадає з напрямком індукційних струмів у лінії. У наступний момент часу суперпозиція полів \vec{E}_1 та \vec{E} в точці O стає рівною нулю і електричне збурення переходить у точку I (безмежно близьку точку простору). Подібним способом збурення передається у наступну точку 2 і т.д. Отже, електричне збурення передається вздовж провідної лінії через механізм струмів зміщення (взаємозбудження електричного і магнітного полів у просторі між

провідниками). Матеріальний об'єкт, сутністю якого є взаємопов'язані змінні електричні і магнітні поля, називають *електромагнітним полем*.

Розв'язування системи рівнянь Максвелла дозволяє розкрити основні особливості поширення електромагнітного збурення (електромагнітної хвилі) як у вакуумі так і у речовині. Таке збурення може існувати самостійно (відірвано від зарядів і струмів, які його збуджують), а сам спосіб існування робить неможливим його нерухомість у просторі (що веде до поширення електромагнітної енергії) та не вимагає наявності середовища.

1.7 Основні властивості електромагнітних хвиль

Довжина електромагнітної хвилі у вакуумі $\lambda = cT = \frac{c}{\nu}$,

де T - період коливань, ν - частота, c - швидкість поширення електромагнітних хвиль. У вакуумі $c = 3 \cdot 10^8$ м/с (швидкість світла).

Кажуть, що коливальний контур радіоприймача налаштований на частоту електромагнітної хвилі (і, відповідно, на її довжину), якщо остання співпадає із власною частотою контуру.

Для плоскої монохроматичної хвилі вектори поля \vec{E} , \vec{H} та вектор швидкості поширення $\vec{\mathcal{G}}$ утворюють трійку ортогональних векторів, пов'язану правилом свердлика (рис. 1.8), що означає поперечність хвилі і якісно впливає з попереднього прикладу двохпровідної лінії. У декартовій системі координат (рис. 1.9) рівняння електричної складової хвилі має стандартний вигляд:

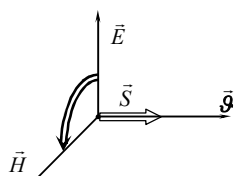


Рис. 1. 8

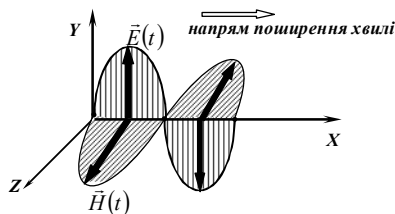


Рис. 1. 9

$$\vec{E}(t) = E_m \cdot \vec{k}_y \cdot \sin \omega \left(t - \frac{x}{\mathcal{G}} \right), \quad (1.15)$$

де фазова швидкість хвилі \mathcal{G} задається електродинамічними властивостями поля (через

електродинамічну сталу c – швидкість світла у вакуумі)

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad (1.16)$$

та властивостями середовища

$$\vartheta = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} \quad (1.17)$$

(ε і μ - електрична та магнітна проникності).

Вектори напруженостей електричного $\vec{E}(t)$ і магнітного $\vec{H}(t)$ полів коливаються синхронно (в одній фазі), а їх миттєві значення пов'язані співвідношенням

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} \cdot E = \sqrt{\mu\mu_0} \cdot H, \quad (1.18)$$

або

$$\frac{E}{B} = \vartheta, \quad (1.19)$$

у будь-якій точці простору, де поширюється електромагнітна хвиля.

Густина потоку енергії, що переноситься хвилею, задається **вектором Умова-Пойнтінга** (рис. 1. 8)

$$\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}], \quad \left(\frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}} \right) \quad (1.20)$$

або для модуля S

$$S = \omega_{em} \cdot \vartheta, \quad (1.21)$$

де

$$\omega_{em} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} \quad (1.22)$$

об'ємна густина енергії електромагнітної хвилі (Дж/м³). Для практики важливим є середнє значення густини потоку енергії (або інтенсивність хвилі)

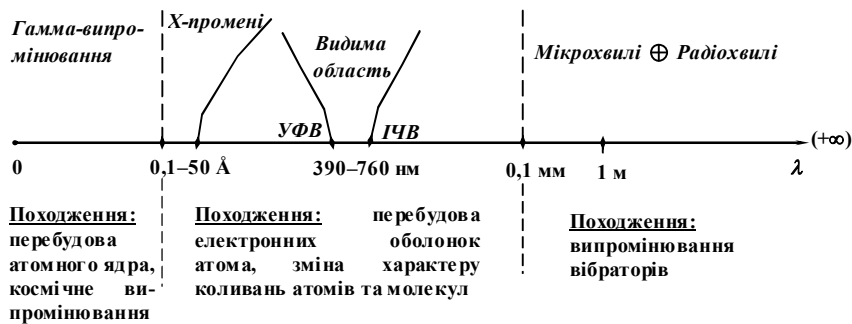
$$J = \langle S \rangle = E_m H_m \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega \left(t - \frac{x}{\vartheta} \right) \cdot dt = \bar{\omega}_{em} \cdot \vartheta, \quad (1.23)$$

$$\text{де } \bar{\omega}_{em} = \frac{E_m H_m}{2\vartheta} \quad (1.24)$$

середнє значення об'ємної густини енергії електромагнітної хвилі.

1.8 Шкала електромагнітних хвиль

Електромагнітні хвилі різної частоти або довжини класифікуються за джерелами випромінювання та особливостями взаємодії з речовиною, що схематично відображено на рис. 1.10 у значеннях довжини хвилі.



Вперше

електромагнітні хвилі вдалося генерувати і спостерігати у лабораторії Г.Герцу у 1887 р. Використання електромагнітних

Рис. 1. 10 – Спектр електромагнітного випромінювання хвиль для радіозв'язку впроваджено Г.Марконі у 1901 р.

§2. Приклади розв'язування задач

Задача 1. В ідеальному коливальному контурі з індуктивністю котушки $L = 0,2 \text{ Гн}$ амплітуда коливальних сил струму становить $I_m = 40 \text{ мА}$. Визначити енергію електричного й магнітного полів у момент, коли сила струму у 2 рази менша за її амплітудне значення.

Розв'язання: Скористаємося тим, що повну енергію коливального контуру можна визначити через максимальне значення енергії магнітного поля:

$W = W_m = \frac{LI_m^2}{2}$. Енергія ж магнітного поля на момент, коли $I_1 = \frac{I_m}{2}$, становить

$$W_m = \frac{LI_1^2}{2} = \frac{LI_m^2}{8} = \frac{0,2 \cdot (4 \cdot 10^{-2})^2}{8} = 40 \text{ мкДж}.$$

Оскільки в ідеальному контурі втрати енергії відсутні, то сумарна енергія електричного й магнітного полів контуру залишається сталою, отже

$$W_e = W - W_m = \frac{3LI_m^2}{8} = 3W_m = 120 \text{ мкДж}.$$

Відповідь: $W_m = \frac{LI_m^2}{8} = 40 \text{ мкДж}$, $W_e = \frac{3LI_m^2}{8} = 120 \text{ мкДж}$.

Задача 2. Конденсатор коливального контуру $\{LC\}$ приймача має ємність $C = 0,5 \text{ мкФ}$. На яку довжину хвилі резонує контур приймача, якщо відношення максимальних значень напруги на конденсаторі і струму у котушці при резонансі $I_m/U_m = 2B/A$?

Розв'язання: Контур резонує на хвилю, період коливань якої співпадає з власним періодом коливань контура. За законом збереження енергії:

$$CU_m^2 = LI_m^2 \Rightarrow L = C \left(\frac{U_m}{I_m} \right)^2.$$

Оскільки довжина хвилі $\lambda = \nu T$, маємо: $\lambda = 2\pi\nu\sqrt{LC} = 2\pi\nu C \left(\frac{U_m}{I_m} \right)$

Перевіримо розмірність:

$$[\lambda] = \frac{м}{с} \cdot \frac{В}{А} = \frac{м}{с} \cdot \frac{Кл}{А} = \frac{м}{с} \cdot \frac{А \cdot с}{А} = м.$$

Відповідь: $\lambda = 2\pi\nu C \left(\frac{U_m}{I_m} \right) \approx 1884 м.$

Задача 3. Знижувальний трансформатор із коефіцієнтом трансформації $k = 1/24$ увімкнений у коло з напругою $U_{10} = 120 В$. Вторинну обмотку трансформатора приєднано до навантаження, що споживає струм з амплітудою $I_{2m} = 0,5 А$. Визначити опір навантаження, якщо опір вторинної обмотки трансформатора $r = 2 Ом$.

Розв'язання: Діюча напруга на вторинній обмотці: $U_{20} = kU_{10}$.

Отже, за законом Ома маємо:

$$U_{20} = I_{20}(R + r) = \frac{I_{2m}}{\sqrt{2}}(R + r) \Rightarrow R = \frac{kU_{10}\sqrt{2}}{I_{2m}} - r.$$

Відповідь: $R = \frac{kU_{10}\sqrt{2}}{I_{2m}} - r \approx 12,1 Ом.$

Задача 3. Первинна обмотка трансформатора увімкнена у мережу з напругою $U_1 = 220 В$. При підключенні до вторинної обмотки, що має опір $r = 1 Ом$, навантаження з опором $R = 10 Ом$ у ній тече струм $I = 2 А$. Знайти коефіцієнт трансформації k та ККД η трансформатора. Втратами у первинній обмотці знехтувати.

Розв'язання: Коефіцієнт трансформації дорівнює відношенню напруг на вторинній та первинній обмотках за відсутності навантаження. (Такий режим називають режимом холостого ходу.) $k = \frac{U_2'}{U_1'}$.

Оскільки втрати у первинній обмотці відсутні, напруга на ній дорівнює напрузі в мережі: $U'_1 = U_1$.

Напругу на вторинній обмотці за відсутності навантаження дорівнює е.р.с., що індукується у ній змінним магнітним потоком: $U_2 = \mathcal{E}_2$. Тоді за законом Ома для замкнутого кола можна записати: $U'_2 = \mathcal{E}_2 = I(R + r)$, отже коефіцієнт трансформації становить:

$$k = \frac{I(R + r)}{U_1} = \frac{2(10 + 1)}{220} = \frac{1}{10}.$$

За означенням ККД дорівнює відношенню корисної потужності до потужності, споживаної від джерела. За умовою задачі втрати у первинній обмотці відсутні, отже ККД трансформатора визначається втратами у вторинній обмотці, які зумовлені її нагріванням при протіканні струму.

Вважаючи вторинну обмотку джерелом е.р.с. з внутрішнім опором r , так само як і для постійного струму можна записати:

$$\eta = \frac{R}{R + r} = \frac{10}{10 + 1} \approx 0,91 = 91\%.$$

Задача 4. Коло змінного струму складене послідовним з'єднанням опору $R = 800$ Ом, індуктивності $L = 1,27$ Гн та ємності $C = 1,59$ мкФ. На затискачі такої ділянки кола подається змінна напруга частотою $\nu = 50$ Гц та $U_{ef} = 127$ В. Знайти: 1) значення I_{ef} сили струму у колі; 2) зсув фаз φ між струмом та напругою; 3) ефективні значення напруги на елементах кола; 4) потужність P , що виділяється на RLC -ділянці.

Розв'язання: Електрична схема кола відповідає рис. 1. 4. На основі закону Ома для змінних струмів матимемо для сили струму

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = 71 \text{ мА}, \text{ а з рис. 1. 5 для зсуву фаз}$$

$$\varphi = \arctg\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right) = -63^\circ \text{ (струм випереджає напругу)}.$$

Діюче (ефективне) значення спаду напруги на елементах кола знайдемо застосуванням закону Ома до кожного елемента окремо:

$$U_L = I_{ef} \cdot \omega L = 28 \text{ В}, \quad U_C = I_{ef} \cdot \frac{1}{\omega C} = 142 \text{ В}, \quad U_R = I_{ef} \cdot R = 57 \text{ В}.$$

Середня потужність, що виділяється на ділянці кола, рівна

$$P = I_{ef} \cdot U_{ef} \cdot \cos \varphi = 4,0 \text{ Вт}.$$

§3. Задачі для самостійного розв'язування

1.1 У коливальному контурі індуктивність котушки $L = 1$ мГн, ємність конденсатора $C = 0,4$ мкФ. Чому дорівнює циклічна частота коливань у контурі?

1.2 У коливальному контурі індуктивність котушки $L = 1$ мГн, ємність конденсатора $C = 0,4$ мкФ. Чому дорівнює амплітуда сили струму в контурі, якщо амплітуда заряду конденсатора $q = 1$ мкКл?

1.3 У коливальному контурі індуктивність котушки $L = 1$ мГн, ємність конденсатора $C = 0,4$ мкФ. Чому дорівнює амплітуда напруги на конденсаторі, якщо амплітуда сили струму в котушці 50 мА?

1.4 У коливальному контурі індуктивність котушки 1 мГн, ємність конденсатора $0,4$ мкФ. Чому дорівнює амплітуда заряду конденсатора якщо амплітуда сили струму в контурі 1 мА?

1.5 Чому дорівнює зсув фаз між струмом та напругою на конденсаторі у коливальному контурі?

1.6 Чому дорівнює зсув фаз між струмом та напругою на котушці у коливальному контурі?

1.7 У скільки разів зміниться період коливань в ідеальному контурі, якщо ємність конденсатора збільшити в $2,25$ рази?

1.8 У скільки разів зміниться період коливань в ідеальному контурі, якщо індуктивність котушки зменшити в $2,25$ рази?

1.9 Скільки коливань відбудеться у контурі за час $0,628$ мс, якщо ємність конденсатора контура $0,1$ мкФ, індуктивність котушки 1 мГн?

1.10 У котушці індуктивності тече струм $I = I_m \sin \omega t$. У скільки разів відрізняється енергія магнітного поля котушки від максимального значення при

фазі $\pi/4$?

1.11 Скільки раз за період протікання змінного струму у котушці індуктивності енергія магнітного поля досягає максимального значення?

1.12 Частота змінного струму у котушці індуктивності 50 Гц. З якою частотою змінюється енергія магнітного поля котушки?

1.13 Через конденсатор тече змінний струм частотою 50 Гц. З якою частотою змінюється енергія електричного поля конденсатора?

1.14 Чому дорівнює енергія електричного поля конденсатора у коливальному контурі, коли струму у котушці максимальний?

1.15 Амплітуда сили струму у коливальному контурі 1 мА, амплітуда заряду на конденсаторі – 10 мкКл. Чому дорівнює циклічна частота коливань у контурі.

1.16 У скільки разів зміниться частота вільних коливань у контурі, якщо ємність конденсатора збільшити в 25 раз, а індуктивність зменшити в 16 раз?

1.17 У коливальному контурі заряд конденсатора ємністю 1 мкФ змінюється з часом за законом $q = 5 \cdot 10^{-6} \cos(10^4 t)$, Кл. Яку індуктивність має котушка контуру?

1.18 У коливальному контурі заряд конденсатора ємністю 1 мкФ змінюється з часом за законом $q = 5 \cdot 10^{-6} \cos(10^4 t)$, Кл. Чому дорівнює амплітуда сили струму у котушці індуктивності?

1.19 У коливальному контурі заряд конденсатора ємністю 1 мкФ змінюється з часом за законом $q = 2 \cdot 10^{-6} \cos(10^4 t)$, Кл. Яке максимальне значення має енергія магнітного поля котушки?

1.20 У коливальному контурі сила струму через котушку, індуктивність якої 1 мГн, змінюється з часом за законом $i = 10^{-3} \sin(10^4 t)$, А. Яку ємність має конденсатор контуру?

1.21 У коливальному контурі сила струму через котушку, індуктивність якої 1 мГн, змінюється з часом за законом $i = 10^{-3} \sin(10^4 t)$, А. Яке максимальне значення має енергія електричного поля конденсатора?

1.22 У коливальному контурі сила струму через котушку, індуктивність якої 1 мГн, змінюється з часом за законом $i = 10^{-3} \sin(10^4 t)$, А. Яке максимальне

значення має енергія магнітного поля котушки?

1.23 У коливальному контурі сила струму через котушку, індуктивність якої 1 мГн, змінюється з часом за законом $i = 10^{-3} \sin(10^4 t)$, А. Якою буде циклічна частота коливань у контурі, якщо ємність конденсатора зменшити в 2,25 рази?

1.24 Швидкість звуку у воді становить 1450 м/с. На якій відстані знаходяться найближчі точки, що коливаються у протифазі, якщо частота коливань 725 Гц?

1.25 Рівняння плоскої монохроматичної хвилі має вигляд $\psi = 5 \cdot 10^{-6} \cos(1800t - 6x)$, де всі величини задані в СІ. З якою швидкістю поширюється хвиля?

1.26 Літак знаходиться на відстані 45 км від радіолокатора. За який час імпульс доходить від локатора до літака й повертається назад?

1.27 На якій відстані від радіолокатора знаходиться літак, якщо час між випромінюванням імпульсу радіохвиль та його поверненням назад до локатора становить 200 мкс?

1.28 Передатчик випромінює електромагнітні хвилі з довжиною $\lambda = 300$ м. Скільки електромагнітних коливань відбувається протягом одного періоду звукових коливань частотою $\nu = 500$ Гц?

1.29 Коливальний контур радіоприймача налаштований на частоту $\nu = 6$ МГц. У скільки разів треба змінити ємність конденсатора контуру, щоб налаштувати його на довжину хвилі $\lambda = 150$ м?

1.30 Радіолокатор працює на довжині хвилі $\lambda = 5$ см і випромінює імпульси тривалістю $\tau = 1,5$ мкс. Скільки коливань міститься у кожному імпульсі?

1.31 Конденсатор підключений до джерела змінної напруги. У скільки разів зміниться сила струму через джерело, якщо до конденсатора підключити паралельно ще один такий самий конденсатор?

1.32 Конденсатор ємністю 1 мкФ підключили до джерела з амплітудою напруги 14,1 В і циклічною частотою 1000 c^{-1} . Чому дорівнює ефективне значення сили струму, який протікає через конденсатор?

1.33 Конденсатор ємністю 10 мкФ та резистор з опором 10 Ом з'єднані

послідовно і підключені до джерела змінної напруги з циклічною частотою 10^3 c^{-1} . Чому дорівнює ефективна напруга на опорі, якщо ефективна напруга на конденсаторі 1 В?

1.34 Циклічна частота коливань в ідеальному контурі дорівнює 10^4 c^{-1} , максимальний заряд конденсатора 10 нКл. Чому дорівнює сила струму у контурі в момент, коли заряд конденсатора дорівнює 60% його максимального значення?

1.35 Вхідний контур радіоприймача налаштований на прийом хвиль довжиною 100 м. У скільки разів треба змінити ємність конденсатора, щоб радіоприймач приймав хвилі довжиною 200 м?

1.36 Конденсатор ємністю 1 мкФ підключили до джерела з ефективною напругою 5 В і циклічною частотою 1000 c^{-1} . Знайти ефективну силу струму у конденсаторі.

1.37 У коливальному контурі заряд конденсатора ємністю 1 мкФ змінюється з часом за законом $q = 5 \cdot 10^{-6} \cos(10^4 \cdot t)$, Кл. Чому дорівнює амплітуда магнітного потоку, що пронизує всі витки котушки індуктивності?

1.38 У коливальному контурі сила струму через котушку індуктивності змінюється з часом за законом $i = 10^{-3} \sin(10^4 \cdot t)$, А. Чому дорівнює амплітуда заряду конденсатора?

1.39 У коливальному контурі сила струму через котушку, індуктивність якої 1 мГн, змінюється з часом за законом $i = 10^{-3} \sin(31416 \cdot t)$, А. Через які проміжки часу знак заряду на обкладинках конденсатора змінюється на протилежний?

1.40 У коливальному контурі напруга на конденсаторі ємністю 10 мкФ змінюється із часом за законом $u = 10^{-3} \cos(3,14 \cdot 10^3 \cdot t)$, В. Через який мінімальний проміжок часу енергія магнітного поля досягне свого максимального значення?

1.41 У коливальному контурі напруга на конденсаторі ємністю 10 мкФ змінюється з часом за законом $u = 10^{-3} \cos(3140 \cdot t)$, В. Через який мінімальний проміжок часу після початку коливань струм у контурі досягає свого найбільшого значення?

1.42 У коливальному контурі котушка має індуктивність 100 мкГн.

Напруга на конденсаторі змінюється з часом за законом $u = 10^{-3} \cos(10^6 \cdot t)$, В. Чому дорівнює ємність конденсатора?

1.43 У коливальному контурі котушка має індуктивність 100 мкГн. Напруга на конденсаторі контуру змінюється з часом за законом $u = 10^{-3} \cos(10^6 \cdot t)$, В. Чому дорівнює амплітуда струму у контурі?

1.44 У коливальному контурі ємність конденсатора 0,1 мкФ, індуктивність котушки 1 мГн. Чому дорівнює амплітуда напруги на конденсаторі, якщо амплітуда струму у котушці 1 мА?

1.45 У коливальному контурі ємність конденсатора 0,1 мкФ, індуктивність котушки 1 мГн. Чому дорівнює амплітуда струму у котушці, якщо амплітуда напруги на конденсаторі 100 мВ?

1.46 Амплітуда струму в коливальному контурі 10 мА, циклічна частота 10^4 с^{-1} . Чому дорівнює амплітуда заряду конденсатора?

1.47 У вторинній обмотці трансформатора, індуктивність якої $L = 1 \text{ Гн}$, тече струм $i = 0,5 \sin(400 \cdot t)$, А. Який максимальний магнітний потік пронизує всі витки обмотки?

1.48 У LC - контурі $C = 0,2 \text{ мкФ}$, $L = 1 \text{ мГн}$, сила струму змінюється за законом $I = 0,02 \sin \omega t$. Визначити миттєве значення напруги на конденсаторі через $1/3$ періоду після початку коливань.

1.49 У LC - контурі $C = 0,2 \text{ мкФ}$, $L = 10 \text{ мГн}$, напруга на конденсаторі змінюється за законом $U = 0,01 \sin \omega t$. Чому дорівнює миттєве значення сили струму у котушці індуктивності через $1/6$ періоду після початку коливань?

1.50 Визначити відстань між пластинами плоского конденсатора, якщо коливальний контур, який складається з повітряного конденсатора з площею пластин 50 см^2 та котушки індуктивності $L = 1 \text{ мкГн}$ резонує на хвилю довжиною у 10 м.

1.51 Параметри двох коливальних LC - контурів $C_1 = 160 \text{ пФ}$, $L_1 = \text{мГн}$ і $C_2 = 100 \text{ пФ}$, $L_2 = 4 \text{ мГн}$. Як треба змінити ємність C_2 , щоб контури були настроєні у резонанс?

1.52 При вмиканні у коливальний контур конденсатора з ємністю C_1 ,

частота власних коливань дорівнює 30 кГц, після заміни конденсатора C_1 на C_2 , частота коливань стала 40 кГц. Якою буде частота власних коливань контуру, якщо обидва конденсатора з'єднати паралельно?

1.53 На яку напругу слід розраховувати ізоляцію електричного дроту, якщо діюча (ефективна) напруга у мережі становить 220 В?

1.54 Магнітний потік, що пронизує всі витки котушки індуктивністю $L = 10$ мГн, змінюється за законом $\Phi = 10 \sin(100 \cdot t)$, мВб. Чому дорівнює амплітуда напруги на котушці?

1.55 Через котушку індуктивністю 1 мГн тече змінний струм, амплітуда якого 10 мА, циклічна частота 400 c^{-1} . Яку амплітуду має е.р.с. самоіндукції у котушці?

1.56 Через котушку індуктивністю 1 мГн тече змінний струм, амплітуда якого 10 мА, циклічна частота 400 c^{-1} . Чому дорівнює максимальне значення магнітного потоку, що пронизує всі витки котушки?

1.57 В ідеальному коливальному контурі з індуктивністю котушки $L = 0,2$ Гн, амплітуда коливань сили струму становить $I_m = 40$ мА. Визначити енергію електричного й магнітного полів на момент, коли сила струму у 2 рази менша за її амплітудне значення.

1.58 Конденсатор коливального LC - контуру приймача має ємність $C = 0,5$ мкФ. На яку довжину хвилі резонує контур приймача, якщо відношення максимальних значень напруги на конденсаторі та струму у котушці при резонансі $(U_m/I_m) = 2 \text{ В/А}$?

1.59 У середовищі поширюється плоска монохроматична хвиля зі швидкістю 1000 м/с. Циклічна частота коливань точок середовища $5 \cdot 10^4 \text{ c}^{-1}$. На якій мінімальній відстані різниця фаз коливань точок середовища дорівнює 2 рад?

1.60 Визначте різницю фаз коливань двох точок, відстань між якими 20 см, які знаходяться на одному промені, якщо швидкість хвилі 2,4 м/с, а частота 3 Гц.

1.61 Відхилення від положення рівноваги точки, яка знаходиться на відстані 4 см від джерела коливань, становить половину амплітуди. Визначте

довжину хвилі.

1.62 Рівняння плоскої монохроматичної хвилі має вигляд $\psi = 5 \cdot 10^{-6} \cos(1800t - 6x)$, де всі величини задані в СІ. Чому дорівнює максимальна швидкість коливань точок середовища?

1.63 Рівняння плоскої монохроматичної хвилі має вигляд (всі величини задані в СІ): $\psi = 2 \cdot 10^{-4} \sin(1000t - 5x)$. Чому дорівнює різниця фаз коливань в заданій точці простору $x = 0$ через 1 с після початку поширення хвилі?

1.64 Рівняння плоскої монохроматичної хвилі має вигляд (всі величини задані в СІ): $\psi = 2 \cdot 10^{-4} \sin(1000t - 5x)$. Чому дорівнює різниця фаз коливань між точками, що знаходяться на відстані 1 м у даний момент часу?

1.65 Рівняння плоскої монохроматичної хвилі має вигляд (всі величини задані в СІ): $\psi = 3 \cdot 10^{-4} \sin(628t - 3,14x)$. Чому дорівнює мінімальна ненульова відстань між точками, що коливаються в однаковій фазі?

1.66 Знайти мінімальний час, необхідний для передачі електричного сигналу від одного комп'ютера до іншого, якщо відстань між комп'ютерами дорівнює 300 м.

1.67 Дві точки розташовані на відстанях $x_1 = 6$ м та $x_2 = 12$ м від джерела коливань. Визначити різницю фаз коливань цих точок, якщо період коливань $T = 0,04$ с, а швидкість їх поширення $v = 300$ м/с.

1.68 Рівняння коливань джерела хвиль $\psi(t) = 3 \sin(20\pi t)$. Визначити період коливань точки і її відхилення від положення рівноваги через 0,1 с від початку коливань, якщо точка знаходиться на відстані 5 м від джерела, а хвиля поширюється зі швидкістю 500 м/с.

1.69 За кожну секунду крізь площадку площею 10 см^2 , електромагнітна хвиля переносить енергію 30 мДж. Площадка розташована у вакуумі перпендикулярно до напрямку поширення хвилі. Чому дорівнює об'ємна густина енергії електромагнітної хвилі?

1.70 Яка енергія переноситься електромагнітною хвилею крізь площадку площею 2 см^2 , розташовану у вакуумі перпендикулярно до напрямку поширення хвилі за час 10 с, якщо об'ємна густина енергії електромагнітного

поля становить 1 мкДж/м^3 ?

1.71 Конденсатор коливального LC - контуру приймача має ємність $C = 0,5 \text{ мкФ}$. На яку довжину хвилі резонує контур приймача, якщо відношення максимальних значень напруги на конденсаторі і струму у котушці при резонансі дорівнює $U_m/I_m = 2$.

1.72 Повітряна лінія електропередачі змінного струму частотою $\nu = 50 \text{ Гц}$ має довжину $L = 600 \text{ км}$. Знайти зсув по фазі $\Delta\varphi$ між напругою на початку і в кінці лінії. Швидкість розповсюдження сигналів вздовж лінії прийняти рівній швидкості світла у вакуумі.

1.73 Первинна обмотка трансформатора, яка має 5000 витків, підключена до мережі з напругою 220 В. Скільки витків має вторинна обмотка, якщо за відсутності навантаження напруга на ній дорівнює 5,5 В?

1.74 Резистор $R = 9 \text{ Ом}$ підключено до вторинної обмотки трансформатора, опір якої 1 Ом. Через резистор тече струм $I = 0,5 \text{ А}$. Чому дорівнювала б напруга на вторинній обмотці за відсутності резистора?

1.75 При підключенні трансформатора до мережі з напругою 200 В струм у первинній обмотці дорівнює 0,5 А. Чому дорівнює напруга на вторинній обмотці, якщо у ній тече струм 2 А? ККД трансформатора вважати 90%.

1.76 За відсутності навантаження напруга на вторинній обмотці трансформатора $U = 12 \text{ В}$. Опір обмотки $r = 1 \text{ Ом}$. Який струм буде текти в обмотці при підключенні до неї резистора опором $R = 5 \text{ Ом}$?

1.77 Прямокутна рамка з довжинами сторін 20 см і 25 см і кількістю витків 100, обертається в однорідному магнітному полі з індукцією 0,1Тл. Амплітудне значення е.р.с., що виникає, дорівнює 157 В. Визначити частоту обертання рамки. Через який час після проходження е.р.с. нульового значення миттєве значення е.р.с. буде в 2 рази менше амплітудного?

1.78 Рамка площею 400 см^2 має 1000 витків і обертається в однорідному магнітному полі з індукцією 0,1Тл з періодом 0,1 с. Визначити максимальне значення е.р.с., яка виникає у рамці. Скільки часу впродовж одного оберту рамки буде горіти підключена до неї газорозрядна лампа з напругою запалення 150 В?

1.79 Визначити максимальний потік магнітної індукції через прямокутну рамку, яка обертається в однорідному магнітному полі з кутовою швидкістю 10 об/с. Амплітуда е.р.с. на затискачах рамки становить 3 В. Чому дорівнюватиме максимальне значення сили струму, якщо до затискачів приєднати відрізок ніхрому завдовжки 10 м і діаметром 0,4 мм? Опором рамки знехтувати. Питомий опір ніхрому $\rho = 1,1 \cdot 10^{-6}$ Ом·м.

1.80 У LC - контурі $C = 25$ нФ, напруга на конденсаторі змінюється за законом $U = U_0 \cos(10^4 \pi t)$. Визначити індуктивність L , період T електромагнітних коливань, та довжину λ хвилі, на яку резонує контур. Чому дорівнює амплітуда напруги на конденсаторі, якщо амплітудне значення струму становить 40 мА?

1.81 Коливальний контур складається із котушки індуктивності та конденсатора ємністю $C = 2$ мкФ. Вольтметр, увімкнений послідовно за котушкою індуктивності у схему, показує 10 В. Чому дорівнює енергія коливань у контурі? Опором вольтметра та котушки індуктивності знехтувати.

1.82 Коливальний контур складається із котушки індуктивності $L = 2$ Гн і конденсатора ємністю C . Енергія коливань у контурі дорівнює $2 \cdot 10^{-4}$ Дж. Визначити покази амперметра, увімкненого послідовно за котушкою індуктивності у схему? Опором амперметра та котушки індуктивності знехтувати.

1.83 У LC – контурі $L = 1$ мГн, $C = 200$ пФ у деякий момент часу напруга на конденсаторі становить 100 В, а сила струму у контурі дорівнює 20 мА. Визначити заряд конденсатора у момент, коли сила струму становитиме 10 мА.

1.84 У LC - контурі $L = 1$ мкГн, амплітудне значення струму під час коливань дорівнює 40 мА. Плоский повітряний конденсатор контуру має площу пластин 50 см^2 і відстань між ними 1,57 мм. Визначити енергію електричного поля конденсатора та магнітного поля котушки у момент, коли сила струму у контурі дорівнює 20 мА.

1.85 В ідеальному коливальному контурі з індуктивністю котушки $L = 0,2$ Гн, амплітуда коливань сили струму становить $I_m = 40$ мА. Визначити

енергію електричного і магнітного полів у момент, коли сила струму вдвічі менша за її амплітудне значення.

1.86 Пояснити, чому для збільшення дальності радіозв'язку у 2 рази необхідно збільшити потужність радіоприймача у 4 рази. У скільки разів необхідно збільшити потужність радіоприймача, щоб збільшити у 2 рази дальність радіолокації? Вважати випромінювання радіохвиль точковим, а поглинання енергії середовищем нескінченно малим?

1.87 Квадратна рамка площею 625 см^2 і замкненою обмоткою з мідного проводу обертається в однорідному магнітному полі з індукцією $0,01\text{ Тл}$ роблячи 1200 об/хв . Вісь обертання рамки перпендикулярна лініям магнітного поля та лежить у площині рамки. Визначити, на скільки градусів нагрівається рамка за 1 хв . (Тепловіддачею знехтувати). Питома теплоємність і густина міді дорівнюють, відповідно, $378\text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$ та 8900 кг/м^3 .

1.88 Змінний струм збуджується в рамці з 200 витків з площею витка 300 см^2 , яка обертається в однорідному магнітному полі з індукцією 15 мТл . Вісь обертання перпендикулярна лініям поля та лежить у площині рамки. Визначити миттєве значення е.р.с. через $0,01\text{ с}$ після початку руху рамки з нейтрального положення, якщо амплітудне її значення становить $7,2\text{ В}$. Вважаючи, що рамка намотана мідним дротом діаметром $0,2\text{ мм}$, визначити ефективне значення сили струму, який протікатиме при підключенні до неї резистора опором 200 Ом .

1.89 Первинна обмотка трансформатора включена у мережу напругою $U_1 = 220\text{ В}$. При підключенні до вторинної обмотки, що має опір $r = 1\text{ Ом}$, навантаження з опором $R = 10\text{ Ом}$ у ній тече струм $I = 2\text{ А}$. Знайти коефіцієнт трансформації k та ККД η трансформатора. Втратами у первинній обмотці знехтувати.

1.90 Знижувальний трансформатор із коефіцієнтом трансформації $k = 1/24$ увімкнений у коло напругою $U_{\text{д}} = 120\text{ В}$. Вторинну обмотку трансформатора приєднано до навантаження, що споживає струм з амплітудою $I_{\text{m}} = 0,5\text{ А}$. Визначити опір навантаження, якщо опір вторинної обмотки трансформатора $r = 2\text{ Ом}$.

1.91 Напруга на кінцях первинної обмотки підвищувального трансформатора становить 220 В, сила струму у вторинній обмотці дорівнює 0,1 А. Визначити корисну потужність трансформатора, якщо первинна та вторинна обмотки мають 100 і 1500 витків відповідно. Опором первинної обмотки знехтувати.

1.92 Первинну обмотку знижувального трансформатора підключили до джерела із амплітудним значенням напруги 310 В. Ефективна напруга на затискачах вторинної обмотки становить 20 В, її опір – 1 Ом, струм у вторинному колі – 2 А. Визначити коефіцієнт трансформації та коефіцієнт корисної дії трансформатора. Втратами у первинній обмотці знехтувати.

Розділ 2. Геометрична та хвильова оптика

§1. Теоретичний довідник

2.1 Закони геометричної оптики

Оптична область спектру електромагнітного випромінювання (УФВ+ОВ+ІЧВ) називається світлом. Вивчення властивостей і фізичної природи світла, а також його взаємодії з речовиною, є предметом оптики (як розділу фізики). Сприйняття людиною ділянки оптичного спектру (за довжиною хвилі від 390 нм до 760 нм) пов'язується з двома факторами: 1) прозорістю земної атмосфери для видимої ділянки; 2) розподілом енергії у спектрі випромінювання Сонця (з максимумом біля $\lambda_{max} \approx 0,50$ мкм, тобто всередині видимої ділянки).

Можливі три підходи до вивчення оптичних явищ:

- **геометрична оптика**, - абстрагуються від природи світла, а розглядають напрямок поширення та кількість перенесеної енергії;

- **хвильова оптика**, - враховують хвильову природу світла та вивчають співвідношення між амплітудами, фазами і поляризацією світлових хвиль;

- **квантова оптика**, - враховують корпускулярні властивості світла (квантовий характер поглинання і випромінювання, локалізацію енергії, масу та імпульс фотона).

Основною оптичною характеристикою середовища у геометричній оптиці є показник заломлення середовища - відношення швидкості світла c у вакуумі до швидкості світла v у даному середовищі:

$$n = \frac{c}{v} \geq 1, \quad (2.1)$$

де $c = 3 \cdot 10^8$ м/с .

Із теорії електромагнітних хвиль

$$n = \sqrt{\epsilon\mu}, \quad (2.2)$$

де ϵ - діелектрична проникність середовища, μ - магнітна проникність середовища (у повітрі μ вважають рівним одиниці).

Довжина світлової хвилі у середовищі

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

де λ_0 - довжина хвилі у вакуумі (повітрі), n - показник заломлення.

Світловий промінь – лінія, вздовж якої світло переносить енергію (у фізичному розумінні вузький світловий пучок променистої енергії).

Кути, що визначають напрямки світлових променів, відраховуються від нормалі до межі поділу середовищ у точці падіння.

Промінь падаючий на межу поділу двох середовищ, промінь відбитий, промінь заломлений і перпендикуляр до межі поділу двох середовищ лежать в одній площині. Задачею геометричної оптики є вивчення перерозподілу світлових променів у просторі з метою формування оптичних зображень та переносу енергії. Справджуються такі закони геометричної оптики.

(I) Закон прямолінійності поширення світла: «в оптично однорідному середовищі світло поширюється вздовж прямих ліній». Порушується, коли показник заломлення змінюється від точки до точки (середовище неоднорідне) та для вузьких отворів. Так, викривлення сонячних променів в атмосфері Землі веде до збільшення тривалості дня та скорочення полярної ночі.

(II) Закон дзеркального відбивання світла: «кут падіння дорівнює куту відбивання» ($\angle i = \angle r$) (рис. 2. 1). Згідно із законом відбивання утворюються зображення предметів у плоскому дзеркалі. Порушується закон відбивання для малих відбивних поверхонь та для дифузного розсіяння світла (матове скло).

(III) Закон заломлення світла: «відношення синусів кутів падіння та заломлення дорівнює оберненому відношенню показників заломлення середовищ» (рис. 2. 2):

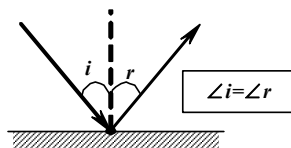


Рис. 2. 1

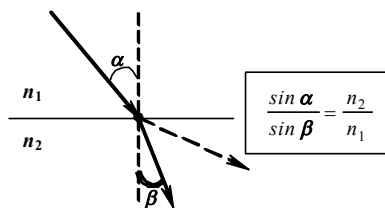


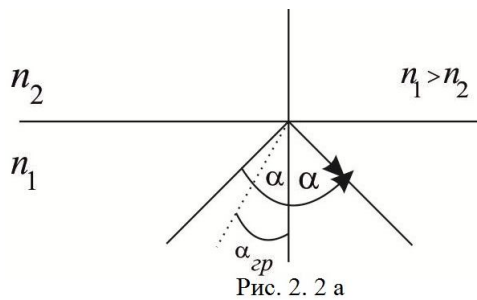
Рис. 2. 2 ($0 \leq \alpha, \beta \leq \pi/2$)

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{або}$$

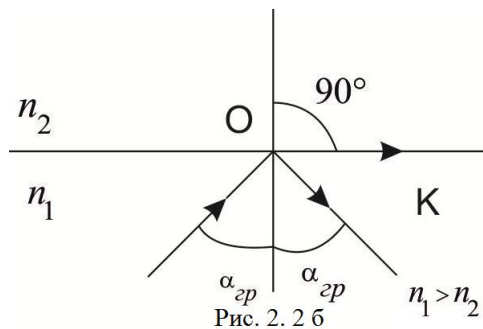
$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \gamma .$$

Порушується при малих розмірах

поверхні розмежування середовищ.



При переході променя із середовища з більшим показником заломлення n_1 у середовище з меншим показником заломлення $n_2 (n_1 > n_2)$ спостерігається явище повного внутрішнього відбивання: при куті падіння α , що більший за так званий *граничний кут* α_{cp} , промінь повністю відбивається та межа двох прозорих середовищ «поводить себе», як дзеркальна (рис.2. 2 а).



При падінні під кутом $\alpha = \alpha_{cp}$ заломлений промінь ОК ковзає по поверхні поділу середовищ (рис. 2.2 б). Отже $\gamma = 90^\circ$ і, відповідно до закону заломлення:

$$\frac{\sin \alpha_{cp}}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \alpha_{cp} = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$$

Якщо кут падіння променя $\alpha < \alpha_{cp}$, то відбувається звичайне відбивання й заломлення променя.

Три сформульовані закони можна обґрунтувати, виходячи з принципу Гюйгенса - Френеля для хвиль та **принципу Ферма** («дійсний шлях поширення світла є той, для проходження якого світлу потрібний мінімальний час у порівнянні з будь-яким іншим шляхом між двома точками»).

$$\text{Формула тонкої лінзи: } \frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F},$$

де d - відстань від лінзи до предмета, f - відстань від лінзи до зображення, F - фокусна відстань лінзи. Величина обернена фокусній відстані називається оптичною силою лінзи:

$$D = \frac{1}{F},$$

вимірюється у діоптріях (дптр): $1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$.

Для розсіювальної лінзи $F < 0$; для уявних зображень $f < 0$.

Збільшенням лінзи Γ називається відношення лінійних розмірів H зображення предмета до лінійних розмірів h самого предмета:

$$\Gamma = \frac{H}{h}. \text{ В тонких лінзах } \Gamma = \frac{f}{d}.$$

2. 2 Основні фотометричні поняття

Основною енергетичною характеристикою світла є потік променистої енергії (або світловий потік) - кількість променистої енергії, яка переноситься через дану площадку за одиницю часу:

$$\Phi = \frac{dW}{dt} \text{ (Вт)}. \quad (2. 3)$$

Сила світла джерела I - кількість променистої енергії, що випускається джерелом у межах одиничного просторового кута

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}, \quad (2. 4)$$

в системі SI задається еталонна одиниця вимірювання сили світла – одна кандела. 1 кд рівна 1/683 Вт випромінювання у межах 1 стеррадіан просторового кута для ізотропного монохроматичного випромінювача з частотою $540 \cdot 10^{12}$ Гц (або з довжиною хвилі 555 нм). Відповідна одиниця світлового потоку – 1 лм = 1 кд·1 стеррад. Для точкового ізотропного випромінювача повний потік $\Phi = \int I \cdot d\Omega$ рівний (I не залежить від напрямку випускання)

$$\Phi = 4\pi \cdot I. \quad (2. 4 \text{ а})$$

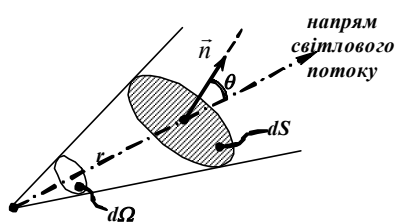


Рис. 2. 3

Енергетична освітленість поверхні дорівнює кількості променистої енергії, що падає на одиницю освітлювальної поверхні

$$E = \frac{d\Phi}{dS}, \text{ (Вт/м}^2\text{)}. \quad (2. 5)$$

Одиниця освітленості – 1 лк = 1 лм/м². Для ізотропного точкового випромінювача, після підстановки у (2.5) виразів для світлового потоку $d\Phi = I \cdot d\Omega$ та для тілесного кута $d\Omega = \frac{dS \cdot \cos\theta}{r^2}$, отримуємо закон освітленості точкового джерела (рис. 2.3)

$$E = \frac{I \cdot \cos\theta}{r^2}. \quad (2. 6)$$

Перехід від енергетичних одиниць вимірювання величини світлового потоку, сили світла, освітленості до їх світлотехнічних одиниць (і навпаки) в різних інтервалах довжини світлової хвилі проводиться на основі кривої видимості людського ока (відносної чутливості ока на різних довжинах хвиль) $u(\lambda)$:

$$1 \text{ Вт} (\lambda) = 683 \text{ лм} \cdot u(\lambda). \quad (2.7)$$

На довжині $\lambda_0=555 \text{ нм}$ чутливість ока найвища і $u(\lambda_0)$ вибирається рівною одиниці. Для деякої довжини хвилі $u(\lambda)$ є величиною, що задається відношенням світлових потоків, які створюють такі ж самі зорові відчуття:

$$u(\lambda) = \frac{\Phi(\lambda_0)}{\Phi(\lambda)}. \quad (2.8)$$

2.3 Інтерференція світла

Геометричною різницею ходу Δ_0 двох хвиль (променів) називається різниця геометричних довжин l_1, l_2 , що їх проходять хвилі (промені) від джерел S_1, S_2 до даної точки P : $\Delta_0 = l_2 - l_1$

Оптичною різницею ходу називається величина $\Delta = n_2 l_2 - n_1 l_1$,

де n_1, n_2 - показники заломлення середовищ, в яких поширюються дані хвилі (промені). Якщо $n_1 = n_2 = n$, (однорідне середовище), то $\Delta = n \Delta_0$

Когерентними називаються хвилі, різниця фаз яких у даній точці простору не змінюється з часом.

Різниця фаз δ когерентних хвиль визначається їх оптичною різницею ходу Δ : $\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$, де λ_0 - довжина світлової хвилі у вакуумі.

В однорідному середовищі $\delta = \frac{2\pi}{\lambda_c} \Delta_0$, де Δ_0 - геометрична різниця ходу,

$\lambda_c = \lambda / n$ - довжина світлової хвилі у даному середовищі.

При накладанні когерентних хвиль на екрані спостерігаються підсилення (максимуми), або послаблення (мінімуми) інтенсивності світла. Це явище називають інтерференцією.

Спостереження інтерференції світла у звичайних умовах утруднюється внаслідок некогерентності світлових хвиль, що випускаються природними джерелами. Так, атом світлого тіла випромінює на протязі часу $\tau \sim 10^{-9}$ с, що обумовлює випускання тілом обривків хвиль (цугів) кінцевої протяжності ($l = c \cdot \tau \sim 1$ м). Оскільки атоми випромінюють світло незалежно один від одного, початкові фази та орієнтація світлового вектора \vec{E} для різних цугів не пов'язані між собою. Умови когерентності світлових хвиль: 1) постійна у часі різниця фаз; 2) однакова поляризація вектора \vec{E}).

Важливою обставиною для спостереження інтерференції світла є властивість нашого ока усереднювати картину розподілу енергії світлових хвиль (час усереднення значно більший періоду коливань: $\Delta t > T$), внаслідок чого око сприймає розподіл інтенсивності світла в просторі після накладання двох хвиль

$$J = J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 J_2} \cdot \overline{\cos \delta}, \quad (2.9)$$

де $\overline{\cos \delta} = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \cos \delta(x, t) \cdot dt$, а δ - різниця фаз двох хвиль, що накладаються.

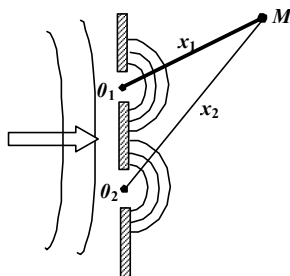


Рис. 2. 4

Для некогерентних хвиль $\cos \delta = 0$ і $J = J_1 + J_2$ (виконується закон незалежності світлових пучків). У випадку накладання когерентних хвиль δ не залежить від часу і $\overline{\cos \delta} = \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$, тобто результат накладання залежить від значення різниці фаз $\delta = (\varphi_1 - \varphi_2)$ у кожній

точці спостереження M (рис. 2. 4):

$$\begin{aligned} \delta &= \pm 2k\pi, \text{-max} \\ \delta &= \pm (2k + 1)\pi, \text{-min} \end{aligned} \quad (2.10)$$

де $k = 0, 1, 2, \dots$ (цілі числа). Для інтенсивності маємо

$$\begin{aligned} J &= J_1 + J_2 + 2\sqrt{J_1 J_2} - \text{max}, \\ J &= J_1 + J_2 - 2\sqrt{J_1 J_2} - \text{min}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Умови утворення інтерференційних максимумів і мінімумів:

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{max}} &= \pm m\lambda_0 = \pm 2m \left(\frac{\lambda_0}{2} \right), \\ \Delta_{\text{min}} &= \pm \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda_0 = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \end{aligned}$$

де Δ_{\max} , Δ_{\min} - оптична різниця ходу променів, λ_0 - довжина світлової хвилі у вакуумі (повітрі), $m = 0,1,2,\dots$ - цілі числа, що називаються порядком (номером) інтерференційної смуги.

2.3.1 Інтерференція світла у тонких плівках

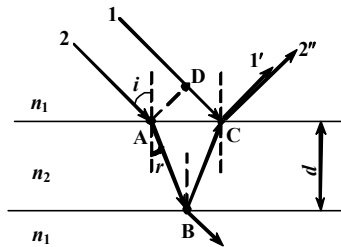


Рис. 2.5

Проявом явища інтерференції природних джерел світла є кольорове забарвлення мильних бульбашок чи тонкої плівки розлитого машинного масла. Утворення когерентних хвиль у випадку відбивання світла від тонкої плівки прозорого діелектрика ілюструється рис.

2.5. Когерентні промені 1' та 2'' утворюються внаслідок поділу падаючої плоскої хвилі (фронт хвилі позначений лінією AD) на дві когерентні хвилі, що проходять, до накладання у т. C різний шлях ($l_1=DC$ та $l_2=AB+BC$). Різниця фаз двох монохроматичних хвиль, що накладаються, враховує зсув фаз на π при відбиванні променя 1 у т. C та зміну довжини хвилі при переході від одного середовища до другого ($\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$, де λ_0 - довжина хвилі у вакуумі):

$$\delta = \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}(AB + BC) - \frac{2\pi}{\lambda_1}\left(DC + \frac{\lambda_1}{2}\right) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta, \quad (2.12)$$

де Δ - оптична різниця ходу двох променів (від моменту поділу до моменту накладання):

$$\Delta = l_2 \cdot n_2 - \left(l_1 + \frac{\lambda_1}{2}\right) \cdot n_1. \quad (2.13)$$

Оскільки (рис. 2.5) $\Delta = 2dn_2 \cos r - \frac{\lambda_0}{2}$, то маємо при відбиванні умови:

$$\begin{aligned} 2dn_2 \cos r &= (2k+1)\frac{\lambda_0}{2}, -\text{max}, \\ 2dn_2 \cos r &= k\lambda_0, -\text{min}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

де $k = 0,1,2,\dots$. У прохідному світлі картинка є доповняльною до тої, що спостерігається при відбиванні.

Оптична різниця ходу когерентних променів, яка утворюється при нормальному падінні та відбиванні світла від нижньої та верхньої поверхонь прозорої пластинки товщиною h з коефіцієнтом абсолютного заломлення n ,

дорівнює: $\Delta = 2hn - \frac{\lambda}{2}$, де d , - період ґратки, λ - довжина хвилі світла, що нормально падає на ґратку, φ - кут дифракції (кут відхилення променів ґраткою, $m = 0, 1, 2, \dots$ - порядок дифракційного спектра (номер максимум)). **Зауваження!** У цій формулі враховано, що фаза хвилі при відбиванні від поверхні середовища з більшим показником заломлення n стрибком змінюється на π , що рівносильне «втраці півхвилі».

2.3.2 Просвітлення оптики

Застосуванням явища інтерференції світла є усунення відбитих променів при проходженні світлового пучка через оптичні поверхні у перископах, біноклях, об'єктивах (просвітлення оптики), відкриття якого пов'язується з іменем О. Смакули (рис. 2.6). Взаємне гасіння променів 1' та 1'' настає при

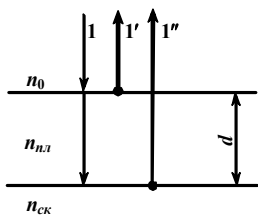


Рис. 2.6

$$n_{nl} \cdot d = N \frac{\lambda_0}{4}, \quad (2.15)$$

де $N=1, 3, 5, \dots$, та $n_{nl} = \sqrt{n_0 \cdot n_{ск}}$ (щоб вирівняти коефіцієнти відбивання на обох межах). Оберненою задачею щодо просвітлення є створення інтерференційного покриття

високої відбивної здатності (інтерференційного дзеркала).

2.4 Дифракція світла

Закон прямолінійного поширення світла порушується при проходженні світла крізь вузькі щілини та отвори. Явища (огинання перешкод), що виникають при поширенні світла у середовищі з різко виявленими неоднорідностями, називають дифракцією світла.

Розрахунок дифракції світла здійснюється на основі принципу Гюйгенса-Френеля у поєднанні з методом зон Френеля. Принцип Гюйгенса-Френеля (основний принцип хвильової оптики) розглядає вторинні джерела як когерентні точкові випромінювачі і тому формування фронту хвилі пояснюється як результат взаємної інтерференції багатьох елементарних хвиль.

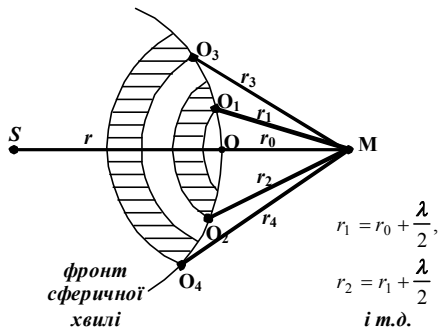


Рис. 2.7

Для розрахунку інтерференційної картини багатьох вторинних джерел використовують метод зон Френеля (рис. 2.7): допоміжна світлова поверхня розбивається на скінченне число зон, від яких розповсюджуються хвилі з різницею ходу $\lambda/2$

відносно точки спостереження M (тобто, у протифазі). Тому світлова дія сусідніх зон взаємно компенсується (частково або повністю).

2.4.1 Дифракція плоских хвиль від щілини

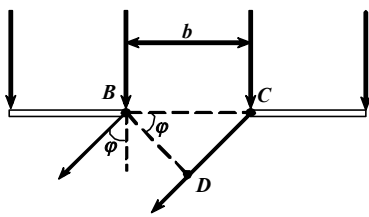


Рис. 2.8

Нехай паралельний пучок променів монохроматичного світла падає нормально на вузьку щілину шириною b (рис. 2.8). Площина щілини BC збігається з фронтом падаючої хвилі і є джерелом вторинних когерентних хвиль. Розіб'ємо

проміжок BC на зони Френеля, кожна з яких випромінює хвилі у напрямку спостереження (під кутом φ до лінії геометричної тіні) і має ширину x (різниця ходу променів від двох сусідніх зон $\frac{\lambda}{2} = x \cdot \sin \varphi$). Число зон, що вкладається на відрізок BC , рівне b/x і результат інтерференції вторинних хвиль (дифракційні мінімуми чи максимуми) залежить від парності цього числа:

$$\begin{aligned} \frac{b}{x} = 2m &\Rightarrow b \cdot \sin \varphi = \pm m\lambda, \text{-min,} \\ \frac{b}{x} = 2m - 1 &\Rightarrow b \cdot \sin \varphi = \pm(2m - 1)\frac{\lambda}{2}, \text{-max,} \end{aligned} \quad (2.16)$$

де $m = 1, 2, 3, \dots$, тобто світний ефект спостерігається у межах геометричної тіні.

Розподіл інтенсивності світла на екрані за щілиною задається співвідношенням (рис. 2.9 для $b > \lambda$)

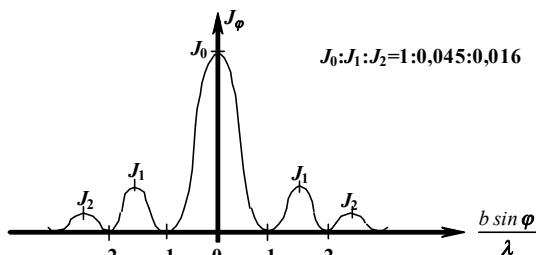


Рис. 2.9

$$J_\varphi = J_0 \cdot \left[\frac{\sin \frac{\Delta\varphi}{2}}{\frac{\Delta\varphi}{2}} \right]^2, \quad (2.17)$$

де $\Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot b \cdot \sin \varphi}{\lambda}$ - зсув фаз між крайніми

променями, а J_0 - інтенсивність центральної плями, що є зображенням щілини. У природному світлі побічні максимуми мають райдужне забарвлення; за щілиною велика інтенсивність світла спостерігається лише у межах кута $\delta\left(\frac{b \cdot \sin \varphi}{\lambda}\right) \approx 1$ або $\delta\varphi \approx \frac{\lambda}{b}$ (через дифракцію створити строго паралельний і обмежений у перерізі пучок світла неможливо).

2.4.2 Лінійна дифракційна ґратка

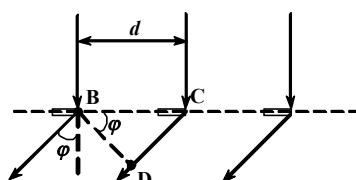


Рис. 2. 10

Для системи з багатьох однакових вузьких щілин, розміщених вздовж лінії з періодом d (рис. 2.10), необхідно взяти до уваги інтерференцію хвиль, що породжуються різними щілинами ($DC = d \sin \varphi$ - різниця

ходу двох однотипних променів для сусідніх щілин):

$$d \cdot \sin \varphi = n \cdot \lambda \quad (2. 18)$$

(головні максимуми, $n=1,2,3,\dots$),

$$d \cdot \sin \varphi = \left(n + \frac{k}{N}\right) \cdot \lambda \quad (2. 19)$$

(додаткові мінімуми, $k = 1,2,3,\dots,(N-1)$),

$$b \cdot \sin \varphi = m \lambda \quad (2. 16, a)$$

(головні мінімуми, $m = 1, 2, 3,\dots$ та $0 < \varphi \leq \pi/2$).

У порівнянні з картиною розподілу інтенсивності для одної щілини (рис. 2. 9), у випадку системи щілин висота максимумів зростає (зростає кількість пропущеного ґраткою світла), а їх кутова ширина звужується (з'являються додаткові мінімуми). Роль дифракційної ґратки, таким чином, проявляється у перерозподілі інтенсивності світла у рамках дифракційної картини. Контрастна картина на екрані за ґраткою служить інструментом для спектрального аналізу світла (дифракційний спектрограф). Роздільна сила ґратки, що оцінює можливість розрізнити близькі максимуми двох різних довжин хвиль за умовою Релея, задається співвідношенням ($\delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$)

$$A = \frac{\lambda}{\delta\lambda} \Rightarrow A = n \cdot N, \quad (2. 20)$$

де n - порядок максимуму, N - число щілин ($N=l/d$, l - довжина ґратки).

Спостереження дифракції X-променів на просторових ґратках атомно-молекулярних структур (кристалів, молекул ДНК) служить способом розшифрування таких структур (див. умову Вульфа-Брегга).

2.4.3 Дифракційна межа роздільної здатності оптичних приладів

Завдяки дифракції, існує мінімальний (або граничний) кут зору, при

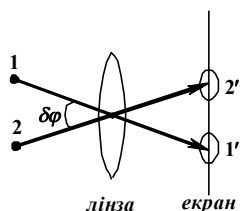


Рис. 2.11

якому за допомогою оптичного приладу вдається розрізнити дві світні точки предмета 1 і 2 (рис. 2. 11; світні плями 1' і 2' на екрані не повинні перекриватися):

$$\delta\varphi_{\text{гр}} \approx \frac{\lambda}{D}, \quad (2.21)$$

де D – діаметр лінзи (діафрагми). Умова (2. 21) обмежує роздільну здатність оптичних інструментів (лупи, мікроскопа). Для нашого ока світні плями 1' та 2' не повинні попадати на одні і ті ж нервові закінчення сітківки, тому для ока існує також фізіологічна межа роздільної здатності, яка $\sim 1/3000$ рад.

2.5 Дисперсія світла у речовині

Показник заломлення є функцією частоти (або довжини) світлової хвилі. Це проявляється при заломленні пучка білого світла у тригранній скляній призмі (рис. 2. 12): кутове відхилення φ червоних і фіолетових променів є різним. Якщо врахувати, що

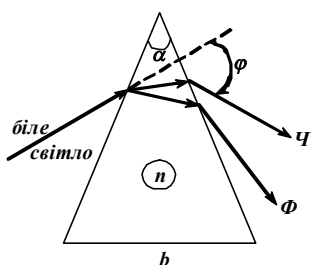


Рис. 2. 12

$$\varphi \approx \alpha \cdot (n - 1), \quad (2.22)$$

то цей факт можна пов'язати з дисперсією показника заломлення $n = n(\nu)$. Залежність $n(\nu)$ пов'язується, з характером взаємодії світла з речовиною. В області прозорості $dn/d\nu > 0$ (дисперсія нормальна), в області поглинання $dn/d\nu < 0$ (дисперсія аномальна).

Прояв дисперсії показника заломлення використовують для спектрального аналізу світла (призматичний спектрограф). Роздільна сила призматичного спектрографа задається дисперсією речовини призми

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = b \cdot \left| \frac{dn}{d\lambda} \right|, \quad (2.23)$$

де b – ширина основи призми.

2. 6 Поляризоване світло

Поляризація світла пов'язується з орієнтацією світлового вектора хвилі \vec{E} у просторі. Радіохвилі поляризовані; це виявляється, коли ми спрямовуємо антену певним чином. Але природне світло є сукупністю хвиль з усіма можливими напрямками коливань електричного вектора, які існують одночасно і хаотично змінюють одна одну. Тому для нього існує статистична симетрія напрямків коливань відносно променя і кажуть, що природне світло є неполяризованим. Хоча наше око не реагує на поляризацію світла, взаємодія електромагнітної хвилі з речовиною залежить від стану її поляризації.

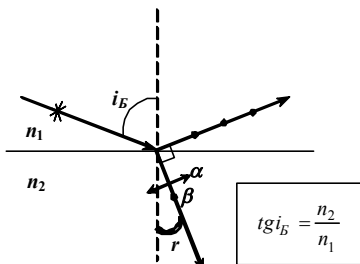


Рис. 2. 13

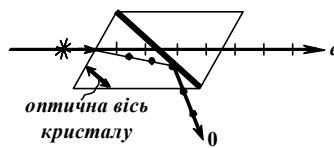


Рис. 2. 14

Поляризувати природне світло можна при відбиванні від поверхні діелектрика (рис. 2. 13), якщо врахувати особливості випромінювання

електромагнітних хвиль елементарним диполем: 1) поляризація хвиль відповідає напрямку коливань диполя; 2) вздовж осі диполя випромінювання відсутнє.

Другим способом поляризації світла є використання явища подвійного заломлення світла в одноосних кристалах (на рис. 2. 14 зображено хід променів

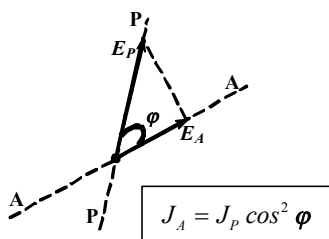


Рис. 2. 15

для призми Ніколя – класичного поляризатора з таким принципом дії). Систему з двох ніколів використовують для аналізу поляризованого світла (наприклад, явища обертання площини поляризації в оптично активних середовищах) на основі закону Молюса (рис. 2. 15).

Схрещені ніколи ($\varphi = \frac{\pi}{2}$) світла не пропускають і ведуть себе як оптичний затвор (у поєднанні з коміркою Керра така система використовується для модуляції інтенсивності світла).

2. 7 Закон Бугера для поглинання світла

При проходженні світла через речовину, частина енергії світлової хвилі переходить у внутрішню енергію речовини і вже не повертається у вигляді вторинних хвиль. Можна говорити, що частина цугів падаючого потоку поглинається атомами (молекулами) речовини при взаємодії з ними, внаслідок чого інтенсивність потоку зменшується пропорційно до товщини поглинача та кількості падаючих цугів:

$$dJ = -\mu \cdot J \cdot dx, \quad (2. 24)$$

де μ - лінійний коефіцієнт поглинання. Після інтегрування виразу для скінченної товщини поглинача l матимемо (закон Бугера)

$$\int_0^l \frac{dJ}{J} = -\mu \int_0^l dx \Rightarrow J(l) = J(0) \cdot \exp(-\mu \cdot l). \quad (2. 25)$$

Показник ослаблення світла μ є функцією частоти світла, а обернена до нього величина $l_e = \frac{1}{\mu}$ задає товщину поглинача, для якої інтенсивність світла зменшується в e раз.

§2. Приклади розв'язування задач

Задача 1. Два плоских дзеркала утворюють гострий двогранний кут. На них падає промінь світла, який лежить у площині перпендикулярній ребру кута. Як зміниться кут між падаючим та відбитим променями при повороті дзеркал на невеликий кут навколо ребра двогранного кута?

Розв'язання: На рис. 2. 16 показано хід променя, що падає на перше дзеркало в точці O_1 відбивається від другого дзеркала в точці O_2 . На рисунку також позначені всі необхідні кути з урахуванням закону відбивання світла.

Визначимо кут γ між падаючим та відбитим від системи променями. За теоремою про зовнішній кут для трикутника ΔO_1O_2P :

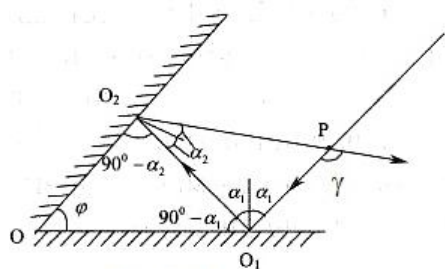


Рис 2. 16

$\gamma = 2(\alpha_1 + \alpha_2)$. Таким чином з ΔOO_2O_1 :

$$\varphi + 180^\circ - (\alpha_1 + \alpha_2) = 180^\circ \Rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 = \varphi.$$

Отже, кут $\gamma = 2\varphi$ не залежить від кута α_1 (і α_2), тобто від напрямку падіння променя на дзеркало, відтак не зміниться при повороті дзеркал.

Відповідь: Кут не зміниться.

Задача 2. Людина дивиться вертикально вниз на камінь, що лежить на дні річки. Їй здається, що відстань між поверхнею води і каменем дорівнює $h=1,2$ м. Знайти дійсну глибину річки.

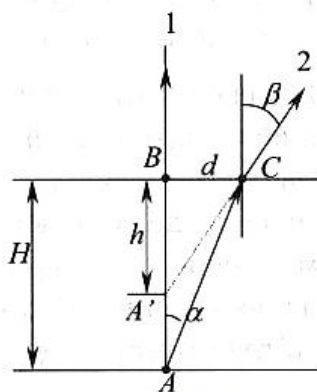


Рис 2. 17

Розв'язання: Людина бачить камінь завдяки променям світла, що відбиваються каменем і потрапляють в око людини. Два з таких променів показано на рис. 2. 17. Розглянемо механізм утворення зображення каменя (точка A) в оці. Визначимо положення точки A' перетину продовжень променів 1 і 2. Позначимо відрізки $BA' - h$ і $BC = d$. Тоді (див. рис. 2. 17):

$$\frac{d}{h} = \operatorname{tg}\beta, \quad \frac{d}{H} = \operatorname{tg}\alpha. \text{ Отже, } h = H \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta}.$$

всього $\sim 0,001$ глибини річки, то кути α і β дуже малі, тому практично точно $\operatorname{tg}\alpha = \sin\alpha, \operatorname{tg}\beta = \sin\beta = \beta$. Врахувавши це та закон заломлення світла, отримаємо

$$h = \frac{H}{n}, \text{ де } n = 1,33 - \text{показник заломлення води. Величина } h \text{ не залежить від кута}$$

α , тому в т. A' перетинаються продовження всіх променів, що виходять з точки A під малими кутами. Отже точка A' є уявним зображенням точки A , а величина h - то є удавана глибина річки. Справжня глибина: $H = nh = 1,6$ м.

Відповідь: справжня глибина річки $H = 1,6$ м.

Задача 3. За допомогою лінзи одержано дійсне зображення предмета зі збільшенням $\Gamma = 1,5$. Потім лінзу пересувають на відстань $l = 12$ см і одержують уявне зображення такого ж розміру. Чому дорівнює фокусна відстань лінзи F ?

Розв'язання: Згідно з формулою лінзи для двох вказаних положень предмета (рис. 2. 18):

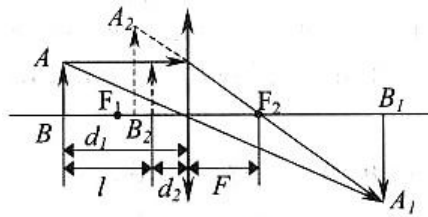


Рис. 2. 18

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F} \quad \text{і} \quad \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F}.$$

При цьому $f_1 = \Gamma d_1$ і $f_2 = -\Gamma d_2$, отже:

$$\frac{1}{d_1} \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \right) = \frac{1}{F} \quad \Rightarrow \quad d_1 = \frac{\Gamma + 1}{\Gamma} F, \quad (1)$$

$$\frac{1}{d_2} \left(1 - \frac{1}{\Gamma} \right) = \frac{1}{F} \quad \Rightarrow \quad d_2 = \frac{\Gamma - 1}{\Gamma} F. \quad (2)$$

У другому випадку зображення уявне, отже $d_2 < d_1$, і $d_2 - d_1 = l$. Тому, із різниці рівнянь (1) і (2) отримаємо: $l = \frac{2F}{\Gamma} \Rightarrow F = \frac{\Gamma l}{2} = 9 \text{ см}$.

На рис. 2. 18 для показана побудова зображень предмета AB для кожного випадку.

Відповідь: фокусна відстань $F = 9$ см.

Задача 4. Плоскоопукла лінза лежить опуклою стороною на плоскопаралельній скляній пластині (рис. 2. 19). Яку товщину h має шар повітря між лінзою і пластинною в тих місцях, де у відбитому світлі з довжиною хвилі $\lambda = 0,6$ мкм спостерігається перше підсилення світла внаслідок інтерференції? Яку форму та розміри має відповідна світла смуга, якщо радіус кривизни лінзи $R = 15$ м?

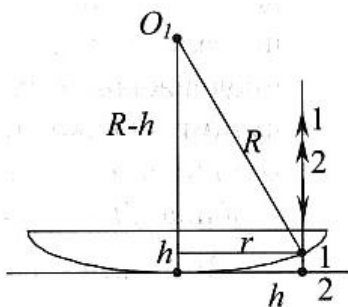


Рис. 2. 19

Розв'язання: При відбиванні падаючого променя світла від нижньої поверхні лінзи (точка 1) та верхньої поверхні пластини (точка 2) утворюються когерентні промені 1 і 2, які інтерферують, даючи, залежно від різниці ходу, підсилення або послаблення світла.

Оскільки радіус кривизни лінзи дуже великий, то опукла поверхня лінзи майже паралельна до поверхні пластини. Тому можна нехтувати відхиленням променів внаслідок відбивання та заломлення на поверхні лінзи, як показано на рисунку.

Різницю ходу променів 1 і 2 можна знайти, взявши до уваги, що в даній задачі середовище між точками 1 і 2 - повітря:

$$\Delta = 2h - \frac{\lambda}{2}.$$

Згідно з умовою максимумів, перше підсилення світла буде, коли $\lambda = 0$.

Отже:

$$2h - \frac{\lambda}{2} = 0 \Rightarrow h = \frac{\lambda}{4} = 0,15 \text{ мкм.} \quad (1)$$

Ця умова виконується для всіх точок, що віддалені від осі OO' на однакову відстань r . Отже, світла смуга - коло. Радіус цього кола визначимо через величини h та R за теоремою Піфагора (див. рис. 2.19):

$$r^2 = R^2 - (R - h)^2 = 2Rh - h^2.$$

Оскільки $h \ll R$, то $r = \sqrt{2 \cdot 15 \cdot 0,15 \cdot 10^{-6}} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,5 \text{ мм}$.

Відповідь: товщина шару $h = 0,15$ мкм, радіус смуги $r = 1,5$ мм.

Задача 5. На мильну плівку ($n = 1,3$), що знаходиться у повітрі, падає нормально пучок білого світла. При якій найменшій товщині плівки d відбите світло з довжиною хвилі $\lambda = 0,52$ мкм виявиться максимально підсиленням внаслідок інтерференції? Записати інтерференційну умову утворення темної плями на плівці, яка скоро має луснути.

Розв'язання: Умови спостереження ілюструються рис. 2. 5. Інтерференційні максимуми при відбиванні проявляються у випадку, коли

$$2dn \cos r = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \text{ де } k = 0, 1, 2, \dots$$

При нормальному падінні світла ($r = 0$) мінімальна товщина плівки, яка задовольняє умову максимуму, відповідає $k = 0$ і тому $d_m = \frac{\lambda}{4n} = 0,1$ мкм.

Інтерференційна умова виникнення темної плями при потоншанні плівки відповідає випадку, коли максимум при $k = 0$ не досягається: $0 < 2dn \cos r < \frac{\lambda}{2}$,

або (при $\cos r = 1$) $0 < d < \frac{\lambda}{4n}$.

Задача 6. Період дифракційної ґратки дорівнює $d = 3$ мкм. Знайти загальну кількість N дифракційних максимумів, які можна спостерігати за допомогою цієї ґратки при її освітленні світлом з довжиною хвилі $\lambda = 650$ нм. Під яким кутом φ_m спостерігається максимум найбільшого порядку?

Розв'язання: Оскільки кут дифракції (див. рис. 2.10) $\varphi \leq 90^\circ$ і $\sin \varphi \leq 1$, то з умови головних максимумів випливає, що порядок (номер) максимумів:

$$n \leq \frac{d}{\lambda} \Rightarrow n = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{6,5 \cdot 10^{-7}} = 4,6.$$

Отже найбільший порядок дифракційного максимуму, що його можна спостерігати за допомогою даної ґратки, $n_{\max} = 4$, а загальна кількість максимумів: $N = 2n_{\max} + 1 = 9$.

$$\text{Для максимуму } n = 4: d \sin \varphi_m = 4\lambda \Rightarrow \varphi_m = \arcsin \frac{4\lambda}{d} = 60^\circ.$$

Відповідь: можна спостерігати $N = 9$ максимумів, максимум порядку $n = 4$ спостерігається під кутом $\varphi = 60^\circ$.

Задача 7. У спектрографі встановлена дифракційна ґратка з періодом $d = 1000$ нм і довжиною робочої ділянки $l = 10,0$ см. Фокусна відстань об'єктива спектрографа рівна $f = 0,60$ м. Встановити для першого дифракційного максимуму протяжність ΔS видимого спектру на фотоплівці, яка розміщена у фокальній площині об'єктива. Оцінити також роздільну силу A приладу.

Розв'язання: З умови дифракційних максимумів

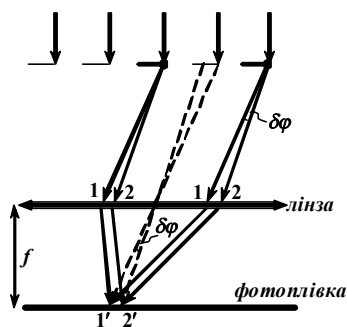


Рис. 2. 20

$$d \cdot \sin \varphi = n\lambda$$

знаходимо кутове розходження крайніх (для спектрального інтервалу) променів 1 і 2 (рис. 2. 20):

$$d \cdot \cos \varphi \cdot \delta \varphi = n \cdot \delta \lambda \text{ та}$$

$$\delta \varphi = \frac{n \delta \lambda}{d \cdot \cos \varphi} = \frac{n \cdot \delta \lambda}{\sqrt{d^2 - n^2 \lambda^2}}.$$

Тепер протяжність спектру на фотоплівці знайдемо як відстань між точками 1' та 2': $\delta S = f \cdot \delta \varphi$, або, для скінченного інтервалу довжин хвиль $\Delta \lambda$,

$$\Delta S \approx \frac{n \cdot f \cdot \Delta \lambda}{\sqrt{d^2 - n^2 \lambda_c^2}} = 0,266 \text{ м.}$$

Розрахункова формула для роздільної сили ґратки

$$A = n \cdot N = n \cdot \frac{l}{d}, A = 10^5.$$

Задача 8. У скільки разів послаблюється інтенсивність природного світла, що послідовно проходить через два поляризатори з кутом $\varphi = 30^\circ$ між площинами пропускання? Кожен із поляризаторів поглинає 10% інтенсивності світла, що на нього падає.

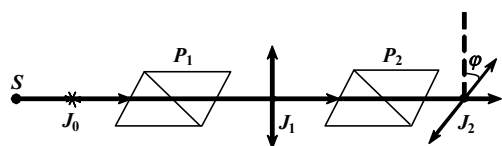


Рис. 2. 21

Розв'язання: Оптична схема експерименту зображена на рис. 2. 21. З принципу дії поляризатора випливає, що

$$J_1 = \frac{1}{2} J_0 (1 - k),$$

де k – відносна втрата інтенсивності при поглинанні ($k = 0,10$). Для інтенсивності J_2 за законом Молюса отримуємо

$$J_2 = J_1 \cos^2 \varphi (1 - k) \Rightarrow J_2 = \frac{1}{2} J_0 (1 - k)^2 \cos^2 \varphi.$$

Тепер, кратність послаблення рівна $\frac{J_0}{J_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2 \varphi} = 2,86$.

Задача 9. Лампа висить над столом на висоті H і створює деяку освітленість у точці А, що знаходиться прямо під лампою. Знайти рівняння лінії, при переміщенні вздовж якої лампа створює у точці А ту ж саму освітленість.

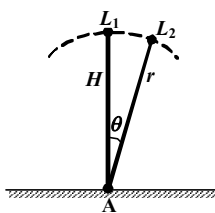


Рис. 2. 22

Розв'язання: Значення освітленості в точці А для

початкового положення лампи L_1 (рис. 2. 22) $E_1 = \frac{I}{H^2}$, та

деякого іншого положення L_2 $E_2 = \frac{I}{r^2} \cos \theta$ на уявній

траєкторії пересування (зображена пунктиром)

співпадають, тому $\frac{I}{H^2} = \frac{I}{r^2} \cos \theta$. Звідки отримуємо рівняння кривої в полярних

координатах (r, θ) : $r = H \sqrt{\cos \theta}$, де $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

§3. Задачі для самостійного розв'язування

2.1 Довжина хвилі світла у вакуумі становить 0,6 мкм. Якою буде довжина хвилі цього світла у склі з показником заломлення 1,5?

- 2.2 У скільки разів відрізняється швидкість світла у речовинах, показники заломлення яких дорівнюють 1,5 та 1,65?
- 2.3 Світло проходить крізь шар речовини з показником заломлення 1,2 за час 20 нс. За який час пройде шар такої ж товщини, для якого показник заломлення дорівнює 1,8? В обох випадках світло нормально падає на речовину.
- 2.4 Світло проходить крізь шар речовини з показником заломлення 1,5 за час 20 нс. Яка товщина цього шару? Світло нормально падає на речовину.
- 2.5 У вакуумі частота світла дорівнює $5 \cdot 10^{14}$ Гц. Якою буде частота світла у речовині з показником заломлення 1,25?
- 2.6 У вакуумі частота світла дорівнює $5 \cdot 10^{14}$ Гц. Якою буде довжина хвилі світла у речовині з показником заломлення 1,5?
- 2.7 Енергія квантів світла у вакуумі дорівнює 2 еВ. Якою буде енергія (в еВ) цих квантів у речовині з показником заломлення 1,75?
- 2.8 За який час світло доходить від поверхні океану до його дна, яке лежить на глибині 4,5 км? Світло падає на поверхню води нормально. Показник заломлення води взяти $4/3$.
- 2.9 Дно склянки має товщину 5 мм. Якої висоти шар води слід налити у склянку, щоб час проходження світлом води і скла був однаковим? Показник заломлення води взяти $4/3$, скла - 1,6.
- 2.10 На осі циліндричного екрана знаходиться маленьке дзеркальце. При повороті дзеркальця на кут 0,1 рад відбитий від нього промінь світла змістився по дузі кола на екрані на 20 см. Чому дорівнює радіус екрана?
- 2.11 Предмет розташований на відстані 40 см від плоского дзеркала. Чому дорівнює відстань між предметом та його зображенням?
- 2.12 Точка віддалилася на 7,5 см від плоского дзеркала. На скільки змінилася відстань між точкою та її зображенням у дзеркалі?
- 2.13 Точка наближається до плоского дзеркала, рухаючись зі швидкістю 1 см/с. З якою швидкістю змінюється відстань між точкою та її зображенням у дзеркалі?
- 2.14 Точку пересунули на 20 см вздовж прямої, яка утворює кут 30° з

площиною дзеркала. На скільки при цьому змінилася відстань між точкою та її зображенням у дзеркалі?

2.15 Чому дорівнює швидкість світла у прозорій речовині з показником заломлення 1,5?

2.16 Показник заломлення прозорої речовини дорівнює 2. За який час світло проходить у цій речовині відстань 3 м?

2.17 Швидкість світла у прозорій речовині 200 Мм/с. Чому дорівнює показник заломлення речовини?

2.18 Який шлях проходить світло у склі (показник заломлення 1,5) за 0,1 нс?

2.19 Довжина світлової хвилі у вакуумі становить 640 нм. Якою буде довжина хвилі цього світла у воді? Показник заломлення води взяти $4/3$.

2.20 Кут заломлення променя світла на межі вакуум-речовина дорівнює 30° . Чому дорівнює кут падіння, якщо показник заломлення речовини дорівнює $\sqrt{2}$?

2.21 Визначити швидкість поширення світла у склі, якщо при переході променя з повітря у скло кути падіння і заломлення дорівнюють відповідно 50° та 30° .

2.22 Знайти відношення товщини дна склянки до товщини шару води у ній, якщо час проходження світлом обох середовищ є однаковим.

2.23 Який шлях пройде фронт монохроматичної світлової хвилі у склі за той час, який потрібний йому для проходження шляху в 1 м у воді.

2.24 Показник заломлення прозорої речовини дорівнює $\sqrt{2}$. Чому дорівнює граничний кут повного внутрішнього відбивання на межі речовина-повітря?

2.25 Промінь світла падає з повітря на прозору пластинку під кутом 60° . При цьому кут заломлення становив 30° . Чому дорівнює квадрат показника заломлення речовини пластинки?

2.26 Швидкість світла в прозорій речовині 200 Мм/с. На скільки відсотків зміниться довжина хвилі світла при переході з цієї речовини у вакуум?

- 2.27 Оптична сила лінзи 5 дптр, відстань між лінзою та предметом - 60 см. Яке збільшення дає лінза?
- 2.28 Фокусна відстань лінзи дорівнює 15 см. Зображення предмета віддалене від лінзи на 10 см. На якій відстані від лінзи розташований предмет?
- 2.29 Оптична сила опуклої лінзи дорівнює 5 дптр, відстань між предметом та лінзою 10 см. На якій відстані від лінзи можна побачити зображення предмета?
- 2.30 На екрані одержано збільшене лінзою у 3 рази зображення предмета. У скільки разів відстань між екраном та лінзою більша за фокусну відстань лінзи?
- 2.31 Паралельний пучок променів світла падає на лінзу з оптичною силою 2 дптр. На якій відстані від лінзи промені пучка перетнуться між собою?
- 2.32 Оптична сила лінзи дорівнює $D = -2$ дптр. Відстань між лінзою та зображенням предмета у ній становить 30 см від лінзи. На якій відстані від лінзи знаходиться предмет?
- 2.33 На лінзу з оптичною силою $D = +4$ дптр падає паралельний пучок променів під кутом 15° до головної оптичної осі. На якій відстані від лінзи промені перетнуться між собою?
- 2.34 Світна точка знаходиться у фокусі лінзи з оптичною силою $D = -2$ дптр. На якій відстані від лінзи можна побачити зображення точки?
- 2.35 Скільки довжин хвилі світла з частотою $5 \cdot 10^{14}$ Гц укладається на відрізьку довжиною 3 мкм у речовині з показником заломлення 1,4?
- 2.36 Один з паралельних когерентних променів поширюється у вакуумі, інший - у склі з показником заломлення 1,6. Чому дорівнює оптична різниця ходу променів, якщо товщина скла 0,5 мм?
- 2.37 У двох трубках довжиною по 20 см знаходяться гази, для яких показники заломлення дорівнюють 1,002 та 1,0025. Чому дорівнює оптична різниця ходу когерентних променів, які пройшли крізь ці трубки?
- 2.38 Людина дивиться вертикально вниз на камінь, що лежить на дні річки. Їй здається, що відстань між поверхнею води і каменем дорівнює 1,2 м. Знайти дійсну глибину ріки.

2.39 Два плоских дзеркала утворюють гострий двогранний кут. На них падає промінь світла, який лежить у площині, перпендикулярній ребру кута. Як зміниться кут між падаючим та відбитим променями при повороті дзеркал на невеликий кут навколо ребра двогранного кута?

2.40 Два плоских дзеркала утворюють двогранний кут 60° . На одне з дзеркал падає під кутом 30° промінь світла, який лежить у площині перпендикулярній до лінії перетину дзеркал. Під яким кутом впаде на друге дзеркало промінь після відбивання від першого дзеркала?

2.41 На плоске дзеркало падає промінь світла. На скільки зміниться кут між падаючим та відбитим променями, якщо дзеркало повернути на кут 10° навколо осі, яка лежить у площині дзеркала та перпендикулярна до променя?

2.42 Плоске дзеркальце обертається з кутовою швидкістю 0.01 c^{-1} навколо осі, яка лежить у площині дзеркальця й перпендикулярна променю, що падає на дзеркальце. З якою кутовою швидкістю рухається відбитий від дзеркальця промінь? Джерело світла нерухоме.

2.43 Посередині між двома плоскими дзеркалами, паралельними одне одному, є точкове джерело світла. З якими однаковими швидкостями мають рухатись обидва дзеркала, залишаючись паралельними одне одному, щоб перші уявні зображення джерела у дзеркалах зближались зі швидкістю 5 м/с .

2.44 Під центром круглого басейну радіусом 5 м , залитого до краю водою, на висоті 3 м над поверхнею води висить лампа. На яку відстань від краю басейна може відійти людина, зріст якої становить $1,8 \text{ м}$, щоб усе ще бачити зображення лампи у воді?

2.45 Світна точка рівномірно рухаються з швидкістю $0,2 \text{ м/с}$ вздовж прямої, яка утворює кут у 30° з площиною дзеркала. З якою швидкістю зменшується відстань між світною точкою і її зображенням? Через скільки часу відстань між ними зменшиться удвічі? Прийняти відстань між світною точкою і її зображенням на початку руху рівною 60 см .

2.46 З вежі висотою $76,5 \text{ м}$ аеростат видно під кутом 56° до горизонту, а його зображення в озері - під кутом 58° відносно горизонту. На якій висоті знаходиться аеростат?

2.47 Світна точка розташована між двома взаємно перпендикулярними плоскими дзеркалами. Скільки зображень цієї точки можна побачити у дзеркалах?

2.48 Висота плоского дзеркала 90 см. Якого найбільшого зросту людина може розглядати у ньому своє повне зображення, не змінюючи положення голови?

2.49 Промінь світла проходить зі скла у воду і заломлюється на плоскій границі скло-вода. При якому куті падіння на цю границю відбитий і заломлений промені будуть взаємно перпендикулярними? Абсолютні показники заломлення: скла 1,6, води 1,33.

2.50 Чому дорівнює швидкість світла у прозорій речовині, якщо синус граничного кута повного внутрішнього відбивання на межі цієї речовини та повітря дорівнює 0.8?

2.51 Промінь світла падає на межу поділу двох середовищ під кутом 30° . Показник заломлення першого середовища становить 2,4 м. Визначити показник заломлення другого середовища, коли відомо, що відбитий і заломлений промені перпендикулярні один до одного.

2.52 Два паралельні промені падають на поверхню води під кутом 60° . Відстань між цими променями у повітрі дорівнює 10 см. Визначити відстань між променями у воді.

2.53 На відстані у 1,5 м від поверхні води у повітрі знаходиться точкове джерело світла. На якій відстані від поверхні вони буде знаходить зображення цього джерела для спостерігача, який знаходиться у воді під джерелом світла?

2.54 Світна точка знаходиться у повітрі над поверхнею води. Для спостерігача, який знаходиться у воді під точкою, відстань від поверхні води до точки уявляється рівною 2,5 м. Визначити дійсну відстань від світної точки до поверхні води.

2.55 Горизонтальний промінь падає під кутом у 60° на плоско-паралельну скляну пластинку товщиною 5 см. Визначити вертикальне зміщення променя при його виході з пластинки.

2.56 Предмет знаходиться між лінзою та її фокусом. Відстань

між зображенням предмета та лінзою дорівнює 30 см, при цьому відношення висоти зображення до висоти предмета дорівнює 0,4. Яку оптичну силу має лінза?

2.57 Точкове джерело світла, яке спочатку було на відстані 1,2 м від розсіювальної лінзи, наближають до неї вздовж оптичної осі до відстані 0,6 м. При цьому уявне зображення джерела проходить вздовж оптичної осі відстань 10 см. Визначити фокусну відстань лінзи.

2.58 Предмет висотою 16 см знаходиться на відстані 80 см від лінзи з оптичною силою $D = -2,5$ дптр. У скільки разів зміниться висота зображення, якщо предмет пересунути до лінзи на 40 см?

2.59 Хлопчик зняв окуляри і читає книжку, тримаючи її на відстані 16 см від очей. Яку оптичну силу мають його окуляри?

2.60 Учень звик читати книгу, тримаючи її на відстані $d = 20$ см від очей. Якою повинна бути оптична сила окулярів, щоб читати книгу, тримаючи її на відстані найкращого зору $L = 25$ см?

2.61 Визначити оптичну силу окулярів для далекозорого ока, для якого відстань найкращого зору становить 40 см. Відстанню між лінзою окулярів і кришталиком знехтувати.

2.62 Визначити фокусну відстань лупи, яка дає 12-разове збільшення для нормального ока, якщо око акомодоване на нескінченність.

2.63 Зображення предмета, який знаходиться між лінзою та її фокусом, більше за сам предмет у 3 рази. Чому дорівнює відношення відстані між зображенням та лінзою до фокусної відстані лінзи?

2.64 Між предметом та екраном пересувають лінзу, оптична сила якої 5 дптр. Перший раз чітке зображення предмета на екрані одержали при відстані між лінзою та предметом, рівній 60 см. При якій відстані між лінзою та предметом буде одержане ще одне чітке зображення?

2.65 Між предметом та екраном пересувають лінзу. На екрані одержують чітке зображення предмета при двох положеннях лінзи. Перший раз збільшення предмета лінзою дорівнювало 4. Яким буде збільшення при другому положенні лінзи?

2.66 При певній відстані між лінзою та предметом на екрані одержали збільшене у 2 рази зображення предмета. Предмет та екран міняють місцями. Яким буде при цьому збільшення?

2.67 На скільки змінилася оптична сила кришталика ока, якщо людина перевела погляд з віддаленого предмета на предмет, який знаходиться на відстані найкращого бачення 25 см?

2.68 Людина розглядає своє зображення у дзеркалі, стоячи на відстані 50 см від нього. Потім людина переводить погляд на цятку, що знаходиться на стіні поряд із дзеркалом. На скільки при цьому змінилася оптична сила кришталика ока?

2.69 Світна точка знаходиться у фокусі розсіювальної лінзи. Точку переміщують у фокальній площині на відстань 1 см від осі. На скільки зміщується при цьому зображення точки?

2.70 Світна точка знаходиться у фокусі вгнутої лінзи. Фокусна відстань лінзи дорівнює 6 см. Точку переміщують на 6 см вздовж оптичної осі, віддаляючи від лінзи. На скільки при цьому зміщується зображення точки у лінзі?

2.71 При фотографуванні з відстані $d_1 = 4,25$ м, зображення предмета на фотоплівці має висоту $h_1 = 2,7$ мм, а при фотографуванні з відстані $d_2 = 1$ м - висоту $h_2 = 12$ мм. Знайти фокусну відстань об'єктива.

2.72 Відстань між двома точковими джерелами світла $L = 32$ см. Де між ними треба розташувати збірну лінзу з фокусною відстанню $F = 12$ см, щоб зображення обох джерел знаходились в одній точці?

2.73 Далекозора людина читає без окулярів, тримаючи книгу на відстані $L = 50$ см від очей. Чому дорівнює оптична сила окулярів, які йому необхідні для читання?

2.74 За допомогою лінзи одержано дійсне зображення предмета зі збільшенням 1,5. Потім лінзу пересувають на відстань 12 см і одержують уявне зображення такого ж розміру. Чому дорівнює фокусна відстань лінзи?

2.75 При збільшенні відстані між предметом та вгнутою лінзою від d до $2d$ відстань між лінзою та зображенням змінюється від $f_1 = 20$ см до $f_2 = 25$ см.

Чому дорівнює d ?

2.76 При збільшенні відстані між предметом та опуклою лінзою від d до $2d$, відстань між лінзою та зображенням змінюється від $f_1 = 25$ см до $f_2 = 20$ см. Чому дорівнює d ?

2.77 Побудувати зображення в лінзі предмета АВ, який лежить на основній оптичній осі, паралельно до неї у випадку а) лінза збірна; б) – лінза розсіювальна.

2.78 Оптична різниця ходу двох когерентних променів дорівнює 2,2 мкм. При накладанні цих променів спостерігається інтерференційний максимум з номером 4. Яку довжину хвилі має світло?

2.79 На тонку плівку з показником заломлення $n > 1$ нормально падає біле світло. У відбитому світлі спостерігається інтерференційний максимум третього порядку для довжини хвилі 500 нм. Який порядок має інтерференційний максимум для світла з довжиною хвилі 700 нм?

2.80 Довжина хвилі світла у вакуумі у 10 разів менша за період дифракційної ґратки. Під яким кутом (у радіанах) спостерігається перший дифракційний максимум?

2.81 Відстань між дифракційною ґраткою та екраном дорівнює 1 м, відстань між центральним та першим дифракційним максимумами - 5 см. У скільки разів період дифракційної ґратки більший за довжину хвилі світла, що падає на неї?

2.82 При опроміненні дифракційної ґратки світлом з довжиною хвилі 400 нм перший дифракційний максимум спостерігається під кутом 0,1 рад. Який період має ґратка?

2.83 Визначити найбільший порядок спектра, який може утворити дифракційна ґратка, яка має 500 штрихів на 1 мм, якщо довжина хвилі падаючого світла становить 590 нм. Яку найбільшу довжину хвилі у цьому порядку спектра можна спостерігати за допомогою цієї ґратки?

2.84 Період дифракційної ґратки дорівнює 3 мкм. Знайти загальну кількість дифракційних максимумів, які можна спостерігати за допомогою цієї ґратки при її освітленні світлом з довжиною хвилі 650 нм. Під яким кутом

спостерігається максимум найбільшого порядку?

2.85 На дифракційну ґратку нормально до її поверхні падає монохроматичне світло з довжиною хвилі у 500 нм. На відстані 1 м паралельно ґратці розташований екран, на якому відстань між центральним і третім дифракційними максимумами становить 15 см. Визначити період дифракційної ґратки.

2.86 У склі міститься сферична порожнина, заповнена водою. На порожнину падають паралельні промені світла. Визначити радіус світлового пучка, який проникає у порожнину.

2.87 Промінь світла падає перпендикулярно до бічної грані рівнобедреної трикутної призми з кутом при вершині у 40° , і, зазнавши повного внутрішнього відбивання від другої бічної грані, виходить через основу призми під кутом 30° до неї. Визначити показник заломлення речовини призми.

2.88 У прозорій речовині з показником заломлення 1,25 знаходиться світна точка на відстані 30 см від межі поділу речовина-повітря. Який радіус має коло, у межах якого світло ще виходить з речовини у повітря?

2.89 У прозорій речовині знаходиться світна точка на відстані 30 см від межі поділу речовина-повітря. Радіус кола, в межах якого світло ще виходить з речовини у повітря дорівнює 40 см. Який показник заломлення має речовина?

2.90 У вершині скляного конуса (всередині скла) знаходиться точкове джерело світла. Яким має бути максимальний кут при вершині конуса, щоб через всю його основу промені виходили у повітря? Показник заломлення скла взяти $\sqrt{2}$.

2.91 У склі (показник заломлення $n = 1,6$) є сферична порожнина радіуса $R = 8$ см. На порожнину падає циліндричний пучок променів, вісь якого проходить через центр порожнини. Якого радіусу пучок променів увійде в порожнину?

2.92 На горизонтальному дні озера глибиною $\sqrt{7}$ м знаходиться точкове джерело світла. Починаючи з якої відстані від джерела освітленість

точок дна збільшується за рахунок відбитих променів? Показник заломлення води взяти $4/3$.

2.93 Розсіювальна лінза з фокусною відстанню 12 см розташована між двома точковими джерелами світла так, що до одного з них вона вдвічі ближча, ніж до іншого. Відстань між зображеннями джерел дорівнює 7,8 см. Визначити відстань між джерелами.

2.94 Предмет розташований на відстані 90 см від екрана. Між предметом і екраном переміщують лінзу. З однієї позиції лінза дає на екрані збільшене зображення предмета, а з іншої - зменшене. Яка фокусна відстань лінзи, якщо лінійні розміри першого зображення у чотири рази більші від розмірів другого?

2.95 Короткозора людина може чітко бачити предмет, якщо він розміщений на відстані не далі як 20 см від ока. Така людина мусить мати двоє окулярів: для того, щоб чітко бачити дуже віддалені предмети, і для того, щоб чітко бачити предмети, розміщені на відстані найкращого зору. Якою повинна бути оптична сила цих окулярів?

2.96 Якої найменшої товщини потрібно взяти плоскопаралельну пластинку зі скла з показником заломлення 1,54, щоб при освітленні її монохроматичним червоним світлом з довжиною хвилі 750 нм, яке падає під кутом 30° на поверхню пластинки, щоб у відбитому світлі вона виглядала б чорною? При якій мінімальній товщині пластини вона буде виглядати червоною?

2.97 Біле світло нормально падає на дифракційну ґратку. При цьому спектри третього та четвертого порядків частково перекриваються. На яку довжину хвилі у спектрі третього порядку накладається хвиля з довжиною 420 нм спектра четвертого порядку?

2.98 Плосковипукла лінза лежить опуклою стороною на плоскопаралельній скляній пластині. Яку товщину має шар повітря між лінзою і пластиною у тих місцях, де у відбитому світлі з довжиною хвилі 0,6 мкм спостерігається перше підсилення світла внаслідок інтерференції? Яку форму та розміри має відповідна світла смуга, якщо радіус кривизни лінзи 15 м?

Розділ 3. Квантова оптика

§1 Теоретичний довідник

3.1 Теплові джерела світла. Закон Кірхгофа

Джерела електромагнітного випромінювання (світла) можна класифікувати за фізичними механізмами випромінювання - хемілюмінесценція, катодолюмінесценція, випромінювання розжарених тіл, стимульоване випромінювання (лазерний ефект), тощо. Для теплових джерел світла, у яких випромінювання здійснюється за рахунок енергії теплових рухів атомів і молекул нагрітого тіла, можливий стан динамічної рівноваги між потоками енергії випромінювання та енергії поглинання. Так, тіло в адіабатичній оболонці (рис. 3. 1) неминуче приходить до рівноваги зі своїм випромінюванням (встановлення сталої температури) внаслідок процесів випускання (ведуть до пониження температури тіла) та процесів поглинання (ведуть до підвищення температури тіла). Для двох тіл в адіабатичній оболонці відбувається вирівнювання температур обох нагрітих тіл (рис. 3. 2), оскільки вони прямують до рівноваги зі спільним випромінюванням. Отже, при рівноважному випромінюванні тіла, які більше поглинають енергії падаючого випромінювання, більше її і випускають (правило Прево), - зв'язок між поглинальною здатністю тіла і його випускною здатністю. Далі скрізь: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж-с - стала Планка, ν, λ - частота та довжина хвилі світла, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с - швидкість світла у вакуумі, $\epsilon_0 = 0,885 \cdot 10^{-11}$ Ф/м, $k = 1/4\pi\epsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ м/Ф.



Рис. 3. 1

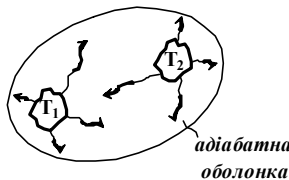


Рис. 3. 2

Для встановлення кількісного зв'язку між обома потоками енергії вводять поняття спектральної енергетичної світності тіла

$R_{\nu,T} : d\Phi_{\text{вип}} = R_{\nu,T} \cdot d\nu$, $d\Phi_{\text{вип}}$ - потік променистої енергії, що випускається з одиниці поверхні нагрітого тіла у всіх напрямках в інтервалі частот $(\nu, \nu + d\nu)$; $[d\Phi_{\text{вип}}] = 1$ Вт/м² і $[R_{\nu,T}] = 1$ Дж/м². Аналогічно, для спектрального коефіцієнта

поглинання $A_{v,T}$ використовують означення $A_{v,T} = \frac{d\Phi_{\text{погл}}}{d\Phi_{\text{над}}}$, тобто $0 \leq A_{v,T} \leq 1$ і є безрозмірною характеристикою. На основі правила Прево, для декількох тіл в стані рівноваги матимемо

$$\left(\frac{R_{v,T}}{A_{v,T}}\right)_1 = \left(\frac{R_{v,T}}{A_{v,T}}\right)_2 = \dots = r_{v,T}, \quad (3.1)$$

де $r_{v,T}$ – спектральна енергетична світність абсолютно чорного тіла (АЧТ) ($A_{v,T} = 1$). Співвідношення (3.1) відображає **закон Кірхгофа** для теплових джерел випромінювання: «відношення спектральної енергетичної світності тіла до його спектрального коефіцієнта поглинання не залежить від природи тіла і рівне енергетичній світності абсолютно чорного тіла».

З (3.1) випливає, що: 1) для будь-якого тіла (сірого тіла) $R_{v,T} < r_{v,T}$; 2) $r_{v,T}$ є деякою універсальною функцією частоти випромінювання ν і температури тіла T . Тобто, АЧТ займає особливе місце серед теплових джерел і знаходження функції $r_{v,T}$ є важливою задачею теорії. Моделлю АЧТ може бути замкнута порожнина з отвором. Властивостями, близькими до АЧТ, володіє сажа.

3.2 Розподіл енергії у спектрі випускання АЧТ. Квантова гіпотеза

Пояснення спостережуваного на досліді розподілу енергії випускання АЧТ за частотою (рис. 3.3, суцільна лінія) на основі класичної теорії випромінювання сукупністю незалежних осциляторів (як моделі АЧТ) веде до формули Релея-Джинса

$$r_{v,T} = \frac{8\pi\nu^2}{c^2} k_B T \quad (3.2)$$

та узгодження з експериментом лише для малих частот. Для інтегральної енергетичної світності $r_T = \int_0^{\infty} r_{v,T} \cdot d\nu$ така теорія приводить до висновку $r_T \rightarrow \infty$ («ультрафіолетової катастрофи»). Знаходження відповідної до експерименту залежності $r_{v,T}$ виявилось можливим лише на основі нової гіпотези щодо характеру випускання (поглинання) електромагнітних хвиль речовиною

(квантової *гіпотези Планка*): енергія випромінювання випускається і поглинається осциляторами у вигляді порцій (квантів)

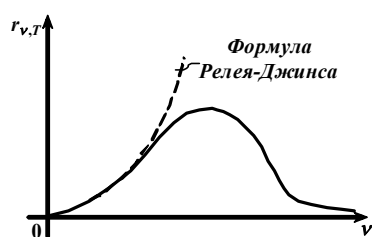


Рис. 3. 3

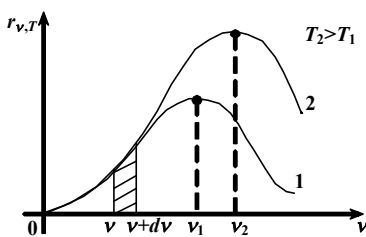


Рис. 3. 4

(Площа штрихованої смужки рівна $r_{v,T}d\nu$, а r_T чисельно рівна всій площі під кривою)

$$\mathcal{E} = h \cdot \nu, \quad (3. 3)$$

де h - стала Планка, ν - частота випромінювання.

Така гіпотеза приводить до формули Планка

$$r_{v,T} = \frac{8\pi \cdot \nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}, \quad (3. 4)$$

яка при малих частотах ($\frac{h\nu}{k_B T} \ll 1$) співпадає з формулою Релея-Джинса та

адекватно описує експеримент у всьому спектральному діапазоні (рис. 3. 4). 3

(3. 4) впливає **закон Стефана-Больцмана**:

$$r_T = \int_0^{\infty} r_{v,T} \cdot d\nu \Rightarrow r_T = \sigma \cdot T^4, \quad (3. 5)$$

енергетична світність АЧТ пропорційна четвертій степені абсолютної температури тіла;

$$\text{закон зміщення Віна: } \frac{dr_{v,T}}{d\nu} = 0 \Rightarrow \frac{\nu_m}{T} = b_1 \text{ або } \lambda_m \cdot T = b \quad (3. 6)$$

частота, на яку припадає максимум спектральної енергетичної світності АЧТ, пропорційна його температурі.

3.3 Оптична пірометрія

Закони випромінювання чорного тіла використовуються для вимірювання температури віддалених розжарених тіл.

Радіаційна температура T_r тіла встановлюється на основі вимірювання сумарної енергії випромінювання тіла R_T та представлення її у формі (3. 5):

$$R_T = \alpha_T \cdot \sigma T^4 = \sigma T_r^4,$$

де α_T - інтегральний коефіцієнт поглинання тіла (ступінь чорноти), а T_r - температура АЧТ, для якого енергетична світність має таке ж значення ($T_r \leq T$, бо $\alpha_T \leq 1$).

3.4 Закони фотоефекту

Зовнішній фотоефект - вивільнення електронів з поверхні твердих тіл і рідин під дією світла (рис. 3.5), підтверджує квантування енергії випромінювання при поглинанні. Закономірності (**закони фотоефекту**): 1) фотострум насичення I_n пропорційний до величини падаючого світлового потоку Φ (рис. 3.6); 2) максимальна кінетична енергія вивільнених електронів не залежить від інтенсивності світла, а визначається лише частотою світла ν (рис. 3.7); 3) фотоефект є пороговим явищем (проявляється при $\nu \geq \nu_0$, де ν_0 - поріг або червона межа фотоефекту). Другий і третій висновки не вдається обґрунтувати в рамках електромагнітної теорії світла.

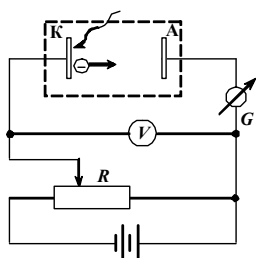


Рис. 3.5

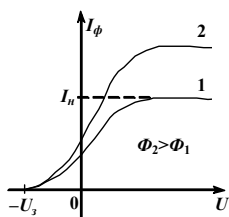


Рис. 3.6

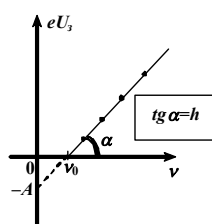


Рис. 3.7

Пояснення фотоефекту можливе на основі гіпотези Ейнштейна: енергія світла передається електронів речовини у вигляді певної порції $h\nu$ та

засвоюється ним цілком (**рівняння Ейнштейна для одноквантового фотоефекту**):

$$h\nu = A + \frac{m_0 \cdot \mathcal{G}_m^2}{2}, \quad (3.7)$$

де $h\nu$ - енергія поглинутого електроном кванта (фотона), A - робота виходу електрона з металу, m - маса електрона, \mathcal{G}_m - максимальна швидкість, яку має електрон після виходу з металу. Кінетична енергія $\frac{m_0 \cdot \mathcal{G}_m^2}{2}$ вибитого електрона не залежить від інтенсивності світла. Затримуюча напруга U_s

$$eU_s = \frac{m_0 \cdot \mathcal{G}_m^2}{2} \quad (3.8)$$

Червона межа фотоефекту . Фотоефект можливий лише при опроміненні металу світлом, з частотою (довжиною хвилі)

$$\nu \geq \nu_0, \text{ або } \lambda \leq \lambda_0,$$

де $\nu_0(\lambda_0)$ - червона межа фотоелемента, яка визначається роботою виходу:

$$\nu_0 = \frac{A}{h}, \quad \lambda_0 = \frac{h \cdot c}{A}. \text{ Оскільки } A = h \cdot \nu_0, \text{ то маємо}$$
$$eU_s = h(\nu - \nu_0), \quad (12.9)$$

що цілком погоджується з результатами дослідів Міллікена (рис. 3. 7).

Інтенсивність світла пропорційна кількості фотонів, які проходять в одиницю часу через одиницю поверхні.

Явище фотоелемента підтверджує квантову гіпотезу Планка; крім зовнішнього, спостерігаються також внутрішній фотоелемент (породження електрон-діркових пар в діелектриках і напівпровідниках) та вентильний фотоелемент (розділення носіїв заряду при їх породженні світлом в області контакту двох напівпровідників чи напівпровідник-метал, що веде до виникнення фото-е.р.с.); 3) основними характеристиками фотоелемента є його ВАХ (рис. 3. 6) та чутливість ($\gamma = \frac{i_u}{\Phi}$, - відношення величини фотоструму насичення до величини падаючого світлового потоку).

3.5 Фотони

Гіпотеза Ейнштейна: світло не тільки поглинається, а й випромінюється порціями енергії - квантами. Квант енергії $h\nu$ є формою поширення енергії випромінювання і йому можна приписати властивості частинки (названої фотоном):

$$\mathcal{E}_\phi = m_\phi c^2 = \frac{hc}{\lambda},$$
$$m_\phi = \frac{h\nu}{c^2}, \quad (3. 10)$$
$$p_\phi = m_\phi \cdot c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

де \mathcal{E}_ϕ - енергія фотона, m_ϕ - маса фотона, p_ϕ - імпульс фотона. На мові фотонів легко обґрунтовується формула для тиску світла:

$$P = (1 - R) \cdot n_\phi \cdot \frac{h\nu}{c} + R \cdot n_\phi \cdot \frac{2h\nu}{c} = \frac{J}{c}(1 + R),$$

де $J = n_{\phi} \cdot h\nu$ - інтенсивність світла, n_{ϕ} - густина потоку фотонів ($1/(m^2 \cdot c)$), R - коефіцієнт відбивання світла (доля відбитих від поверхні фотонів).

3.6. Ефект Комптона

Фотон не може поглинатися цілком окремим вільним електроном, зате пружне зіткнення фотона з електроном (подібно до зіткнення пружних куль) веде до перерозподілу енергії та імпульсу частинок. Це проявляється при розсіянні X-променів речовиною з легких атомів (графіт, парафін) у формі

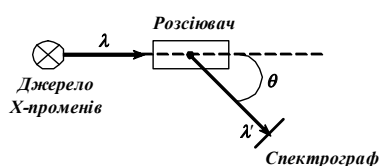


Рис. 3. 8

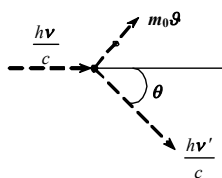


Рис. 3. 9

збільшення довжини хвилі X-променів при їх спостереженні під кутом θ до початкового напрямку поширення (**ефект Комптона**) (рис. 3. 8). На основі

використання **законів збереження енергії та імпульсу** (рис. 3. 9) отримуємо:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) \Rightarrow \frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1 - \cos \theta}{m_0 \cdot c^2}, \quad (3. 11)$$

де ε' і ε - енергії падаючого і розсіяного фотонів.

3.7 Спектральні лінії атомів

Спектральний аналіз світла, що випускається та поглинається атомарними газами, виявляє лінійчастий характер оптичних спектрів атомів (випускання і поглинання відбувається на вибраних частотах, своїх для кожного сорту атома). Це можна пов'язати з квантуванням енергії випромінювання при взаємодії світла з речовиною.

Теорія оптичних спектрів атомів базується на теорії Бора для атома водню (**постулати Бора**): 1) у кожному стаціонарному стані момент імпульсу для орбітального руху електрона приймає значення, кратне сталій Планка:

$$m_0 v_n \cdot r_n = n \cdot \frac{h}{2\pi}, \quad (3. 12)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$ (квантове число, номер стану), r_n - радіус орбіти номер n , \mathcal{G}_n - швидкість електрона на цій орбіті; 2) атоми можуть перебувати лише у певних (стаціонарних) станах, яким відповідає дискретний ряд значень енергії E_1, E_2, E_3, \dots і в таких станах атоми енергії не випромінюють; 3) поглинання (або випускання) атомами електромагнітного випромінювання відбувається на частотах, що визначаються різницею енергій двох стаціонарних станів (резонансною умовою):

$$\nu_{12} = \frac{E_2 - E_1}{h}. \quad (3.13)$$

Якщо електрон переходить з «вищої» борівської орбіти з номером k на «нижчу» борівську орбіту з номером n , то атом випромінює фотон, енергія якого дорівнює $h\nu = E_k - E_n$, де E_k, E_n величина енергії електрона на цих орбітах.

Навпаки, якщо атом поглинає фотон з такою енергією, то електрон переходить з «нижчої» борівської орбіти на «вищу».

Енергія електрона в атомі водню. У планетарній моделі водневоподібного атома (електрон обертається по коловій орбіті навколо нерухомого ядра) повна механічна енергія електрона на орбіті з номером n визначається за формулою

$$E_k = \frac{m\mathcal{G}^2}{2} - k \frac{e^2}{r_n} = -\frac{2\pi^2 k^2 m e^4}{h^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2} = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (eV)}. \quad (3.14)$$

де $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг - маса електрона, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл - елементарний заряд, $E_1 = -13,6$ eV - енергія основного стану ($n=1$) електрона в атомі водню, а радіус борівської орбіти r_n дорівнює

$$r_n = \frac{h^2}{4\pi^2 k m e^2} \cdot n^2 = r_0 \cdot n^2 = 5,3 \cdot 10^{-11} n^2 \text{ (м)}. \quad (3.14 \text{ а})$$

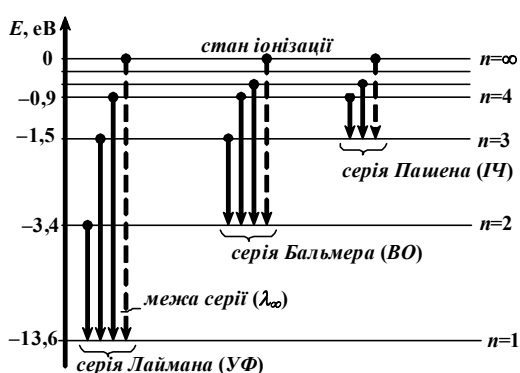
Тут $k = (4\pi\epsilon_0)^{-1} = 9 \cdot 10^9$ м/Ф, а величину

$$r_0 = \frac{h^2}{4\pi^2 k m e^2} \text{ називають радіусом Бора.}$$

Для енергії стаціонарних станів водневоподібних атомів

$$E = \frac{m_0 \mathcal{G}^2}{2} - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{Ze^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} \Rightarrow E_n = -\frac{Rhc}{n^2} Z^2, \quad (3.14 \text{ б})$$

де R - стала Рідберга, Z - порядковий номер елемента в періодичній системі Менделєєва. На основі (3. 13) та (3. 14) для довжин хвиль спектральних ліній отримується формула спектральних серій:



$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = R \cdot Z^2 \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (3. 15)$$

де прийнято $m \leq n$. Оптичні переходи, що описуються формулою (3. 15), ілюструються рис. 3. 10. Мінімальна енергія іонізації атома з основного стану у

формулі енергетичних рівнів (3. 14) рівна $A_i = -E_1$; 2) теорія Бора добре пояснює походження спектральних ліній (їх частоту та довжину хвилі), але не пояснює яскравості цих ліній, їх спектральну ширину; 3) теорія Бора внутрішньо суперечлива (поєднує закони класичної механіки з квантовими постулатами) і не поширюється на складніші атоми.

3.8 Корпускулярно-хвильовий дуалізм для випромінювання

Спостереження хвильових ознак (інтерференція, дифракція, поляризація) та корпускулярних ознак (поглинання енергії речовиною, ефект Комптона, короткохвильова межа гальмівного X -випромінювання) для випромінювання вказує на те, що світло є складним об'єктом, розуміння якого не зводиться до поняття хвилі чи корпускули (частинки). З ростом частоти випромінювання ν краще проявляються ефекти квантування і світло можна пояснювати як потік частинок (фотонів) – так поступають для X -променів та γ -променів. З ростом довжини хвилі λ краще проявляються ознаки хвилі (так для радіохвиль). Поширення світла добре пояснювати в термінах хвиль (частота, довжина хвилі, амплітуда коливань, інтенсивність хвилі), а взаємодію з речовиною в термінах частинок (маса, імпульс, енергія фотона). Двоїста природа світла підкреслює складну фізичну суть цього об'єкту, а також інших, на які поширюються подібні уявлення (так, хвильові ознаки приписуються всім мікрочастинкам, а квантування енергії збудження постулюється для будь-якого фізичного поля).

§2. Приклади розв'язування задач

Задача 1. Лазер випромінює світловий промінь тривалістю 0,13 мс з енергією 10 Дж. Визначити середній тиск цього променя, якщо він сфокусований у круглу пляму діаметром 10 мкм на поверхню, перпендикулярну до променя з коефіцієнтом відбиття $k = 0,60$.

Розв'язання: Імпульс фотона $p = \frac{\mathcal{E}_i}{c}$, де \mathcal{E}_i - енергія фотона, c - швидкість світла у вакуумі. Відбиті фотони (абсолютно пружний удар) передають поверхні, на яку вони падають, імпульс

$$p_{\text{відб}} = N \cdot 2\Delta p = N \cdot 2 \frac{\mathcal{E}_i}{c},$$

де через N позначено кількість фотонів, які зазнали дзеркального (абсолютно пружний удар) відбиття від поверхні. Кількість фотонів можемо визначити, поділивши енергію відбитого випромінювання на енергію одного фотона:

$$N = \frac{kE}{\mathcal{E}_i}$$

Знаходимо значення сумарного імпульсу, отриманого поверхнею за рахунок відбитого випромінювання $p_{\text{відб}} = 2k \frac{E}{c}$ і, відповідно, створюваний цим випромінюванням тиск: $p = \frac{2kE}{c\tau S}$, де S - площа плями.

Фотони поглинутого випромінювання віддають поверхні весь свій імпульс, а оскільки їхня кількість становить $N' = \frac{(1-k)E}{\mathcal{E}_i}$, то створюваний ними

тиск $p = \frac{(1-k)E}{c\tau S}$. Остаточно:

$$p = \frac{(2k + (1-k))E}{c\tau S} = \frac{(k+1)E}{c\tau S} = \frac{4(k+1)E}{\pi c \tau d^2} = 5,2 \text{ МПа}$$

Відповідь: $p = \frac{4(k+1)E}{\pi c \tau d^2} = 5,2 \text{ МПа}$.

Задача 2. При освітленні поверхні металу монохроматичним світлом

максимальна швидкість фотоелектронів становить $v_1 = 0.2$ Мм/с. Яку швидкість v_2 матимуть фотоелектрони, якщо вони будуть вириватися з поверхні цього металу монохроматичним світлом із частотою на $\Delta\nu = 2 \cdot 10^{13}$ Гц більшою?

Розв'язання: Згідно з рівнянням Ейнштейна та умовою задачі можна записати:

$$h\nu = A_{\text{вих}} + \frac{mv_1^2}{2},$$

$$h(\nu + \Delta\nu) = A_{\text{вих}} + \frac{mv_2^2}{2}.$$

Звідки знаходимо:

$$h\Delta\nu = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{v_1^2 + \frac{2h\Delta\nu}{m}}$$

Перевіряємо розмірність доданку під коренем:

$$\left[\frac{2h\Delta\nu}{m} \right] = \left[\frac{\text{Дж} \cdot \text{с} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{кг}} \right] = \left[\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{кг}} \right] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}} \right] = \left[\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} \right]$$

Виконуємо обчислення (беремо із таблиць $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг):

Відповідь: швидкість електронів $v_2 = 2,63 \cdot 10^5$ м/с ≈ 0.26 Мм/с.

Задача 3. Чому дорівнює довжина хвилі фотона, випроміненого атомом водню при переході його електрона з третьої орбіти на першу?

Розв'язання: Виходимо з постулатів квантування Бора

$$m v_n r_n = \frac{n h}{2\pi} \tag{1}$$

та з того, що сила Кулона надає електроніві доцентрового прискорення, тобто

$$\frac{k e^2}{r_n^2} = \frac{m v_n^2}{r_n} \tag{2}$$

де n - номер орбіти електрона, r_n - радіус орбіти, v_n — швидкість електрона на цій орбіті, e - модуль заряду електрона, m - маса електрона, h - стала Планка. Енергія електрона на n -й орбіті дорівнює сумі енергій: кінетичної та потенціальної енергії його електричної взаємодії з ядром:

$$W_n = \frac{m v_n^2}{2} - \frac{k e^2}{r_n}.$$

Зі співвідношення (2) можна записати: $\frac{mv_n^2}{2} = \frac{ke^2}{2r_n^2}$.

Отже, отримуємо $E_n = \frac{ke^2}{r_n} - \frac{ke^2}{2r_n^2} = -\frac{ke^2}{2r_n^2}$.

А враховуючи, що з системи рівнянь (1) та (2) радіус n -ої орбіти електрона

$$r_n = \frac{n^2 h^2}{kme^2 4\pi^2} = \frac{\varepsilon_0 h^2 n^2}{\pi m e^2} \text{ можемо записати}$$

$$E_n = \frac{m}{2} \left(\frac{e^2}{2\varepsilon_0 h} \right)^2 \frac{1}{n^2}.$$

Тобто енергія, яку випромінює (або поглинає) електрон при переході з орбіти з номером n_1 на орбіту з номером n_2 , становить.

$$\Delta E_{12} = \frac{m}{2} \left(\frac{e^2}{2\varepsilon_0 h} \right)^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right).$$

Відповідно, $\Delta E_{12} = hc/\lambda$, звідки $\lambda = hc/\Delta E_{12}$.

У нашому випадку $n_2=3$, $n_1=1$.

Відповідь: $\lambda = \frac{2hc}{m} \left(\frac{2\varepsilon_0 h}{e^2} \right)^2 \frac{n_1^2 n_2^2}{n_1^2 + n_2^2} = 103 \text{ нм}.$

Задача 4. Скільки спектральних ліній можна спостерігати, якщо атоми водню в основному стані поглинають кванти ультрафіолетового світла з довжиною хвилі $\lambda=102,8$ нм?

Розв'язання: Кількість спектральних ліній, що їх випромінюють збуджені атоми, залежить від номера n_2 рівня на який вони переходять внаслідок поглинання квантів опромінюючого світла.

Згідно з постулатом Бора, поглинаючи квант світла, електрон отримує відповідну енергію \mathcal{E} і переходить з основного стану з енергією E_1 у збуджений стан з енергією E_2 . Отже:

$$E_2 = E_1 + \mathcal{E}$$

Оскільки енергія електрона в атомі водню $E_n = E_1/n^2$, маємо:

$$\frac{E_1}{n_2^2} = E_1 + \mathcal{E} \Rightarrow n_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\mathcal{E}}{E_1}}}$$

Для обчислень знайдемо величину \mathcal{E} :

$$\mathcal{E} = \frac{hc}{\lambda} = 12,09 \text{ eV}.$$

Підставляючи це число та значення $E_1 = -13,6$ eV у вираз для n_2 ,

$$\text{дістанемо: } n_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{12,09}{13,06}}} = 3.$$

Таким чином електрони переходять на третій рівень. Повертаючись в основний стан вони можуть або безпосередньо: $3 \rightarrow 1$, або через рівень $n = 2$: $3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$. Кожен із показаних переходів дає відповідну спектральну лінію. Отже в спектрі випромінювання спостерігається $N = 3$ лінії.

Відповідь: можна спостерігати $N = 3$ лінії.

Задача 5. Середня енергетична світність поверхні Землі $R_e = 0,54$ Дж/(см²·хв). Якою повинна бути температура T поверхні Землі, якщо умовно вважати, що вона випромінює як сіре тіло з коефіцієнтом поглинання $\alpha_T = 0,25$? Як зміниться енергетична світність при підвищенні температури поверхні на 1%?

Розв'язання: Для сірого тіла на основі закону Стефана-Больцмана маємо

$$R_e = \alpha_T \cdot \sigma T^4, \text{ звідки } T = \left(\frac{R_e}{\alpha_T \sigma} \right)^{1/4} = 283 \text{ К}.$$

Знайдемо похибку ΔR_e із закону Стефана-Больцмана ($\alpha_T = \text{const}$)

$$\Delta R_e = \alpha_T \cdot \sigma \cdot 4T^3 \cdot \Delta T \text{ та відносну похибку } \frac{\Delta R_e}{R_e} = 4 \cdot \frac{\Delta T}{T} = 0,04 \text{ (збільшиться на 4\%).}$$

Задача 6. Випромінювання аргонного лазера з довжиною хвилі $\lambda = 5,0 \cdot 10^{-7}$ м сфокусоване на фотокатод у пляму діаметром $d = 0,10$ мм. Робота виходу матеріалу фотокатода $A = 2,0$ eV. На плоский анод, розміщений на віддалі $l = 30$ мм від катода, паралельно до нього, подана прискорююча напруга $U = 400$ В. Знайти діаметр D плями на аноді, у яку попадають фотоелектрони.

Розв'язання: Швидкість фотоелектрона $\vec{g} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2$ (рис. 3. 11), де \vec{g}_1 - максимальна швидкість фотоелектрона у прискорюючому полі прикладеної напруги; $\frac{m_0 g_1^2}{2} = e \cdot U$, а \vec{g}_2 - максимальна початкова швидкість вирваних світлом

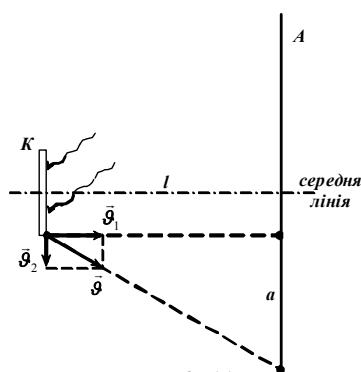


Рис. 3. 11

електронів; $\frac{m_0 g_2^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - A$.

Із рис. 3. 11 випливає, що $\frac{a}{l} = \frac{g_2}{g_1}$ та

$$a = l \cdot \sqrt{\frac{\frac{hc}{\lambda} - A}{e \cdot U}} = 0,33 \text{ мм.}$$

Діаметр плями на аноді рівний $D = d + 2a = 0,76 \text{ мм.}$

Задача 7. Атомарний водень, що збуджується світлом певної довжини хвилі, при переході в основний стан випускає тільки три спектральні лінії. Встановити: 1) довжини хвиль цих ліній і вказати, до яких серій вони належать; 2) радіус орбіти, на яку збуджується атом водню.

Розв'язання:

Схема оптичних переходів в атомі зображена на рис. 3.12, тому

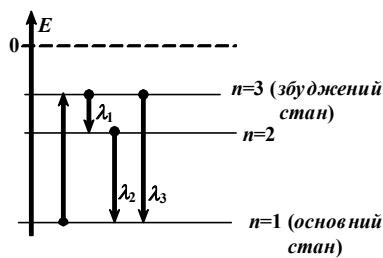


Рис. 3. 12

$$\frac{1}{\lambda_1} = R \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \lambda_1 = 0,654 \text{ мкм,}$$

$$\frac{1}{\lambda_2} = R \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \Rightarrow \lambda_2 = 0,121 \text{ мкм,}$$

$$\frac{1}{\lambda_3} = R \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) \Rightarrow \lambda_3 = 0,102 \text{ мкм.}$$

Належність ліній до спектральних серій можна встановити згідно рис. 3.10. Радіус стаціонарної орбіти за теорією Бора задається співвідношенням (3. 14 а): $r_n = r_0 \cdot n^2$, тому $r_3 = 0,53 \text{ нм}$ (при $r_0 = 0,59 \text{ Å}$).

§3. Задачі для самостійного розв'язування

3.1 Лампочка розжарення, на якій написано «100 Вт» має ККД 3,5%. Середня енергія фотонів, які випромінює лампочка, становить $1,75 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$. Скільки фотонів щосекунди випромінює лампочка?

3.2 Енергія фотона у пучку монохроматичного випромінювання дорівнює $E = 4,5 \cdot 10^{-19}$ Дж. Чому дорівнює довжина хвилі цього випромінювання у воді? Стала Планка $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, абсолютний показник заломлення води $n = 1,33$.

3.3 Визначити абсолютний показник заломлення середовища, в якому світло з енергією окремого фотона $4,4 \cdot 10^{-19}$ Дж має довжину хвилі 300 нм.

3.4 Скільки фотонів падає за секунду на 1 см^2 поверхні, якщо вона опромінюється з потужністю $0,001 \text{ Вт/см}^2$ гамма-променями з довжиною хвилі 10^{-14} м?

3.5 Рубіновий лазер випромінює в імпульсі $2 \cdot 10^{19}$ квантів з довжиною хвилі 694 нм. Чому дорівнює середня потужність спалаху лазера, якщо його тривалість становить 2 мс?

3.6 Визначити довжину хвилі, яку випромінює рубіновий лазер, якщо середня потужність лазера становить 1,43 кВт при тривалості імпульсу 4 мс. В імпульсі лазер випромінює $2 \cdot 10^9$ світлових квантів.

3.7 Чутливість сітківки ока до жовтого світла (довжина хвилі становить 600 нм) дорівнює $3,35 \cdot 10^{-18}$ Вт. Скільки фотонів повинна щосекунди поглинати сітківка, щоб створювалось відчуття сприймання цього світла.

3.8 Око людини сприймає фотони з довжиною хвилі 500 нм, якщо потужність світла не менша $2,1 \cdot 10^{-17}$ Вт. Визначити кількість фотонів, які щосекунди подразнюють сітківку ока.

3.9 Скільки фотонів за секунду випромінює нитка електричної лампи з корисною потужністю 1 Вт, якщо середня довжина хвилі випромінювання становить 1 мкм?

3.10 Потужність лазерного випромінювання дорівнює 480 мВт. Скільки фотонів з енергією 2 еВ випромінює лазер щосекунди? Елементарний заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

3.11 Гелій-неоновий лазер потужністю 90 мВт випромінює щосекунди $3 \cdot 10^{17}$ фотонів. Який імпульс має кожний із цих фотонів?

3.12 Атом водню, який знаходився в основному стані, поглинув фотон. При цьому електрон перейшов на енергетичний рівень з номером 2. При якій

мінімальній енергії фотона (в еВ) це могло відбутися? Енергія електрона в основному стані дорівнює -13,6 еВ.

3.13 Атом водню, який знаходився в основному стані, поглинув фотон. При цьому електрон перейшов на енергетичний рівень з номером 2. На скільки змінилася енергія електрона (в еВ)? Енергія електрона в основному стані дорівнює -13,6 еВ.

3.14 Скільки спектральних ліній можна спостерігати, якщо атоми водню в основному стані поглинають кванти ультрафіолетового світла з довжиною хвилі 102,8 нм?

3.15 Атоми водню збуджують світлом певної довжини хвилі. У результаті в спектрі поглинання спостерігаються тільки три лінії. Чому дорівнює номер найвищого збудженого стану електрона?

3.16 Скільки спектральних ліній можна спостерігати при переході електронів в основний стан в атомах водню, якщо у збуджених атомах електрони перебувають на третьому енергетичному рівні?

3.17 Електрон в атомі водню переходить з рівня, де його енергія дорівнювала -3,4 еВ на рівень, де його енергія -13,6 еВ. Яку енергію (в еВ) має фотон, що випромінюється при цьому?

3.18 При переході електрона з четвертої орбіти на другу атом водню випромінює фотон, який дає зелену лінію у спектрі випромінювання. Визначити довжину хвилі цієї лінії.

3.19 Фотон якої енергії випромінює атом водню при переході його електрона з четвертої орбіти на другу?

3.20 При переході електрона у атомі водню з деякої орбіти на другу атом випромінює фотон з довжиною хвилі 434 нм. Визначити номер орбіти.

3.21 У скільки разів змінюється радіус орбіти і енергія електрона атома водню при переході його зі стану з номером 5 до стану з номером 1?

3.22 Радіус орбіти електрона у атомі водню становить $2 \cdot 10^{-10}$ м. Фотони якої довжини хвилі можуть викликати іонізацію цього атома?

3.23 Яку енергію (в еВ) має електрон на другому рівні в атомі водню, якщо його енергія в основному стані дорівнює -13,6 еВ?

3.24 В атомі водню енергія електрона в основному стані дорівнює $-13,6$ еВ. На скільки більшою буде енергія (в еВ) електрона у першому збудженому стані?

3.25 Чому дорівнює імпульс фотона з енергією $1,2 \cdot 10^{-18}$ Дж?

3.26 На якому енергетичному рівні перебуває електрон в атомі водню, якщо на цьому рівні його енергія дорівнює $-0,136$ еВ? Енергія основного стану електрона дорівнює $-13,6$ еВ.

3.27 Чому дорівнює відношення енергій електрона в атомі водню на п'ятому та другому енергетичних рівнях?

3.28 Чому дорівнює довжина хвилі фотона, випроміненого атомом водню при переході його електрона з 3-ї орбіти на першу?

3.29 Атом водню випромінює фотон з довжиною хвилі $91,2$ нм. Яку швидкість має цей фотон?

3.30 Довжина хвилі світла дорівнює $0,66$ мкм. Який імпульс мають фотони цього світла? Сталу Планка взяти $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

3.31 На кожний квадратний сантиметр чорної поверхні щосекунди падає $2,8 \cdot 10^{17}$ квантів випромінювання з довжиною хвилі 400 нм. Який тиск створює це випромінювання на поверхню?

3.32 Точкове ізотропне джерело випромінює світло з довжиною хвилі 589 нм. Світлова потужність джерела дорівнює 10 Вт. Визначити кількість фотонів, які перетинають щосекунди площадку у 1 см² на відстані 2 м від джерела.

3.33 Короткий імпульс світла з енергією $7,5$ Дж у формі вузького паралельного променя падає на дзеркальну пластинку під кутом 30° . Визначити переданий пластинці імпульс, вважаючи її поверхню ідеально дзеркальною.

3.34 Енергія фотона $E = 4,5 \cdot 10^{-19}$ Дж. З якою швидкістю повинен рухатись електрон, щоб його імпульс дорівнював імпульсу цього фотона?

3.35 Частота світла $\nu_0 = 6,0 \cdot 10^{14}$ Гц. З якою швидкістю повинен рухатись електрон, щоб його імпульс дорівнював імпульсу фотона?

3.36 Опромінюючи деякий метал світлом спочатку з довжиною хвилі $0,3$ мкм, а потім $0,6$ мкм, виявили, що відповідні максимальні швидкості

фотоелектронів відрізняються одна від одної у 2 рази. Знайти роботу виходу з цього металу.

3.37 Мінімальна частота світла ν_0 , яке вириває електрони із металевого катода, дорівнює $6,0 \cdot 10^{14}$ Гц. При яких частотах світла електрони, що вилітають із катода, повністю затримуються напругою $U = 3$ В?

3.38 Енергія фотонів, які падають на катод фотоелемента, становить 2 еВ. Якщо енергію фотонів збільшити у 2 рази, то енергія фотоелектронів зростає у 5 разів. Чому дорівнює робота виходу (в еВ) для матеріалу фотокатода?

3.39 При опроміненні фотокатода фотонами з енергією 2 еВ затримуюча напруга фотоелемента дорівнює 1,5 В. Якою буде затримуюча напруга для цього ж фотоелемента, якщо енергію фотонів збільшити на 50%?

3.40 Один з електродів є цезієвою пластинкою і опромінюється світлом з довжиною хвилі 300 нм. Яку запірну напругу потрібно прикласти між електродами, щоб припинити фотострум у колі? Червона межа для цезію дорівнює 654 нм.

3.41 Фотоелектрони, які випромінюються з поверхні металу світлом з частотою $2,2 \cdot 10^{15}$ с⁻¹, затримуються запірним потенціалом у 6,6 В, а вирвані світлом частоти $4,6 \cdot 10^{15}$ с⁻¹ - потенціалом у 16,5 В. Визначиш за цими даними сталу Планка.

3.42 При освітленні поверхні металу монохроматичним світлом максимальна швидкість фотоелектронів становила $2 \cdot 10^5$ м/с. Визначити максимальну швидкість фотоелектронів, які вириваються із поверхні цього металу при освітленні його монохроматичним світлом з частотою на $2 \cdot 10^{13}$ Гц більшою.

3.43 Запірна напруга фотоелемента дорівнює U при енергії фотонів $h\nu$. Якщо енергію фотонів збільшити на 10%, то запірну напругу треба збільшити на 20%. У скільки разів енергія фотонів $h\nu$ більша за роботу виходу для речовини фотокатода.

3.44 Кванти світла з енергією 6 еВ, палаючи на фотокатод, виривають з нього електрони з максимальною кінетичною енергією, яка дорівнює 40% енергії фотонів. Чому дорівнює робота виходу (в еВ) для речовини фотокатода?

3.45 Робота виходу для катода фотоелемента $A = 4$ еВ. При опроміненні цього катода світлом з довжиною хвилі λ запірня напруга фотоелемента становить 1 В. Якою буде запірня напруга, якщо катод опромінювати світлом з довжиною хвилі $\lambda/2$?

3.46 Робота виходу для катода фотоелемента $A = 4$ еВ. При опроміненні цього катода світлом з частотою ν затримуюча напруга фотоелемента становить 1 В. Якою буде затримуюча напруга, якщо катод опромінювати світлом з частотою 2ν ?

3.47 Якщо катод фотоелемента опромінювати квантами з енергією 2 еВ, то затримуюча напруга дорівнює U , а при опроміненні світлом з енергією квантів 3 еВ, затримуюча напруга дорівнює $2U$. Чому дорівнює робота виходу (в еВ) для речовини фотокатода?

3.48 У скільки разів збільшиться сила струму насичення фотоелемента, якщо інтенсивність опромінюючого його світла збільшиться у 1,5 рази?

3.49 Затримуюча напруга фотоелемента дорівнює 2 В при опроміненні фотокатода світлом з довжиною хвилі λ . Якою буде затримуюча напруга, якщо інтенсивність світла зросте у 5 разів?

3.50 Скільки фотонів падає на катод щосекунди, якщо струм насичення фотоелемента $I_n = 0.08$ мА? Заряд електрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

3.51 Фотокатод, для якого робота виходу дорівнює $3 \cdot 10^{-19}$ Дж, опромінюється фотонами з імпульсом $2 \cdot 10^{-27}$ кг·м/с. Яку максимальну енергію мають фотоелектрони?

3.52 Катод фотоелемента, для якого робота виходу 4 еВ, опромінюється фотонами з енергією 5,2 еВ. Чому дорівнює затримуюча напруга фотоелемента?

3.53 Робота виходу з фотокатода $A = 4.8$ еВ. Який імпульс мають фотони, що відповідають червоній межі фотоелемента? Заряд електрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

3.54 У скільки разів швидкість електрона на першій борівській орбіті відрізняється від його швидкості на третій орбіті?

3.55 Для атома водню визначити радіус першої стаціонарної орбіти електрона, його лінійну швидкість та повну енергію на цій орбіті.

3.56 Енергія фотона, який падає на катод фотоелемента, дорівнює 4,8 еВ. При цьому максимальна кінетична енергія фотоелектронів на 40% більша за роботу виходу. Чому дорівнює робота виходу (в еВ) речовини фотокатоду?

3.57 Електрон у атомі водню може знаходитись на колових орбітах з радіусами $0,5 \cdot 10^{-8}$ см та $2 \cdot 10^{-10}$ м. Як відносяться кутові швидкості руху електрона на цих орбітах.

3.58 Точкове джерело потужністю $P = 100$ Вт випромінює 10% від своєї потужності світла із середньою довжиною хвилі $\lambda = 589$ нм. Це світло падає на катод фотоелемента площа якого $S = 10$ см², і вириває з нього електрони. Відстань від джерела світла до фотокатода дорівнює 1 м. Відомо, що з 10^4 фотонів, які падають на катод, тільки один вириває електрон. Обчислити кількість електронів, які вилітають за 1 с з катода.

3.59 Світловий імпульс лазера з енергією 10 Дж і тривалістю 0,15 мс сфокусований у круглу пляму діаметром 10 мкм. Світло падає на чорну пластину перпендикулярно до її поверхні. Визначити коефіцієнт відбивання поверхні ρ , якщо світло створює тиск на пластину із середнім значенням $P = 5,0$ МПа.

3.60 Скільки енергії повинно приносити світлове випромінювання на кожний квадратний міліметр чорної поверхні за секунду, щоб світловий тиск на неї становив 1 Н/м²? Якщо цей тиск створюється зеленими променями з довжиною хвилі 550 нм, то скільки квантів мусить щосекунди падати на 1 мм² цієї поверхні?

3.61 Яку максимальну кількість електронів може втратити металева кулька радіусом у 1 мм при опроміненні її світлом з довжиною хвилі 200 нм? Червона межа матеріалу кульки становить 280 нм.

3.62 Лазер випромінює світловий промінь тривалістю 0,13 мс з енергією у 10 Дж. Визначити середній тиск цього променя, якщо він сфокусований у круглу пляму діаметром 10 мкм на поверхню, перпендикулярну до променя з коефіцієнтом відбиття $\rho = 0,60$.

3.63 На атом водню падає електрон. Енергія вирваного електрона становить 3,22 еВ. Обчислити довжину хвилі світла, що падає, якщо до цього

електрон був на другій орбіті. Врахувати, що маса протона набагато більша за масу електрона. Стала Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, енергія електрона на першій орбіті $E_1 = -13,6$ еВ, заряд електрона $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл.

3.64 Знайти відношення величини потенціальної енергії електрона в атомі водню до величини його повної енергії.

3.65 Якщо відношення величини потенціальної енергії електрона в атомі водню до його повної енергії на одній із борівських орбіт дорівнює 2, то чому може дорівнювати номер n цієї орбіти?

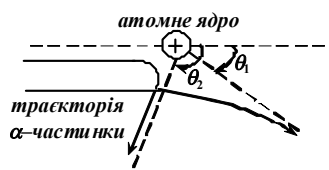
3.66 Модуль відношення величини кінетичної енергії електрона в атомі водню до його повної енергії на одній із борівських орбіт дорівнює 1. Знайдіть номер n цієї орбіти?

Розділ 4. Елементи квантової механіки атомів та молекул

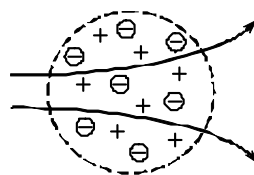
§1 Теоретичний довідник

4.1 Труднощі планетарної моделі атома

Досліди Резерфорда з розсіяння α -частинок металеву фольгою доводять існування у центрі атома атомного ядра з розмірами $\sim 10^{-14} \div 10^{-15}$ м, в якому зосереджена практично вся маса атома і яке має заряд $+Z \cdot e$, де Z – порядковий номер елемента. Окремі α -частинки відбивалися у цьому досліді назад, що неможливо у моделі «атома-пудинга» (рис. 4.1). *Дослід Резерфорда* є експериментальним доведенням *планетарної моделі атома* (електрони обертаються навколо ядра по деяких орбітах). Однак, 1) на основі законів класичної механіки та електромагнетизму неможливо пояснити стійкість атомів, тотожність атомів одного і того ж елемента, їх розміри; 2) постулати



а) розсіяння ядром;



б) розсіяння в моделі «атома-пудинга»;

Рис. 4.1

Бора, хоча і розв'язують проблему лінійності оптичних спектрів атомів, не узгоджуються із класичною теорією. Розвиток науки вимагав висунення нових ідей.

4.2 Хвильові властивості частинок

За *гіпотезою де Бройля*, всім мікрочастинкам слід приписати хвильові властивості, подібно до того як світлові хвилі виявляють корпускулярні властивості. Як і для фотона, довжина «електронної хвилі» (або хвилі де Бройля) задається співвідношенням

$$\lambda_B = \frac{h}{p}, \quad (4.1)$$

де p - імпульс електрона, $p = \sqrt{2m_0 \cdot eU}$, U - прискорююча напруга (при $U \sim 150$ В отримуємо $\lambda \sim 1$ Å, що значно менше довжини хвилі для світла). Таку довжину хвилі має X -випромінювання, для якого спостерігається дифракція на просторових ґратках кристалів (рис. 4.2). Тому перевірка хвильових ознак

електрона проводилася у *експериментах Девіссона і Джермера* по відбиванню моноенергетичного пучка електронів від граней кристалу Ni (рис. 4.3). Експерименти Девіссона і Джермера доводять, що інтенсивне відбивання спостерігається для кутів θ , які задовольняють умову Вульфа-Брегга (рис. 4.2).

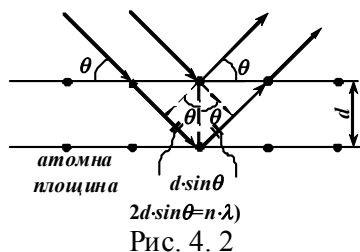


Рис. 4. 2

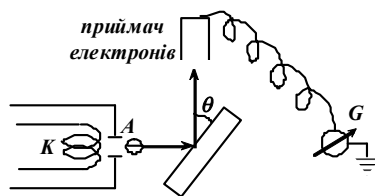


Рис. 4.3

Підтвердження хвильових властивостей електрона (як і інших мікрочастинок) ставить задачу врахування їх

при побудові послідовної теорії атомів та молекул – хвильової механіки. Ця теорія, яку називають квантовою механікою, лежить в основі сучасного пояснення явищ, які відбуваються в просторових межах $\sim(10^{-8} \div 10^{-15})$ м.

Гіпотеза де Бройля обґрунтовує стаціонарні орбіти електрона в атомі Бора:

$$p \cdot r = n \cdot \frac{h}{2\pi} \Rightarrow 2\pi r = n \cdot \lambda_B, \quad (4.2)$$

«стаціонарними є ті орбіти, вздовж яких вкладається ціле число довжин хвиль де Бройля» (інтерференційне підсилення).

4.3 Хвильова функція і її статистичний зміст

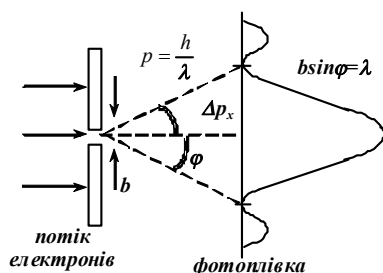


Рис. 4.4

Корпускулярно-хвильовий дуалізм для електрона добре виявляється при спостереженні дифракції пучка моноенергетичних електронів на щілині (рис. 4.4) – електрони ведуть себе як частинки при взаємодії з речовиною (почорніння на фотоплівці у певному місці) та наповнюють простір

як хвиля (за щілиною розподіл інтенсивності електронних хвиль відповідає дифракційній картині). Тобто, електрон лише виявляє хвильові властивості залишаючись частинкою в розумінні неподільності. З рис. 4.4 впливає також, що розподіл електронів у просторі (реєструється фотоплівкою) пропорційний

відносній інтенсивності хвиль де Бройля в цій ділянці простору (де дифракційний максимум, там електрони попадають найчастіше).

Подібно як електромагнітні хвилі описуються рівнянням $\vec{E} = \vec{E}(x, t)$ чи $\vec{H} = \vec{H}(x, t)$, так для хвиль де Бройля вводиться допоміжна функція (або **хвильова функція**) $\psi = \psi(x, t)$, квадрат модуля якої $|\psi(x, t)|^2$ задає інтенсивність цих хвиль у точці з координатою x в момент часу t (інтенсивність електромагнітної хвилі $\sim E^2$ або $\sim H^2$). Пояснення експерименту на рис. 4.4 дозволяє стверджувати, що «інтенсивність хвиль де Бройля в будь якій ділянці простору в даний момент часу пропорційна ймовірності знайти частинку в цій ділянці», або число частинок dN , що попадає в інтервал координат $(x, x+dx)$, задається відношенням $dN \sim |\psi(x, t)|^2 dx$.

Величину $\rho(x, t) = |\psi(x, t)|^2$ називають **густиною ймовірності**, а добуток

$$dW(x, t) = |\psi(x, t)|^2 dx \quad (4.3)$$

дає ймовірність знаходження частинки, яка описується хвильовою функцією ψ , у ділянці простору з координатами від x до $(x+dx)$.

Дифракційний експеримент, зображений на рис. 4.4, дозволяє також виявити взаємозв'язок між невизначеностями координати частинки $\Delta x = b$ та її імпульсу $\Delta p_x = p \sin \varphi$ у формі (**співвідношення невизначеностей Гейзенберга**)

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar / 2, \quad (4.4)$$

що є прямим наслідком хвильової поведінки електрона: одночасно точно задати координату та імпульс електрона неможливо ($\hbar = h / 2\pi$; $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж \cdot с)

4.4 Рівняння Шредінгера

Вигляд хвильової функції для вільної частинки з енергією E можна постулювати на основі оптико-механічної аналогії між прямолінійним поширенням такої частинки і поширенням плоскої хвилі:

$$y(x, t) = y_0 \cos(kx - \omega t),$$

тому

$$\psi(x, t) = A \cdot \exp[i(kx - \omega t)] = A \cdot \exp\left[\frac{i}{\hbar}(px - Et)\right],$$

де $p = \hbar k = \frac{h}{\lambda}$ та $E = \hbar \omega = h\nu$ ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$, $i = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця). Якщо врахувати,

що в нерелятивістській теорії кінетична енергія частинки $E = \frac{p^2}{2m_0}$, то $\psi_E(x, t)$

задовольняє рівняння (*хвильове рівняння Шредінгера для вільної частинки*)

$$i\hbar \cdot \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}. \quad (4.5)$$

В стаціонарних станах (коли $E = const$) вигляд хвильової функції задається у формі розділення змінних

$$\psi_E(x, t) = \psi_E(x) \cdot \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \cdot Et\right), \quad (4.6)$$

а для координатної частини хвильової функції $\psi_E(x)$ матимемо рівняння

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = E \cdot \psi,$$

а для випадку силового поля з енергією $U(x)$ (після заміни $E = E - U(x)$),

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + U(x) \cdot \psi = E \cdot \psi, \quad (4.7)$$

де E – повна механічна енергія частинки. Рівняння (4.7) називають амплітудним рівнянням Шредінгера для стаціонарних станів. Його можна розглядати як вихідне рівняння для знаходження хвильової функції ψ та повної енергії E частинки (чи системи частинок) у стаціонарних станах (подібно до рівняння Ньютона в класичній механіці). Теорія Шредінгера: 1) феноменологічна; 2) нерелятивістська; 3) внаслідок лінійності рівняння допускає суперпозицію станів $\psi = a_1\psi_1 + a_2\psi_2$; 4) не допускає породження і знищення частинок; 5) не описує радіаційних переходів між станами (пов'язаних з випромінюванням).

4.5 Задача про електрон в потенціальній ямі

Потенціальною ямою називають область мінімуму потенціальної енергії, що має прямокутну форму (рис. 4.5):

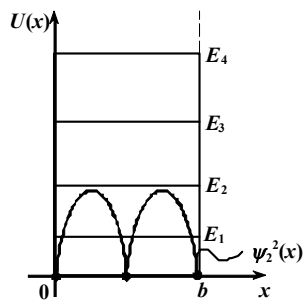


Рис. 4.5

$$U(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < b, \\ \infty, & x \geq b, x \leq 0. \end{cases}$$

Таким умовам наближено відповідає стан електрона у тонкій плівці металу. Для електрона в одновимірному ящику рівняння Шредінгера

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2 \cdot \psi = 0, \quad (4.8)$$

де $k^2 = \frac{2m_0E}{\hbar^2} \geq 0$, має частковий розв'язок

$$\psi(x) = A \cdot \sin(k \cdot x) \quad (4.9)$$

З граничних умов $\psi(0)=0$ та $\psi(b)=0$ (область простору поза стінками ями є недоступною для електрона) отримуємо

$$k \cdot b = n \cdot \pi, \quad (4.10)$$

де $n = 1, 2, 3, \dots$ (квантове число). Тобто, для енергії стаціонарних станів маємо

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_0 b^2} \cdot n^2, \quad (4.11)$$

а для хвильової функції

$$\psi_n(x) = A \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot n}{b} x\right). \quad (4.9, a)$$

Основні висновки: 1) спектр дозволених значень енергії для електрона є дискретним (рис. 4.5) та $E_1 > 0$; 2) стаціонарні стани електрона в ямі можна пов'язати з утворенням стоячої хвилі де Бройля між стінками ями ($k=2\pi/\lambda_B$):

$$b = n \frac{\lambda_E}{2}; \quad (4.12)$$

3) частинка локалізована в області ями, але не всі її ділянки є рівнодоступними для електрона (ймовірність попадання задається $\psi_n^2(x)$; див. графік $\psi_2^2(x)$ на рис. 4.5).

Іншим важливим результатом розв'язання рівняння Шредінгера при проходженні частинки через потенціальний бар'єр є явище тунельного ефекту.

4.6 Атом водню у квантовій механіці

Електрон, який рухається в околі позитивно зарядженого ядра, знаходиться у тривимірній потенціальній ямі кулонівської форми. Тому аналогія з попередньою задачею одновимірної ями веде до появи в теорії атома водню трьох інтегралів руху – величин, що зберігаються з часом (та, відповідно, трьох квантових чисел).

Першим, і найважливішим, інтегралом орбітального руху електрона в атомі є повна механічна енергія стаціонарних станів E_n

$$E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2},$$

де n - головне квантове число, $n=1,2,3,\dots$

Другим інтегралом орбітального руху електрона є величина моменту імпульсу \vec{L} , що в планетарній моделі атома задає форму стаціонарної орбіти електрона (при заданій енергії E_n):

$$L^2 = \hbar^2 l(l+1), \quad (4.12)$$

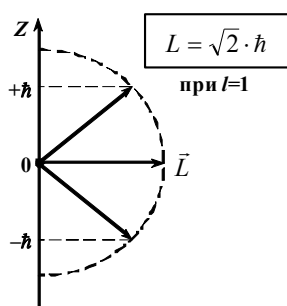


Рис. 4.6

де $l=0,1,2,\dots,(n-1)$ – орбітальне квантове число.

Третім інтегралом руху є просторова орієнтація моменту імпульсу \vec{L} (задає орієнтацію стаціонарної орбіти у просторі при заданій формі орбіти та для заданого значення енергії, рис. 4.6)

$$L_z = \hbar m_l, \quad (4.13)$$

де $m_l=0,\pm 1,\pm 2,\dots,\pm l$ – магнітне квантове число.

Тепер стаціонарні стани атома нумеруються трійкою квантових чисел n, l, m_l відповідно до трьох величин E, L^2, L_z , що мають конкретне значення у цих станах:

$$\psi = \psi_{nlm_l}(x, y, z).$$

Для інших величин (координати електрона, його імпульсу тощо) квантова механіка дозволяє розрахувати лише їх середні значення.

Положення електрона в об'ємі атома можна передбачити ймовірнісним способом, підраховуючи просторовий розподіл густини ймовірності $|\psi(x, y, z)|^2$. Такий розподіл часто називають «електронною хмарою» – щільність хмари задає відносну ймовірність знайти електрон у вибраній точці (чи безмежно

малій ділянці об'єму). Тобто, невизначеність координати електрона веде до втрати поняття електронної орбіти в класичному розумінні як траєкторії руху електрона. Електронна орбіта – це лише найімовірніше місцезнаходження електрона в тому чи іншому стаціонарному стані атома.

4.7 Спін електрона

Досліди Штерна і Герлаха по вимірюванню магнітних моментів атомів (рис. 4.7) виявили квантування цього моменту, що не пояснюється теорією (в основному стані атома водню магнітний момент атома $\vec{M}_{orb} = -\frac{e}{2m_0} \vec{L}$ рівний нулю завдяки $l=0$ та $m_l=0$, а сила, що діє на атом зі сторони магнітного поля, рівна $f_z = M_z \frac{\partial B}{\partial z}$).

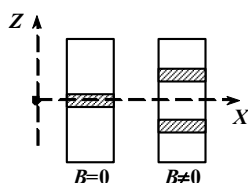
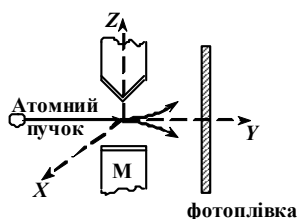


Рис. 4.7

Пояснення було знайдене на основі гіпотези про наявність у електронів власного механічного \vec{s} та магнітного $\vec{\mu}$ моментів ($\vec{\mu} = -\frac{e}{m_0} \vec{s}$). Така

властивість електрона була названа спіном. По аналогії з орбітальним моментом,

$$s^2 = \hbar^2 l_s(l_s + 1) \quad \text{та} \quad s_z = \hbar m_s, \quad (4.14)$$

а з досліду випливає, що $2l_s + 1 = 2$, тобто $l_s = 1/2$ та $m_s = \pm 1/2$. Маємо дві можливі орієнтації спінового моменту електрона відповідно до двох смужок на фотоплівці.

1) Спін є невід'ємною характеристикою електрона (як і будь-якої частинки); 2) всі мікрочастинки діляться на дві великі групи за значенням спінового моменту – з цілим та півцілим спінами – і це визначає їхню колективну поведінку.

4.8 Принцип Паулі розподілу електронів в атомі по оболонках

Багатоелектронний атом розглядається як набір одночастинкових станів (n, l, m_l, m_s) моделі незалежних електронів. Кожен такий стан характеризується повним набором одночасно вимірюваних величин (параметрів стану) відповідно до значень 4-х квантових чисел. Аналіз періоду повторюваності хімічних та фізичних властивостей елементів у таблиці Менделєєва (хімічна активність або інертність, наявність чи відсутність дипольного моменту) приводить до певного ряду чисел 2,8,18,32, який можна пояснити на основі твердження (*принцип заборони Паулі*): «у будь-якій системі взаємодіючих частинок у кожному квантовому стані, що характеризується повним набором квантових чисел (n, l, m_l, m_s) , може перебувати не більше одного електрона». Наслідком цього принципу є додаткова погодженість поведінки частинок у системі електронів. Для багатоелектронних атомів це проявляється у формуванні електронних оболонок – груп електронів, що знаходяться в станах з однаковим значенням головного квантового числа n :

$n=$	1	2	3	4	...
Позначення оболонки:	K	L	M	N	...

Максимальне число електронів в оболонці задається виразом (після підсумування значень інших квантових чисел)

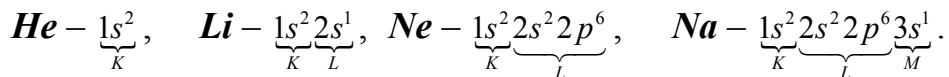
$$Z_n = 2 \sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = 2 \cdot n^2, \quad (4.15)$$

або $Z_1=2$, $Z_2=8$, $Z_3=18$, $Z_4=32$. Закон періодичності хімічних властивостей елементів Менделєєва безпосередньо пов'язаний з однаковою структурою зовнішніх електронних оболонок відповідних атомів.

Структура оболонки характеризується поняттям електронних орбіталей (n, l) – підгрупи електронів з однаковою двійкою квантових чисел (нумерують значення енергії в багатоелектронному атомі):

$l=$	0	1	2	3	...
Позначення орбіталі:	<i>s</i>	<i>p</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	...

Електронні конфігурації атомів (розподіл електронів за орбіталями) зводяться до формального запису (верхній індекс біля символу орбіталі вказує число електронів на ній):



Інертні елементи, які мають також високий потенціал іонізації, відзначаються цілковитою наповненістю електронних оболонок, лужні метали – мають лише по одному електрону на верхній оболонці (як наслідок, висока хімічна активність і низький потенціал іонізації).

Квантова механіка дозволяє також пояснити природу хімічних зв'язків між атомами, лінійчастий характер оптичних спектрів молекул, принцип дії оптичних квантових генераторів та інше.

4.9 Оптичні квантові генератори

У квантовій теорії випромінювання розрізняють три типи оптичних переходів (рис. 4.8), які реалізуються залежно від оптично активного середовища. Поглинання спостерігається, коли переважне число атомів знаходиться в не збудженому стані ($N_1 > N_2$). У випадку так званої інверсійної заселеності рівнів переважає число збуджених атомів ($N_2 > N_1$) і середовище проявляє себе як підсилювач випромінювання. В лазерах використовується

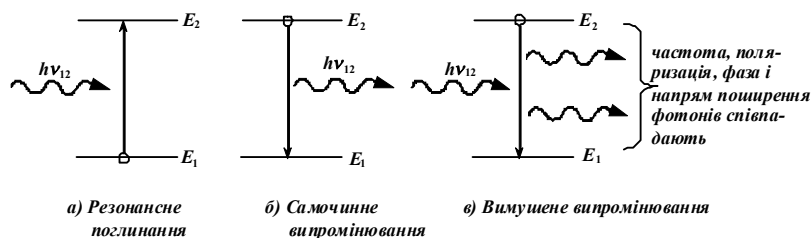


Рис. 4.8 – Основні типи оптичних переходів в квантових системах ($h\nu_{12}=E_2-E_1$)

ефект стимульованого випромінювання для попередньо збудженого до інверсійного стану активного середовища.

§2. Приклади розв'язування задач

Задача 1. На грань деякого кристалу під кутом $\theta=60^\circ$ до його поверхні падає паралельний пучок моноенергетичних електронів. Встановити довжину хвилі де Бройля λ_B та швидкість \mathcal{V} електронів, якщо вони виявляють інтерференційне відбивання першого порядку. Віддаль d між атомними площинами рівна 0,2 нм. Чи будуть спостерігатися максимуми відбиття вищого порядку в цих умовах?

Розв'язання:

Інтерференційне відбивання електронів кристалічною ґраткою описується умовою Вульфа-Брегга (рис. 4.2)

$2d \cdot \sin \theta = n \cdot \lambda_B$ при $n=1,2,3\dots$ та для нерелятивістських швидкостей,

$$\lambda_B = \frac{h}{m_0 \cdot g}. \text{ Звідки (для } n=1) \lambda_B = \frac{2d \sin \theta}{n} = 3,5 \text{ \AA} \text{ та } g = \frac{h}{m_0 \cdot \lambda_B} = 2,1 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Для максимуму відбиття другого порядку ($n=2$) $\sin \theta = \frac{n \cdot \lambda_B}{2d} > 1$,

що виключає можливість його спостереження.

Задача 2. Електрон знаходиться в потенційній ямі шириною $b=0,5$ нм. Встановити: 1) найменшу різницю (в еВ) енергетичних рівнів електрона; 2) в інтервалі ($0 < x < b$) точки, в яких густина ймовірності виявлення електрона в першому та другому стаціонарних станах однакова.

Розв'язання: Різниця енергій двох сусідніх енергетичних рівнів:

$$E_{n+1} - E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_0 b^2} [(n+1)^2 - n^2] = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_0 b^2} (2n+1)$$

і приймає мінімальне значення при $n=1$: $\Delta E_{\min} = \frac{3}{2} \cdot \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_0 b^2} = 4,5$ еВ.

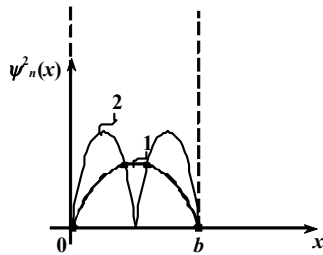


Рис. 4. 9

Густини ймовірностей (в обох станах) рівні при

$$\begin{aligned} \sin^2\left(\frac{2\pi x}{b}\right) &= \sin^2\left(\frac{\pi x}{b}\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \cos\left(\frac{4\pi x}{b}\right) &= \cos\left(\frac{2\pi x}{b}\right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \cos\left(\frac{4\pi x}{b}\right) - \cos\left(\frac{2\pi x}{b}\right) &= 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \sin\left(\frac{3\pi x}{b}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{b}\right) &= 0, \end{aligned}$$

тобто $x_k = \frac{b}{3}k$ та $x'_k = k \cdot b$ ($k=0,1,2,\dots$). В інтервал ($0 < x < b$) попадають корені

рівнянь $x_1 = \frac{b}{3}$ та $x_2 = \frac{2}{3}b$ (рис. 4. 9).

Задача 3. Обертальна енергія молекули O_2 квантується за співвідношенням $E_{o\sigma} = B \cdot j(j+1)$, де B – обертальна стала, $B=0,178$ МеВ. Знайти: 1) міжядерну відстань r для молекули; 2) кутову швидкість ω обертання молекули в першому ($j=1$) обертальному стані. Маса атома кисню $M_0=16$ а.о.м.

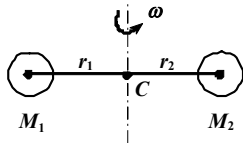


Рис. 4. 10

Розв'язання: Для обертальної енергії молекули $E_{об} = \frac{L^2}{2J} = \frac{\hbar^2 j(j+1)}{2J}$, де J – момент інерції молекули при її обертанні відносно осі, що проходить через центр мас C (рис. 4.10), $j=0,1,2,\dots$, тому обертальна стала B : $B = \frac{\hbar^2}{2J}$.

Момент інерції J : $J = M_1 \cdot r_1^2 + M_2 \cdot r_2^2 = M \cdot r^2$, де $M = \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$ - приведена маса

молекули, а $r = r_1 + r_2$ -міжядерна відстань. Тоді,

$$r = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2M \cdot B}} = \sqrt{\frac{1,05^2 \cdot 10^{-68}}{2 \cdot 8 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 0,178 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} = 1,2 \text{ \AA}.$$

Оскільки $E_{об} = \frac{J \cdot \omega^2}{2}$, отримуємо $\frac{J \cdot \omega_j^2}{2} = B \cdot j(j+1)$, тоді (при $j=1$)

$$\omega_j = \sqrt{\frac{2 \cdot B \cdot j(j+1)}{M \cdot r^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,178 \cdot 10^{-3} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2}{8 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 1,2^2 \cdot 10^{-20}}} = 7,7 \cdot 10^{11} \text{ Гц}.$$

§3. Задачі для самостійного розв'язування

4.1 Знайти довжину хвилі де Бройля λ_B для електронів, що бомбардують антикатод X -трубки, якщо межа суцільного спектру X -випромінювання приходить на довжину хвилі $\lambda_m=3$ нм.

4.2 На основі співвідношення невизначеностей для енергії та часу оцінити відносну ширину $\Delta\nu/\nu$ спектральної лінії, якщо час життя атома в збудженому стані складає $\tau \approx 10^{-8}$ с, а довжина хвилі випущеного фотона рівна $\lambda=0,6$ мкм.

4.3 Електрон знаходиться у потенційній ямі. Знайти відношення різниці сусідніх енергетичних рівнів $\Delta E_{n+1,n}$ до енергії частинки E_n в трьох випадках: 1) $n=3$; 2) $n=10$; 3) $n \rightarrow \infty$. Пояснити отримані результати.

4.4 Частинка у потенційній ямі шириною b знаходиться у збудженому стані ($n=2$). Встановити, в яких точках інтервалу ($0 < x < b$) густина ймовірності $|\varphi_2(x)|^2$ знаходження частинки максимальна і мінімальна.

4.5 Що характеризує квадрат модуля хвильової функції частинки $|\psi(\vec{r}, t)|^2$?

Розділ 5. Елементи фізики атомного ядра та елементарних частинок

§1 Теоретичний довідник

5.1 Будова і характеристики атомного ядра

Найважливішими характеристиками атомного ядра є його електричний заряд, маса та розміри.

Заряд ядра завжди можна подати у вигляді

$$Q_{\text{ядра}} = +Z \cdot e, \quad (5.1)$$

де Z – зарядове число (або порядковий номер хімічного елемента в періодичній системі Менделєєва), e – величина елементарного заряду. Маса ядра подається, переважно, в атомних одиницях маси ($1 \text{ a.o.m.} = \frac{1}{12} \cdot m_{\text{C}^{12}}$) і має значення, близьке до деякого цілого числа A , названого масовим числом. Тому символ атомного ядра традиційно подають у вигляді X_Z^A , де X – позначає літерний символ хімічного елемента, якому належить ядро.

У першому наближенні форму атомних ядер можна вважати сферичною. Крім того, на відміну від атомів, вони мають відносно добре означену межу. Тому поняття радіуса ядра має зміст і справджується просте емпіричне співвідношення

$$R_{\text{ядра}} \approx 1.3 \cdot 10^{-15} \cdot A^{1/3} \text{ (м)}, \quad (5.2)$$

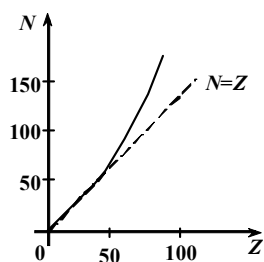


Рис. 5.1

що відповідає середній густині ядерної матерії $\rho_{\text{ядра}} \approx 1,8 \cdot 10^{17} \text{ кг/м}^3$. В природі така щільність матерії зустрічається хіба що для нейтронних зірок.

Атомні ядра є щільно упакованою системою з протонів p_1^+ і нейтронів n_0^0 - елементарних частинок, які мають близькі значення маси ($m_p = 1,00783 \text{ a.o.m.}$ і $m_n = 1,00867 \text{ a.o.m.}$), ($m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$, $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$). Між протонами у ядрі проявляється сильне притягання (що значно перевищує кулонівське відштовхування) – сильна взаємодія. Протони і нейтрони характеризуються також однаковим спіном, здатні взаємоперетворюватися і внутріядерні сили притягання між ними є практично

однаковими. Тому вони часто розглядаються як два можливі стани одної і тої ж суб'ядерної частинки – нуклона.

Близькість до одиниці маси протона і нейтрона та відмінності їх зарядового стану пояснюють зарядове число Z як число протонів в ядрі, а масове число A – як загальне число нуклонів в ядрі (число нейтронів $N=A-Z$). Співвідношення числа нейтронів N і числа протонів для реальних ядер подано на рис. 5.1. Ядра одного і того ж хімічного елемента можуть мати різне число нейтронів і називаються ізотопами.

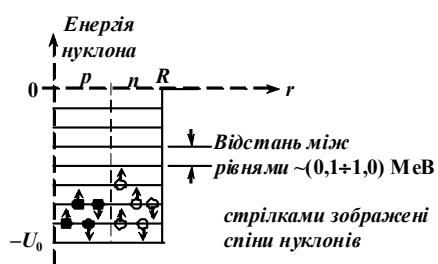


Рис. 5.2

Однорідність густини ядерної матерії пояснюється тим, що нуклони в ядрі розміщені так само щільно, як молекули в краплині рідини. Такі уявлення відповідають так званій краплинній моделі ядра, що часто

використовується в ядерній фізиці. Іншою моделлю ядра є модель виродженого фермі-газу нуклонів, що знаходиться в «потенціальній ямі», створеній силами притягання (рис. 5.2). При такому уявленні ядро розглядається як квантова система майже незалежних нуклонів з певним набором одночастинкових енергетичних рівнів. Ці та інші моделі ядра не дають повного пояснення їх властивостей в основному через те, що природа ядерних сил є складною і до кінця ще не виявленою.

5.2 Дефект маси і енергія зв'язку ядер

Вимірювання маси ядер та нуклонів показує, що маса складового ядра не рівна сумі мас вільних нуклонів, а завжди менша на декілька десятих відсотка:

$$M_{\text{ядра}} = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - \Delta M. \quad (5.3)$$

Різницю мас ΔM називають дефектом маси ядра і пов'язують, згідно співвідношення Ейнштейна про еквівалентність енергії та маси, з енергією зв'язку ядра

$$\Delta E = \Delta M \cdot c^2, \quad (5.4)$$

де c – швидкість світла у вакуумі. Співвідношення (5.4) показує, що певна доля маси існує у формі енергії зв'язку між нуклонами. Для оцінки стабільності ядер користуються поняттям питомої (в розрахунку на один нуклон) енергії зв'язку

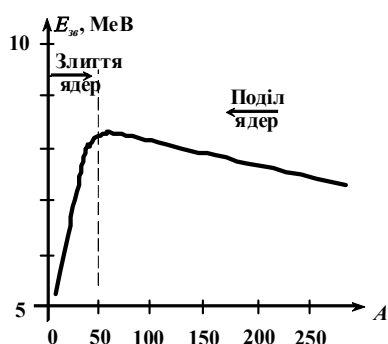


Рис. 5.3

$$E_{зв} = \frac{\Delta M \cdot c^2}{A}, \quad (5.5)$$

яка дорівнює середній енергії, яку необхідно затратити для виділення одного нуклона з ядра без надання йому кінетичної енергії. Дослідний графік залежності величини $E_{зв}$ від масового числа A схематично зображено на рис. 5.3, де

максимум питомої енергії зв'язку припадає на значення $A \approx 50$.

5.3 Фізичні принципи вивільнення внутрішньоядерної енергії

З графіка на рис. 5.3 випливає інший (поряд з поняттям стійкості ядра щодо розпаду) важливий висновок, який стосується способів вивільнення внутрішньоядерної енергії. Так, об'єднання двох легких ядер в ядро середньої маси веде до збільшення енергії зв'язку та вивільнення надлишкової енергії і такі процеси, як передбачається, відбуваються в надрах зір. Другим способом вивільнення внутрішньоядерної енергії є поділ важкого ядра на два середніх за масою ядра, внаслідок чого питома енергія зв'язку зростає за величиною і в шкалі енергії стан нуклона знижується (практично реалізується в реакціях поділу ядер урану нейтронами). Природним способом вивільнення енергії, яка зосереджена в атомному ядрі, є випускання нестабільними ядрами високоенергетичних частинок (чи випромінювання) внаслідок природної радіоактивності.

5.4 Природна радіоактивність ядер

Радіоактивністю називають самочинне перетворення нестійких ізотопів одного хімічного елемента в ізотопи іншого елемента, що супроводжується

випусканням частинок або електромагнітного випромінювання. Радіоактивні ядра зустрічаються в природних умовах і можуть утворюватися в результаті ядерних реакцій (штучна радіоактивність). Переважно радіоактивними є важкі ядра, як менш стійкі, які в періодичній системі елементів розміщені за свинцем (Pb_{82}^{207}).

Можна виділити три основні закономірності радіоактивного розпаду ядер: 1) радіоактивність є властивістю атомного ядра, яка не залежить від зовнішніх умов (температури, тиску, напруженості електричного чи магнітного поля); 2) радіоактивний розпад є явищем принципово статистичним (радіоактивні ядра швидко перетворюються в інші ядра у випадковий момент часу); 3) спостерігаються три складові радіоактивного випромінювання:

α – частинки (ядра гелію He_2^4),

β – частинки (електрони e_{-1}^0 та позитрони e_{+1}^0),

γ – випромінювання (електромагнітне випромінювання з довжиною хвилі $\lambda_\gamma < 10^{-10}$ м).

5.4.1 Закон радіоактивного розпаду

Закон розпаду для сукупності великого числа нестійких ядер можна сформулювати на основі припущення про випадковий характер розпаду, завдяки чому зміна числа радіоактивних ядер dN пропорційна до часу спостереження dt та вихідної кількості ядер N :

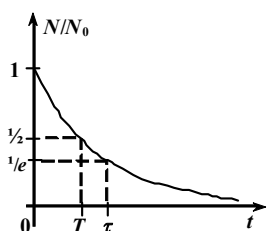


Рис. 5.4

$$dN = -\lambda \cdot N \cdot dt, \quad (5.6)$$

де λ характеризує ймовірність розпаду ядра за одиницю часу (стала розпаду). Для швидкості розпаду (або активності речовини) тепер матимемо

$$A = -\frac{dN}{dt} \Rightarrow A = \lambda \cdot N, \quad (5.7)$$

а закон зміни з часом середнього (ймовірного) числа радіоактивних ядер (або закон розпаду) отримаємо після інтегрування (5.6):

$$N(t) = N_0 \cdot \exp(-\lambda \cdot t), \quad (5.8)$$

де N_0 – початкова кількість радіоактивних ядер, $N(t)$ – їх кількість після спостереження на протязі часу t . Залежність (5.8) зображено на графіку рис. 5.4, де $T = \frac{\ln 2}{\lambda}$ називають періодом піврозпаду, а $\tau = \frac{1}{\lambda}$ – середнім часом життя радіоактивного ізотопу. Активність A (кількість розпадів за одиницю часу) та період піврозпаду T (середній час, за який розпадається половина початкової кількості радіоактивного препарату) є характеристиками речовини, а не окремого ядра.

5.4.2 Деякі інші закономірності радіоактивного розпаду

Характерною властивістю α -розпаду є закон зміщення для зарядового та масового числа у формі



а також дискретність кінетичної енергії α -частинок.

Особливістю β -розпаду є закон зміщення у формі



та неперервний спектр значень кінетичної енергії β -частинок (внаслідок випускання нейтрино ν чи антинейтрино $\tilde{\nu}$). Виділення електрона чи позитрона з ядра відбувається у зв'язку з перетворенням нейтронів у протони і навпаки.

γ -випромінювання відбувається у зв'язку з переходом ядра зі збудженого стану в основний (різниця енергетичних рівнів є заданою для кожного переходу). Оскільки енергія γ -кванта оцінюється $h\nu_{\gamma} \sim (0,1 \div 1,0)$ MeV, то імпульс такого фотона $p_{\gamma} = \frac{h\nu_{\gamma}}{c}$ має помітне значення і проявляється при випусканні чи

поглинанні фотона ядром у формі енергії віддачі вільного ядра

$T_{\gamma} = \frac{p_{\gamma}^2}{2M_{\gamma}} = \frac{(h\nu_{\gamma})^2}{2M_{\gamma}c^2}$. В таких умовах частота поглинутого фотона та частота

випущеного фотона (при переході між двома заданими рівнями ядра) будуть відрізнятися:

$$h\nu_{\text{погл}} = h\nu_{\text{вип}} + 2T_{\gamma}. \quad (5.11)$$

Лише розміщення атомного ядра у вузлах кристалічної ґратки дозволяє добитися виконання резонансної умови Бора ($\nu_{нозл} = \nu_{вун}$) внаслідок різкого зростання маси у виразі для $T_я$ (у припущенні, що енергія зв'язку атома в ґратці перевищує енергію віддачі).

5.5 Методи реєстрації радіоактивного випромінювання

Реєстрація радіоактивного випромінювання базується на фізичних механізмах взаємодії випромінювання з речовиною. Для заряджених частинок (α - і β -променів) така взаємодія зводиться до пружних та не пружних зіткнень з атомами середовища, радіаційного гальмування електронів у кулонівському полі ядра, випромінювання Вавілова-Черенкова. Основними параметрами інтенсивності взаємодії частинок з речовиною служать: величина енергетичних втрат, кутове розсіяння частинок, спектр гальмівного випромінювання, довжина пробігу частинок у речовині (визначається як довжина шляху частинки у речовині, коли 50% потоку частинок не виходить із мішені) (рис. 5.5). Для γ -випромінювання взаємодія з речовиною зводиться до іонізації атомів та молекул, комптонівського розсіяння та породження електронно-позитронних пар. Внаслідок цього, інтенсивність пучка J при проходженні через мішень певної товщини l зменшується відповідно до закону Бугера, а характер послаблення інтенсивності визначається деяким інтегральним

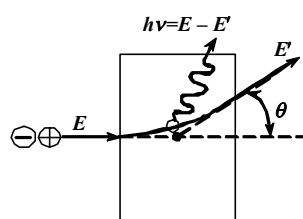


Рис. 5.5

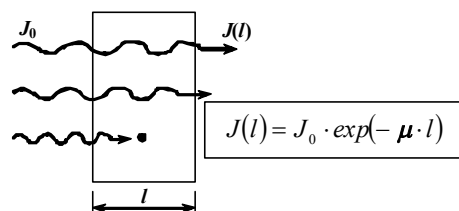


Рис. 5.6

показником ослаблення μ , що є функцією частоти випромінювання (рис. 5.6).

Система для реєстрації частинок і квантів випромінювання складається з детектора і вимірювальної апаратури, що розшифровує результат взаємодії радіації з речовиною детектора. Вимірювальні прилади повинні бути достатньо чутливими (характеризується відношенням $N_{реєстр}/N_{над}$), мати малий «мертвий час» (час, коли система спрацьовує і не готова зафіксувати нову частинку),

високу роздільну здатність за енергією ($\Delta E/E$), значенням маси, заряду частинки, її координати.

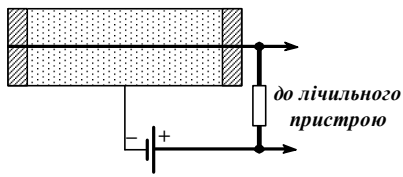


Рис. 5.7

На рис. 5.7 зображена схема будови іонізаційного лічильника Гейгера-Мюллера. Серед інших типів лічильників використовують камеру Вільсона, сцинтиляційні лічильники, напівпровідникові лічильники γ -квантів тощо.

5.7 Ядерні реакції

Ядерною реакцією називають процес перебудови ядра, що супроводжується генерацією нових частинок, під дією гамма-променів або в результаті взаємодії двох ядер (ядра і частинки) при їх зближенні на відстань, на якій починають проявлятися ядерні сили.

Символічною формою запису будь-якої ядерної реакції є зображення її у вигляді $A(a, b)B$, де A – позначає ядро-мішень, B – ядро-продукт, символами a і b – позначено налітаючі та новоутворені частинки.

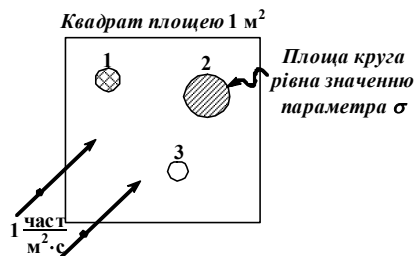


Рис. 5.9

Основним параметром ядерної реакції є значення перерізу реакції σ в залежності від енергії налітаючих частинок E (тобто $\sigma = \sigma(E)$), що має зміст ймовірності виникнення даного перетворення за одиницю часу при бомбардуванні ядра одиничним потоком частинок (рис. 5.9). Таку залежність встановлюють дослідним шляхом.

Для ядерних реакцій виконуються закони збереження енергії, електричного заряду, імпульсу та моменту імпульсу, числа нуклонів тощо, які визначають можливі варіанти ядерних перетворень.

Енергетичний вихід реакції оцінюється за співвідношенням мас взаємодіючих частинок та продуктів реакції:

$$Q = (m_a + M_A)c^2 - (m_b + M_b)c^2 \quad (5.12)$$

(при $Q > 0$ енергія виділяється). Для підрахунків в звичайних для ядерної фізики одиницях зручно скористатися коефіцієнтом переходу від а.о.м. до одиниць енергії MeV: $1 \text{ а.о.м.} = \frac{931,5 \text{ MeV}}{c^2}$.

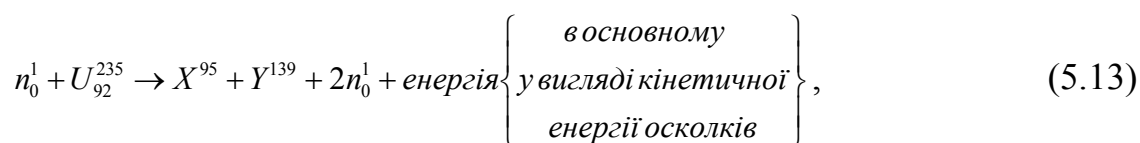
Одним із можливих механізмів ядерних реакцій розглядають механізм проміжного ядра



коли на короткий проміжок часу ядро A захоплює частинку a і утворюється проміжне ядро C у збудженому стані, яке потім перетворюється у нове ядро B і нову частинку b .

5.7.1 Реакція поділу ядер урану нейтронами

Реакція поділу ядер урану U^{235} тепловими (з енергією 0,1 eV) нейтронами відбувається за схемою



в якій ядра - осколки (найімовірніші первинні продукти поділу) схильні випускати додаткові нейтрони (рис. 5.1), що може привести до виникнення ланцюгової реакції. Основна кількість швидких нейтронів (з енергією ~ 1 MeV) появляється після поділу практично миттєво, але деяка їх частина (до 1%) з'являється з суттєвим запізненням під час перетворень продуктів поділу, що створює можливість регулювати процес протікання ланцюгової реакції і вона не буде набувати вибухового характеру. Пристрій, в якому здійснюється керована ланцюгова реакція називають реактором. Перший ядерний реактор створено у 1942 р. групою вчених під керівництвом Е.Фермі.

5.7.2 Реакція злиття легких ядер

Прикладом реакції синтезу ядер є злиття дейтерію і тритію з утворенням гелію:



Така реакція можлива лише при високих температурах (для подолання кулонівського відштовхування ядер) і тому називається термоядерною, вона ефективніша у порівнянні з реакцією поділу урану (3,5 МеВ/нуклон проти 0,9 МеВ/нуклон).

5.9 Класифікація і взаємоперетворюваність елементарних частинок. Фундаментальні сили

Найпростіший спосіб класифікації частинок полягає у поділі їх на групи за величиною маси:

лептони – легкі частинки (електрони, мюони),

мезони – середні (проміжні за масою) частинки,

баріони – важкі частинки (протони, нейтрони),

фотони – частинки з нульовою масою спокою.

Інший спосіб виділення груп частинок пов'язаний із властивістю елементарних частинок до взаємоперетворень:

$$n_0^1 \rightarrow p_1^1 + e_{-1}^0 + \tilde{\nu} \quad (\text{у вільному стані нейтрон завжди розпадається}),$$

$$p_1^1 \rightarrow n_0^1 + e_{+1}^0 + \nu \quad (\text{таке перетворення відбувається лише всередині ядра}),$$

$\gamma \rightarrow e_{-1}^0 + e_{+1}^0$ (породження електрон-позитронних пар гамма-квантами в околі ядра).

Можна говорити про середній час існування (час життя) частинок у вільному стані, який є їх внутрішньою властивістю. Тому частинки ділять на стабільні (електрони, протони, нейтрино, мюони, кванти випромінювання), для яких час життя τ практично безмежний, і нестабільні, для яких $10^{-20} \text{ с} < \tau < 10^3 \text{ с}$. Відзначимо, що у взаємодіях між собою роль стабільних і нестабільних частинок однаково важлива.

Елементарні частинки розрізняють також за значенням властивого їм електричного заряду, за величиною власного магнітного моменту чи моменту кількості руху (або спіна), за внутрішніми квантовими числами (які ніяк не виявляються на поведінці окремої частинки, зате виявляються як

характеристика групи частинок, – баріонний і лептонний заряди, ізотопічний спіні тощо). Ці параметри важливі для аналізу можливих способів взаємного перетворення частинок.

Фундаментальною гіпотезою сучасної фізики стало припущення про існування групи елементарних частинок, які є двійниками звичайних нам частинок, але мають протилежні за знаком деякі характеристики (заряд, магнітний момент і т.д.), що визначають взаємодію (інші характеристики – маса, спіні, час життя – є однаковими). Такі частинки називають античастинками і особливою їх ознакою є здатність до взаємознищення (анігіляції) при зіткненні зі своїми протилежностями та перетворення в кванти електромагнітного поля (чи інші частинки). Так, при анігіляції електрона і позитрона утворюється два γ -кванти (породження двох квантів одночасно пов'язане з виконанням закону збереження імпульсу):

$$e_{-1}^0 + e_{+1}^0 \rightarrow 2\gamma .$$

Частинки і античастинки розглядаються як рівноправні матеріальні об'єкти (можливе існування атомів з античастинок), а відсутність видимих ознак антиматерії в спостережуваному космосі є поки що загадкою космології (науки про еволюцію Всесвіту).

Елементарним частинкам властиво проявляти взаємодію між собою. Розрізняють чотири типи фундаментальних взаємодій, які характеризують радіусом дії, інтенсивністю, типом обмінних частинок (таблиця 1).

Введення поняття про віртуальні обмінні частинки є характерною ознакою застосування ідей корпускулярно-хвильового дуалізму до опису поля, що передає взаємодію. Маса віртуальних обмінних частинок можна оцінити на основі співвідношення невизначеностей для енергії і часу ($\Delta E \cdot \Delta t \sim \hbar$, ΔE – характеризує невизначеність енергії обмінної частинки, Δt – тривалість взаємодії; $\Delta E \approx Mc^2$, $\Delta t \approx r/c$):

$$M_{обм} \approx \frac{\hbar}{r \cdot c}, \tag{5.16}$$

де r позначає радіус дії відповідних сил, а c – швидкість передачі взаємодії.

Таблиця 1

Тип взаємодії	сильна	електромагнітна	слабка	гравітаційна
Частинки, які її виявляють	адрони (нуклони, мезони, гіперони)	заряджені частинки	адрони і лептони	всі частинки з масою
Радіус дії сили	$\sim(10^{-15} \div 10^{-16})$ м	∞	10^{-16} м	∞
Інтенсивність сили для двох протонів	1	10^{-2}	10^{-10}	10^{-38}
Частинки, що передають взаємодію	мезони	фотони	бозони	гравітони?
Приклади прояву сили	ядерні сили	атомні сили	β -розпад	астрономічні сили

§2. Приклади розв'язування задач

Задача 1. Обчислити дефект маси та енергію зв'язку ядра ${}^{14}_7\text{N}$.

Розв'язання: Дефект маси ΔM визначається із формули:

$$M_{\text{ядра}} = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - \Delta M.$$

Дану формулу доцільно перетворити так, щоб до неї входила $m_a = M_{\text{ядра}} + Zm_e$ - маса нейтрального атома, дефект маси якого визначається так:

$\Delta M = Zm_H + (A - Z)m_n - m_a$, де m_H - маса нейтрального атома водню, $m_e = 0,00055$ - маса електрона.

Використавши табличні значення для ізотопу ${}^{14}_7\text{N}$, знайдемо:

$$\Delta M = [7 \cdot 1,00781 + (14 - 7) \cdot 1,00867 - 14,00304] \text{ а.о.м.} = 0,11232 \text{ а.о.м.} = 0,186 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

Енергія зв'язку визначається:

$$E_{\text{зв}} = \Delta M \cdot c^2 = 0,186 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 1,67 \cdot 10^{-11} \text{ Дж} = 104,2 \text{ МеВ.}$$

Відповідь: $E_{\text{зв}} = 104,2 \text{ МеВ.}$

Задача 2. Виділяється чи поглинається енергія під час ядерної реакції?

$${}^{59}_{27}\text{Co} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{60}_{27}\text{Co} + \gamma. \quad M_1({}^{59}_{27}\text{Co}) = 58,95182 \text{ а.о.м.}, \quad M_2({}^{60}_{27}\text{Co}) = 59,95250 \text{ а.о.м.}$$

Розв'язання: Енергія ядерної реакції: $\Delta E = \Delta M c^2$. Якщо ΔM виражаємо в а.о.м., то формула буде мати вигляд:

$\Delta E = 931,4 \cdot \Delta M$ [MeV]. Якщо енергія виражена в мегаелектрон-вольтах, а маса в атомних одиницях, то

$$c^2 = 931,4 \text{ MeV/а.о.м.}$$

$$\text{Дефект маси дорівнює: } \Delta M = (M_1 + m_n) - M_2.$$

Оскільки число електронів до і після реакції зберігається, то замість значень маси ядер скористаємось значеннями мас нейтральних атомів:

$$\Delta M = (58,95182 + 1,00893) - 59,95250 = 0,00825 \text{ а.о.м.}$$

Оскільки $\Delta M > 0$, то буде виділятися енергія:

$$\Delta E = 931,4 \cdot 0,00825 = 7,67 \text{ MeV.}$$

Відповідь: енергія виділяється.

Задача 3. Скільки атомів радіоактивного ізоотопу кальцію розпадається за 1 добу у 1г цього ізоотопу, якщо період піврозпаду його становить 164 доби? ($\mu = 0,04$ кг/моль).

Розв'язання: Визначимо початкову кількість атомів ізоотопу:

$$N_0 = \frac{m}{\mu} \cdot N_A, \quad N_0 = \frac{0,001}{0,04} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 1,505 \cdot 10^{23} \text{ (атомів).}$$

Використавши закон радіоактивного розпаду, маємо: $N = N_0 \cdot e^{-\frac{t}{T_{1/2}}}$.

Кількість атомів, які розпалися: $\Delta N = N_0 - N = N_0 - N_0 \cdot e^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = N_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \right)$

$$\Delta N = 1,505 \cdot 10^{23} \left(1 - e^{-\frac{1}{64}} \right) = 6,347 \text{ (атомів).}$$

Відповідь: 6,347 атомів.

Задача 4. Для встановлення віку t стародавньої тканини, знайденої в одній із єгипетських пірамід, встановили концентрацію в ній атомів радіоактивного ізоотопу вуглецю C^{14} . Вона виявилась рівною 9,2 розпадів за хвилину на один грам вуглецю. Концентрація C^{14} в живих рослинах відповідає 14,0 розпадів за хвилину на один грам вуглецю. Період піврозпаду ізоотопу C^{14} рівний 5730 років. Оцінити вік тканини за цими даними.

Розв'язання:

Для активності даної маси вуглецю можна записати рівняння

$$A(t) = A_0 \cdot \exp\left(-\frac{\ln 2}{T} \cdot t\right), \text{ де } A_0 - \text{відповідає теперішньому стану (вважається, що}$$

для живих рослин так було і в час виготовлення тканини), а $A(t)$ – позначає активність ізотопу, добутого з стародавньої тканини. Знаходимо час t :

$$t = \frac{T}{\ln 2} \cdot \ln \frac{A_0}{A} = 3,5 \cdot 10^3 \text{ років.}$$

Задача 5. Джерело γ -випромінювання створює на відстані $r_1=1,0$ м для людини середньої маси потужність поглиненої дози $\dot{D}_1=5,5 \cdot 10^{-4}$ Гр/год. Допустима максимальна доза складає $\dot{D}_2=5,0 \cdot 10^{-2}$ Гр/рік. На якій відстані від джерела може працювати людина, якщо тривалість робочого тижня складає $\tau=35$ год?

Розв'язання: Потужність поглиненої дози іонізуючого випромінювання

$$\dot{D} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\Delta W}{\Delta t}, \text{ де } m - \text{маса елемента речовини, } \Delta W - \text{енергія випромінювання,}$$

передає елементу речовини за час Δt ; $1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж/кг}$.

Для ізотропного випромінювача інтенсивність спадає обернено до квадрату віддалі від джерела, тому $\dot{D}(r) = \frac{\dot{D}_0}{r^2}$, де \dot{D}_0 - значення дози поблизу джерела.

Маємо співвідношення для двох відстаней $\dot{D}_1 \cdot r_1^2 = \dot{D}_2 \cdot r_2^2$, звідки

$$r_2 = r_1 \cdot \sqrt{\frac{\dot{D}_1}{\dot{D}_2}} = 1,0 \text{ м} \cdot \sqrt{\frac{5,5 \cdot 10^{-4} \text{ Гр/год}}{2,74 \cdot 10^{-5} \text{ Гр/год}}} = 4,5 \text{ м.}$$

Ми врахували, що тривалість робочого часу за рік складає

$$1 \text{ рік} \Rightarrow \frac{365}{7} = 52,1 \text{ тижні} \Rightarrow 52,1 \times 35 \text{ год} = 1825 \text{ год.}$$

Задача 6. Вільний нейтрон є радіоактивним. Викидаючи електрон і антинейтрино, він перетворюється в протон за середній час ~ 17 хв. Встановити повну кінетичну енергію E_k всіх частинок, що виникають при перетворенні нейтрона. Прийняти, що кінетична енергія нейтрона рівна нулю, а маса спокою антинейтрино надзвичайно мала.

Розв'язання: За законом збереження енергії $E_k = (m_n - m_p - m_e - m_{\bar{\nu}}) \cdot c^2$,

де для маси антинейтрино покладаємо $m_\nu \approx 0$. Оскільки $m_n - m_p \approx 2,5 \cdot m_e$,
отримуємо: $E_k \approx 1,5 \cdot m_e c^2 = 1,5 \cdot 0,511 \text{ MeV} = 0,77 \text{ MeV}$.

§3. Задачі для самостійного розв'язування

1. Визначити атомний номер, масове число і хімічний символ ядер, які утворюються, якщо в ядрах ${}^3_2\text{He}$, ${}^7_4\text{Be}$, ${}^{15}_8\text{O}$ протони замінити нейтронами, а нейтрони – протонами.

Відповідь: ${}^3_1\text{H}$, ${}^7_3\text{Li}$, ${}^{15}_7\text{N}$.

2. Скільки α - і β -частинок утворюється при перетворенні ядра урану ${}^{233}_{92}\text{U}$ в ядро вісмуту ${}^{209}_{83}\text{Bi}$?

Відповідь: шість α – частинок, три β – частинки.

3. Обрахуйте дефект маси ΔM і енергію зв'язку $\Delta E_{зв}$ ядра ${}^{11}_5\text{B}$.

Відповідь: $\Delta M = 0,08186 \text{ а.о.м.}$, $\Delta E_{зв} = 76,2 \text{ MeV}$.

4. Обрахуйте енергію $E_{зв}$, яку потрібно затратити, щоб відірвати нейтрон від ядра ${}^{23}_{11}\text{Na}$.

Відповідь: $E_{зв} = 12,42 \text{ MeV}$.

5. За який час t розпадається одна четверта частина від початкової кількості ядер радіоактивного ізоотопу, якщо період його піврозпаду $T_{1/2} = 24 \text{ год}$?

Відповідь: $t = 10,5 \text{ год}$.

6. За час $t = 8$ діб розпалося одна четверта частина від початкової кількості ядер радіоактивного ізоотопу. Визначити період піврозпаду $T_{1/2}$.

Відповідь: $T_{1/2} = 4 \text{ доби}$.

Яка доля $\Delta N / N_0$ від початкової кількості радіоактивного ізоотопу розпадеться за час життя τ цього ізоотопу?

7. Лічильник Гейгера, встановлений поблизу радіоактивного ізоотопу срібла, реєструє потік β -частинок. При першому вимірюванні зафіксували значення 87 с^{-1} , а через одну добу – значення 22 с^{-1} . Встановити період піврозпаду T ізоотопу срібла.

8. Який ізотоп утворюється з радіоактивного ізотопу Li_3^8 після одного α -розпаду і одного β -розпаду?

9. Скільки α - і β -частинок випускається внаслідок ланцюга перетворень радіонуклідів U_{92}^{235} в радіонуклід Pb_{82}^{207} ?

10. Знайти найменше значення енергії γ -кванта, якої достатньо для розкладу дейтерію на протон і нейтрон.

11. Знайти енергію ядерних реакцій: 1) $H^2(d,X)He^3$, 2) $H^2(d,\gamma)He^4$, 3) $Li^6(n,X)He^4$. Порівняти їх ефективність та вказати можливі переваги кожної.

12. Знайти електричну потужність P атомної електростанції, що витрачає за добу 0,1 кг урану – 235, якщо к.к.д. станції рівний 16%. Прийняти, що при поділі одного ядра урану – 235 виділяється енергія 200 МеВ.

13. Кусок викопного дерева містить 240 г вуглецю і має активність $5,0 \text{ с}^{-1}$. Встановити вік дерева, якщо в живих деревах відношення маси C^{14}/C^{12} у зразку складає $1,3 \cdot 10^{-12}$. (Відношення маси двох сортів ядер змінюється за законом $\eta(t) = \eta_0 \cdot \exp\left(-\frac{\ln 2}{T}t\right)$, де η_0 є заданим в умові задачі, а $\eta(t)$ знаходимо на основі значення повної маси вуглецю для куска дерева та активності ізотопу C^{14}).

14. Чавунна плита зменшує інтенсивність J вузького пучка γ -випромінювання (з енергією фотонів $E = 2,8 \text{ МеВ}$) у $k=10$ раз. У скільки разів зменшиться інтенсивність цього пучка для свинцевої плити такої ж товщини? Лінійний показник ослаблення обох матеріалів при такій енергії фотона рівний $\mu_{ч} = 0,26 \text{ см}^{-1}$ і $\mu_{св} = 0,46 \text{ см}^{-1}$.

15. Електрон і позитрон, що мають однакові кінетичні енергії $E_k = 0,24 \text{ МеВ}$, при зіткненні перетворились у два однакових фотони. Встановити енергію E фотона і відповідну йому довжину хвилі λ .

16. Вкажіть, які перетворення відбуваються в ядрі при β -розпаді?

A. $p_1^1 \rightarrow n_0^1 + e_{+1}^0 + \nu$. B. $n_0^1 \rightarrow p_1^1 + e_{-1}^0 + \bar{\nu}$.

C. $p_1^1 + e_{-1}^0 \rightarrow n_0^1 + \nu$. D. $e_{-1}^0 + e_{+1}^0 \rightarrow 2\gamma$.

17. Період піврозпаду радіоактивного стронцію Sr^{90} рівний 18 рокам. Яка доля атомів у зразку розпадеться за 54 роки?

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{7}{8}$. D. $\frac{14}{16}$.

18. Вкажіть формули закону радіоактивного розпаду.

A. $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$. B. $N = N_0 \exp(-\lambda t)$. C. $dN = -\lambda N dt$. D. $\frac{N}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$.

19. Яким є коефіцієнт розмноження нейтронів в атомному реакторі, що працює в стаціонарному режимі?

A. 0,998. B. 1,000. C. 1,005. D. $\gg 1$.

20. Який елемент X утворюється в результаті ядерної реакції $H_1^3 + H_1^2 \rightarrow X + n_0^1$?

A. Водень. B. Гелій. C. Літій. D. Дейтерій.

ДОВІДКОВІ ДАНІ

Основні фізичні константи

Швидкість світла у вакуумі	$c = 2.998 \cdot 10^8$ м/с
Гравітаційна стала	$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ м ³ /(кг · с ²)
Прискорення вільного падіння	$g = 9,81$ м/с ²
Число Авогадро	$N_a = 6,025 \cdot 10^{23}$ моль ⁻¹
Атомна одиниця маси	1 а.о.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Універсальна газова стала	$R = 8,314$ Дж/(моль · К)
Стала Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К
Елементарний заряд	$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл
Електрична стала	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м
Магнітна стала	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м
Маса електрона	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг
Маса протона	$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ кг
Стала Планка	$h = 6.62 \cdot 10^{-34}$ Дж · с

Стала Рідберга	$R = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Енергія іонізації атома водню	$E_0 = 13,6 \text{ eV}$
Перший борівський радіус	$r_0 = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$