

УДК 537.311.3, 537.312.8, 538.67

**О. Крамар, канд. фіз.-мат. наук; Ю. Скоренький, канд. фіз.-мат. наук;  
Ю. Довгоп'ятий**

*Тернопільський національний технічний університет  
імені Івана Пулюя*

## **ВПЛИВ МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА ТРАНСПОРТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРІАЛІВ З ДВОКРАТНИМ ОРБІТАЛЬНИМ ВИРОДЖЕННЯМ**

***Резюме.** Розраховано статичну електропровідність та ефективні маси носіїв струму системи з двократно орбітально виродженою енергетичною зоною. Для випадку основного стану при різних формах незбуреної густини електронних станів отримано концентраційні залежності основних транспортних характеристик в інтервалі заповнень зони  $n < 1$ . Показано, що реалізація зумовленого трансляційним механізмом феромагнітного впорядкування суттєво модифікує значення як провідності, так і ефективної маси носіїв. Досліджено вплив магнітного поля на провідні характеристики матеріалів типу мотт-габбардівських систем.*

***Ключові слова:** мотт-габбардівські матеріали, модель Габбарда з двократним орбітальним виродженням, феромагнетизм, ефективна маса носіїв струму.*

**O. Kramar, Yu. Skorenkyu, Yu. Dovyhopaty**

## **INFLUENCE OF MAGNETIC FIELD ON TRANSPORT PROPERTIES OF MATERIALS WITH DOUBLE ORBITAL DEGENERACY**

***The summary.** Static electric conductivity and effective masses of current carriers for a system with doubly orbitally degenerate energy band are calculated. For the ground state at different forms of unperturbed density of electronic states the concentrational dependencies of principal transport characteristics within the band filling interval  $n < 1$  are investigated. It is shown that the realization of the ferromagnetic ordering induced by translational mechanism modifies substantially both conductivity and effective masses. Influence of the external magnetic field on the transport properties of Mott-Hubbard material is studied in detail.*

***Key words:** mott-hubbard material, Hubbard model with double orbital degeneracy, ferromagnetism, effective masses of current carriers.*

**Постановка проблеми.** За останні кілька десятиріч накопичено значний об'єм експериментальних даних [1, 2], що стосуються провідності вузькозонних сполук перехідних металів. Для коректної інтерпретації цих даних принципово важливо, крім перестрибування електронів між вузлами ґратки, враховувати сильну міжелектронну кулонівську взаємодію габбардівського типу [3, 4], яку описує енергетичний параметр  $U$ . Якщо врахувати в моделі електронної підсистеми, крім параметра перестрибування  $t_{ij}$  та параметра взаємодії  $U$ , також процеси корельованого переносу, які призводять до залежності фізичних характеристик від концентрації електронів  $n$ , то можна якісно пояснити особливості електричних властивостей ряду сполук перехідних металів (див. роботи [5, 6] та посилання в них). Зокрема, в роботах [6, 7] провідність системи сильнокорельованих електронів була розрахована в узагальненій моделі вузькозонного матеріалу для різних типів густини електронних станів, які можуть реалізуватися в тривимірних системах.

Разом з тим, орбітальне виродження зони провідності, характерне для сполук перехідних металів, може призводити до певних особливостей [8] порівняно із моделлю невиродженої зони. Робіт, присвячених дослідженню провідності, в яких поряд з сильною кулонівською взаємодією враховувалося б орбітальне виродження зони, мало,

їх автори обмежуються розглядом граничних випадків чи певної електронної концентрації, чого недостатньо для побудови послідовної теорії провідності вироджених систем. Ефективні гамільтоніани електронної підсистеми матеріалів з двократним орбітальним виродженням було сформульовано в роботах [8–10]. У роботі [10] було показано, що форма незбуреної густини електронних енергетичних станів (ГС) визначає критичні концентрації, при яких у системі реалізується спонтанне феромагнітне впорядкування. Суттєвим інтересом є застосування таких розрахунків для виродженого випадку.

**Метою роботи** є вивчення впливу форми незбуреної густини електронних станів (через модифікацію значення кінетичної енергії та можливість реалізації феромагнітного впорядкування) на статичну провідність та ефективні маси носіїв струму, а також дослідження дії магнітного поля на транспортні характеристики мотт-габбардівського матеріалу з частково заповненою енергетичною зоною з двократним орбітальним виродженням.

### 1. Особливості провідності матеріалу з двократно орбітально виродженою зоною провідності при різних формах ГС

У роботах [10, 11] на основі розгляду моделі мотт-габбардівського феромагнетика з двократно орбітально виродженою зоною провідності в режимі сильної кулонівської кореляції та сильного гундівського зв'язку було отримано квазічастинкові енергетичні спектри. У цій роботі обмежимося випадком заповнення зони  $n < 1$

$$E_k^{\gamma\sigma} = -\mu - zJ_{ef}n_\sigma + \alpha_{\gamma\sigma}t_k(n) + \beta_{\gamma\sigma} - \eta_\sigma h. \quad (1)$$

Тут коефіцієнт кореляційного звуження підзони

$$\alpha_{\gamma\sigma} = 1 - n + n_\sigma + \frac{2n_\sigma n_\sigma + n_\sigma n_\sigma}{1 - n + n_\sigma} \quad (2)$$

та кореляційний зсув центра підзони

$$\beta_{\gamma\sigma} = -\frac{1}{1 - n + n_\sigma} \sum_k t_k(n) \left( \langle X_i^{\gamma\bar{\sigma},0} X_j^{0,\gamma\bar{\sigma}} \rangle_k + \langle X_i^{\bar{\gamma}\sigma,0} X_j^{0,\bar{\gamma}\sigma} \rangle_k + \langle X_i^{\gamma\sigma,0} X_j^{0,\gamma\sigma} \rangle_k \right), \quad (3)$$

де  $n_\sigma$  – концентрація електронів зі спіном  $\sigma$  на орбіталі  $\gamma$ , оскільки орбіталі рівноправні, то

$$n_\uparrow = \frac{n+m}{4}; \quad n_\downarrow = \frac{n-m}{4}. \quad (4)$$

Узагальнимо підхід до розрахунку провідності, розроблений у роботах [12,13,6,7], на випадок моделі з двократним орбітальним виродженням енергетичної зони

$$\sigma = -\frac{1}{3} \cdot \frac{e^2 \tau z}{2Na} \sum_{\gamma\sigma} \beta_{\gamma\sigma} (1 - n + n_\sigma) = \frac{\sigma_0}{3} \sum_{\gamma\sigma} \beta_{\gamma\sigma} (1 - n + n_\sigma). \quad (5)$$

Чисельно розв'язавши рівняння для знаходження намагніченості системи (шляхом мінімізації енергії основного стану) з рівняння (5), можемо розрахувати концентраційну залежність провідності та дослідити вплив магнітного поля на провідність системи з орбітальним виродженням. Рисунки 1–5 ілюструють особливості поведінки провідності у зовнішньому полі, характерні для досліджуваної системи при різних формах модельної густини електронних станів (ГС). На відміну від невиродженої моделі ефективний міжвузловий обмін є лише додатковим фактором у стабілізації спонтанного феромагнітного впорядкування, тому обмежимося розглядом системи при нульових значеннях ефективного обмінного інтегралу та параметрів корельованого переносу. Врахування цих факторів легко можна провести на основі отриманих вище аналітичних виразів.

Суттєву відмінність між концентраційною залежністю для різних типів кристалічної ґратки ілюструє рис. 1. Оскільки для прямокутної модельної густини станів у виродженій моделі реалізується лише насичений феромагнітний стан, концентраційна залежність, відображена суцільною кривою, повністю відповідає результату невиродженої моделі [14]. Для напівеліптичної густини станів, що відповідає гіперкубічній ґратці, при певному критичному значенні  $n_1$  (див. роботу [10]) відбувається перехід у стан насиченого феромагнетика і зростання  $\sigma(n)$  сповільнюється аж до концентрації  $n_2$ , при якій феромагнітне впорядкування стає насиченим. Ще більше цей ефект виражений для простої кубічної ґратки – у концентраційному діапазоні від  $n_1$  до  $n_2$  провідність зменшується при зростанні  $n$ , що пов'язано із конкуренцією між електричним полем, яке збільшує кінетичну енергію електронів, та процесами феромагнітного впорядкування, яке призводить до локалізації електронів. Існування концентраційного інтервалу аномалій провідності може бути використане для побудови чутливих датчиків освітлення, тиску, магнітного поля.

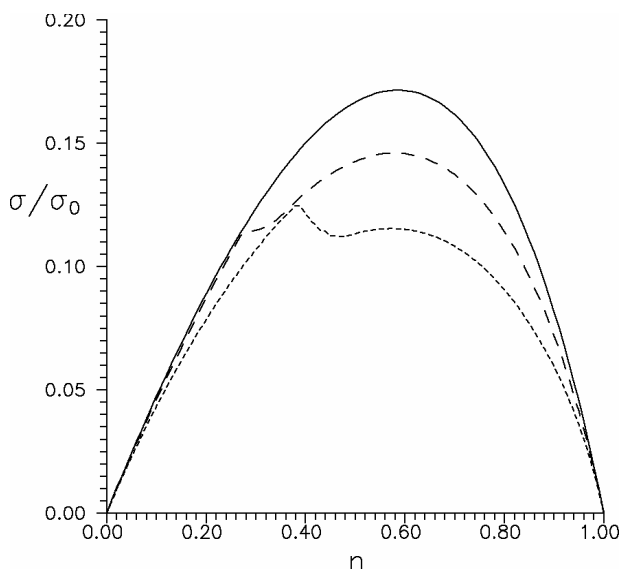


Рисунок 1. Вплив форми густини електронних станів на величину статичної провідності при зміні заповнення зони. Суцільна крива прямокутна ГС; крива з довгим штрихом напівеліптична ГС; крива з коротким штрихом ГС, яка відповідає sc-ґратці

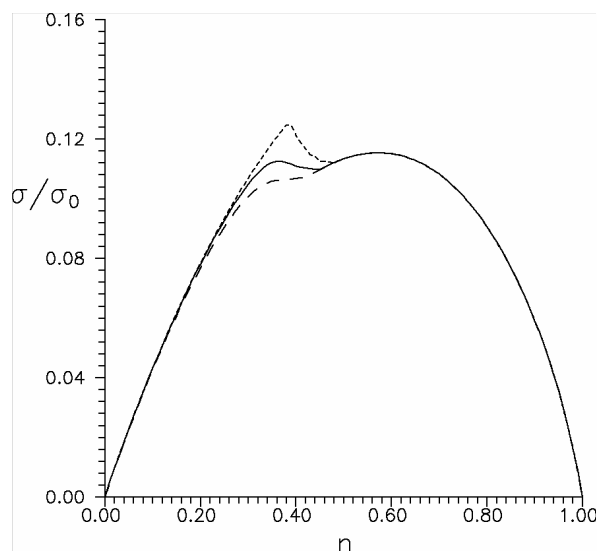


Рисунок 2. Вплив магнітного поля на концентраційну залежність провідності при ГС, яка відповідає sc-ґратці. Крива з коротким штрихом  $h/w=0$ ; суцільна крива  $h/w=0,03$ ; крива з довгим штрихом  $h/w=0,06$

Як бачимо з рис. 2, прикладання магнітного поля згладжує залежності  $\sigma(n)$  подібно до невиродженої моделі [6, 7]. Проте характерні величини магнітного поля в нашому випадку є суттєво меншими, що можна інтерпретувати як більшу порівняну ефективність трансляційного механізму феромагнітного впорядкування у моделі з двократним орбітальним виродженням. Цей висновок підтверджується також тим фактом, що насичений феромагнетизм у виродженій моделі реалізується при менших  $n$ , ніж у невиродженій. Прикладене магнітне поле призводить до зменшення провідності через ефект магнітного впорядкування. Концентраційний інтервал  $0 < n < 1$  можна розділити на три області: парамагнітного типу провідності, ненасиченого феромагнетизму та насиченого феромагнетизму. При цьому як парамагнітна провідність, так і провідність насиченого феромагнетика характеризуються монотонним зростанням  $\sigma$  при малих електронних концентраціях та монотонним

спаданням  $\sigma$  при більш, ніж напівзаповненій зоні провідності. Особливості концентраційної залежності провідності пов'язані з магнітним упорядкуванням у системі (див. у цьому зв'язку роботи [1, 2], де було з'ясовано характер провідності у орбітально невиродженій моделі). Магнітне поле в парамагнітному режимі призводить до незначного зменшення величини  $\sigma$  без зміни характеру залежності  $\sigma(n)$ . У режимі ненасиченого феромагнетизму  $\sigma(n)$  зменшується зі збільшенням концентрації електронів, оскільки при зростанні  $n$  зростає також і намагніченість, що робить перенос через спінові стани  $|\lambda \downarrow\rangle$  енергетично не вигідним і зменшує значення провідності. Коли цей механізм вичерпується, тобто в точці повної спінової поляризації, провідність стає типовою для насиченого феромагнетика.

З рисунка 3 бачимо, що у виродженій моделі зміни провідності у магнітному полі є плавними, стрибкоподібна зміна, що спостерігається у невиродженій моделі (роботи [1, 2]) не виникає, що пов'язано з відсутністю магнітного фазового переходу 1-го роду. Чим меншою є концентрація електронів, тим більше магнітне поле необхідно прикласти, щоб досягти плато  $\sigma(n)$ , яке вказує на насичений феромагнітний стан.

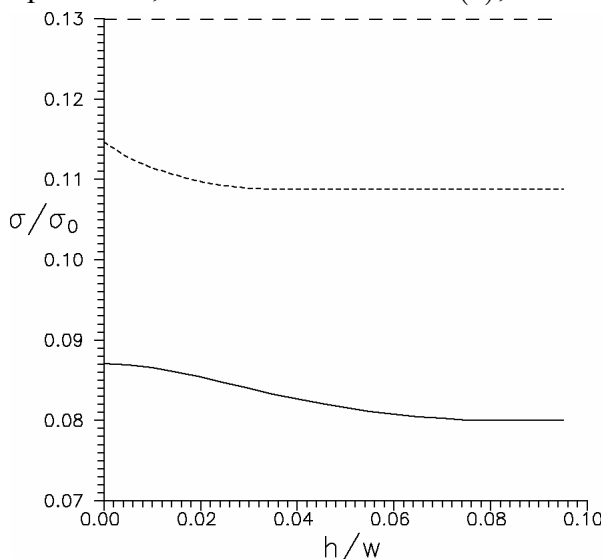


Рисунок 3. Залежності провідності від величини прикладеного магнітного поля для фіксованого значення заповнення зони (напівеліптична ГС,  $zJ_{\text{eff}}/w=0$ ). Верхня крива  $n=0,4$ ; середня крива  $n=0,3$ ; нижня крива  $n=0,2$

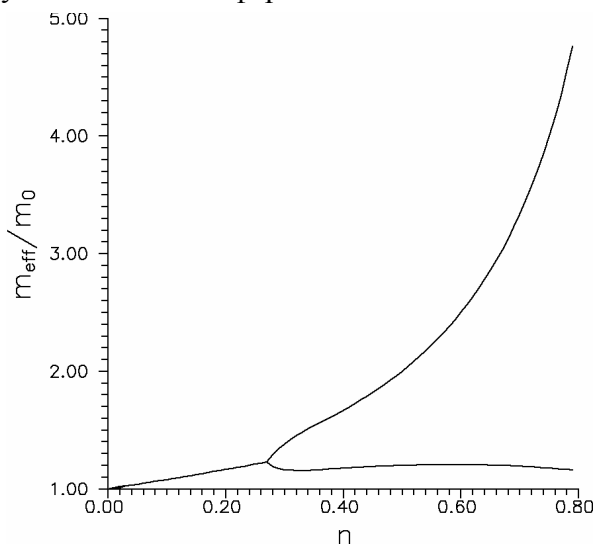


Рисунок 4. Концентраційна залежність ефективної маси носіїв зі спіном  $\downarrow$  (верхня крива) та  $\uparrow$  (нижня крива) при  $zJ_{\text{eff}}/w=0$  без корельованого переносу у випадку напівеліптичної ГС

## 2. Особливості ефективних мас носіїв струму матеріалу з двократно орбітально виродженою зоною провідності при різних формах ГС

Для розрахунку ефективних мас носіїв скористаємося отриманим у попередніх роботах [10, 11] енергетичним спектром, що описує нижню квазічастинкову підзону у випадку двократного орбітального виродження та застосуємо узагальнення підходу [7]

$$m_{\text{eff}}^s = \left( \frac{\partial^2 E_s^{\gamma\sigma}(t_{\vec{k}})}{\partial k^2} \right)^{-1}, \quad (6)$$

де  $E_s^{\gamma\sigma}(t_{\vec{k}})$  – енергетичний спектр носіїв у випадку  $n < 1$ .

У випадку ґратки кубічної симетрії залежність величини інтеграла переносу від квазіімпульсу визначатиметься виразом

$$t_k = 2t(\cos(k_x a) + \cos(k_y a) + \cos(k_z a)) . \quad (7)$$

Використовуючи формулу для коефіцієнта кореляційного звуження підзони  $\alpha_s^{\gamma\sigma}$  та вираз (6), у підсумку для ефективної маси отримуємо

$$m_{eff}^s = \frac{m_0}{(1 - \tau_1 n) \alpha_s^{\gamma\sigma}} , \quad (8)$$

де  $a$  – період кристалічної ґратки,  $m_0$  має зміст ефективної маси носіїв за відсутності внутрішньоатомної кулонівської кореляції та корельованого переносу.

Перенормування мас носіїв у досліджуваній системі визначається двома факторами: корельованим переносом електронів та коефіцієнтом кореляційного звуження зони. З отриманих формул можна бачити, що ефективні маси виявляються спін-залежними (саме цей факт зумовлює зміни провідності в магнітному полі). Реалізація в системі спонтанного феромагнітного впорядкування (чи зумовленого зовнішнім магнітним полем), умови виникнення якого у виродженому випадку визначаються головним чином формою незбуреної густини електронних станів (ГС), суттєво модифікуватиме поведінку ефективних мас носіїв.

Поведінка ефективних мас у випадку прямокутної густини станів для двократно виродженої моделі розглянута в роботах [15–17], тому у цій роботі зосередимося на впливі реалістичніших ГС. Розглянемо випадок заповнення зони  $n < 1$  (для  $n > 1$  абсолютне значення ефективних мас буде перенормовуватися, що пов'язано як зі впливом корельованого переносу, так і з особливостями кінетичної енергії носіїв у виродженому випадку).

На рис. 4 проілюстровано поведінку ефективної маси носіїв при зміні ступеня заповнення зони для випадку системи з напівеліптичною ГС. Варто відзначити, що у випадку прямокутної густини станів у моделі з двократним орбітальним виродженням за рахунок трансляційного механізму реалізується насичений феромагнітний стан при довільних електронних концентраціях. Саме тому лише при досить великих значеннях заповнення зони хід кривої у випадку напівеліптичної ГС відтворює відповідний результат для прямокутної ГС. При концентрації  $n = 0,28$  виникає феромагнітне впорядкування (внаслідок чого відбувається спінове розщеплення ефективної маси), а при  $n = 0,34$  реалізується перехід системи у насичений феромагнітний стан. При цьому має місце різке зростання  $m_{eff}^{\downarrow}$ , а  $m_{eff}^{\uparrow}$  набуває значення, характерного для випадку максимальної спінової поляризації.

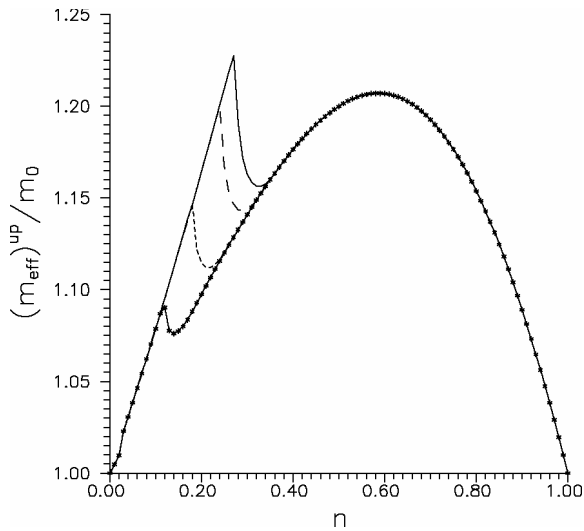


Рисунок 5. Концентраційна залежність ефективної маси носіїв зі спіном  $\uparrow$  при різних значеннях параметра  $a$  в асиметричній ГС. Суцільна крива  $a=0$ ; крива з довгим штрихом  $a=0,1$ ; крива з коротким штрихом  $a=0,3$ ; суцільна точкована крива  $a=0,5$  при  $zJ_{\text{eff}}/w=0$  без корельованого переносу

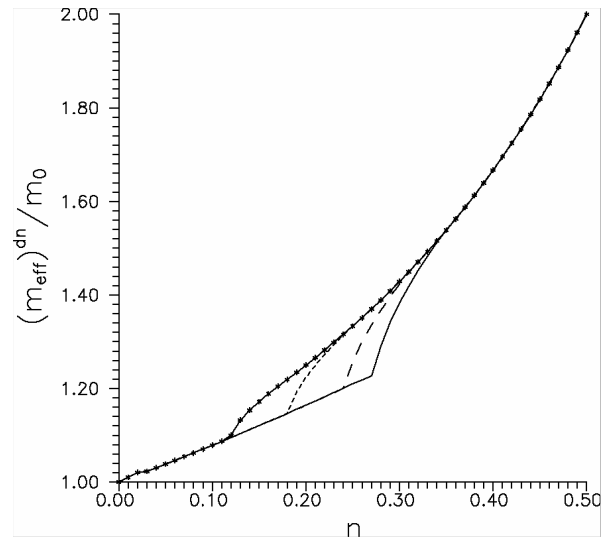


Рисунок 6. Концентраційна залежність ефективної маси носіїв зі спіном  $\downarrow$  при різних значеннях параметра  $a$  в асиметричній ГС. Суцільна крива  $a=0$ ; крива з довгим штрихом  $a=0,1$ ; крива з коротким штрихом  $a=0,3$ ; суцільна точкована крива  $a=0,5$  при  $zJ_{\text{eff}}/w$  без корельованого переносу

При дослідженні трансляційного феромагнетизму широко застосовується [11, 12] асиметрична ГС, яка при  $a = 0$  відтворює напівеліптичну, а при  $a = 1$  має пік на краю зони. На нашу думку, представляє значний інтерес теоретичне дослідження транспортних властивостей системи зі вказаною модельною ГС. На рис. 5 та 6 показано вплив параметра асиметрії  $a$  на ефективні маси носіїв з різними напрямками спінів. Із графіків бачимо, що зсув максимуму ГС у напрямку дна зони провідності суттєво впливає на значення концентрації, при якій відбувається спінове розщеплення ефективних мас. Виникнення області ненасиченого феромагнетизму при зростанні  $a$  пояснює існування області плавної зміни  $m_{\text{eff}}$  (зменшення для  $s = \uparrow$  та збільшення – для  $s = \downarrow$ ).

У системах зі значною асиметрією ГС ( $a > 0,5$ ) поведінка  $m_{\text{eff}}(n)$  суттєво не відрізняється, оскільки тут також реалізується насичений феромагнітний стан у всьому концентраційному діапазоні. Наші розрахунки показують, що і у двократно орбітально виродженій моделі вузькозонних систем, яким властива асиметрія ГС, також можуть спостерігатися достатньо різкі зміни ефективної маси навіть при незначній зміні концентрації електронів.

Для реальних  $3d$ -металів поширеними є ґратки кубічної симетрії. Розглянемо, зокрема, просту кубічну (sc) ґратку, для якої концентраційна залежність ефективної маси зображена на рис. 7. На відміну від напівеліптичної ГС розщеплення є менш вираженим в області критичної концентрації. Відзначимо, що спонтанне феромагнітне впорядкування для sc-ґратки виникає при більших концентраціях, ніж для розглянутих вище випадків. З рис. 8 бачимо, що абсолютні значення ефективної маси носіїв зі спіном  $\uparrow$  в області критичного заповнення зони у випадку sc-ґратки є дещо більші (а перепад значень суттєвіший), ніж для ГС з асиметрією (та її часткового випадку напівеліптичної ГС). Це пов'язано з фактом, що насичений феромагнітний стан у цьому випадку реалізується при вищих концентраціях електронів у зоні провідності, а тому тут проявляються особливості поведінки концентраційної залежності кінетичної енергії носіїв.

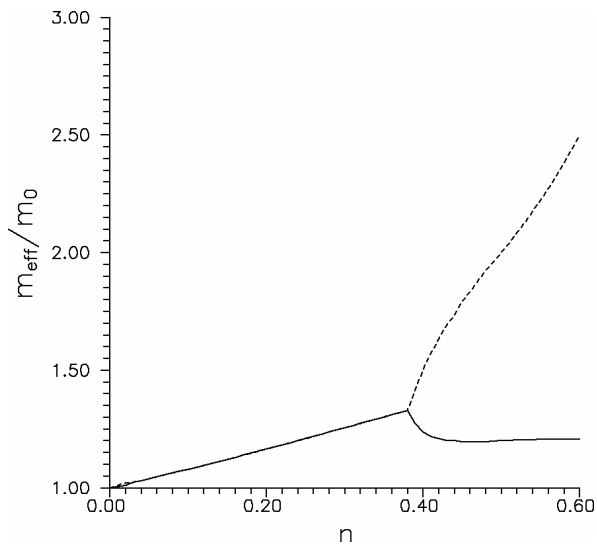


Рисунок 7. Концентраційна залежність ефективної маси носіїв зі спіном  $\downarrow$  (верхня крива) та  $\uparrow$  (нижня крива) при  $zJ_{\text{eff}}/w=0$  без корельованого переносу у випадку ГС sc-гратки

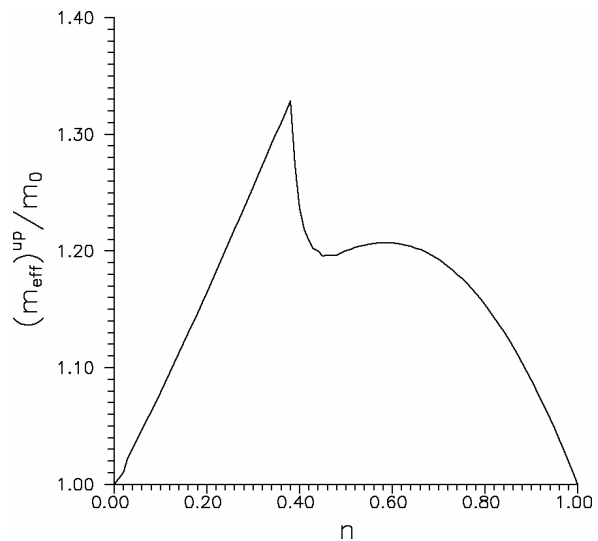


Рисунок 8. Концентраційна залежність ефективної маси носіїв зі спіном  $\uparrow$  для інтервалу заповнень зони  $n < 1$  при  $zJ_{\text{eff}}/w=0$  без корельованого переносу у випадку ГС sc-гратки

Обговоримо вплив магнітного поля, яке призводить до появи наведеного магнітного моменту  $i$ , таким чином, якісно змінює концентраційну залежність ефективних мас. На рис. 9, для випадку напівеліптичної ГС, крім концентраційної залежності ефективної маси носіїв за відсутності зовнішнього магнітного поля (з характерною стрибкоподібною зміною – спіновим розщепленням ефективних мас), побудовано також залежності в прикладеному магнітному полі. На нашу думку, яскраві якісні відмінності, помітні на цьому рисунку, дозволяють виділити два фізично відмінні режими – „слабкого” та „сильного” поля. В слабкому полі, незважаючи на появу спінового розщеплення для довільних електронних концентрацій, все ще помітний стрибок величини розщеплення ефективних мас, зумовлений дією трансляційного механізму стабілізації феромагнітного впорядкування. Ця ситуація може мати експериментальне застосування, наприклад, для підсилення спінової поляризації струму слабким магнітним полем. У режимі сильного поля основним ефектом є якісна зміна концентраційної залежності фактора кореляційного звуження зони провідності, яка може призвести до зсуву значення концентрації, при якій відбувається зміна типу провідності. При збільшенні заповнення зони зміна зростання ефективної маси носіїв зі спіном  $\uparrow$  на спадання (див. рис. 10) зумовлена поведінкою залежності фактора кореляційного звуження зони як функції намагніченості.

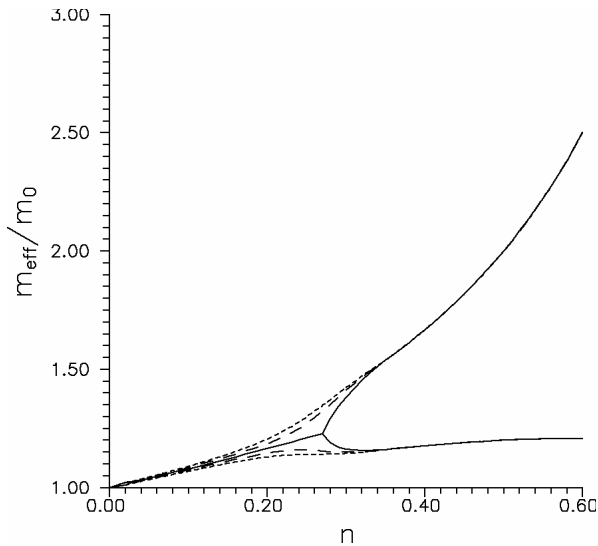


Рисунок 9. Порівняння концентраційних залежностей ефективних мас носіїв з різним напрямком спіну у випадку відсутності (суцільна крива) та наявності (крива з великим штрихом  $h/w=0,01$ , крива з малим штрихом  $h/w=0,02$ ) магнітного поля (напівеліптична ГС,  $zJ_{\text{eff}}/w=0$ ,  $\tau_1=0$ )

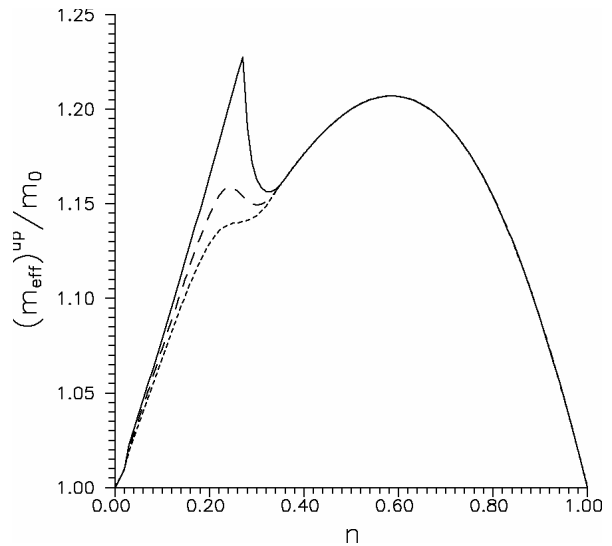


Рисунок 10. Порівняння концентраційних залежностей ефективних мас носіїв з напрямком спіну  $\uparrow$  у випадку відсутності (суцільна крива) та наявності магнітного поля (крива з великим штрихом  $h/w=0,01$ , крива з малим штрихом  $h/w=0,02$ ; напівеліптична ГС,  $zJ_{\text{eff}}/w=0$ ,  $\tau_1=0$ )

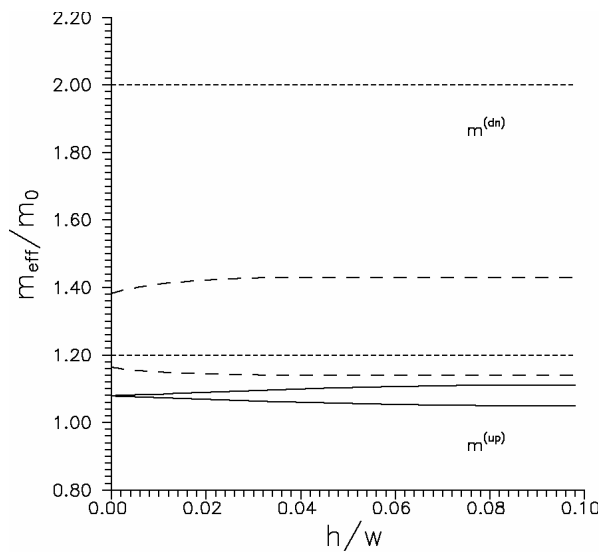


Рисунок 11. Залежність ефективної маси носіїв зі спіном  $\downarrow$  (верхня крива у відповідній парі) та  $\uparrow$  (нижня крива у відповідній парі) при  $zJ_{\text{eff}}/w$  без корельованого переносу у випадку напівеліптичної ГС. Суцільні криві  $n=0,1$ ; криві з довгим штрихом  $n=0,3$ ; криві з коротким штрихом  $n=0,5$

Як бачимо з рис. 11, можливі суттєві відмінності в характері спінового розщеплення, залежно від значення концентрації електронів. При малій концентрації (суцільна крива) різниця ефективних мас є малою, оскільки магнітний момент навіть при насиченні не може досягти значної величини. З протилежного боку концентраційного інтервалу (крива з довгим штрихом) феромагнітне впорядкування спінів є стабільним навіть за відсутності зовнішнього поля і прикладання поля жодним чином не впливає на ефективні маси носіїв. При проміжних концентраціях, у зоні,



заповненій майже на чверть, можливі різкі зміни ефективних мас ( $i$ , відповідно, провідності), оскільки саме при цих концентраціях повною мірою проявляється конкуренція різноманітних факторів. Величина розщеплення при тих же концентраціях електронів у зоні є тим більшою, чим ближче концентрація носіїв до області, в якій спостерігається максимум провідності.

Сказане вище стосується і результатів, отриманих при використанні більш реалістичних густин станів, наприклад ГС з асиметрією, ГС для  $sc$ -гратки тощо. Зокрема, у випадку двократно орбітально виродженої зони для цих ГС також не характерні стрибки в залежностях ефективних мас, оскільки для них магнітні переходи є плавними, з існуванням ненасиченого магнітного моменту в певній області параметрів. Уплив магнітного поля на концентраційну залежність ефективної маси найбільш помітний для напівеліптичної ГС та асиметричної ГС при невеликих значеннях параметра асиметрії.

**Висновки.** В роботі показано, що прикладене магнітне поле призводить до зменшення провідності через ефект магнітного впорядкування. Оскільки вираз для провідності за своєю структурою є близьким до виразу для кінетичної енергії електронів, то, як і слід було очікувати, характер концентраційних залежностей провідності та ефективних мас значною мірою визначається формою незбуреної густини електронних станів. Це доводить важливість використання реалістичних густин станів при дослідженні транспортних властивостей перспективних вузькозонних систем типу мотт-габбардівських матеріалів.

Реалізація в системі спонтанного феромагнітного впорядкування (чи зумовленого зовнішнім магнітним полем), умови виникнення якого у виродженому випадку визначаються головним чином формою незбуреної густини електронних станів (ГС), суттєво модифікує поведінку ефективних мас носіїв. У слабкому магнітному полі, незважаючи на появу спінового розщеплення для довільних електронних концентрацій, все ще помітний стрибок величини розщеплення ефективних мас, зумовлений дією трансляційного механізму стабілізації феромагнітного впорядкування. В режимі сильного поля основним ефектом є якісна зміна концентраційної залежності фактора кореляційного звуження зони провідності, яка може призвести до зсуву значення концентрації, при якій відбувається зміна типу провідності. При проміжних концентраціях, у зоні, заповненій майже на чверть, можливі різкі зміни ефективних мас ( $i$ , відповідно, провідності), оскільки саме при цих концентраціях повною мірою проявляється конкуренція досліджених у роботі факторів.

### **Список використаної літератури**

1. Mott N.F. Metal-insulator transition / N.F.Mott. – Taylor & Francis, London, 1990. – 286 p.
2. Fazekas P. Lecture notes on electron correlation and magnetism / P. Fazekas. – Singapore: World Scientific Publishing, 1999. – 777 p.
3. Gebhard F. The Mott metal-insulator transition: models and methods / F.Gebhard. – Springer, Berlin 1997. – 317 p.
4. Изюмов, Ю.А. Материалы с сильными электронными корреляциями [Текст] / Ю.А. Изюмов, Э.З. Курмаев // УФН. – 2008. – Т. 178. – С. 25–60.
5. Didukh L. A modified form of the polar model of crystals / L. Didukh // Acta Physica Polonica B. – 2000. – Vol.31, No. 12. – PP. 3097–3133.
6. Вплив легування, зміни температури та деформації на електронну провідність матеріалу з сильними електронними кореляціями [Текст] / Л. Дідух, Ю. Скоренький, О. Крамар, Ю. Довгоп'ятий // Препринт Інституту фізики конденсованого стану НАН України. – 2003. – ICMP-03-31U. – 30 с.
7. Didukh L. Magnetic field dependence of conductivity and effective mass of carriers in a model of Mott-Hubbard material / L. Didukh, O. Kramar, Yu. Skorenky, Yu. Dovyhyaty // Condens. Matter Phys. – 2005. – Vol. 8, No. 4 (44). – PP. 825–834.

8. Didukh L. Metal-insulator transition in a doubly orbitally degenerate model with correlated hopping / L. Didukh, Yu. Skorenkyu, Yu. Dovhopyaty, and V. Hankevych // Phys. Rev. B. vol. 61, No. 12. – PP. 7893–7908 (2000).
9. Didukh L. Ground state ferromagnetism in a doubly orbitally degenerate model / L. Didukh, Yu. Skorenkyu, V. Hankevych, O. Kramar // Phys. Rev. B. – 2001. – Vol. 64. – PP. 144428 (1–10).
10. Didukh L. Metallic ferromagnetism in the systems with strongly correlated electrons / L. Didukh, O. Kramar // Condens. Matter Phys. – 2005. – Vol. 8, No. 3 (43). – PP. 547–564.
11. Didukh L. Metallic ferromagnetism in an orbitally degenerate system of strongly correlated electrons / L. Didukh, O. Kramar and Yu. Skorenkyu // Physica B: Condensed Matter. – 2005. – Vol. 359–361. – PP. 681–683.
12. Bari R.H. Electrical conductivity in narrow energy bands / R.H. Bari, D. Adler, R.V. Lange // Phys. Rev. B. – 1970. – Vol. 2, No. 8. – PP. 2898–2905.
13. Дидух, Л.Д. Корреляционные эффекты в материалах с неэквивалентными хаббардовскими подзонами [Текст] / Л.Д. Дидух // Препринт Інституту фізики конденсованих систем НАН України, ИФКС-92-9Р. – Львів, 1992. – 32 с.
14. Skorenkyu Yu. Mott transition, ferromagnetism and conductivity in the generalized Hubbard model / Yu. Skorenkyu, L. Didukh, O. Kramar and Yu. Dovhopyaty // Acta Physica Polonica A. – 2007. – Vol. 111, No. 4. – PP. 635–644.
15. Провідність в узагальнених моделях невиродженої та двократно орбітально виродженої енергетичних зон [Текст] / О.І. Крамар, Л.Д. Дідух, Ю.Л. Скоренький, Ю.М. Довгоп'ятий // Тези доповідей Всеукраїнського з'їзду "Фізика в Україні". – Одеса (Україна). – 2005. – С. 99.
16. Didukh L. Peculiarities of electronic conductivity in a doubly orbitally degenerate model with correlated hopping / L. Didukh, O. Kramar, Yu. Dovhopyaty, Yu. Skorenkyu // Abstracts of 24th International Conference on Low Temperature Physics LT24. – Orlando (USA). – 2005. – P.43.
17. Вплив магнітного поля на ефективні маси носіїв струму у виродженій моделі з корельованим переносом [Текст] / Л. Дідух, Ю. Довгоп'ятий, О. Крамар, Ю. Скоренький // Тези доповідей десятої наукової конференції Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя. – Тернопіль (Україна). – 2006. – С. 170.

*Отримано 25.02.2012*