

УДК 519.651

Л.П. Дмитроца

(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

## ПРО НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ ЗІ ЗМІННИМ ПЕРІОДОМ

При дослідженні коливних явищ, процесів, які фіксуються у вигляді відповідних періодичних сигналів, зустрічаються сигнали, період яких певним чином змінюється. Прикладами сигналів із змінним періодом є електрокардіограми під час чи після фізичного навантаження; звучання сирени швидкої допомоги; робота робота двигунів, генераторів в перехідних режимах тощо. Наявність таких сигналів викликає потребу дослідження, створення та розробки на базі моделей відповідних методів їх вивчення.

В [1] був введений клас функцій із змінним періодом, які можуть бути використані як модель відповідних сигналів із змінним періодом. Виникає проблема вибору алгоритму «реалізації» цієї математичної моделі, для створення певних програм на ЕОМ з метою дослідження таких сигналів. При цьому модель подається у формі придатній для застосування числових методів.

Ефективність чисельного алгоритму у великій мірі залежить від правильного вибору класу наближуваних функцій. Найчастіше наближуваними функціями обирають поліноми (алгебраїчні, тригонометричні, експоненційні). Проте для функцій із змінним періодом необхідна система елементарних, найпростіших функцій (подібно до тригонометричної системи для звичайних періодичних функцій), характерною ознакою яких була б змінність.

Нагадаємо, що при дослідженні періодичних функцій часто використовується тригонометрична система функцій

$$\{\sin \omega_n x, \cos \omega_n x\}, n = 1, 2, \dots,$$

де  $\omega_n = m \times \omega_1$ ,  $\omega_1 = 2\pi/T$ ,  $T$  – період функції. У випадку, коли  $T = 2\pi$ , отримуємо систему

$$\{\sin mx, \cos mx\}, m = 1, 2, \dots$$

В нашому випадку для побудови тригонометричної системи функцій із змінним періодом використаємо функції  $\sin x^\alpha$ ,  $\cos x^\alpha$  та утворимо систему таких функцій.

Тригонометрична система функцій

$$\sin mx^\alpha, \cos mx^\alpha, x \geq 0, \alpha > 0, m = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

із змінним періодом  $T_\alpha(x) = -x + (x^\alpha + 2\pi)^{1/\alpha}$ ,  $x \geq 0$ , є ортогональною із ваговою функцією  $\rho_\alpha(x) = \alpha x^{\alpha-1}$  в просторі  $L^2_\rho(x, x + T_\alpha(x))$ , причому норма кожної із функцій системи (1) рівна  $\sqrt{\pi}$ . При цьому довжина інтервалу ортогональності  $[x, x + T_\alpha(x)]$  вже не є постійною, а змінюється у відповідності до значення періоду  $T_\alpha(x)$ ,  $x \geq 0$  – довільна точка.

Отримані результати утворюють фундамент для розробки конструктивної теорії функцій із змінним періодом, зокрема побудови теорії рядів Фур'є таких функцій.

1. Приймак М.В., Боднарчук І.О., Лупенко С.А. Умовно періодичні випадкові процеси із змінним періодом. // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2005. – Т.10, №2. – С. 132-141.