

УДК 517.52/524:517.58/589

Б. Шелестовський

(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

**РОЗВ'ЯЗОК СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ФУР'Є,
БЕСЕЛЯ І ЛЕЖАНДРА ДЛЯ МОДИФІКОВАНИХ ФУНКЦІЙ**

Побудуємо обмежений на множині

$I_2 = \{r : r \in (R_0, R_1) \cup (R_1, R_2) \cup (R_2, R_3); R_0 \geq 0, R_3 < \infty\}$ розв'язок сепаратної системи звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2}{dr^2} - q_1^2\right)u_1(r) &= -g_1(r), \quad r \in (R_0, R_1), \\ (\Lambda_{(\mu)} - q_2^2)u_2(r) &= -g_2(r), \quad r \in (R_1, R_2), \\ (B_\alpha^* - q_3^2)u_3(r) &= -g_3(r), \quad r \in (R_2, R_3) \end{aligned} \quad (1)$$

за крайовими умовами

$$\left(\alpha_{11}^0 \frac{d}{dr} + \beta_{11}^0\right)u_1(r)\Big|_{r=R_0} = g_0, \quad \left(\alpha_{22}^3 \frac{d}{dr} + \beta_{22}^3\right)u_3(r)\Big|_{r=R_3} = g_R \quad (2)$$

та умовами спряження

$$\left[\left(\alpha_{j1}^k \frac{d}{dr} + \beta_{j1}^k\right)u_k(r) - \left(\alpha_{j2}^k \frac{d}{dr} + \beta_{j2}^k\right)u_{k+1}(r)\right]\Big|_{r=R_k} = \omega_{jk}, \quad j, k = 1, 2. \quad (3)$$

У рівностях (1) беруть участь диференціальні оператори Фур'є $\frac{d^2}{dr^2}$, Лежандра

$\Lambda_{(\mu)}$ та Ейлера B_α^* :

$$\Lambda_{(\mu)} = \frac{d^2}{dr^2} + chr \frac{d}{dr} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \left(\frac{\mu_1^2}{1 - chr} + \frac{\mu_2^2}{1 + chr} \right), \quad B_\alpha^* = r^2 \frac{d^2}{dr^2} + (2\alpha + 1)r \frac{d}{dr} + \alpha^2,$$

Фундаментальну систему розв'язків для рівняння Фур'є утворюють функції chq_1r та shq_1r ; фундаментальну систему розв'язків для рівняння Лежандра утворюють функції $P_{\nu_2}^{(\mu)}(chr)$ та $L_{\nu_2}^{(\mu)}(chr)$, $\nu_2 = -\frac{1}{2} + q_2$; фундаментальну систему розв'язків для рівняння Ейлера утворюють модифіковані функції Бесселя $r^{-\alpha-q_3}$ та $r^{-\alpha+q_3}$.

Наявність фундаментальної системи розв'язків дає можливість побудувати розв'язок крайової задачі (1) – (3) методом функцій Коші :

$$\begin{aligned} u_1(r) &= A_1 chq_1r + B_1 shq_1r + \int_{R_0}^{R_1} E_1(r, \rho) g_1(\rho) d\rho, \\ u_2(r) &= A_2 P_{\nu_2}^{(\mu)}(chr) + B_2 L_{\nu_2}^{(\mu)}(chr) + \int_{R_1}^{R_2} E_2(r, \rho) g_2(\rho) sh\rho d\rho, \\ u_3(r) &= A_3 r^{-\alpha-q_3} + B_3 r^{-\alpha+q_3} + \int_{R_2}^{R_3} E_3(r, \rho) g_3(\rho) \rho^{2\alpha-1} d\rho. \end{aligned} \quad (4)$$

У рівностях (4) беруть участь функції Коші $E_1(r, \rho)$, $E_2(r, \rho)$, $E_3(r, \rho)$.